

— 修士論文 —

運動学的冗長性・駆動冗長性を有するマニピュレータ の特性解析と冗長自由度を最大限活用する運動制御

Characteristics Analysis and Motion Control Utilizing Redundant Degree of Freedom of a
Manipulator with Kinematic Redundancy and Actuation Redundancy

平成23年2月9日 提出

指導教員 古関 隆章 准教授

東京大学大学院 情報理工学系研究科
電子情報学専攻 修士課程
学籍番号 48-096436

杉本 貴大

内容梗概

従来の設計思想の一つとして "Simple is the best." という、要求機能を達成するために必要最低限の構成で設計する、というものがある。部品点数を減らすことで、保守が容易になる、コストが抑えられるなどの利点が得られるため、多くの産業用ロボットはこの設計思想に基づいて設計されてきた。一方で、マニピュレータの高性能化を目指す際にはパラレルリンクマニピュレータなどの、関節数が多く、アクチュエータ数も多いマニピュレータの開発も行われており、注目されている。また、生物の筋骨格構造をロボットに取り入れ、高性能化を図る研究も行われている。これらに共通するのは、運動性能の向上のために、冗長自由度をマニピュレータに取り入れていることである。

本論文では、生体の筋骨格構造を基本とする運動学的冗長性、駆動冗長性を有するマニピュレータを対象とし、冗長自由度を最大限活用する方法論について述べ、冗長自由度持つことによる運動性能の変化を明らかにした。特に、冗長自由度を最適化に利用するという視点と、対故障性、信頼性を向上するという視点から、以下の3つの項目について論じた。

- 冗長自由度を有するマニピュレータからの出力、加速度を最大化する見通しの良い手法を提案し、マニピュレータの構造と最大出力分布との関係を明らかにした。特に、有蹄類下肢、ヒト下肢の筋配列及び最大筋張力が抗重力運動に適していること、力の最大化においては運動学的冗長性による姿勢獲得が重要であることを明らかにした。
- 冗長自由度を有するマニピュレータの CP 制御におけるエネルギー最小化最適制御を導出し、様々なタスクにおいて、必要となるエネルギーと運動学的冗長性の関連を定量的に評価した。マニピュレータ自身を水平移動させる負荷の軽い場合を除き、抗重力方向への運動、粘性が強い環境での運動などでは運動学的冗長性をもたない方が、消費エネルギー的に有利であることを示した。
- 冗長自由度を有するマニピュレータの出力維持に関する信頼度の計算手法の提案と、冗長性指標の提案と計算手法について述べた。先端からの力の信頼度分布を計算し、2対4筋構造、3対6筋構造それぞれが大きな信頼度で出せる力の領域を明らかにした。また、冗長性指標分布の計算に基づき、ヒト下肢が膝を伸ばした状態では、抗重力方向への広い範囲の力で高い冗長性指標をもつことを示し、抗重力運動する際に優れた外乱抑制、簡単な制御、信頼性を高い可能性で持つ構造であることを数理的に明らかにした。

目次

第1章	序論	1
1.1	研究の背景	1
1.2	関連研究	2
1.3	研究の目的	3
1.4	本論文の構成	4
1.5	本論文で使われる記号一覧	4
第2章	筋骨格構造を基本とする運動学的冗長性と駆動冗長性の概要と、マニピュレータが冗長自由度を備える利点の工学的解析	7
2.1	生体の筋骨格構造と運動学的冗長性，駆動冗長性	7
2.1.1	運動学的冗長性と筋冗長性，及び冗長自由度の定義	7
2.1.2	二関節筋を含む多関節筋の特徴	8
2.1.3	各生物固有の筋配列	9
2.2	冗長自由度と不良設定問題	9
2.2.1	3つの不良設定問題	9
2.2.2	本論文で扱うタスクと3つの不良設定問題の関連	10
2.3	冗長自由度をもつ利点	11
第3章	線形計画法を用いた冗長自由度を有するマニピュレータの出力及び加速度の最大化手法の提案と工学的検証	14
3.1	冗長マニピュレータの出力，加速度に関する既存研究	14
3.1.1	操作性指標	14
3.1.2	操作力楕円体と最大出力分布との比較	14
3.1.3	3対6筋構造におけるマニピュレータ先端からの出力制御方法	16
3.2	最大出力求解の線形計画問題としての定式化	16
3.2.1	筋張力とマニピュレータが発する力の関係	16
3.2.2	筋張力と関節トルクとの関係	18
3.2.3	線形計画問題としての定式化	18
3.3	3対6筋構造の先端最大出力分布	19
3.4	有蹄類下肢の先端最大出力分布	21
3.5	実験機による多関節マニピュレータの先端出力制御の検証	22
3.5.1	実験機概要	23
3.5.2	駆動冗長性を持たない構造の先端出力分布の比較	24
3.5.3	有蹄類下肢を模擬した場合の先端出力分布の比較	24
3.6	出力を最大にする最適な姿勢，アクチュエータ出力の獲得手法	25

3.6.1	出力変化を最大化する関節角度ベクトルの微小変化の計算方法	26
3.6.2	姿勢最適化の際の注意点と、最適な姿勢及びアクチュエータ出力を獲得するためのアルゴリズム	28
3.6.3	4関節マニピュレータ先端での出力を最大化する姿勢と筋張力の獲得を通じた提案手法の検証	29
3.7	2関節2対4筋構造, 2関節3対6筋構造, 3関節3対6筋構造間の最大出力の比較	30
3.7.1	2関節2対4筋構造, 2関節3対6筋構造, 3関節3対6筋構造のマニピュレータの基本パラメータ	30
3.7.2	2関節2対4筋構造, 2関節3対6筋構造, 3関節3対6筋構造の最大出力の計算結果	32
3.7.3	3リンクマニピュレータにおける支点と先端を結ぶ方向への力を最大化する姿勢と陸上生物の下肢の姿勢に関する考察	35
3.7.4	2関節2対4筋構造, 2関節3対6筋構造, 3関節3対6筋構造の最大出力の比較から得られた知見	35
3.8	最大加速度分布求解の線形計画問題としての定式化	36
3.9	ヒト下肢の重心最大加速度分布	37
3.9.1	ヒト下肢モデル	37
3.9.2	重心の最大加速度分布	38
3.9.3	最大筋張力が等しい場合の最大加速度分布とヒトの最大加速度分布の相違	38
3.10	加速度最大化手法を応用した垂直跳び動作の実現	40
3.11	本章のまとめ	42
第4章	冗長自由度を持つマニピュレータの運動時に必要となるエネルギーを最小化する制御手法と、関節数とエネルギーの関係	43
4.1	冗長自由度を持つマニピュレータのエネルギー最小化に利用する既存研究と本章の目的	43
4.2	運動学的冗長性を持つマニピュレータのエネルギー最小CP制御の導出	44
4.2.1	目標手先軌道と初期条件	44
4.2.2	摩擦を考慮したマニピュレータの運動方程式	44
4.2.3	運動時に必要となるエネルギーの評価関数	44
4.2.4	最適制御問題としての数値解法	45
4.3	想定するマニピュレータのパラメータとタスク	46
4.3.1	マニピュレータのパラメータ	47
4.3.2	指定するタスクの詳細	47
4.4	エネルギー最小CP制御に基づく運動時に必要なエネルギーの計算結果	49
4.5	関節数と運動に必要なエネルギーの関係に関する考察	55
4.5.1	運動学的冗長性を持つ構造とエネルギーの関係概要	55
4.5.2	運動学的冗長性と電気的な損失との関係に関する考察	55
4.5.3	力学的エネルギーの収支と運動学的冗長性との関係	56
4.5.4	マニピュレータ姿勢軌道, 関節トルク軌道, 消費電力軌道	56
4.6	本章のまとめ	57
第5章	冗長マニピュレータの信頼度の計算方法と冗長性指標の提案	58
5.1	信頼度の計算方法	58
5.1.1	アクチュエータの出力と与えられた力の関係	58

5.1.2	与えられた力ベクトル F を実現するアクチュエータ出力 f が存在するかどうかの判定法 . . .	59
5.1.3	簡単な数値例を通した, 与えられた力を実現するアクチュエータの出力の存在判定法の手順の確認	61
5.1.4	線形計画法を利用した与えられた力ベクトル F を実現するアクチュエータ出力 f が存在するかどうかの判定法	62
5.1.5	アクチュエータの出力低下に関する確率密度と, 信頼度の数値計算方法	62
5.2	信頼度分布の数値例	63
5.2.1	アクチュエータ出力の低下確率モデル	63
5.2.2	信頼度分布の計算手順	63
5.2.3	2対4筋構造のマニピュレータの信頼度分布	64
5.2.4	3対6筋構造のマニピュレータの信頼度分布	64
5.2.5	3対6筋構造のマニピュレータと, 出力1.5倍のアクチュエータを持つ2対4筋構造のマニピュレータの信頼度分布の比較	66
5.2.6	3関節3対6筋構造の信頼度分布	68
5.2.7	ヒト下肢先端の信頼度分布	68
5.3	冗長性指標の提案	70
5.3.1	冗長性指標の考え方, 及び定義	70
5.3.2	冗長性指標の計算法	71
5.4	冗長性指標分布の数値例	72
5.4.1	2対4筋構造の冗長性指標分布	72
5.4.2	3対6筋構造の冗長性指標分布	73
5.4.3	ヒト下肢の冗長性指標分布	73
5.5	本章のまとめ	76
第6章	結論	77
6.1	まとめ	77
6.2	今後の課題	78
	参考文献	79
	本研究に関する発表論文	83
	謝辞	84
付録 A	運動学的冗長性, 駆動冗長性の数学的表現	85
A.1	運動学的冗長性の数学的表現	85
A.1.1	運動学的冗長性の直接的表現	85
A.1.2	運動学的冗長性と自由度	86
A.1.3	運動学的冗長性の空間的把握	87
A.2	駆動冗長性の数学的表現	89

付録 B 実験機の構成	90
B.1 実験機本体の情報	90
B.2 実験機の制御システム	91
付録 C Buchner のヒト示指モデルと線形計画法を利用した、ヒト示指の最大出力分布の計算	93
C.1 先行研究と本章の目的	93
C.2 ヒト示指が発揮する力の最大化手法	93
C.2.1 示指の Buchner の静力学モデル	93
C.3 筋張力と発揮力との関係	95
C.3.1 ヒト示指から出せる力の最大値を求める線形計画問題	97
C.4 ヒト示指先端の最大出力分布の計算結果	97
C.4.1 検証条件	97
C.4.2 実測と計算との比較	98
C.4.3 姿勢と筋張力、出力の関係	98
C.5 まとめ	101
付録 D 消費エネルギー最小制御導出のための煩雑な行列計算の詳細	102
D.1 未定乗数 λ の時間微分	102
D.1.1 $1 \leq i \leq m$ のときの未定乗数 λ の時間微分	102
D.1.2 $m + 1 \leq i \leq 2m$ のときの未定乗数 λ の時間微分	104
D.2 入力 y によるハミルトニアン H の偏微分	104
付録 E 多関節同時駆動を実現するマニピュレータの設計と運動学的特性の検討	105
E.1 多関節同時駆動をシンプルに実現するマニピュレータの構成例	105
E.2 モデル化と運動特性の解析	106
E.2.1 関節角度とモータ側プーリー角の関係	106
E.2.2 仮想仕事の原理を用いたモータトルクと関節トルクとの関係	108
E.2.3 提案するマニピュレータが多関節同時駆動を実現できる理由	109
E.3 タイミングベルトの取付を変化させることによる運動特性の変化	110
E.3.1 オープンベルト方式とクロスベルト方式の概要	110
E.3.2 クロスベルト方式における角度とトルクの関係式	110
E.3.3 提案するマニピュレータが実現可能な構造の数	112
E.3.4 提案するマニピュレータが実現できる最大出力分布の解析	112

第1章 序論

1.1 研究の背景

従来の設計思想の一つとして ”Simple is the best.” という、要求機能を達成するために必要最低限の構成で設計する、というものがある。部品点数を減らすことで、保守が容易になる、コストが抑えられるなどの利点が得られるため、多くの産業用ロボットはこの設計思想に基づいて設計されてきた。図 1.1 に示すようなスカラロボットがこの設計思想によって設計された典型的なマニピュレータであり、必要最低限の関節数とアクチュエータしか持たないシンプルなマニピュレータである [1]。



図 1.1: スカラロボットの一例 東芝機械 TH650 [1]

一方で、図 1.2 に示す産業用パラレルリンクマニピュレータ、図 1.3 に示した油圧シャベル、図 1.4 に示す宇宙用マニピュレータなどは、この設計思想からは外れ、関節数が作業空間の次元に比べて必要以上に多く、アクチュエータの数も必要以上に多いものがある。つまり、冗長自由度を有している。これらのマニピュレータは、高速な動作が可能、関節が伸びきる特異姿勢を回避可能、障害物を回避可能、ダイレクトドライブによるトルクの不足を補えるなどの利点を備えている。このように、マニピュレータの高性能化のためには、冗長自由度を持たせる設計思想が有効である。

また、近年、生物の優れた特性を取り入れようと、生体の筋骨格構造をロボットマニピュレータに取り込む研究が行われている。生体の筋骨格構造の特徴は、多数の関節を備えている点と、それらの関節を複数の筋が協調して駆動する点にある [5]。つまり、生体も運動学的冗長性、駆動冗長性に関する冗長自由度を有している。従来製作されてきた、図 1.5 に示すヒューマノイドロボットである ASIMO などは、1つの関節に1つのアクチュエータを備える構造をしているため、姿かたちはヒトに似ているが、駆動冗長性を持たないという点では筋骨格構造と異なる。2足歩行、走行などが既にこれらのヒューマノイドで実現されているが、ヒトの動作に比べると遅く、床の凹凸などの外乱に弱い。また、動作の実現には複雑な動力学計算を必要としている。これらは、ヒューマノイドロボットに限らず、産業用ロボットなど、一般的なロボットマニピュレータについても同様に言える。そこで、ロボットマニピュレータに筋骨格構造を取り入れ、冗長自由度を活用させることで、運動性能の向上が期待される。

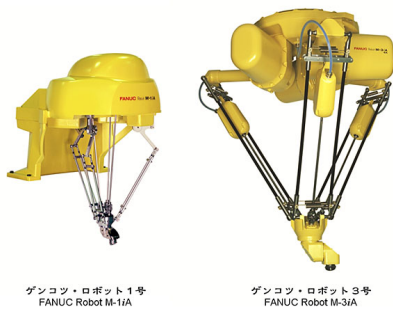


図 1.2: 産業用パラレルリンクマニピュレータ ゲンコツ・ロボット1号, 3号
ファナック [2]



図 1.3: 油圧ショベル 320D RR キャタピラー・ジャパン株式会社 [3]

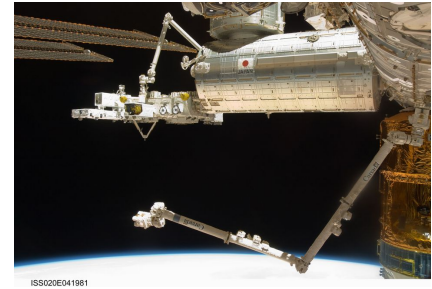


図 1.4: 12 関節を持つ宇宙用ロボットアーム「きぼう」日本実験棟のロボットアーム [4]



図 1.5: ヒューマノイドロボット ASIMO 本田技研工業株式会社 [6]

1.2 関連研究

まず最初に、本論文で着目する、冗長自由度を有する筋骨格構造を工学的に扱っている関連研究について紹介する。熊本らはヒトの上腕の筋電図を基にして、2次元平面内の運動に限定した場合の筋骨格構造の力学的特性について述べ [7]、藤川らはコンタクトタスクと呼ばれる接触面との力学的関与において、筋配列が重要な役割を果たしていることを示した [8]。また、福正らはヒトの身体的特徴に着目し、腕を直線的に伸ばす、着地するなどの基本動作の運動制御を単純化する研究を行っている [9]。一方、Mehtaらはヒトの中樞神経系がフィードフォワードの運動指令において筋骨格構造が剛性を高めている可能性を指摘し [10]、Franklinらは対象に向けて手を伸ばすリーチング運動において、ヒト上肢が駆動冗長性を持つことで、外乱に対してロバストで正確、効率的な運動を学習する学習則が存在しているのではないかと論じている [11]。これらの研究の多くは特にヒトを対象とした二関節を備える3対6筋のマニピュレータについて扱っている。

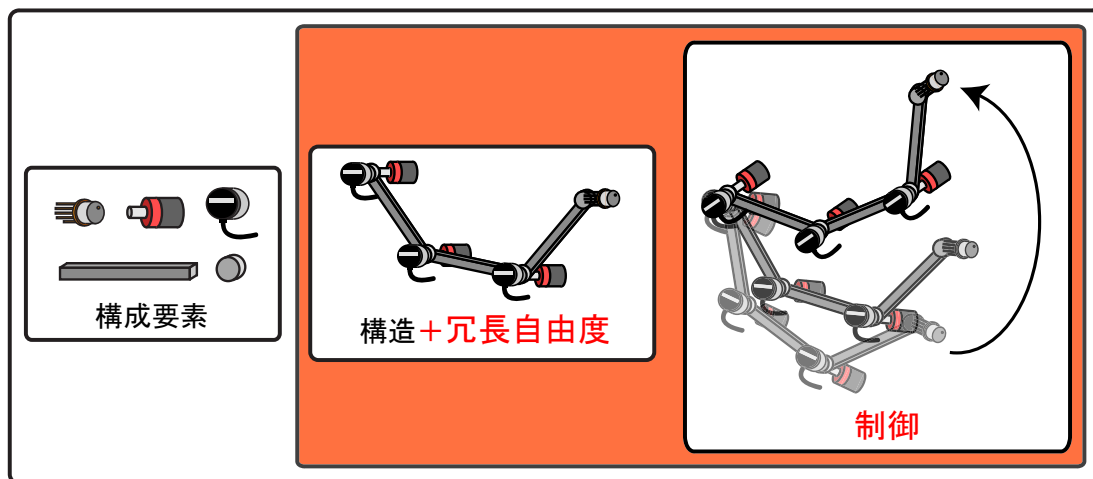
次に、ロボット工学を基礎に置く関連研究について紹介する。吉川らは多関節シリアルリンクマニピュレータの操作性を評価する操作力楕円体などの指標を提案し [12][13]、近年、吉田らによって駆動冗長性を備えるマニピュレータの操作性指標にも拡張された [14]。また、同じく吉川らはマニピュレータの先端位置を目標軌道に乗せつつ

特異姿勢を回避させるなどの、複数のタスクを同時に達成させるための方法論について論じている [15]。加島は、2 関節を 1 モータで同時に駆動させるという、従来とは異なる駆動方式が運動時のエネルギー消費を抑えることがあることを報告している [16]。

なお、運動学的冗長性、駆動冗長性を持つマニピュレータの基礎的な理論的扱いといくつかの最適化の例については中村によって 1991 年に書籍にまとめられており [17]，筋骨格構造と運動制御に関しては伊藤らによって 1996 年にまとめられている [18]。

1.3 研究の目的

研究の背景で述べたように、多少複雑になっても構造に冗長自由度を持たせることで、マニピュレータの高性能化を実現できる。マニピュレータの特性は、アクチュエータ、センサなどの個別の構成要素の性能、構成要素の組み合わせ方である構造、マニピュレータの制御によって決まることを考えると、図 1.6 のように構成要素の性能に変更を加えず、マニピュレータの構造に運動学的冗長性、駆動冗長性を持たせ、冗長自由度をうまく活用する制御を行うことで、マニピュレータの特性の向上が期待できる。モータなどの構成要素の性能を変えずに高性能化を図れたり、安価な低性能の構成要素を組み合わせることで高価な構成要素を用いた場合と同等の性能を持たせることが可能となる。



マニピュレータの運動性能、対故障性の向上！

図 1.6: マニピュレータの運動性能、対故障性向上へのアプローチ

しかし、マニピュレータが冗長性を有するという事は、それともなって質量や部品購入コストなどが増えることに他ならない。そのため、マニピュレータに冗長自由度を持たせることが有利であるとは限らず、むしろ冗長自由度などは持たない方がいい場合も多々ある。また、冗長自由度を持たせるとしてもどの部分にどの程度持たせるべきなのか、という設計上の問題もある。これらの問題に工学的に答えるためには、マニピュレータに冗長自由度を持たせる利点を定量的に評価できることが重要となる。

本論文の目的は、運動学的冗長性、駆動冗長性をマニピュレータに持たせることによる運動特性の変化を定量的に評価することである。まず、マニピュレータの持つ冗長自由度を最大限活用したときに、マニピュレータが出せる力の範囲である最大出力分布と、出せる加速度の範囲である最大加速度分布を求める方法について述べ、マニピュレータの構造と最大出力分布、最大加速度分布の関連を評価する。また、冗長自由度を持つマニピュレー

タのエネルギー最小 CP 制御法を導出し，マニピュレータの構造と，運動に必要となるエネルギーとの関係を明らかにする．最後に，マニピュレータが冗長自由度を持つことによる対故障性，信頼度の向上を定量的に評価する．冗長自由度が対故障性，信頼性を向上させるという視点からは過去にあまり研究例はなく，本論文で定量的な評価を初めて行う．

1.4 本論文の構成

本論文の構成は以下の通りである．

第 2 章において，本論文で扱う筋骨格構造を基本とする運動学的冗長性，駆動冗長性について説明し，同時に冗長自由度に関連した不良設定問題についても概説する．また，マニピュレータが冗長自由度を有する利点をまとめ，特に本論文で着目する冗長自由度が何らかの指標の最適化に利用できる，冗長自由度がマニピュレータの対故障性，信頼度を向上させるという視点について述べる．第 3 章では，運動学的冗長性，駆動冗長性を有するマニピュレータが発生し得る力の最大値，加速度の最大値を簡単に計算する方法について論じ，提案手法を用いて，3 対 6 筋構造の先行研究で知られている線形パターンの補間に基づく先端出力制御が最大出力を与える制御法であることを示す．また，2 関節 2 対 4 筋構造を基準に，駆動冗長性を持つ 2 関節 3 対 6 筋構造，運動学的冗長性を持つ 3 関節 3 対 6 筋構造の先端最大出力をそれぞれ計算し，比較することで，冗長自由度と先端最大出力の関連を論じる．生物の運動特性についても，有蹄類下肢の最大出力分布，ヒト下肢の最大加速度分布を求めて考察を行う．更に，ヒトの基本動作である垂直跳び動作の簡単な実現方法についても述べる．第 4 章では，冗長自由度を運動時に必要となるエネルギーを最小化するために活用する制御法について述べ，いくつかの例題を通し，冗長自由度と運動時に必要となるエネルギーとの関連を検証する．第 5 章では，冗長自由度を持つマニピュレータの対故障性，信頼性を定量的に評価する，信頼度の計算方法を提案する．提案手法を用いて計算した 2 関節 2 対 4 筋構造と 2 関節 3 対 6 筋構造の信頼度分布を基に，マニピュレータの構造と信頼度との関連について考察を行う．また冗長自由度を持つことによる性能向上を評価する指標として冗長性指標を提案し，いくつかのマニピュレータ構造を検証する．最後に，まとめと今後の課題を第 6 章で述べる．

1.5 本論文で使われる記号一覧

表 1.1 に，本論文中で横断的に使う記号を説明する．但し，本文中で特に断りのある場合を除く．

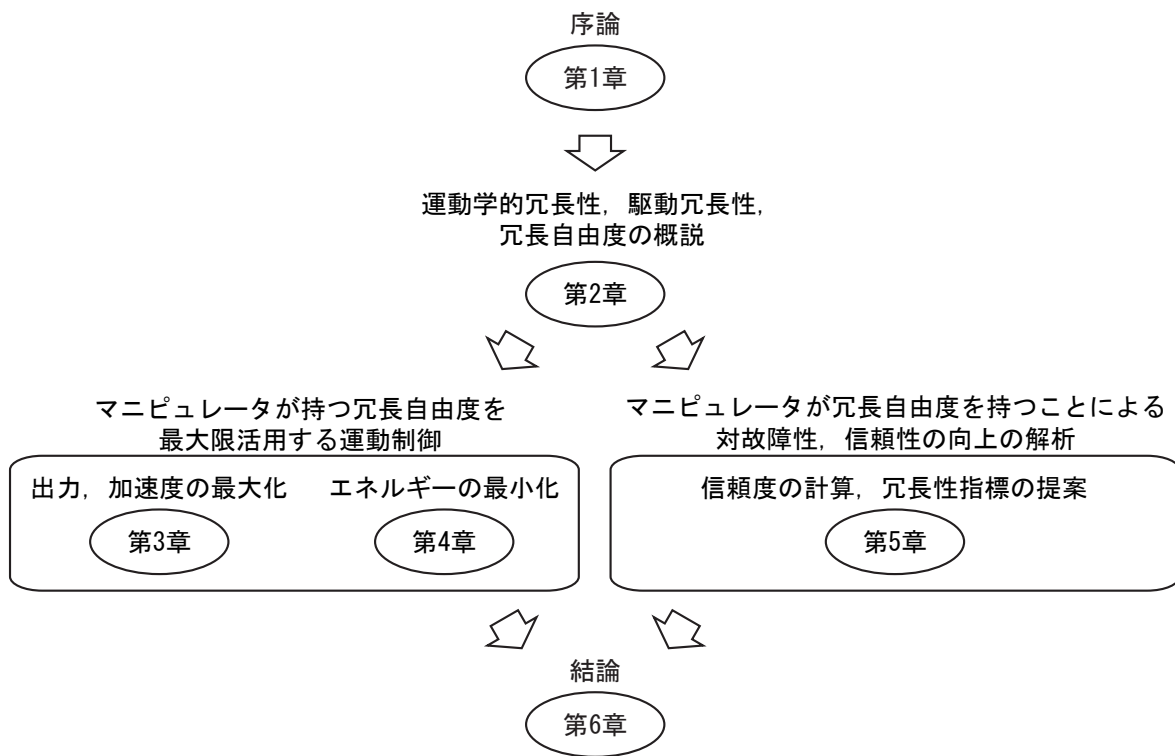


図 1.7: 本論文の構成

表 1.1: 本論文で使われる主な記号の一覧

l	作業空間の次数．本稿では $l = 2$.	m	マニピュレータの関節数
n	マニピュレータのアクチュエータ数		
θ_i	関節 i の角度	$\boldsymbol{\theta} \in \mathbf{R}^{m \times 1}$	関節角度ベクトル
τ_i	関節 i に生じるトルク	$\boldsymbol{\tau} \in \mathbf{R}^{m \times 1}$	関節トルクベクトル
f_i	アクチュエータ i の出力	$\mathbf{f} \in \mathbf{R}^{n \times 1}$	アクチュエータ出力ベクトル
$\mathbf{f}_{\min} \in \mathbf{R}^{n \times 1}$	アクチュエータの最小出力ベクトル	$\mathbf{f}_{\max} \in \mathbf{R}^{n \times 1}$	アクチュエータの最大出力ベクトル
$\mathbf{x}(\boldsymbol{\theta}) \in \mathbf{R}^{l \times 1}$	マニピュレータ上の任意の点の座標	$\mathbf{J}(\boldsymbol{\theta}) \in \mathbf{R}^{l \times m}$	\mathbf{x} に対する $\boldsymbol{\theta}$ のヤコビ行列
$\mathbf{F} \in \mathbf{R}^{l \times 1}$	マニピュレータが発する力ベクトル	F	力ベクトル F の大きさ
ϕ	力ベクトル F の方向	$\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}) \in \mathbf{R}^{m \times n}$	モーメントアーム行列
$\mathbf{M}(\boldsymbol{\theta}) \in \mathbf{R}^{m \times m}$	マニピュレータの慣性行列	$\mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) \in \mathbf{R}^{m \times 1}$	マニピュレータの遠心力, コリオリ力項
$\mathbf{g}(\boldsymbol{\theta}) \in \mathbf{R}^{m \times 1}$	マニピュレータの重力項		
c_i	関節 i の粘性抵抗係数	$\mathbf{C} \in \mathbf{R}^{m \times m}$	粘性抵抗行列 $\text{diag}(c_1, \dots, c_m)$
i_i	モータ i の電機子電流	$\mathbf{i} \in \mathbf{R}^{n \times 1}$	電機子電流ベクトル
V_i	モータ i の電機子電圧	$\mathbf{V} \in \mathbf{R}^{n \times 1}$	電機子電圧ベクトル
R_i	モータ i の電機子抵抗	$\mathbf{R} \in \mathbf{R}^{n \times n}$	電機子抵抗行列 $\text{diag}(R_1, \dots, R_n)$
K_i	モータ i のトルク定数	$\mathbf{K} \in \mathbf{R}^{n \times n}$	トルク定数行列 $\text{diag}(K_1, \dots, K_n)$
P_i	モータ i のギア比	$\mathbf{P} \in \mathbf{R}^{n \times n}$	ギア比行列 $\text{diag}(P_1, \dots, P_n)$
$\mathbf{x}_d(t) \in \mathbf{R}^{l \times 1}$	目標マニピュレータ先端軌道	$\mathbf{y} \in \mathbf{R}^{n \times 1}$	$n \times 1$ の任意のベクトル
$\mathbf{z} \in \mathbf{R}^{2m \times 1}$	状態変数 $(\boldsymbol{\theta}^T, \dot{\boldsymbol{\theta}}^T)^T$		

第2章 筋骨格構造を基本とする運動学的冗長性と駆動冗長性の概要と，マニピュレータが冗長自由度を備える利点の工学的解析

本章では，本論文で主に扱う筋骨格構造を中心に，運動学的冗長性と駆動冗長性について説明を行い，冗長自由度と不良設定問題との関連についても概説する．また，マニピュレータが冗長自由度を備える利点についてもまとめ，本論文で特に論じる冗長自由度が最適化に利用できるという利点と，対故障性，信頼性を向上させるという利点について説明を行う．

2.1 生体の筋骨格構造と運動学的冗長性，駆動冗長性

2.1.1 運動学的冗長性と筋冗長性，及び冗長自由度の定義

ヒトの下肢をマニピュレータとして見たとき，矢状面の運動に限定すると図 2.1 に示すようにモデル化できる [19][20]．関節 H, K, A, 先端 T はそれぞれ腰関節，膝関節，踵関節，そしてつま先である．筋肉は筋 f_1 ，筋 e_3 などのように付着しているとモデル化される．

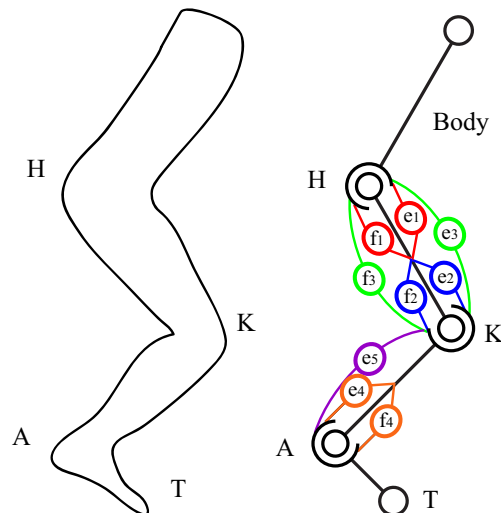


図 2.1: ヒト下肢のモデル

ヒト下肢は関節 H, 関節 K, 関節 A にそれぞれ運動の自由度が 1 つずつあるため，合計 3 自由度を有している．一方，足先の位置を矢状面において指定するためには 2 自由度のみ必要となるため， $1 (= 3 - 2)$ 自由度が冗長である．このように，作業空間の次数より，マニピュレータがもつ運動の自由度が高い場合，マニピュレータは運動

学的冗長性を持つという。運動学的冗長性をもてば、図 2.2(a) のように、マニピュレータ先端の位置、姿勢を変化させずに、マニピュレータ全体の姿勢変化が可能になる。

また、ヒトの下肢には、単に各関節を駆動させるために必要な筋の数と比較すると冗長な数の筋がついており、各関節へのトルクを変化させずに、それぞれの筋への力の込め方を変化させることができる。これは例えば、図 2.2(b) のように、関節 H を駆動させるためには筋 f_1, e_1, f_3, e_3 が力を発揮すればよいが、個々の筋肉が発揮する力の組み合わせが無数にあることを意味する。このようなアクチュエータに関する冗長性を駆動冗長性、特に生物に関しては筋冗長性と呼ぶ。

これら、運動学的冗長性、駆動冗長性にともなう冗長な自由度をまとめて、冗長自由度と呼ぶ。

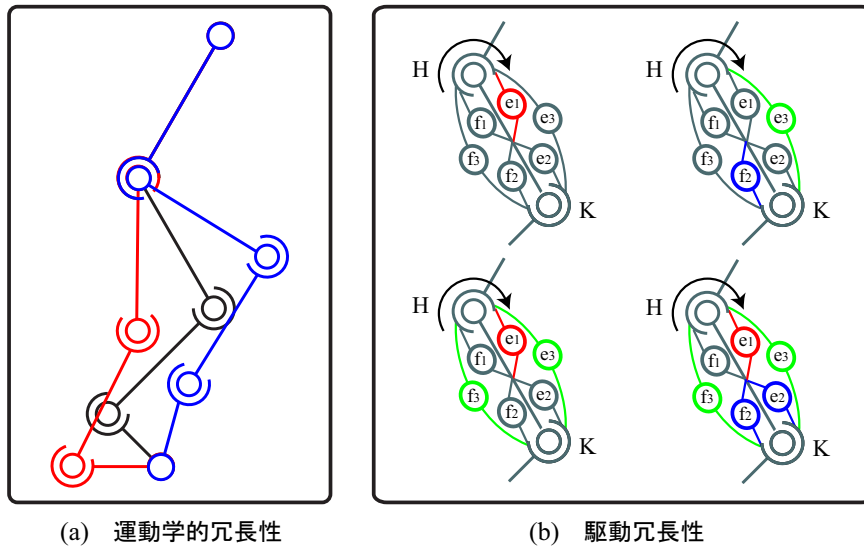


図 2.2: 運動学的冗長性と駆動冗長性

2.1.2 二関節筋を含む多関節筋の特徴

運動学的冗長性、駆動冗長性を有する他に、筋骨格構造の特徴として、複数の関節を同時に駆動させる筋が存在することが挙げられる。このような筋は多関節筋と呼ばれる [19]。一方、一つの関節を駆動させる筋を単関節筋、または一関節筋と呼ぶ。多関節筋の中で特に研究が行われているのが、隣接する 2 つの関節を同時に駆動させる二関節筋である。図 2.1 中の筋 f_3, e_3, e_5 が二関節筋である。二関節筋を備えることでマニピュレータ先端での最大出力分布の拡大 [19]、運動時の必要エネルギーが減少する [16] などの利点が知られている。

また、筋 f_1, e_1 のように、2 つの筋が互いに拮抗して付着する拮抗構造も筋骨格構造の重要な特徴である。そもそも収縮するときのみ力を発揮する筋のように、一方向にしか力を発揮しないアクチュエータでは、関節を両方向へ回転させるためには 2 つのアクチュエータを互いに拮抗するように付着させる必要がある。拮抗構造においては、拮抗する 2 つの筋が同時に力を発揮すると関節にかかるトルクが打ち消し合うため、関節を駆動させる場合には、回転方向へのトルクを発生させる一方のアクチュエータのみが力を発揮し、拮抗する他方のアクチュエータは力を全く発揮しないことが最も効率がよい。しかし、生体ではしばしば拮抗する筋が同時に張力を発揮することが知られている [21]。一見無駄に思えるこのような拮抗筋対の同時収縮が、マニピュレータの先端での剛性の制御 [21][22][23]、フィードフォワード制御でのリーチング動作の実現 [10][24] などに大きく貢献していると述べられている。

多関節筋と拮抗構造を持つという特徴は、従来の 1 つの関節に 1 つのモータを配置するロボットにはなく、生体に特有の特徴であり、生体の運動特性を理解しようとする研究、運動特性の向上を目的として筋骨格構造をロボットに取り込もうとする研究が活発に行われている。

2.1.3 各生物固有の筋配列

ヒトの下肢の筋配列は図 2.1 に示したが、カエルの下肢や、ウマなどの有蹄類の下肢の筋配列はそれぞれ図 2.3、図 2.4 のようにモデル化される [19][20]。ヒトに比べると、カエルでは筋 f_1, f_2 に相当する筋肉がなく、有蹄類では筋 f_3, f_3', f_5 という筋肉がついている。このように、筋配列は動物の種類によって異なることが知られている。筋配列が異なる理由としては、各動物がそれぞれの生活行動様式に適した筋配列を獲得したからであると考えられる。これはヒトであれば歩くのに適した筋配列、カエルであれば泳いだり跳んだりするのに適した筋配列、有蹄類であれば速く走るのに適した筋配列をしていると考えられる。進化の結果、それぞれの動物が様々な筋配列を獲得したことは興味深い事実ではあるが、それぞれの筋配列と運動性能との関係は今まで定性的な解析が中心で、定量的な解析があまりなされてこなかった。そのため、異なる筋配列がそれぞれどのような運動特性を持つのかを数理的に明らかにする必要がある。また、生物の筋配列の特性を解析することで、マニピュレータの設計に役立つ有益な知見が得られることも期待できる。

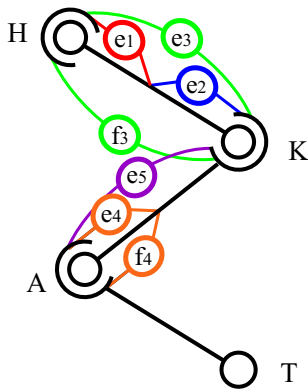


図 2.3: カエル下肢のモデル

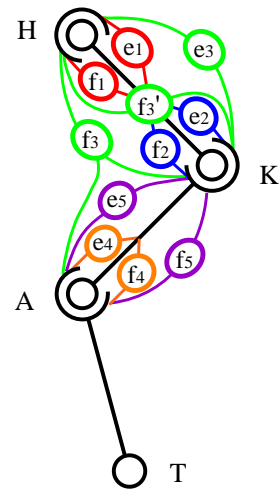


図 2.4: 有蹄類下肢のモデル

2.2 冗長自由度と不良設定問題

2.2.1 3 つの不良設定問題

筋骨格構造のもつ運動学的冗長性、駆動冗長性にともなう冗長自由度を利用することで、生物が巧みな動作を実現していると考えられるが、一方で、工学的に考えると冗長自由度をもつことは与えられたタスクをこなすための解が無数に存在し、一意に定まらない不良設定問題をはらんでいるということでもある。具体的には以下の 3 つの不良設定問題である [5][25]。

A 運動学的冗長性：冗長に存在する関節のどれをどのくらい動かすのか

B 軌道計画：無数に存在する軌道のうち、どれを選択するのか

C 駆動冗長性：冗長に存在するアクチュエータのどれをどのくらい駆動させるのか

A,Cはそれぞれ運動学的冗長性，駆動冗長性に関する不良設定問題であり，Bは軌道計画に関する不良設定問題である．軌道計画問題は，図2.5に示すように，始点から目標点まで移動するときに経路が複数考えられるとき，どの経路を選択するべきかという問題である．軌道計画問題は，冗長自由度が存在しないマニピュレータでも問題となるが，冗長自由度を有するマニピュレータでは冗長自由度を有する分，より複雑な問題となる．なお，これらの不良設定問題は，運動生理学の分野ではベルンシュタイン問題として1940年代から知られている[5]．

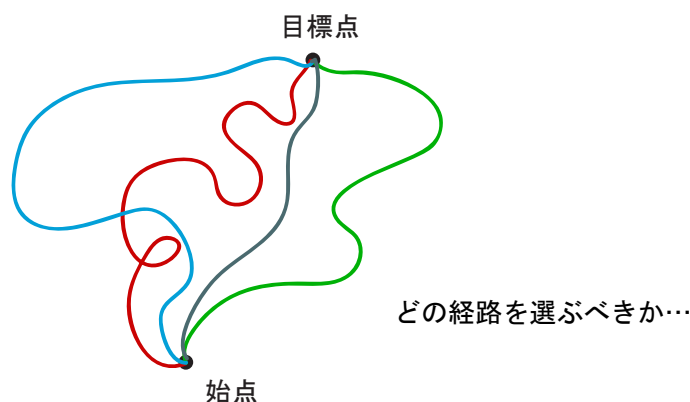


図 2.5: 経路計画問題

2.2.2 本論文で扱うタスクと3つの不良設定問題の関連

マニピュレータが行うべきタスクとして，先端から決められた力を出す，決められた位置に先端位置を移動させる，という2つのタスクを想定し，それぞれのタスクで現れる不良設定問題について述べる．決められた力を出すタスクは，本論文の第3章と第5章，先端位置を移動させるタスクは第4章でそれぞれ述べる．

先端から決められた力を出すタスク

マニピュレータの先端から力が出るというのは，図2.6(a)のように，アクチュエータが力を発揮すると関節にトルクが生じ，関節トルクにより先端に力が発生する，という原理による．姿勢が固定されたマニピュレータでは，決められた力を出す場合には，図2.6(b)のように，力が指定されると対応する関節トルクは一意に決定される．しかし，ある関節トルクを実現するアクチュエータ入力，駆動冗長性により無数に存在するため，アクチュエータ入力の決定は不良設定問題となる．この場合，運動学的冗長性に関する不良設定問題は関係しない．つまり，先端から決められた力を出す場合，駆動冗長性をいかに有効に使用するかがポイントとなる．

一方，マニピュレータの姿勢が固定されていない場合には運動学的冗長性にも不良設定問題となる．先端位置を動かさない範囲でマニピュレータの姿勢を変化させることができる．決められた力を出す関節トルクはマニピュレータの姿勢によって一意に決まるため，図2.6(c)のように運動学的冗長性は関節トルクに影響を持つ．

なお，図2.6(d)に示したのは，アクチュエータ入力空間，関節トルク空間，力空間それぞれの関係である．それぞれの空間の次元は，駆動冗長性，運動学的冗長性の分，アクチュエータ入力空間，関節トルク空間，力空間の順に大きい．

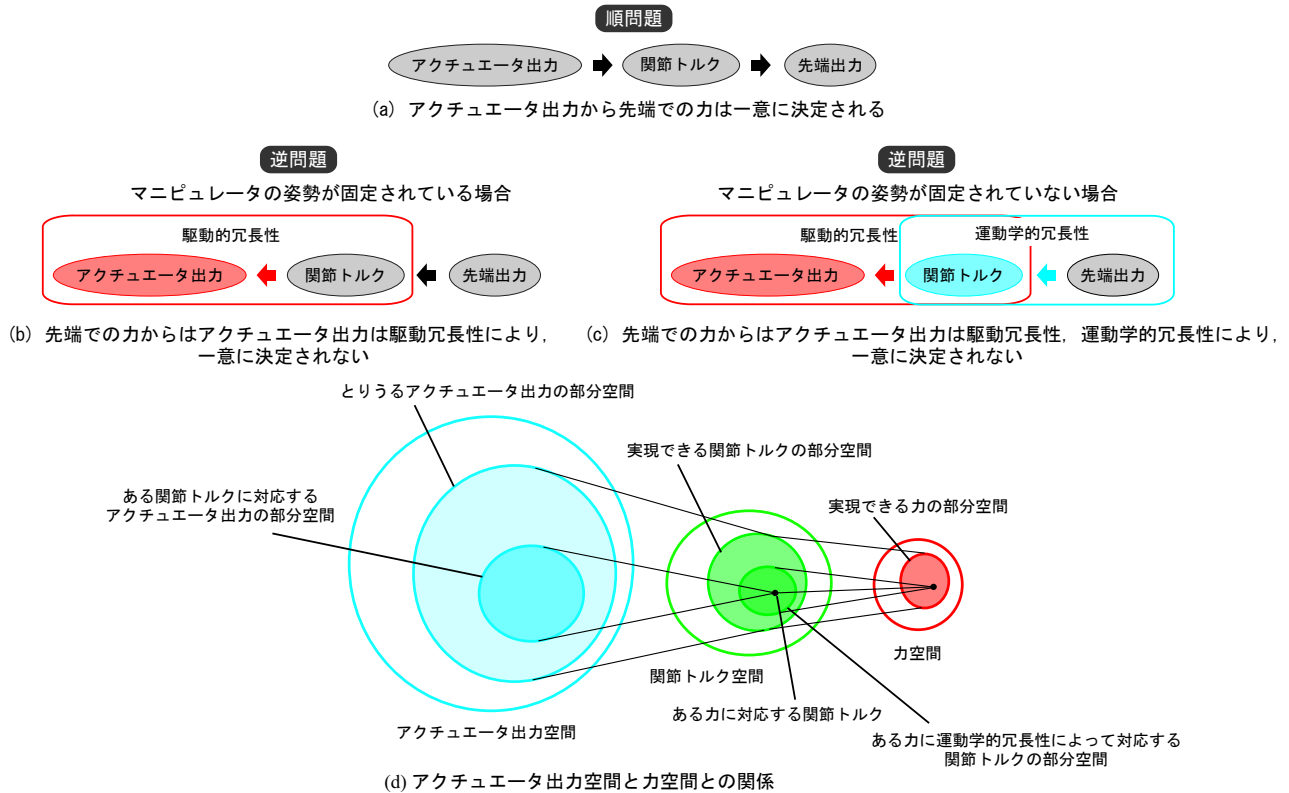


図 2.6: 先端から決められた力を出すタスクと不良設定問題

先端位置を決められた位置に移動させるタスク

先端位置を移動させる順問題は、図 2.7(a) のように、アクチュエータ入力から関節トルクが求まり、関節トルクと運動方程式によって関節角加速度が求まり、関節角と先端位置との運動学的な関係から先端加速度が関節角加速度から求められ、先端加速度を積分することで変化する手先位置が計算できるという流れを持つ。逆に、決められた位置に先端を移動させる逆問題は、図 2.7(b) のように、時間軸を考える必要があるため、問題全体が軌道計画問題となる。また、ある先端加速度を実現する関節角加速度は運動学的冗長性の分、自由度を持つ。ある関節角加速度を実現する関節トルクは一意に決まり、ある関節トルクを実現するアクチュエータ入力駆動冗長性の分、自由度を持つ。そのため、全体として軌道計画問題、先端加速度と関節角加速度で運動学的冗長性の不良設定問題、関節トルクからアクチュエータ入力駆動冗長性の不良設定問題という 3 つの問題を含む。

図 2.7(c) に示したのは、アクチュエータ入力空間、関節トルク空間、関節角加速度空間、手先加速度空間それぞれ関係である。

2.3 冗長自由度をもつ利点

マニピュレータが冗長自由度を有する利点を分類する。

1. 何らかの指標の最適化に利用できる
2. 対故障性、信頼性を向上させる
3. 制御の簡単化のために利用できる

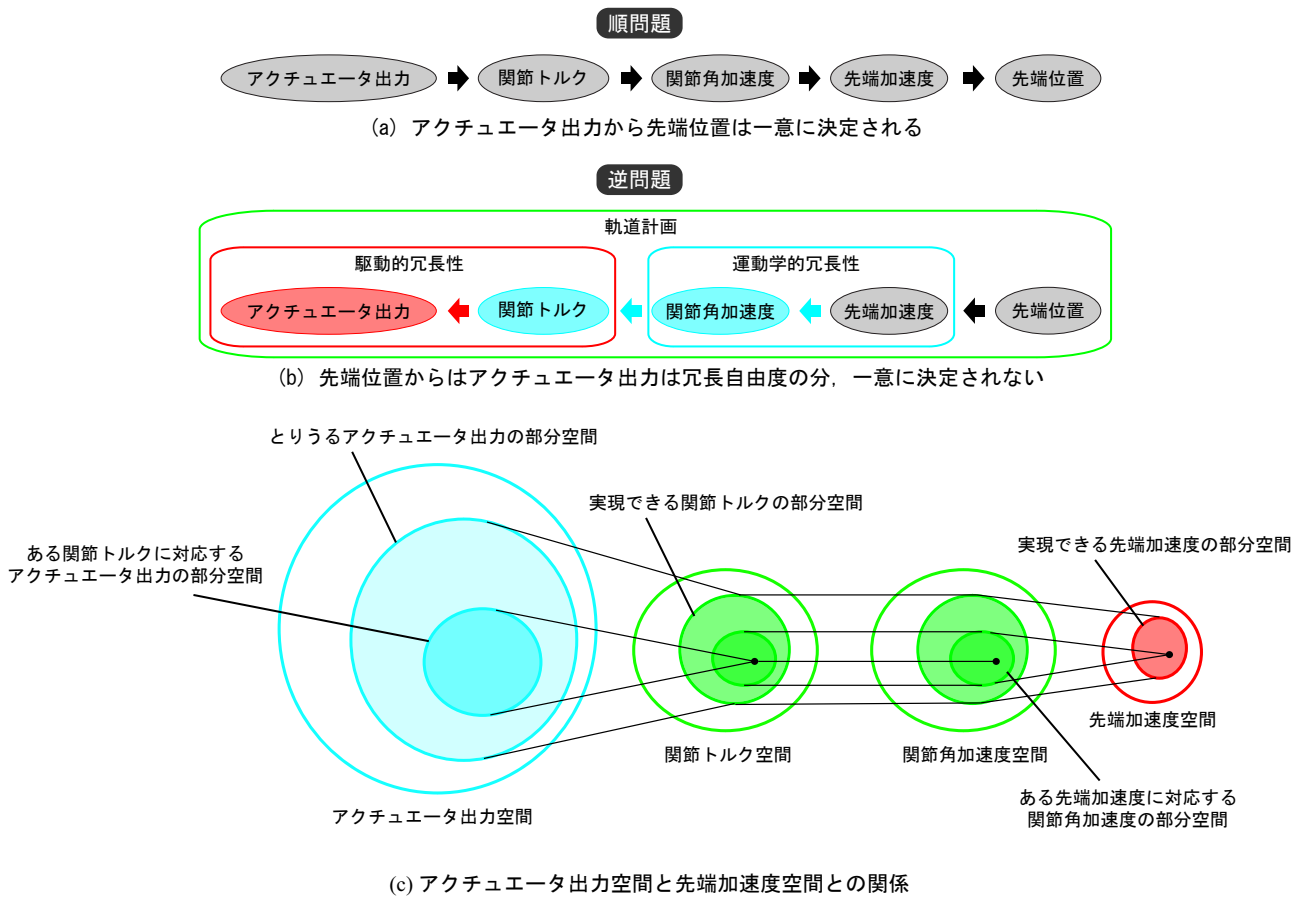


図 2.7: 先端を決められた位置に移動させるタスクと不良設定問題

4. 外乱に対するロバスト性を向上させる
5. 高出力，高剛性，高精度のために利用できる
6. 姿勢の自由度が増大する
7. 複数のタスクを同時に行うために利用できる

本論文で扱うのは 1. 何らかの指標の最適化に利用できる，と 2. 対故障性，信頼性を向上させる，という 2 つの利点である。

冗長自由度を最適化に利用するという視点からは，多くの既存研究があることは第 1 章で述べた．本論文でもこの視点から，第 3 章においてマニピュレータの出力最大化，加速度最大化，第 4 章において CP 制御時に必要なエネルギーの最小化の方法論と定量的評価を行う．

一方，冗長自由度がマニピュレータの対故障性，信頼性を向上させるということは既存研究ではあまり着目されてこなかった．マニピュレータが駆動冗長性を有することで，一部のアクチュエータが故障，破損などの原因により出力を低下させても，他のアクチュエータが出力を協調して補い，マニピュレータからの出力を維持できる．このような対故障性，信頼性は，本来冗長性に期待されていたものであり，鉄道分野でのブレーキの伝達経路の多重化や変電所の複数化，情報技術分野での RAID によるデータ損失の回避，宇宙観測衛星などでのセンサ類，情報処理系の多重化などに実際に実装されている．

ヒトなどの生物の身体運動においても，冗長自由度を持つことによる対故障性，信頼性は重要な概念である．筋が疲労や怪我などによって出せる力の最大値が下がることはよくあり，関節が炎症を起こして，動かせないということもままある．このような場面においても，万全の状態と比べると動作がぎこちなく，遅いとは言え，なんとか歩ける，移動できるということは生存するために重要な要素であり，また，日常生活を送る上でも大きな意味を持つ．ヒトをはじめ生物にとって冗長自由度とは，何らかの最適化を行うために存在しているというより，一部の筋，関節の不調に対してロバストに運動できるために存在している役割の方が大きいのではないかと考える．第 5 章でマニピュレータの出力維持に関する信頼度を計算する方法について述べ，冗長自由度と信頼度との定量的な関連について論じる．

第3章 線形計画法を用いた冗長自由度を有するマニピュレータの出力及び加速度の最大化手法の提案と工学的検証

本章では、マニピュレータが持つ冗長自由度を最適化に利用するという視点から、静止状態においてマニピュレータが発生する力、また、運動時にはマニピュレータ上の任意の点の加速度の最大化を行う。それぞれの内容は第I部、第II部に対応する。まず第I部では、与えられた姿勢において、アクチュエータ制限下でアクチュエータ出力を最適化し、マニピュレータが発生する力を最大化する見通しのよい方法について述べる。提案する手法を用いて、先行研究で得られている3対6筋構造の先端出力制御について検証を行う。また、有蹄類下肢の先端出力分布を求め、筋配列との関連について考察を行う。次に、運動学的冗長性も最適化し、姿勢を変化させてマニピュレータが発生する力を最大化する方法について論じる。提案する手法を用いて、2関節2対4筋構造、2関節3対6筋構造、3関節3対6筋構造の先端最大出力を計算し、駆動冗長性、運動学的冗長性と先端最大出力との関連について検証を行う。第II部では、マニピュレータの加速度を、アクチュエータ出力を最適化することで最大化する見通しのよい方法を導出する。提案する手法を用いて、ヒトの下肢の重心での最大加速度分布を計算し、最大筋張力と行動様式との関連について述べる。最後に、基本動作である垂直跳び動作が提案手法を応用して実現できたことを報告する。

3.1 冗長マニピュレータの出力，加速度に関する既存研究

3.1.1 操作性指標

マニピュレータを設計する際、あるいは制御する際には、マニピュレータの構造からマニピュレータの操作性を評価する指標があると便利である。実際、吉川によって1980年代に運動学的冗長性を持つマニピュレータの操作性を評価する、操作力楕円体、動的可操作性楕円体が提案された[13][15]。操作力楕円体とは、単位長さを持つ任意の関節トルクベクトルによってマニピュレータが発生する力の分布のことで、操作力楕円体の長軸、短軸、体積といった特徴量から、マニピュレータが力を発生しやすい方向、発生しにくい方向などを定量的に評価できる。一方、動的可操作性楕円体は、関節トルクベクトルとマニピュレータの手先先端での加速度の関係を評価するものである。しかし、これらの操作力楕円体、動的可操作性楕円体はマニピュレータが発生させやすい力の方向や加速度を出しやすい方向などは評価できるが、マニピュレータの特性として重要な、マニピュレータが発生することのできる力の最大値、加速度の最大値を正しく評価することはできない。そこで、マニピュレータが発生できる力の最大値、加速度の最大値を簡単に求める手法を導出する。

3.1.2 操作力楕円体と最大出力分布との比較

操作力楕円体と提案する手法で求める最大出力分布の比較を行う。

アクチュエータ出力空間の部分空間が力空間へ写像されたものであるという点は、操作力楕円体と最大出力分布とも共通する。また、写像という操作は力学的関係に基づくものであり、これも同一である。二つの違いは写像するアクチュエータ出力空間の部分空間の違いにある。

操作力楕円体は図 3.1 に示す通り、写像する部分空間がアクチュエータ出力空間において単位半径を持つ球である。単位長さの半径の球を力空間へ写像することで、アクチュエータ出力空間と力空間との間の写像の性質がよく分かり、力の出しやすい方向、出しにくい方向などの傾向が把握できる。

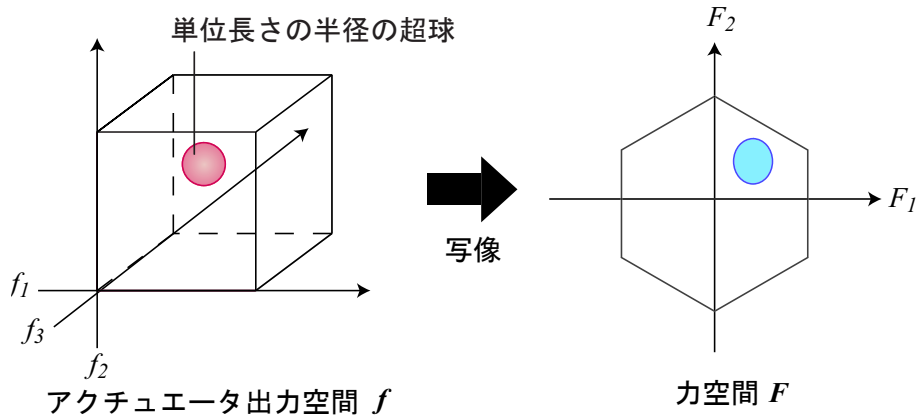


図 3.1: 可操作力楕円体。アクチュエータ出力空間において単位長さの半径をもつ超球の力空間での写像。

一方、最大出力分布は図 3.2 に示す通り、写像する部分空間がアクチュエータとして出しえる力が占める部分空間である。アクチュエータが出しえるアクチュエータ出力全体を力空間へ写像するため、マニピュレータが出せる力の分布が全て求まる。

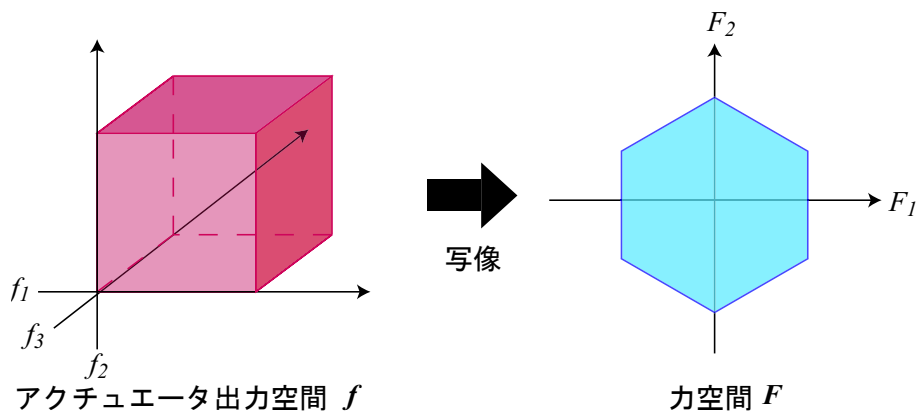


図 3.2: 最大出力分布。アクチュエータ出力空間全体の力空間での写像。

操作力楕円体はマニピュレータが出せる力の傾向を把握するのに有用であり、最大出力分布はマニピュレータの出せる力の限界を知ることができるという点で有用である。

3.1.3 3対6筋構造におけるマニピュレータ先端からの出力制御方法

従来，3対6筋構造と呼ばれる構造に着目し，マニピュレータが発する力の制御を簡単化する研究が行われてきた．図3.3に3対6筋構造のモデルを示す．3対6筋構造はヒト上肢のモデルとしてよく用いられる．

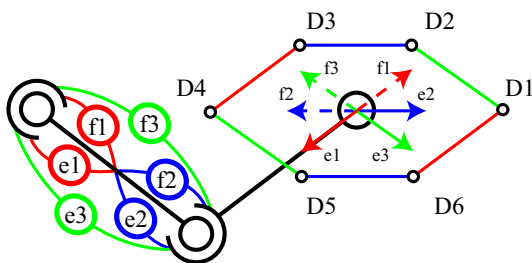


図 3.3: 3対6筋構造のモデル

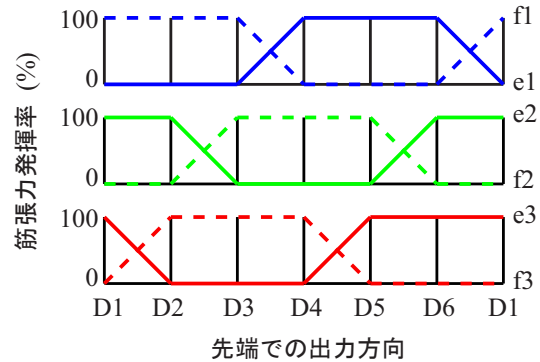


図 3.4: 3対6筋構造での先端出力方向と筋張力の関係

3対6筋構造は，6つの筋 $f_1, e_1, f_2, e_2, f_3, e_3$ を持ち，それぞれ $(f_1, e_1), (f_2, e_2), (f_3, e_3)$ という3組の拮抗対を構成する．3対6筋構造では，第一リンク，第二リンクの長さ，第一関節，第二関節の半径がそれぞれ等しく，全ての筋の最大筋張力が等しいという条件が満たされると，特異的に先端出力制御が簡単化することが理論的に分かっている [31][32]．具体的には，図3.3のマニピュレータ先端での出力方向 D1-D6 を基準として，図3.4のように線形パターンの補間によって計算した各筋の出力によって，任意の方向への力をマニピュレータが出すことが出来る．この制御は，冗長自由度が制御の簡単化に利用されている好例である．

一方，Valerio はアクチュエータ出力の ∞ -ノルムを考えることで，マニピュレータが出すべき力が与えられたときの，アクチュエータ出力の最大値を最小にする制御を提案している [33]．この制御方法では，全アクチュエータの出力のうち，出力が最大のものの値を最小化するために冗長自由度を利用している．アクチュエータ出力の最大値を最小化できるため，負荷の分散という点で優れた制御だと言える．

これらの制御方法は，指定された力を実現する方法である．本章で扱う方法は，アクチュエータが出せる力の制限が与えられたときに，マニピュレータが出せる力の最大値を求める方法である．

第I部 マニピュレータが発する力の最大化

3.2 最大出力求解の線形計画問題としての定式化

本節では運動学的冗長性，駆動冗長性を有するマニピュレータを対象とし，マニピュレータが発生し得る力の最大値を求める最適化問題が，線形計画問題として定式化できることを示す．

3.2.1 筋張力とマニピュレータが発する力の関係

図3.5に示す3関節マニピュレータを対象に，与えられた関節角度，筋肉がアクチュエータとして出しうる最大張力のもとで，任意の方向への力を最大化する方法の導出を行う．なお，より一般的な N 関節マニピュレータへの拡張も同様に行える．

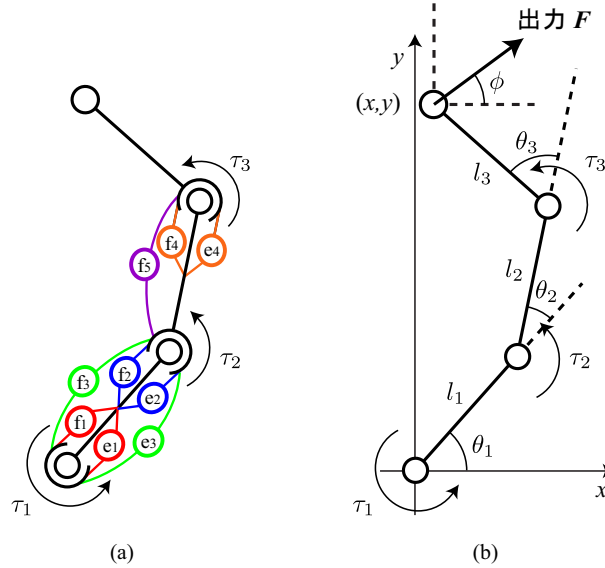


図 3.5: 3 関節マニピュレータのモデル

各関節のなす角を $\theta = (\theta_1, \theta_2, \theta_3)^T$, 力を発揮するマニピュレータ上の点の座標を $x(\theta) = (x, y)^T$ として表す . 力を発揮する点 $x(\theta)$ はマニピュレータ先端に限定されない . 関節トルクベクトル $\tau = (\tau_1, \tau_2, \tau_3)^T$ とマニピュレータが発生する力 $F = (F_x, F_y)^T$ との間には , 仮想仕事の原理よりヤコビ行列 $J(\theta)$ を利用して以下の関係が成り立つ .

$$\tau = J^T(\theta)F \quad (3.1)$$

一方 , 各筋の出力を並べた筋張力ベクトル f と関節トルクベクトル τ は式 (3.2) の関係にある .

$$\tau = A(\theta)f \quad (3.2)$$

$A(\theta)$ は各筋の筋張力が各関節においてどれだけのトルクに変換されるかというモーメントアームを表す行列となっており , 図 3.5(a) の筋配列を持つマニピュレータでは以下のように書ける .

$$A(\theta) = \begin{pmatrix} r_{11} & -r_{12} & 0 & 0 & r_{15} & -r_{16} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_{23} & -r_{24} & r_{25} & -r_{26} & 0 & 0 & r_{29} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_{37} & -r_{38} & r_{39} \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

なお , r_{ij} は i 番目の関節に対する筋張力ベクトル f の第 j 要素の筋のモーメントアームであり , 正の値をとる . 筋張力ベクトル f は以下となる .

$$f = \left(f_1, e_1, f_2, e_2, f_3, e_3, f_4, e_4, f_5 \right)^T \quad (3.4)$$

これらの関係式の他に , 筋出力にはアクチュエータとしての上限 f_{\max} と下限 f_{\min} が存在するため , 筋張力ベクトル f には以下の制約が課せられる . ただし不等式はベクトルの要素ごとに成立するものとする .

$$f_{\min} \leq f \leq f_{\max} \quad (3.5)$$

式 (3.1) , 式 (3.2) をまとめると以下の式が得られる .

$$\tau = J^T(\theta)F = A(\theta)f \quad (3.6)$$

3.2.2 筋張力と関節トルクとの関係

式(3.2)で表されるように、関節トルクベクトル τ が筋張力ベクトル f の線形和で表せる関係が筋骨格構造の特徴である。筋 f_3 のモーメントアームベクトルである式(3.3)の第5列目を見ると分かるように、二関節筋が筋張力を発揮すると、同時に二つの関節に回転トルクが生じる。また、行列 $A(\theta)$ は 3×9 行列であり、ある関節トルクベクトル τ を生じさせる筋張力ベクトル f が無数に存在するという筋冗長性を意味する。本章では、マニピュレータが有する冗長自由度を利用し、発揮する力を最大化する各筋張力とその時の力の最大値を理論的に示す。

3.2.3 線形計画問題としての定式化

式(3.5)を満たす筋張力ベクトル f のうち、マニピュレータから発揮される力 F の大きさを最大化する筋張力ベクトル f と力の最大値を求める。そのため、発揮される力 F が筋張力ベクトル f によって陽に表されることが好ましい。しかし式(3.6)においてヤコビ行列 $J(\theta)$ が正則ではなく逆行列を持たないことから、筋張力ベクトル f からは関節トルクベクトル τ を介して間接的に発揮される力 F が表されるのみであり、陽に表すことはできない。これは運動学冗長性を持つことに由来する。そこで、問題を簡単化するためにマニピュレータ先端から発生する力 F を以下のように、力の大きさ F と出力方向 ϕ を用いて記述する。

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix} = F \begin{pmatrix} \cos \phi \\ \sin \phi \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

式(3.7)を式(3.6)に代入する。

$$F \mathbf{J}^T(\theta) \begin{pmatrix} \cos \phi \\ \sin \phi \end{pmatrix} = F \mathbf{b}(\phi, \theta) = \mathbf{A}(\theta) \mathbf{f} \quad (3.8)$$

ただし、 $\mathbf{b}(\phi, \theta) = \mathbf{J}^T(\theta) (\cos \phi \ \sin \phi)^T$ とおいた。式(3.8)を力の大きさ F が筋張力ベクトル f によって陽に表されるように同値変形すると、以下の2つの方程式が導ける。

$$F = \mathbf{b}^+(\phi, \theta) \mathbf{A}(\theta) \mathbf{f} \quad (3.9)$$

$$(\mathbf{I} - \mathbf{b}(\phi, \theta) \mathbf{b}^+(\phi, \theta)) \mathbf{A}(\theta) \mathbf{f} = \mathbf{0} \quad (3.10)$$

$\mathbf{b}^+(\phi, \theta)$ は $\mathbf{b}(\phi, \theta)$ の擬似逆行列である。式(3.9)が所望の関係式である。一方、式(3.10)は、ある筋張力ベクトル f に対して方向 ϕ への出力 F が存在することを保証する条件である。最大出力を求める問題は、式(3.9)で表される力の大きさ F を、式(3.10)の等式制約と式(3.5)の不等式制約のもとで最大化する筋張力ベクトル f と最大出力 F_{\max} を求める問題と捉えることができる。以上をまとめると、線形計画問題としてマニピュレータの最大出力を求める問題が以下のように定式化できる。

最大出力求解の線形計画問題

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{f}} \quad & F = \mathbf{b}^+(\phi, \theta) \mathbf{A}(\theta) \mathbf{f} \\ \text{s.t.} \quad & (\mathbf{I} - \mathbf{b}(\phi, \theta) \mathbf{b}^+(\phi, \theta)) \mathbf{A}(\theta) \mathbf{f} = \mathbf{0} \\ & \mathbf{f}_{\min} \leq \mathbf{f} \leq \mathbf{f}_{\max} \end{aligned} \quad (3.11)$$

ここで、運動学的冗長性、筋冗長性を有するマニピュレータからの最大出力を求める最適化問題が線形計画問題に帰着できた理由を以下に整理する。

1. 式 (3.2) のように，関節トルクベクトル τ が筋張力ベクトル f の線形和で表されるという特徴を筋骨格構造が有している．
2. 式 (3.7) のように，マニピュレータが発生する力というベクトルを方向 ϕ と大きさ F とに分解し，最大化すべき量を力の大きさというスカラー量に絞ったことで計算を簡単化できる．

また，提案手法の特徴は以下のようにまとめられる．

1. 拮抗構造，多関節同時駆動などの筋骨格構造に対して使用できる．
2. 運動学的冗長性，駆動冗長性をもつマニピュレータから発揮できる最大出力が線形計画問題 (3.11) によって簡単に計算できる．
3. 力を出す点が先端に限定されない．

3.3 3 対 6 筋構造の先端最大出力分布

先に述べた通り，3 対 6 筋構造ではリンクの長さが等しいなどの条件を課すと，先端出力制御が非常に簡単に行える．本節では，前節で導いた線形計画問題を利用する最大出力計算手法を利用して，筋張力の線形パターンの補間に基づく先端出力制御に，出力最大という観点から最適性の保証を与える．また，図 3.4 の線形パターンの横軸が何を意味するのか明らかにする．

想定する 3 対 6 筋構造のマニピュレータの基本パラメータを示す．

$$l_1 = 1.0, \quad l_2 = 1.0 \quad [\text{m}] \quad (3.12)$$

$$\mathbf{f}_{\min} = (0, 0, 0, 0, 0, 0)^T \quad [\text{N}] \quad \mathbf{f}_{\max} = (10, 10, 10, 10, 10, 10)^T \quad [\text{N}] \quad (3.13)$$

$$\mathbf{A}(\theta) = 0.1 \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad [\text{m}] \quad (3.14)$$

関節角度を $(\theta_1, \theta_2) = (-60, 120)$ deg に設定したときの，マニピュレータ先端の最大出力分布を図 3.6(a) に示す．力の方向 1 周期につき 500 分割して最大出力を計算した．先端最大出力分布が正六角形となり，先行研究で既に得られている結果と一致する．また，図 3.6(b) に出力方向と最大出力を実現する筋張力との関係を示す．横軸を出力方向にとることで筋張力が線形パターンをとるように見えるが，Valerio らが文献 [33] で述べているように，完全な線形パターンからわずかにずれている．そこで，横軸を積算最大出力 $S(\phi)$ にとることを考える．積算最大出力 $S(\phi)$ とは，出力方向 ϕ における最大出力の大きさを $F_{\max}(\phi)$ としたとき，以下のように定義される値である．

$$S(\phi) := \int_0^{\phi} F_{\max}(\psi) d\psi \quad (3.15)$$

積算最大出力 $S(\phi)$ は出力方向 0 から ϕ までの最大出力の大きさの積分のことであり，最大出力分布のうち，出力方向 0 から ϕ までを掃く面積である．このような積算最大出力 $S(\phi)$ を横軸に，最大出力を実現する筋張力を縦軸にとったものを図 3.6(c) に示す．また，図 3.6(d) は出力方向 ϕ と積算最大出力 $S(\phi)$ を対応させたものである．図 3.6(c) から，筋張力が積算最大出力 $S(\phi)$ について線形パターンをとることが分かる．図 3.6(d) から，出力方向 ϕ と積算最大出力 $S(\phi)$ が厳密な線形対応をしているのではなく，わずかに線形対応から外れていることが分かる．出力方向 ϕ と積算最大出力 $S(\phi)$ が厳密な線形対応をとるのは最大出力が出力方向 ϕ によらず一定値，つまり最大出力分布が円となる場合であり，図 3.6(a) のように最大出力分布が正六角形では出力方向 ϕ と $S(\phi)$ とが線形対

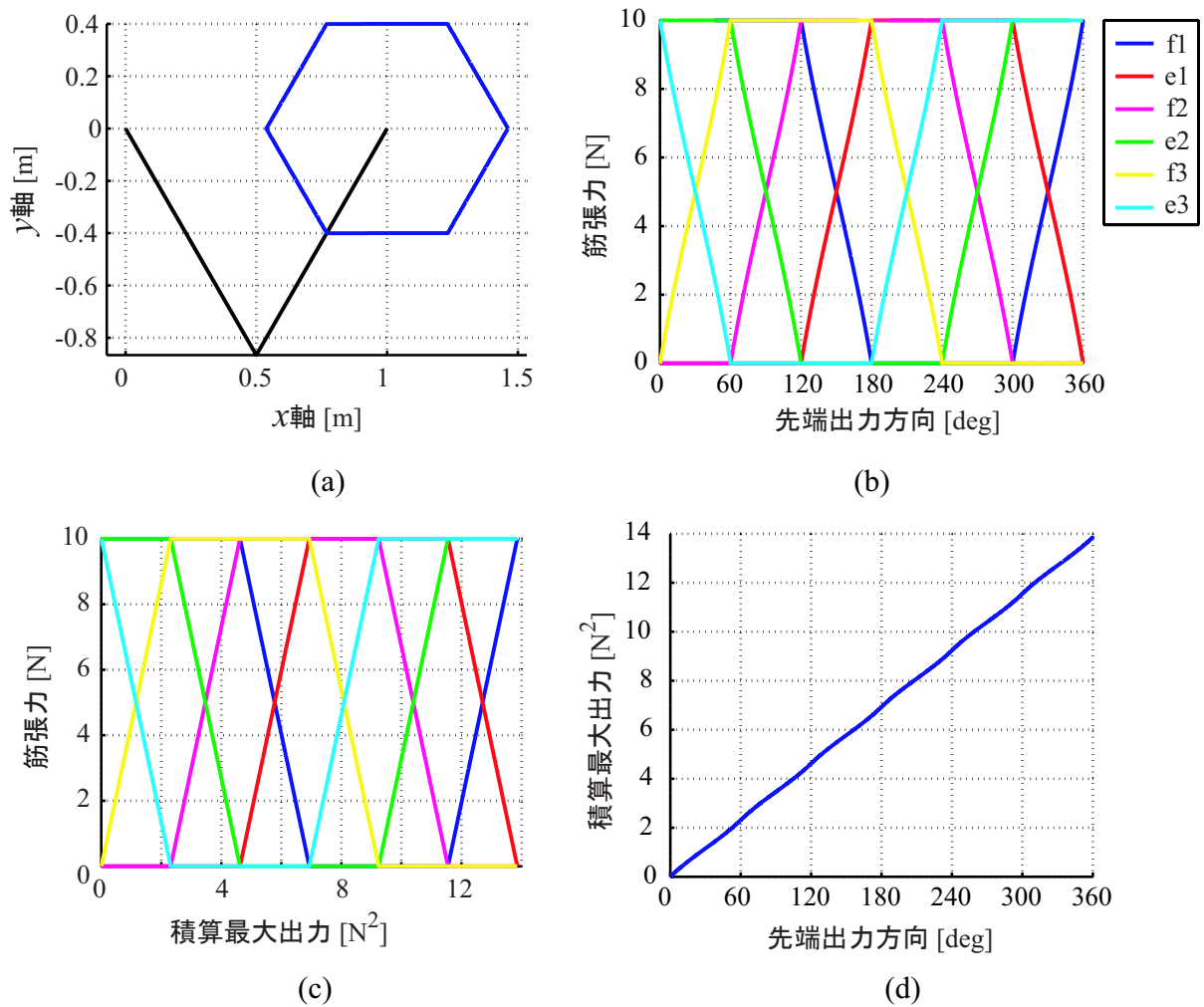


図 3.6: $(\theta_1, \theta_2) = (-60, 120)$ deg での最大出力分布と筋張力，積算最大出力の関係

応しない。ただし，正六角形と円は比較的近いので，図 3.6(b) のように，出力方向と筋張力が線形パターンに近い対応関係をとる。

次に，関節角度を $(\theta_1, \theta_2) = (-15, 30)$ deg に設定したときの，マニピュレータ先端での最大出力分布を図 3.7 に示す。図 3.7(a) のように，マニピュレータの姿勢が変化すると最大出力分布の形状も変化する。最大出力分布が六角形である点は図 3.6(a) と同じであるが，マニピュレータが x 軸方向へ伸びたことに対応して，最大出力分布も x 軸方向へ伸びている。図 3.7(b) に出力方向と最大出力を実現する筋張力の関係を示す。マニピュレータの姿勢が変化することで，出力方向と最大出力を実現する筋張力とが線形パターンを取らないことが明確になった。図 3.6(b) と比較して，線形パターンからのズレが大きい。また，この結果は Valerio らによる ∞ -ノルム最小化に基づく方法の結果ともよく一致する。しかし，図 3.7(c) に示すように，積算最大出力と筋張力の関係は線形パターンをとる。このことから，マニピュレータの姿勢によらず積算最大出力と筋張力の関係は線形パターンとなることが予測される。図 3.7(d) に出力方向 ϕ と積算最大出力 $S(\phi)$ を示す。図 3.7(b) に対応して線形対応から大きく外れている。

以上のように，任意の姿勢においても積算最大出力を横軸にとることで，アクチュエータ出力を線形パターンの補間で与えることで目標出力方向へ力を出せることが予測できる。また，以上の議論が線形計画問題による最適

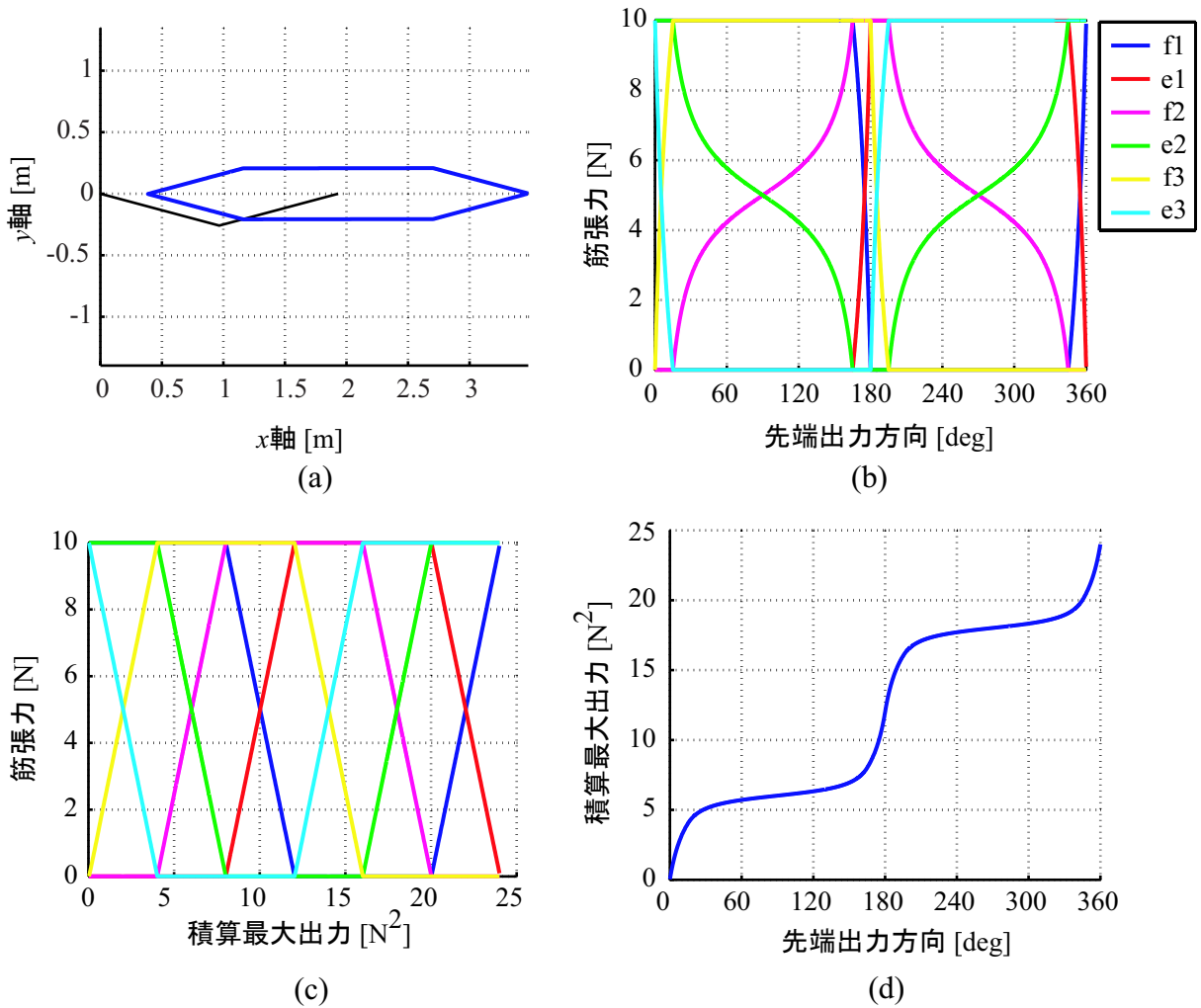


図 3.7: $(\theta_1, \theta_2) = (-15, 30)$ deg での最大出力分布と筋張力，積算最大出力の関係

化の結果に基づいていたので，マニピュレータが与えられた出力制限下で出しえる最大出力だと保証できる．ただし，積算最大出力を横軸にとることでアクチュエータ出力が線形パターンとなることは，数値の上で成り立つことは上記のように示せたが，数式の上では別途確認が必要であると思われる．

3.4 有蹄類下肢の先端最大出力分布

本節では，第 3.2 節で導出した手法を用いて有蹄類下肢先端の最大出力分布を求め，筋配列との関係について考察を行う．

有蹄類下肢の筋配列を図 3.12 のようにモデル化する [7][19]．有蹄類の下肢には関節 K をまたぐ筋 f_3 とリンクと交差する筋 f'_3 が存在することが特徴である．これからモーメントアーム行列 $A(\theta)$ を以下のようにおく．

$$A(\theta) = 0.05 \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad [\text{m}] \quad (3.16)$$

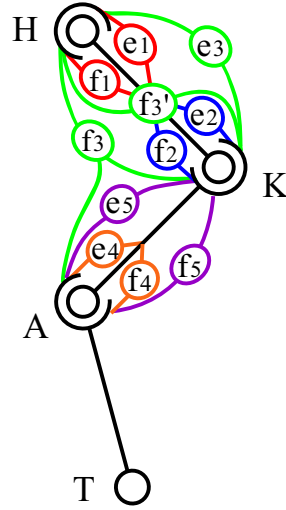


図 3.8: 有蹄類の下肢のモデル

ここで筋張力ベクトル f は以下のようにとる .

$$f = \left(e_1, f_1, e_2, f_2, e_3, f_3, f_3', f_4, e_4, f_5, e_5 \right)^T \quad (3.17)$$

関節角 $\theta = (\theta_1, \theta_2, \theta_3)$, リンク長 (l_1, l_2, l_3) , 最小筋張力 f_{\min} , 最大筋張力 f_{\max} を以下のようにおく .

$$\theta = (-45, -90, 60)^T \text{ [deg]} \quad (3.18)$$

$$(l_1, l_2, l_3) = (1, 1, 1) \text{ [m]} \quad (3.19)$$

$$f_{\min} = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T \text{ [N]} \quad (3.20)$$

$$f_{\max} = (100, 100, 100, 100, 100, 100, 100, 100, 100, 100, 100)^T \text{ [N]} \quad (3.21)$$

図 3.12 の有蹄類下肢の先端最大出力分布と、有蹄類下肢の筋配列に特徴的な筋 f_3 , 筋 f_3' を除いた場合の先端最大出力分布を計算し、出力分布特性を比較する . 計算した分布を図 3.9 に示す . なお、出力方向を一周期 500 分割して最大出力分布を求めた .

筋 f_3' を持たない場合の分布図 3.9 (c)(d) に比べ、筋 f_3' を持つ場合の分布図 3.9 (a)(b) の方が下方向への最大出力が大きくなることを見て取れる . このことから、筋 f_3' が下方向への出力に寄与していることが分かる . これは筋 f_3' が筋張力を発生させると、先端 T を下方向に押し下げよう関節 H , 関節 K がトルクを生じるためだと考えられる . また、筋 f_3 も筋 f_3' ほどではないが、下方向への出力に寄与していることが分かる .

このように、本手法は 3 対 6 筋構造に限定せず、関節数が多く、より複雑な筋配列を持つマニピュレータに対してもマニピュレータからの最大出力を簡単に求めることができ、その特性を評価できる . 本手法を用いて、様々な筋骨格構造を持つ生物の先端出力特性を把握し、多関節マニピュレータの設計に役立てることができる .

3.5 実験機による多関節マニピュレータの先端出力制御の検証

本節では、第 3.2 で論じた、冗長自由度を持つマニピュレータの最大出力の計算法を実験機を用いて検証する . 実験機を実際に製作し、第 3.2 で論じた方法により計算した先端出力分布と、実験機先端で計測した力分布とを比較する .

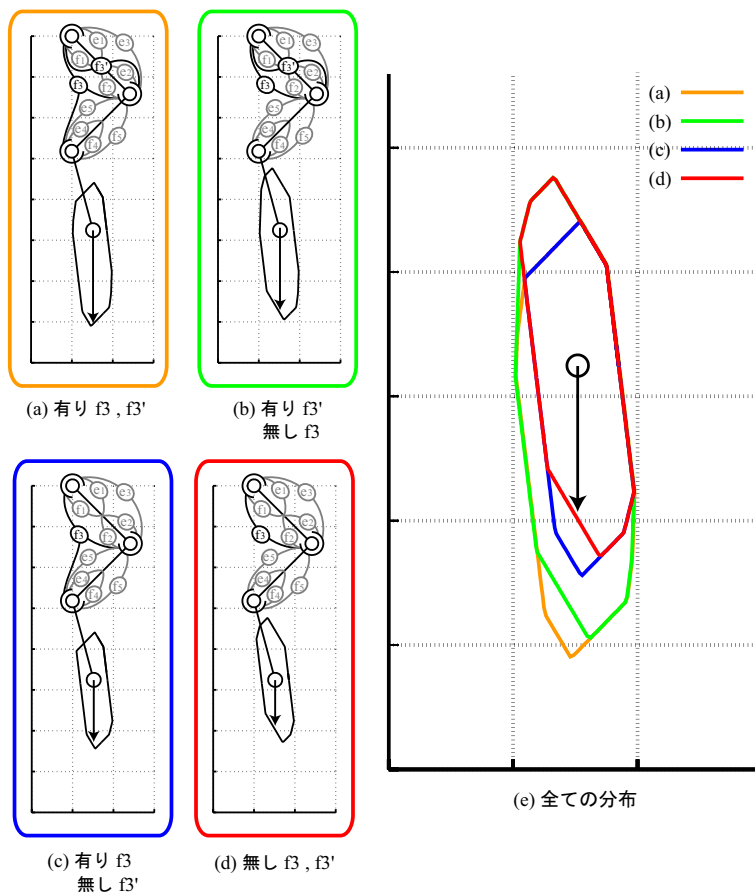


図 3.9: 特徴的な筋 f_3, f'_3 の有無による最大先端出力分布の変化

3.5.1 実験機概要

実験機の全体像を図 3.10 に示す．運動学的冗長性を持つマニピュレータとして 3 関節マニピュレータを製作した．アクチュエータは各関節に DC モータを配置し，同じく各関節に配置したエンコーダにより関節角度情報を得ている．駆動冗長性は機構的に実現することが困難であるため，仮想的に冗長なアクチュエータを想定し，それらアクチュエータが発生するトルクをモーメントアームによって各関節のトルクに変換し，各 DC モータへの入力を計算することで，ソフトウェア的に実現した．実験機の構成要素の諸元や，制御システムの詳細は付録 B にまとめた．

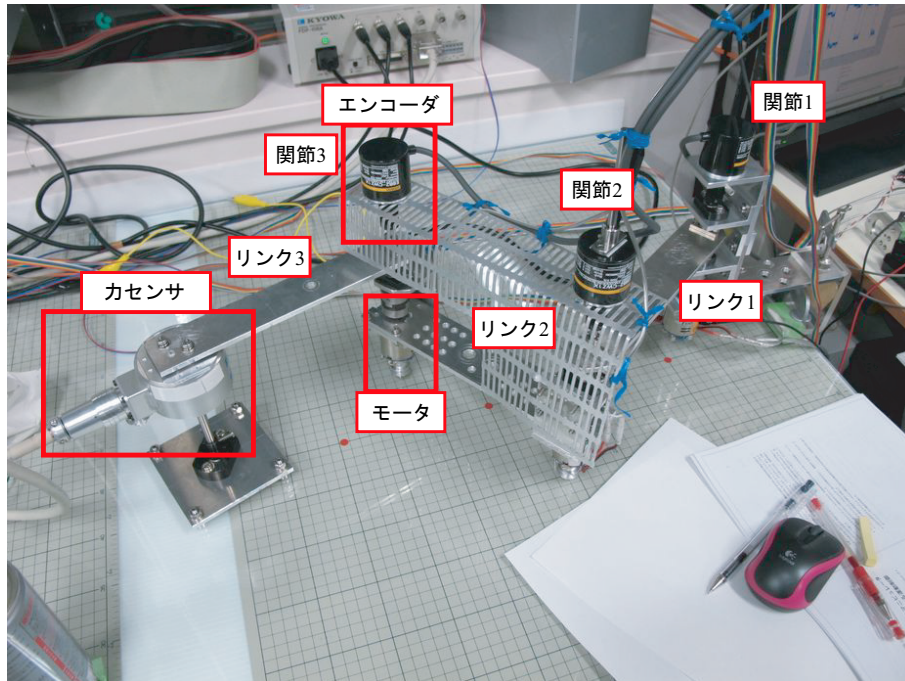


図 3.10: 実験機全体写真

3.5.2 駆動冗長性を持たない構造の先端出力分布の比較

駆動冗長性を想定せず、各関節に配置した DC モータによってマニピュレータ先端から出せる力の分布を比較した。計算に用いたマニピュレータの基本パラメータを示す。

$$A(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad [\cdot] \quad (3.22)$$

$$\theta = (-45, -45, -45)^T [\text{deg}], \quad (l_1, l_2, l_3) = (0.2, 0.2, 0.2) [\text{m}] \quad (3.23)$$

$$f_{\min} = (-0.5, -0.5, -0.5)^T [\text{Nm}], \quad f_{\max} = (0.5, 0.5, 0.5)^T [\text{Nm}] \quad (3.24)$$

マニピュレータの姿勢を図 3.12(a) に示す。上の条件のもと、マニピュレータ先端での最大出力分布、及び各出力方向における最大出力を実現する関節トルクを計算しておき、計算した関節トルクを目標値として DC モータに入力した。サンプリングタイムは 1 msec であり、10 sec で先端から力を全方向に向けて出力させた。計測した力の大きさを 5 次の時定数 100 msec のパワースフィルタにかけ、プロットした。計算、および計測した出力分布を図 3.12(b) に示す。図 3.12(b) において、青線で示す分布が計算により求めた出力分布であり、赤点で示す出力はマニピュレータ先端で計測した力である。計算によって求めた青線で表される出力分布が、赤点の計測点の外形をよく捉えている。

3.5.3 有蹄類下肢を模擬した場合の先端出力分布の比較

次に、第 3.4 節で扱った有蹄類下肢モデルを再び扱う。実験機が仮想的に有蹄類下肢に付着している筋肉を有しているとして解析を行い、筋出力をモーメントアーム行列によって関節トルクに直し、DC モータへの指令とした。

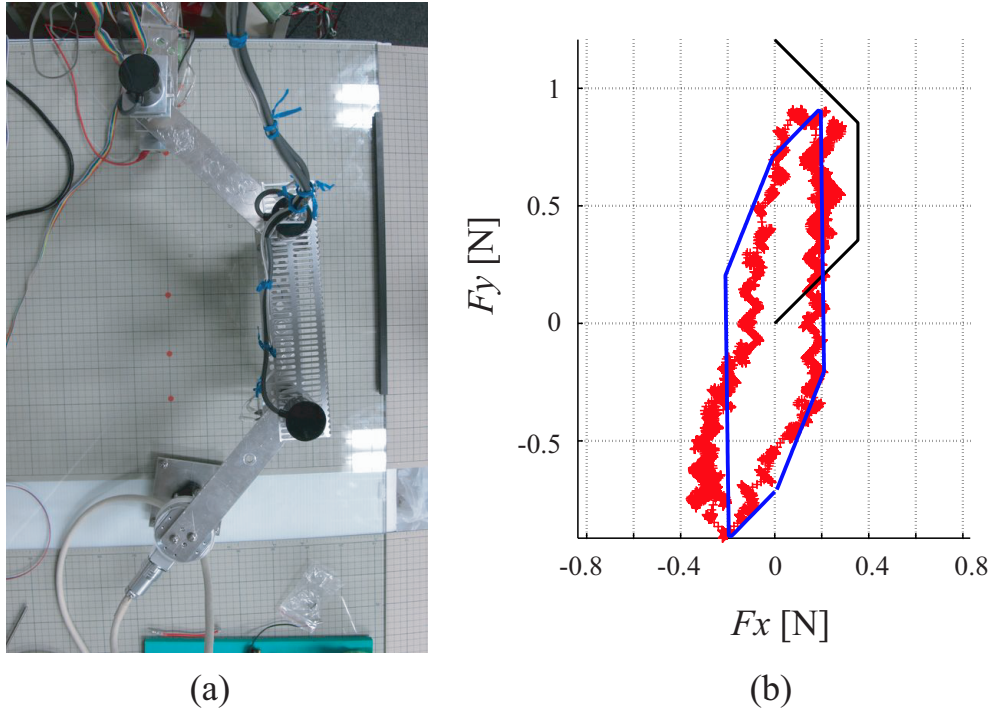


図 3.11: 駆動冗長性を持たない構造の、マニピュレータ先端での出力分布 黒線：マニピュレータ 青線：計算により求めた出力分布 赤点：計測した実験機先端での出力分布

計算に用いたマニピュレータの基本パラメータを示す．

$$A(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} [\cdot] \quad (3.25)$$

$$\theta = (-45, -90, 60)^T [\text{deg}], \quad (l_1, l_2, l_3) = (0.2, 0.2, 0.2) [\text{m}] \quad (3.26)$$

$$f_{\min} = (-0.05, -0.05, -0.05, -0.05, -0.05, -0.05, -0.05, -0.05, -0.05, -0.05, -0.05)^T [\text{Nm}] \quad (3.27)$$

$$f_{\max} = (0.05, 0.05, 0.05, 0.05, 0.05, 0.05, 0.05, 0.05, 0.05, 0.05, 0.05)^T [\text{Nm}] \quad (3.28)$$

入力の与え方，計測データの処理の仕方は前節と同一である．マニピュレータの姿勢を図 3.12(a) に，出力分布を図 3.12(b) に示す． F_y 正方向において，計測した力分布の方が計算によって求めた出力分布よりも大きい，出力分布が F_y 方向に細長く，更に F_y 負方向に大きな力を出せるという特徴をよく捉えている．

以上のように，計測したマニピュレータの力分布と，本章で提案する手法によって計算した出力分布がよく合致しており，提案手法の妥当性が確認できた．

3.6 出力を最大にする最適な姿勢，アクチュエータ出力の獲得手法

前節までは，マニピュレータの関節角度とマニピュレータ上で力を出す点，出力方向を与えた場合に，アクチュエータの出力制限のもとで駆動冗長性を最大限に有効活用し，出力を最大化する線形計画法を用いる最適化手法について扱ってきた．この場合，最適化のために使われる自由度は駆動冗長性のみであり，運動学的冗長性は最適化に使用していない．しかし，運動学的冗長性を有することにより，マニピュレータがとりうる姿勢の自由度は増

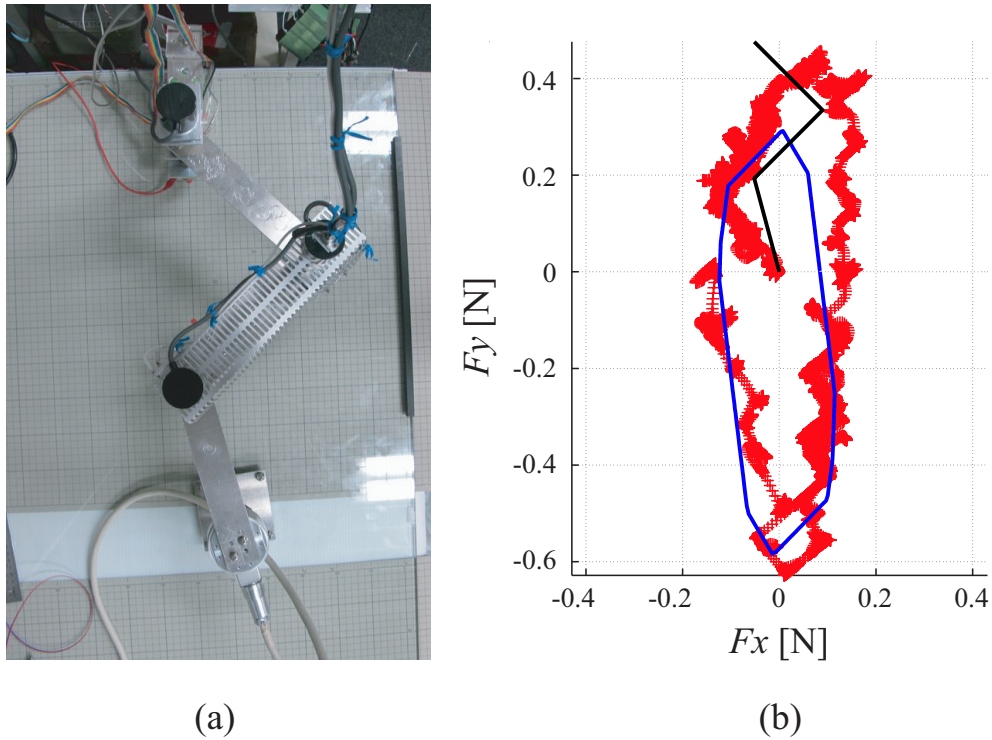


図 3.12: 有蹄類の下肢を模擬した, マニピュレータ先端での出力分布 黒線: マニピュレータ 青線: 計算により求めた出力分布 赤点: 計測した実験機先端での出力分布

加する．そのため, 姿勢を変化させることで, 出力がより上昇すると考えられる．本節では, 運動学的冗長性と駆動冗長性ともに最適化に使用し, マニピュレータ上の任意の点で, 与えられた方向への力を最大化する最適化手法について論じる．はじめに最適化手法について述べた後, 冗長自由度が発揮する力の拡大にどの程度貢献しているかを評価するため, 2 関節 2 対 4 筋構造を基準として, 駆動冗長性を持つ 2 関節 3 対 6 筋構造, 運動学的冗長性を持つ 3 関節 3 対 6 筋構造の先端最大出力を比較する．

3.6.1 出力変化を最大化する関節角度ベクトルの微小変化の計算方法

先述の通り, マニピュレータが発する力の方向 ϕ と関節角度ベクトル θ , マニピュレータ上で力を出す点 $x(\theta)$ が与えられたとき, 式 (3.5), 式 (3.6) のもとで出力の大きさを最大化する筋張力ベクトル f は線形計画法で厳密に求めることができる．関節角度ベクトルが θ であるときに, 力の最大値を実現する筋張力ベクトルを f_θ , 力の最大値を F_θ とする．このとき, マニピュレータ上で力を発揮する点を変化させずに, 関節角度ベクトルを変化させることで, より大きな力を出すことを考える．

まず, 姿勢を変化させてもマニピュレータ上の力を発揮する点を動かさないためには, 以下の関係式を満たす必要がある．ただし, $\delta\theta$ は微小関節角度ベクトルである．

$$x(\theta) = x(\theta + \delta\theta) \tag{3.29}$$

式 (3.29) の右边を θ についてテーラー展開を行い, $\delta\theta$ の二次以上の項を無視すると次式が得られる．

$$J(\theta)\delta\theta = 0 \tag{3.30}$$

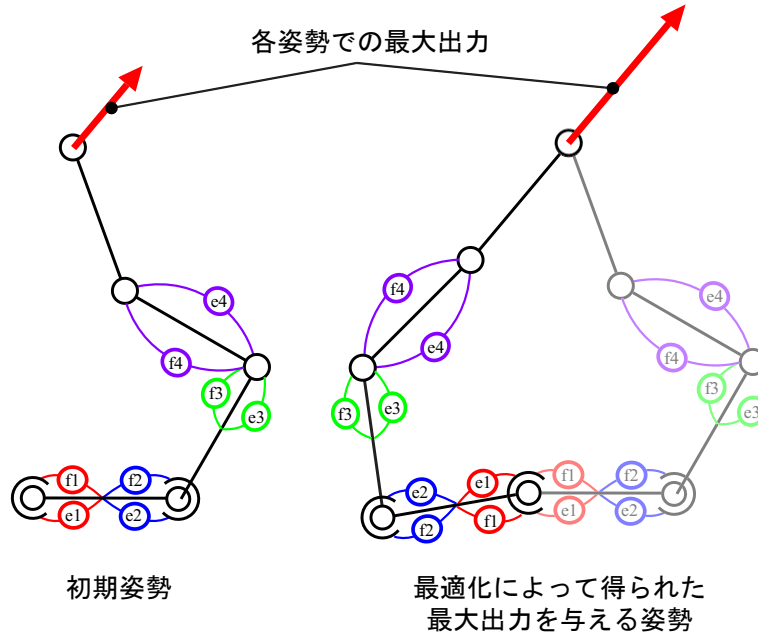


図 3.13: 関節角度を最適化することで出力を最大化する

次に、関節角度ベクトルが $\delta\theta$ だけ変化したとき、出力できる力の最大値がどのように変化するのが調べる。関節角度ベクトルが $\theta + \delta\theta$ のとき、マニピュレータが発揮する力を最大化する筋張力ベクトルが $f_\theta + \delta f$ 、力の最大値が $F_\theta + \delta F$ であるとする。なお、 $\delta f, \delta F$ は微小であると仮定する。このとき、筋張力ベクトルとマニピュレータから発揮する力との間に成立する式 (3.6) は以下ようになる。

$$A(f_\theta + \delta f) = J^T(\theta + \delta\theta)(F_\theta + \delta F)b(\phi) \quad (3.31)$$

一次近似を行うと以下の式が導かれる。

$$\begin{aligned} A\delta f &= J^T(\theta)\delta Fb(\phi) + \frac{\partial J^T(\theta)}{\partial\theta}\delta\theta F_\theta b(\phi) \\ &= \delta FJ^T(\theta)b(\phi) + F_\theta \frac{\partial(J^T(\theta)b(\phi))}{\partial\theta}\delta\theta \end{aligned} \quad (3.32)$$

最右辺の項についての変形は、各要素毎に計算することで式変形が成立することが簡単に示せる。式 (3.32) を同値変形する。

$$\delta F = (J^T(\theta)b(\phi))^+ \left(A\delta f - F_\theta \frac{\partial(J^T(\theta)b(\phi))}{\partial\theta}\delta\theta \right) \quad (3.33)$$

$$\left(I - J^T(\theta)b(\phi)(J^T(\theta)b(\phi))^+ \right) \left(A\delta f - F_\theta \frac{\partial(J^T(\theta)b(\phi))}{\partial\theta}\delta\theta \right) = 0 \quad (3.34)$$

なお、 δf は以下の出力制限を意味する不等式を満たす。

$$f_{\min} - f_\theta \leq \delta f \leq f_{\max} - f_\theta \quad (3.35)$$

同様に、関節角度についても可動域を意味する以下の不等式を満たす。

$$\theta_{\min} - \theta \leq \delta\theta \leq \theta_{\max} - \theta \quad (3.36)$$

以上の関係式から力を最大化する $\delta\theta, \delta f$ を求める線形計画問題が導ける。ただし、問題の定式化は関節角度ベクトルの変化 $\delta\theta$ が微小であるという仮定に基づいているため、あまり大きな $\delta\theta$ ではよい近似から外れる。そこで、関節角度ベクトルの変化量である $\delta\theta$ に以下の制限を加える。

$$\delta\theta_{\min} \leq \delta\theta \leq \delta\theta_{\max} \quad (3.37)$$

以上をまとめると、次の線形計画問題が得られる。

微小関節角度変化による最大出力変化求解の線形計画問題

$$\begin{aligned} \max_{\delta\theta, \delta f} \quad & \delta F = (\mathbf{J}^T(\boldsymbol{\theta})\mathbf{b}(\phi))^+ \left(\mathbf{A}\delta\mathbf{f} - F_{\theta} \frac{\partial (\mathbf{J}^T(\boldsymbol{\theta})\mathbf{b}(\phi))}{\partial \boldsymbol{\theta}} \delta\boldsymbol{\theta} \right) \\ \text{s.t.} \quad & \left(\mathbf{I} - \mathbf{J}^T(\boldsymbol{\theta})\mathbf{b}(\phi) (\mathbf{J}^T(\boldsymbol{\theta})\mathbf{b}(\phi))^+ \right) \left(\mathbf{A}\delta\mathbf{f} - F_{\theta} \frac{\partial (\mathbf{J}^T(\boldsymbol{\theta})\mathbf{b}(\phi))}{\partial \boldsymbol{\theta}} \delta\boldsymbol{\theta} \right) = \mathbf{0} \\ & \mathbf{J}(\boldsymbol{\theta})\delta\boldsymbol{\theta} = \mathbf{0} \\ & \mathbf{f}_{\min} - \mathbf{f}_{\theta} \leq \delta\mathbf{f} \leq \mathbf{f}_{\max} - \mathbf{f}_{\theta} \\ & \boldsymbol{\theta}_{\min} - \boldsymbol{\theta} \leq \delta\boldsymbol{\theta} \leq \boldsymbol{\theta}_{\max} - \boldsymbol{\theta} \\ & \delta\boldsymbol{\theta}_{\min} \leq \delta\boldsymbol{\theta} \leq \delta\boldsymbol{\theta}_{\max} \end{aligned} \quad (3.38)$$

3.6.2 姿勢最適化の際の注意点と、最適な姿勢及びアクチュエータ出力を獲得するためのアルゴリズム

前項で導いた関節角度変化の線形計画問題の注意点について2点述べる。1点目は、関節角度に対しては局所最適になっている点である。ある姿勢でのアクチュエータ入力、大域的最適解であることが保証されるが、姿勢は力の最大値が大きくなる方向へ微小角変化しているだけなので、局所最適解でしかない。そのため、大域的最適解を得るには様々な初期姿勢に対して姿勢の最適化を行う必要がある。2点目は、マニピュレータ上の出力位置を固定するために工夫が必要であるという点である。最適化にともなう微小角度変化 $\delta\theta$ が、出力位置が動かさないための条件式 (3.30) を満たしても、そもそも $\delta\theta$ が微小だという条件を実際にはあまりよく満たさないため、出力位置が最適化にともないズレる。そのため、出力位置を動かさないためには別の工夫が必要となる。考えられる方法としては、まず微小角度変化 $\delta\theta$ が更に微小角度 $\delta\hat{\theta}$ 変化するとして、以下の等式を立てる。

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(\boldsymbol{\theta}) &= \mathbf{x}(\boldsymbol{\theta} + \delta\boldsymbol{\theta} - \delta\hat{\boldsymbol{\theta}}) \\ &= \mathbf{x}(\boldsymbol{\theta} + \delta\boldsymbol{\theta}) - \mathbf{J}(\boldsymbol{\theta} + \delta\boldsymbol{\theta})\delta\hat{\boldsymbol{\theta}} \end{aligned} \quad (3.39)$$

上の式変形は $\delta\hat{\boldsymbol{\theta}}$ が微小という仮定による。 $\mathbf{J}(\boldsymbol{\theta} + \delta\boldsymbol{\theta})$ の擬似微分を考えることで、 $\delta\hat{\boldsymbol{\theta}}$ が以下のように求まる。

$$\delta\hat{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{J}^+(\boldsymbol{\theta} + \delta\boldsymbol{\theta}) (\mathbf{x}(\boldsymbol{\theta} + \delta\boldsymbol{\theta}) - \mathbf{x}(\boldsymbol{\theta})) \quad (3.40)$$

このように、出力位置のズレを微小角度 $\delta\hat{\boldsymbol{\theta}}$ によってフィードバックすることで、出力位置のズレを小さく抑えることができる。

以上をまとめると、最適な姿勢、アクチュエータ出力を獲得するためのアルゴリズムは以下ようになる。

最適な姿勢，アクチュエータ出力を獲得するためのアルゴリズム

1. 目標方向 ϕ ，マニピュレータ上の出力点 x_0 を得る．
2. $x_0 = x(\theta_0)$ を満たす適当な初期関節角度ベクトル θ_0 を生成する．更新回数 i を 0 に設定する．
3. 関節角度ベクトル θ_i での出力方向 ϕ への最大出力 F_{θ} とアクチュエータ出力 f_{θ} を線形計画問題 (3.11) を解き計算する．
4. 微小関節角度変化による最大出力求解の線形計画問題 (3.38) を解き，微小角度 $\delta\theta$ を得る．
5. 式 (3.40) に従い，出力位置を変化させないためのフィードバック項 $\delta\hat{\theta}$ を求める．
6. 関節角度更新式に従い更新する． $\theta_{i+1} = \theta_i + \delta\theta - \delta\hat{\theta}$ ． $i = i + 1$ ．
7. 手順 3–6 を十分な回数繰り返し，十分な結果が得られれば終了する．得られなければ，手順 2 に戻る．

3.6.3 4 関節マニピュレータ先端での出力を最大化する姿勢と筋張力の獲得を通じた提案手法の検証

以下の例では，角度変化の上限，下限は一回の更新につき，各関節で ± 2 deg とした．また，関節の可動域は ± 180 deg とした．前項で提案した最適な姿勢，アクチュエータ出力を獲得するためのアルゴリズムを検証するため，4 関節マニピュレータを対象に先端出力の最大化を行う．

マニピュレータの基本定数を以下のようにおいた．

$$A = 0.1 \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad [\text{m}] \quad (3.41)$$

$$f_{\min} = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T \quad [\text{N}] \quad (3.42)$$

$$f_{\max} = (10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10)^T \quad [\text{N}] \quad (3.43)$$

$$(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4) = (0, 120, 0, -120) \quad [\text{deg}] \quad (3.44)$$

$$(l_1, l_2, l_3, l_4) = (0.3, 0.3, 0.3, 0.3) \quad [\text{m}] \quad (3.45)$$

姿勢の更新は 200 回行った．目標出力方向 ϕ を 75 deg として関節角度，アクチュエータ出力の最適化した結果を図 3.14 に示す．図 3.14(a) において，青線は初期マニピュレータ姿勢，緑線は初期姿勢における最大出力分布，赤線は最適化の結果得られたマニピュレータの姿勢，マゼンタの線は最適化後の姿勢における最大出力分布をそれぞれ意味する．また，黒い矢印が目標出力方向を示している．黒い矢印の方向に，緑の分布からマゼンタの分布で最大出力が大きくなっていることが見て取れる．

図 3.14(b) は更新回数にともなう目標方向への最大出力の遷移，図 3.14(c) は更新回数にともなう関節角度の変化を示す．最大出力は 30 回ほどで収束し，関節角度は 100 回ほどで収束している．姿勢の最適化を行うことで最大出力が約 3.5 N から 6.5 N へと約 1.8 倍になっていることが分かる．また，マニピュレータの姿勢に着目すると，マニピュレータ先端位置を通り，先端出力方向の傾きをもつ直線付近にリンクが集まってきていることが分かる．

本項で示したように，駆動冗長性だけでなく，運動学的冗長性を最適化し，適切な姿勢を獲得することで，より大きな最大出力を出すことのできる．

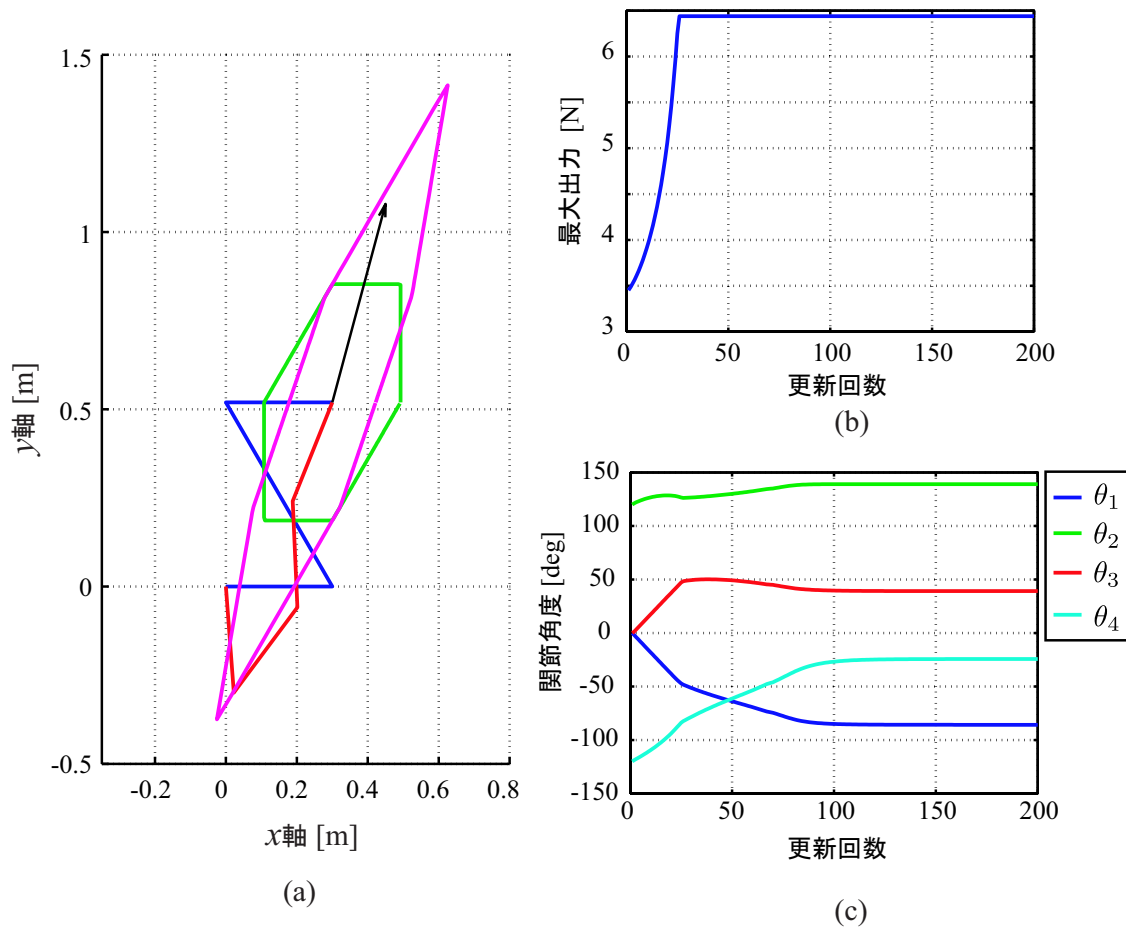


図 3.14: 4 関節マニピュレータの姿勢変化と最大出力分布の変化

3.7 2 関節 2 対 4 筋構造，2 関節 3 対 6 筋構造，3 関節 3 対 6 筋構造間の最大出力の比較

本節ではマニピュレータ土台とマニピュレータ先端とを結ぶ方向への，2 関節 2 対 4 筋構造，2 関節 3 対 6 筋構造，3 関節 3 対 6 筋構造間での最大出力の比較を行う．本節の目的は，これらの最大出力の違いから冗長性を持つことによる利点を示すことにある．

3.7.1 2 関節 2 対 4 筋構造，2 関節 3 対 6 筋構造，3 関節 3 対 6 筋構造のマニピュレータの基本パラメータ

想定するマニピュレータは，以下の 5 つのマニピュレータである．模式図を図 3.15 に示した．

case 1 2 関節 2 対 4 筋構造

case 2 2 関節 3 対 6 筋構造

case 3 2 関節 3 対 6 筋構造 最大出力 2/3

case 4 3 関節 3 対 6 筋構造

case 5 3 関節 3 対 6 筋構造 最大出力 2/3

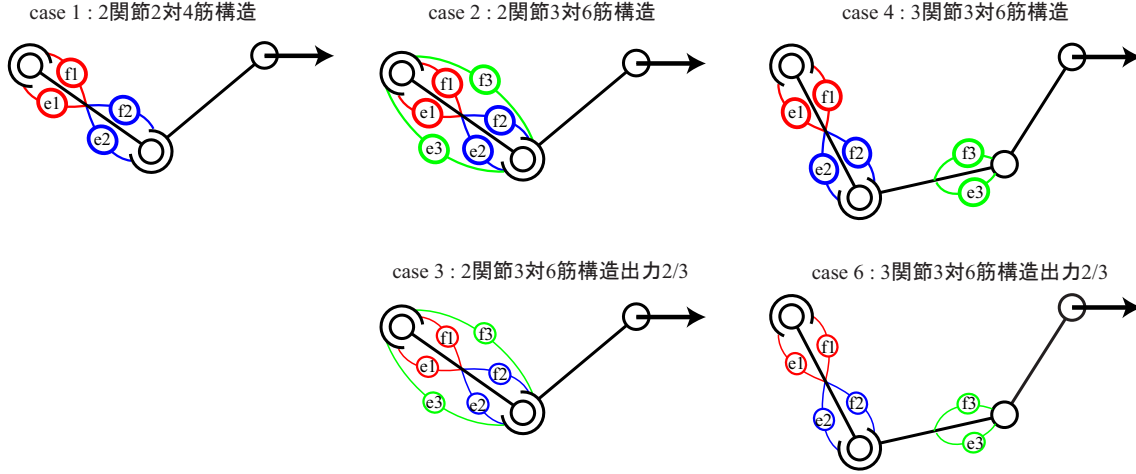


図 3.15: 想定する 5 つのマニピュレータ構造

2 関節 2 対 4 筋構造は比較の基準となる構造である．2 関節 3 対 6 筋構造は，運動学的冗長性をもたず，駆動冗長性を持つマニピュレータであり，駆動冗長性を持つことによる出力の変化を調べる．3 関節 3 対 6 筋構造は，運動学的冗長性もち，駆動冗長性をもたないマニピュレータであり，運動学的冗長性を持つことによる出力の変化を調べる．2 関節 3 対 6 筋構造 最大出力 2/3 と 3 関節 3 対 6 筋構造 最大出力 2/3 は，2 関節 2 対 4 筋のマニピュレータとアクチュエータの総最大出力を揃えるために，個別のアクチュエータの最大出力を 2/3 としたマニピュレータである．これらの構造との比較を行うことで，構造の違いによる出力の違いをより明確に明らかにできると考える．

次に，想定するそれぞれのマニピュレータのパラメータについて述べる．case 1 – 3 の 2 関節マニピュレータと case 4 – 5 の 3 関節マニピュレータで，マニピュレータの総リンク長を等しく揃えている．

case 1 の基本パラメータ

$$l_1 = 0.6, \quad l_2 = 0.6 \quad [\text{m}] \tag{3.46}$$

$$\mathbf{f}_{\min} = (0, 0, 0, 0)^T [\text{N}] \quad \mathbf{f}_{\max} = (100, 100, 100, 100)^T [\text{N}] \tag{3.47}$$

$$\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}) = 0.1 \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad [\text{m}] \tag{3.48}$$

case 2 の基本パラメータ

$$l_1 = 0.6, \quad l_2 = 0.6 \quad [\text{m}] \tag{3.49}$$

$$\mathbf{f}_{\min} = (0, 0, 0, 0, 0, 0)^T [\text{N}] \quad \mathbf{f}_{\max} = (100, 100, 100, 100, 100, 100)^T [\text{N}] \tag{3.50}$$

$$\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}) = 0.1 \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad [\text{m}] \tag{3.51}$$

case 3 の基本パラメータ

$$l_1 = 0.6, \quad l_2 = 0.6 \quad [\text{m}] \quad (3.52)$$

$$\mathbf{f}_{\min} = (0, 0, 0, 0, 0, 0)^T [\text{N}] \quad \mathbf{f}_{\max} = (66.7, 66.7, 66.7, 66.7, 66.7, 66.7)^T [\text{N}] \quad (3.53)$$

$$\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}) = 0.1 \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad [\text{m}] \quad (3.54)$$

case 4 の基本パラメータ

$$l_1 = 0.4, \quad l_2 = 0.4, \quad l_3 = 0.4 \quad [\text{m}] \quad (3.55)$$

$$\mathbf{f}_{\min} = (0, 0, 0, 0, 0, 0)^T [\text{N}] \quad \mathbf{f}_{\max} = (100, 100, 100, 100, 100, 100)^T [\text{N}] \quad (3.56)$$

$$\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}) = 0.1 \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad [\text{m}] \quad (3.57)$$

case 5 の基本パラメータ

$$l_1 = 0.4, \quad l_2 = 0.4, \quad l_3 = 0.4 \quad [\text{m}] \quad (3.58)$$

$$\mathbf{f}_{\min} = (0, 0, 0, 0, 0, 0)^T [\text{N}] \quad \mathbf{f}_{\max} = (66.7, 66.7, 66.7, 66.7, 66.7, 66.7)^T [\text{N}] \quad (3.59)$$

$$\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}) = 0.1 \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad [\text{m}] \quad (3.60)$$

3.7.2 2 関節 2 対 4 筋構造，2 関節 3 対 6 筋構造，3 関節 3 対 6 筋構造の最大出力の計算結果

今回は，マニピュレータの先端位置を x 軸上に固定し，先端の座標を 0.5 m から 1.1 m まで変化させたとき，それぞれの位置で x 軸正方向へ出せる力の最大値を調べる．特異姿勢を避けるためにこのような先端位置を設定した．先端位置の変化は 0.5 m から 1.1 m までを 100 等分した．また，case 4 - 5 の 3 関節マニピュレータでは，最適値を得るため，土台部分の関節角 θ_1 の初期角度を 0 deg から 180 deg まで 18 等分して最適化した．姿勢の最適化はそれぞれの初期姿勢に対して 100 回行った．複数の初期姿勢の内，最適化の結果，最大の出力を与えるものを case 4 - 5 の 3 関節マニピュレータでの最大出力とした．最大出力分布の計算は，方向を 1 周期 500 分割して最適化計算を行った．

得られた結果を図 3.16 に示す．また，先端位置が 0.5, 0.7, 0.9, 1.1 m での最大出力を与える姿勢，及び各姿勢での最大出力分布を図 3.17 に示す．まず，先端位置と最大出力の値との関係を表した図 3.16 を見ると，case 2, case 4 である 2 関節 3 対 6 筋，3 関節 3 対 6 筋のマニピュレータ構造で大きな最大出力が得られることが分かる．特に，全ての先端位置において，3 関節 3 対 6 筋のマニピュレータ構造が 5 つの構造の中で最大の最大出力を与える．また，アクチュエータの総最大出力が等しい case 1, case 3, case 5 の間で比較を行うと，case 5 の 3 関節

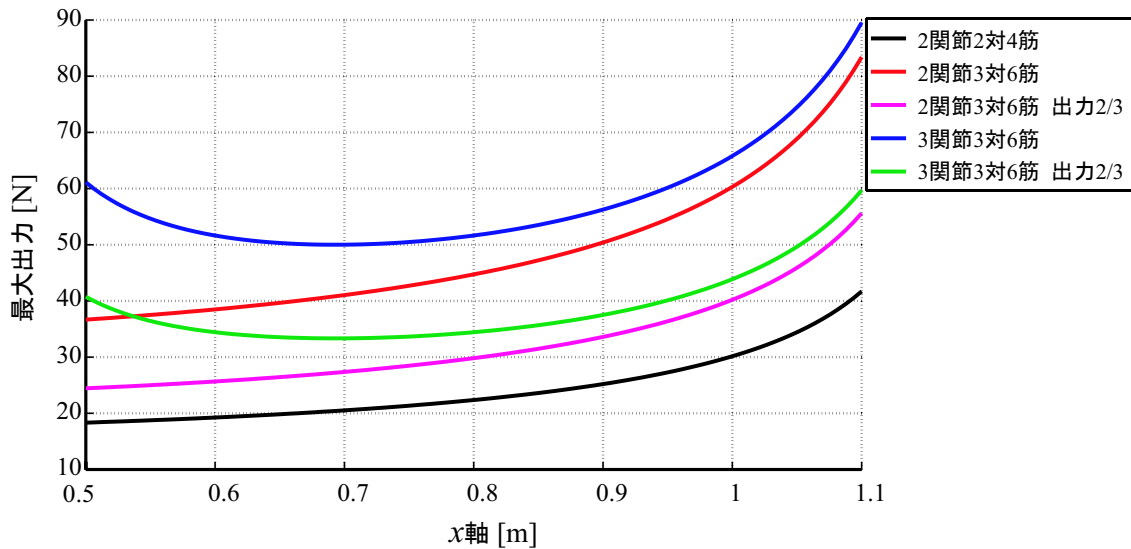


図 3.16: 先端位置と最大出力との関係

3対6筋構造が全ての先端位置で、最大の出力を出せ、次に case 3 の 2 関節 3 対 6 筋構造が大きな最大出力を出せる。case 1 の 2 関節 2 対 4 筋構造はあまり大きな最大出力は出せないことが分かる。このことから、運動学的冗長性、駆動冗長性のどちらかの冗長自由度を有することは、先端最大出力の向上に貢献していることが示された。

また、全ての先端位置で 3 関節 3 対 6 筋構造は、2 関節 2 対 4 筋構造の約 1.5 倍の最大出力を出せるということも分かる。更に、先端位置がマニピュレータの土台部分から離れるにつれ、2 関節 3 対 6 筋と 3 関節 3 対 6 筋とで出せる最大出力の割合の差が小さくなっていく。このことは、先端位置が土台部分から近いときには運動学的冗長性を持つとさまざまな姿勢をとりうり、さまざまな姿勢の中からより大きな力を出せる姿勢を選択できることから、姿勢に関して冗長自由度がない構造と比較するとより大きな力が出せるのではないかと考えられる。一方、先端位置が土台部分から離れ、マニピュレータの姿勢が全体的に伸びた姿勢になると、姿勢の選択肢が少なくなり、出せる力が冗長自由度がない場合に比べても大きな差がなくなると考えることができる。しかし、先端位置が土台部分から離れた状態であっても、運動学的冗長性を持つ方が駆動冗長性を持つ場合よりも大きな力を出せるということは、力の方向へ応じた姿勢の獲得が大きな意味を持つことをよく示している。

次に、各先端位置での最大出力を与える姿勢、及び最大出力分布を表す図 3.17 に着目する。まず、3 関節マニピュレータの姿勢が、先端位置によらず、Z 状になっている。また、先に述べた通り、先端位置が土台部分から離れるにつれてマニピュレータが伸びきり、姿勢選択の自由度が低くなることがよく分かる。つづいて最大出力分布に着目する。土台と先端を結ぶ方向への力が 3 関節マニピュレータでもっとも大きいことは当然だが、その他の方向では必ずしも 3 関節マニピュレータが大きいわけではなく、2 関節 2 対 4 筋構造、2 関節 3 対 6 筋構造の方が大きい方向が存在する。特に、総アクチュエータ出力が等しい 3 つのケースでは、それぞれが互いより大きな最大出力を持っている方向が存在しており、この特徴は全ての先端位置で同様に見られる。ただし、運動学的冗長性を持つ 3 関節マニピュレータでは、特定方向へ力を出したい場合には、それに応じた姿勢の獲得が可能であるため、この特徴が必ずしも成立するとは限らない。また、先端位置が土台部分から離れるに従い、最大出力分布が x 軸方向へ伸ばされ、y 軸方向へは小さくなっていることが分かる。

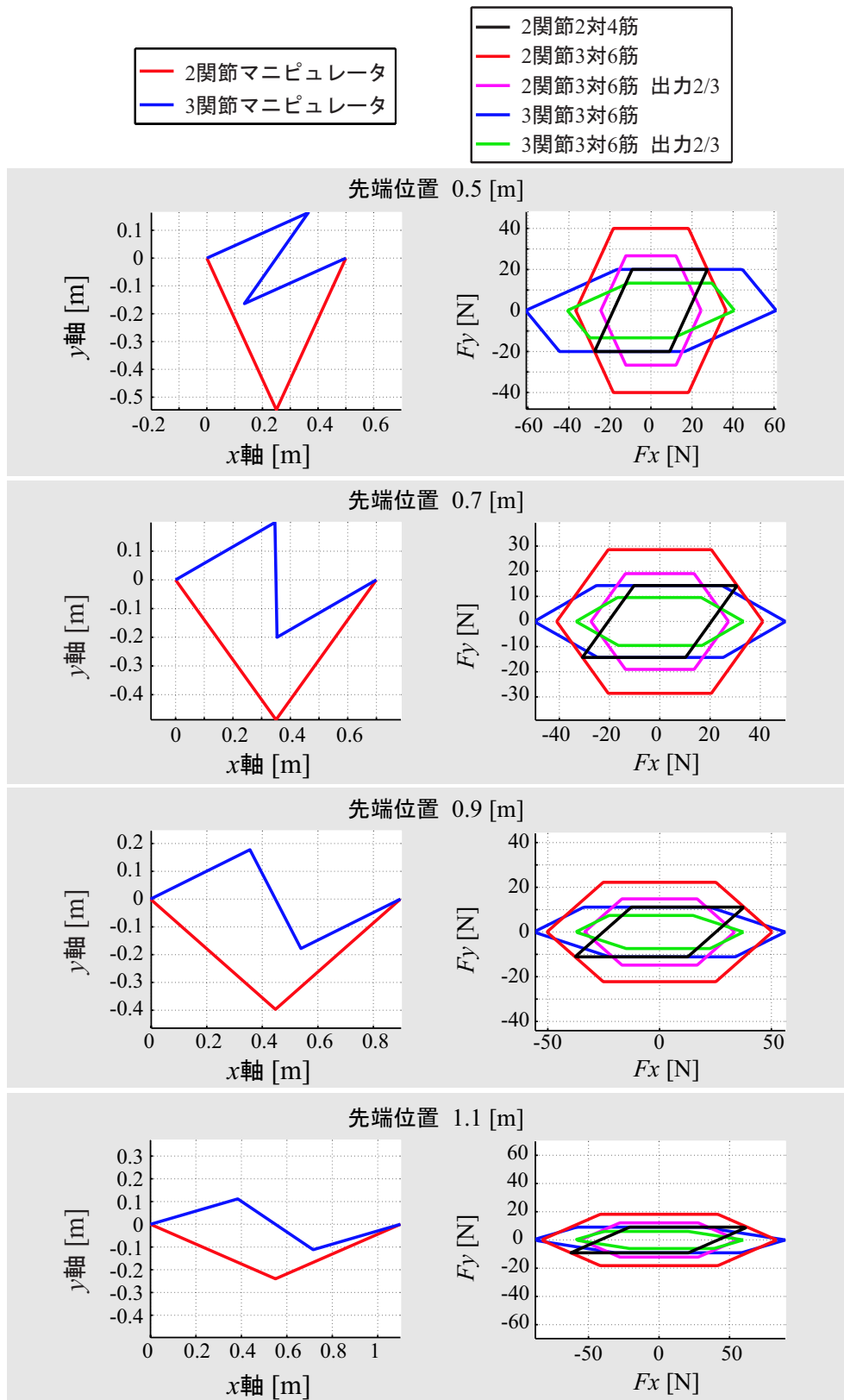


図 3.17: 先端位置，最大出力を与える姿勢と最大出力分布との関係

3.7.3 3リンクマニピュレータにおける支点と先端を結ぶ方向への力を最大化する姿勢と陸上生物の下肢の姿勢に関する考察

運動学的冗長性を利用し、最大出力を大きくする、適切な姿勢を獲得することの重要性を前項で指摘した。本項では、特に3リンクマニピュレータの支点と先端を結ぶ方向への力を最大化する姿勢について考察を行う。

3リンクマニピュレータの支点と先端を結ぶ方向への力を最大化する姿勢は、図3.17に示したように、リンクの姿勢がS字になっている。一方で、図3.18のように、C字の姿勢を考えると、支点と先端を結ぶ方向への最大出力はS字のものよりも小さくなる。

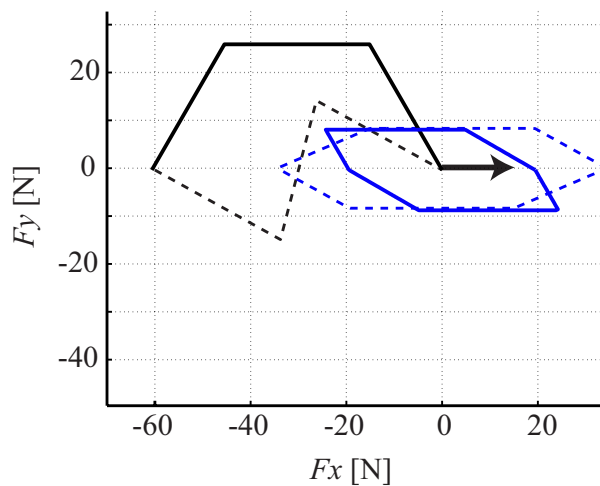


図 3.18: 3リンクマニピュレータのS字，C字姿勢での最大出力分布

このことから、3リンクマニピュレータにおいて、S字の姿勢は支点と先端を結ぶ方向へ大きな力を出せる姿勢であると分かる。ヒトや有蹄類をはじめとする、多くの陸上生物の下肢がS字姿勢をとっている。そのため、抗重力運動を下肢が行うことを考えると、生物は非常に合理的な姿勢を獲得したことが分かる。

3.7.4 2関節2対4筋構造，2関節3対6筋構造，3関節3対6筋構造の最大出力の比較から得られた知見

本節では、2関節2対4筋構造を基準とし、運動学的冗長性をもつ3関節3対6筋構造、駆動冗長性を持つ2関節3対6筋構造、及びアクチュエータの総出力を2関節2対4筋構造と一致させた3関節3対6筋構造と2関節3対6筋構造を考え、マニピュレータ土台部分と先端を結ぶ方向への最大出力を比較した。その結果、総アクチュエータ出力が等しい場合でも、運動学的冗長性を持つ3関節3対6筋構造、駆動冗長性を持つ2関節3対6筋構造、2関節2対4筋構造の順で最大出力が大きい、という結果が得られた。また、検証したケースでは、運動学的冗長性を持つ3関節3対6筋構造は、基準である2関節2対4筋構造の約1.5倍の最大出力を常に出せるという結果が得られた。これらのことは、特定方向への力を大きくしたい場合には、マニピュレータの姿勢が重要であるということを示す。ただし、マニピュレータ全体が伸びきり、姿勢の自由度が少ない場合には、駆動冗長性を持つ2関節3対6筋構造の最大出力と大きな差は見られなくなる。また、特定方向以外への最大出力分布はそれぞれが最も大きいという方向が存在することが分かった。ただし、運動学的冗長性を持つマニピュレータは、力を出さず方向によって最適な姿勢が獲得できるため、大きな力を出したいタスクには、運動学的冗長性を持つ

マニピュレータが適していると言うことができる。

第II部 マニピュレータの加速度の最大化

3.8 最大加速度分布求解の線形計画問題としての定式化

本節では、マニピュレータ上のある点での加速度を最大化する。動力学においても静力学の場合と同様に定式化が行えることを論じる。

一般に、シリアルリンクマニピュレータの運動方程式は以下のように書ける [34]。

$$\tau = M(\theta)\ddot{\theta} + h(\theta, \dot{\theta}) + g(\theta) \quad (3.61)$$

$M(\theta)$ はマニピュレータの慣性行列、 $h(\theta, \dot{\theta})$ は遠心力、コリオリ力、 $g(\theta)$ は重力項である。また、マニピュレータ上のある点の加速度 \ddot{x} と関節角加速度ベクトル $\ddot{\theta}$ との間には以下の関係が成立する。

$$\ddot{x} = \dot{J}(\theta)\dot{\theta} + J(\theta)\ddot{\theta} \quad (3.62)$$

式 (3.2)、式 (3.61)、式 (3.62) から、以下の式が導ける。

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= \dot{J}(\theta)\dot{\theta} + J(\theta)M^{-1}(\theta)(A(\theta)f - h(\theta, \dot{\theta}) - g(\theta)) \\ &= A'(\theta)f + h'(\theta, \dot{\theta}) \end{aligned} \quad (3.63)$$

ここで、 $A'(\theta)$ 、 $h'(\theta, \dot{\theta})$ は式の見通しを良くするため以下のようにおいた。

$$A'(\theta) = J(\theta)M^{-1}(\theta)A(\theta) \quad (3.64)$$

$$h'(\theta, \dot{\theta}) = \dot{J}(\theta)\dot{\theta} - J(\theta)M^{-1}(\theta)(h(\theta, \dot{\theta}) + g(\theta)) \quad (3.65)$$

静力学の場合と同様に、加速度 \ddot{x} を方向 ϕ を用いて以下のように記述する。

$$\ddot{x} = a \begin{pmatrix} \cos \phi \\ \sin \phi \end{pmatrix} = ac(\phi) \quad (3.66)$$

式 (3.66) を式 (3.63) に代入する。

$$ac(\phi) = A'(\theta)f + h'(\theta, \dot{\theta}) \quad (3.67)$$

以上より、式 (3.8) と同様の形をした式 (3.67) が導かれた。これを同値変形すると、第 3.2 節と同様に以下のように線形計画問題として定式化できる。

最大加速度求解の線形計画問題

$$\begin{aligned} \max_f \quad & a = c^+(\phi) \left(A'(\theta)f + h'(\theta, \dot{\theta}) \right) \\ \text{s.t.} \quad & (I - c(\phi)c^+(\phi)) \left(A'(\theta)f + h'(\theta, \dot{\theta}) \right) = \mathbf{0} \\ & f_{\min} \leq f \leq f_{\max} \end{aligned} \quad (3.68)$$

複雑な筋骨格構造をもつ冗長マニピュレータに対しても、線形計画問題 (3.68) により最大加速度分布を簡単に計算することができる。

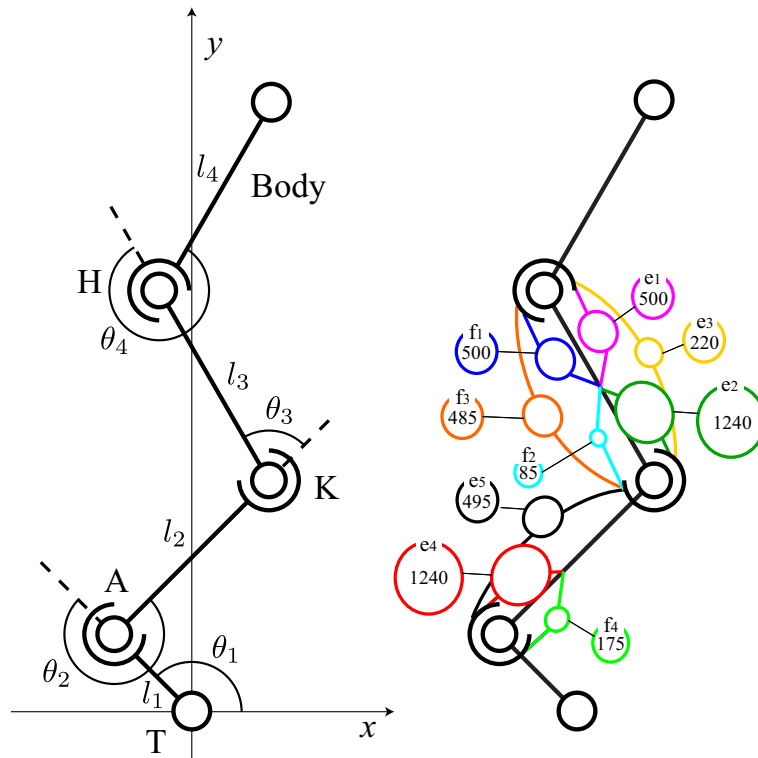


図 3.19: ヒト下肢のモデル

3.9 ヒト下肢の重心最大加速度分布

本節では、前節で導出した最大加速度分布の計算方法を用いてヒト下肢の重心の最大加速度分布を求め、行動様式と最大筋張力の関係について考察を行う。

3.9.1 ヒト下肢モデル

ヒト下肢のモデルを図 3.19 に示す。基本定数であるリンク長 l_i 、各リンクの重心までの距離 l_{gi} 、関節半径 r_i 、リンク質量 m_i 、慣性モーメント I_i を表 B.2 に示す ($i = 1, 2, 3, 4$)。筋張力ベクトル f を式 (3.69) のようにおく。

表 3.1: ヒト下肢と上体の基本定数

(l_1, l_2, l_3, l_4)	$(0.2, 0.4, 0.4, 0.4)$ [m]
$(l_{g1}, l_{g2}, l_{g3}, l_{g4})$	$(0.1, 0.2, 0.2, 0.2)$ [m]
(r_1, r_2, r_3, r_4)	$(0.025, 0.050, 0.050, 0.050)$ [m]
(m_1, m_2, m_3, m_4)	$(1.0, 2.0, 2.0, 4.0)$ [kg]
(I_1, I_2, I_3, I_4)	$(0.0035, 0.028, 0.028, 0.056)$ [kgm ²]

$$f = \left(f_1, e_1, f_2, e_2, f_3, e_3, f_4, e_4, e_5 \right)^T \tag{3.69}$$

各筋の最小筋張力 f_{\min} , 最大筋張力 f_{\max} は次のようにおく . なお , 最大筋張力 f_{\max} は文献 [19] を参考にした .

$$\begin{aligned} f_{\min} &= (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T \text{ [N]} \\ f_{\max} &= (500, 500, 85, 1240, 485, 220, 175, 1240, 495)^T \text{ [N]} \end{aligned}$$

ヒトの最大筋張力は各筋によって大きく異なる . 筋 e_2 , 筋 e_4 が目立って大きく , 筋 f_2 が小さい . モーメントアーム行列 $A(\theta)$ は , 今回は簡単のため , 関節角度 θ に依存しないとして以下のように定数とした .

$$A(\theta) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -r_2 & r_2 & r_2 \\ 0 & 0 & r_3 & -r_3 & r_3 & -r_3 & 0 & 0 & r_3 \\ r_4 & -r_4 & 0 & 0 & r_4 & -r_4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

また , 重力加速度 g を $9.81\text{m}/\text{sec}^2$ とした .

3.9.2 重心の最大加速度分布

マニピュレータの重心の最大加速度分布を求め , 行動様式を考察する . 一例としてマニピュレータの関節角度を以下のようにおく . マニピュレータの姿勢は図 3.20(a) のようになる .

$$\theta = (135, 270, 75, 300)^T \text{ [deg]}$$

また , 関節角速度の初期値は全て $0 \text{ deg}/\text{sec}$ とした . これは , 静止した状態から重心が移動する場合に相当する . 重心の加速度の方向を 1 周期に対して 200 分割して最大加速度を求めた . 計算した最大加速度分布を図 3.20(a) に示す . また , 加速度方向と最大加速度を実現する各筋の筋張力との関係を図 3.20(b) に示す .

図 3.20(a) から , 最大加速度分布が鉛直上方向に大きく片寄っていることがわかる . これより , ヒト下肢の筋配列と最大筋張力が , 重力に対抗して運動するために適していると言える . 特に , 鉛直上向きへ重心が最大加速する場合を考えると , 図 3.20(b) の灰色の領域で示すように , 大腿四等筋 (筋 e_1, e_2, e_3) , 下腿三頭筋 (筋 e_4, e_5) 相当の実効筋が大きな力を発揮している . 筋 e_2, e_4 などの最大筋張力が大きいことが鉛直上向きへ大きな加速度を出すことに寄与していることが理論的に示された .

3.9.3 最大筋張力が等しい場合の最大加速度分布とヒトの最大加速度分布の相違

本節では , ヒト下肢の各筋の最大筋張力が等しい場合の最大加速度分布を求め , 前節との比較からヒト下肢の運動特性を評価する . 各筋の最大筋張力をヒト下肢の最大筋張力の平均値である 549 N に統一した . その他のパラメータは同一とした . 計算結果を図 3.21 に示す .

青線で表した最大筋張力にばらつきを持つ実際のヒトの最大加速度分布と , 黒点線で示した各筋の最大筋張力が等しい場合の最大加速度分布を比較すると , 最大筋張力が等しい場合には最大加速度分布が全体的に鉛直下方向に平行移動したことが見て取れる . また , 図 3.20(b) と図 3.21(b) を比較すると , 各方向へ最大加速するときの筋張力は大きさが異なるだけでパターンが似通っていることが分かる . 類似したパターンで最大化速度分布に明確な差が表れることから , 最大筋張力にばらつきを持たせることで最大加速度分布の特性が大きく変わることが分かる . 特にヒト下肢の場合は , 筋 e_2, e_4 などの最大筋張力が大きいことで , 鉛直上向きへの大きな加速度を得ている . それは , 重力に対抗して動作するヒトの下肢が合理的な最大筋張力を備えていることを示している .

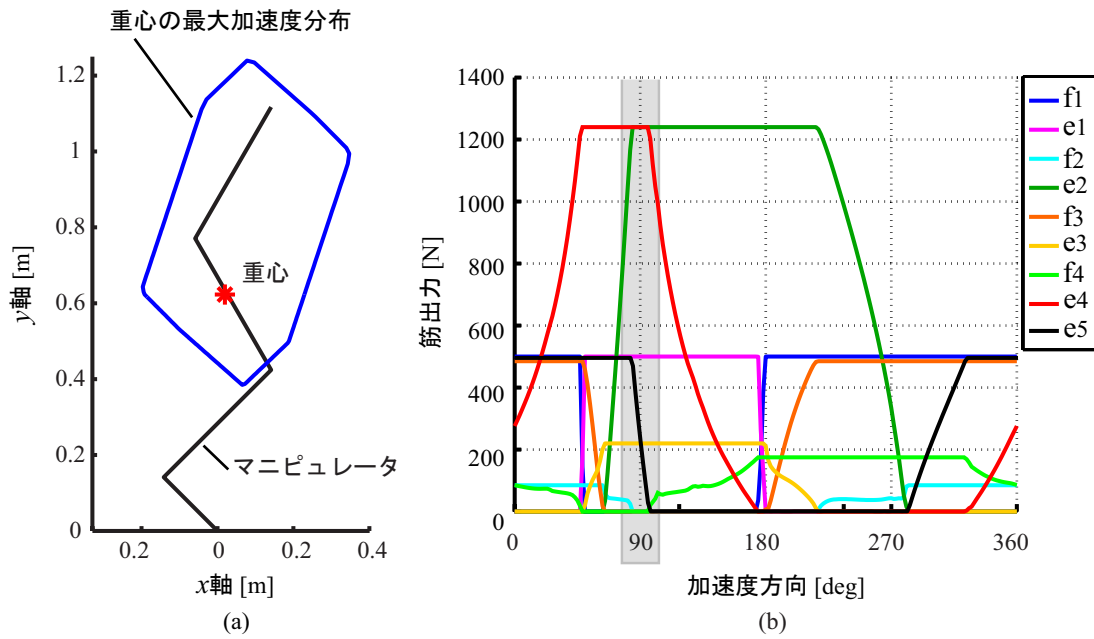


図 3.20: ヒトの重心の最大加速度分布と，加速度方向と筋張力との関係

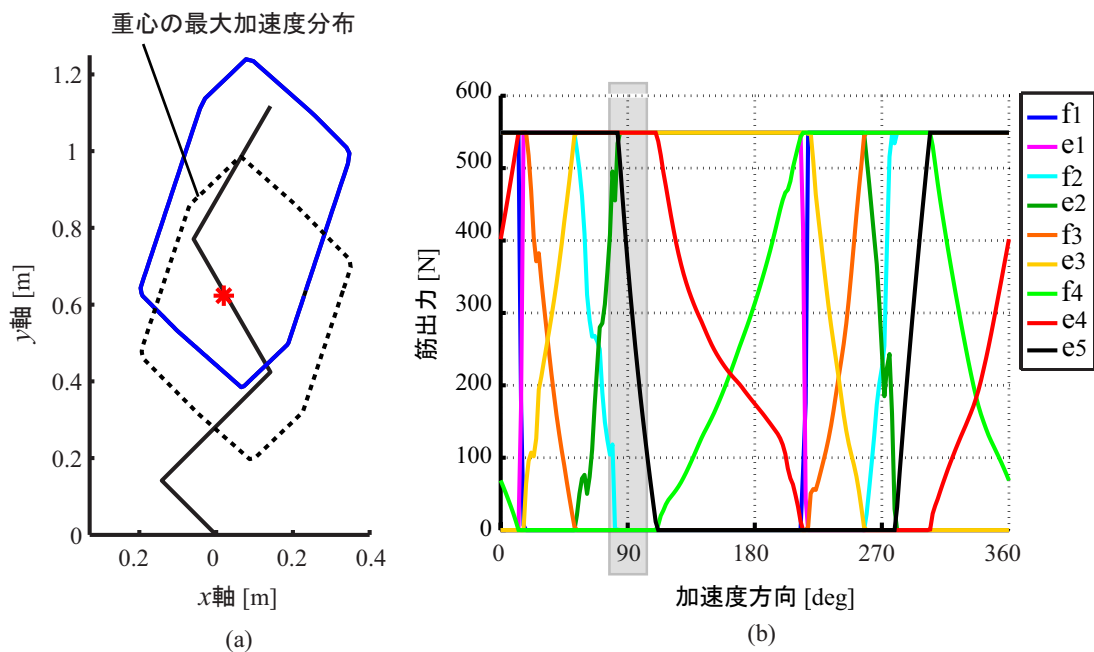


図 3.21: 最大筋張力を等しくした場合のヒトの重心の最大加速度分布と，加速度方向と筋張力との関係

アクチュエータの最大出力に偏りを持たせることで，最大加速度分布を特定方向へ偏らせることができることは，アクチュエータの出力配分設計の際に利用できる．特定方向へ分布を片寄せたい場合には，特定のアクチュエータの最大出力のみを上昇させることで実現できる．本章で提案した計算手法を用いれば，設計の際に留意した，より合理的なアクチュエータの最大出力の配分が簡単に行える．

3.10 加速度最大化手法を応用した垂直跳び動作の実現

最後に，垂直跳び動作を提案手法を用いて実現する．垂直跳び，立ち上がる，着地するなどの直線運動は人間の基本動作であり，簡単に実現することが重要である．

マニピュレータの関節角度，角速度から，本稿で紹介した手法を用いればその時刻での最大加速度を達成する最適な筋張力が簡単に求まる．そこで，マニピュレータの上端の加速度を鉛直上向きに最大化する筋張力を常に入力し，局所最適な垂直跳び動作を実現することを考えた．垂直跳び動作において，鉛直上向きに最大加速させるべき点は重心ではなく，マニピュレータの上端である．垂直跳びにおいては体の上端をいかに高くすることができるかが重要であり，重心を鉛直上向きに最大加速させると走り高跳びのような動作を目指すことになるためである．

加速度を常に鉛直上向きに最大化する制御の概要図を図 3.22 に示す．マニピュレータの基本定数などは前節と同様のものを使用した．動力学シミュレーションのステップサイズを 1 msec とし，400 msec 間の挙動を調べた．マニピュレータの挙動を数値計算した結果を図 3.23 に示す．図 3.23 から，本手法を用いた垂直跳び動作が確認できた．各関節が時刻の経過につれて伸び，ヒトの垂直跳び動作によく似た結果が得られた．

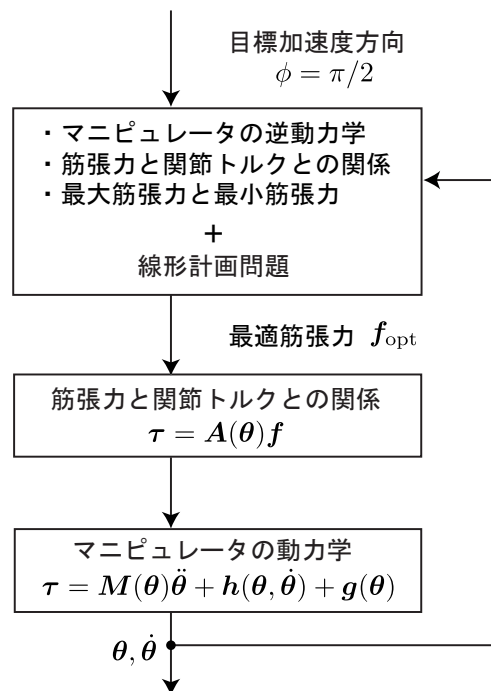


図 3.22: 鉛直上向き方向への加速度を常に最大化する制御のフローチャート

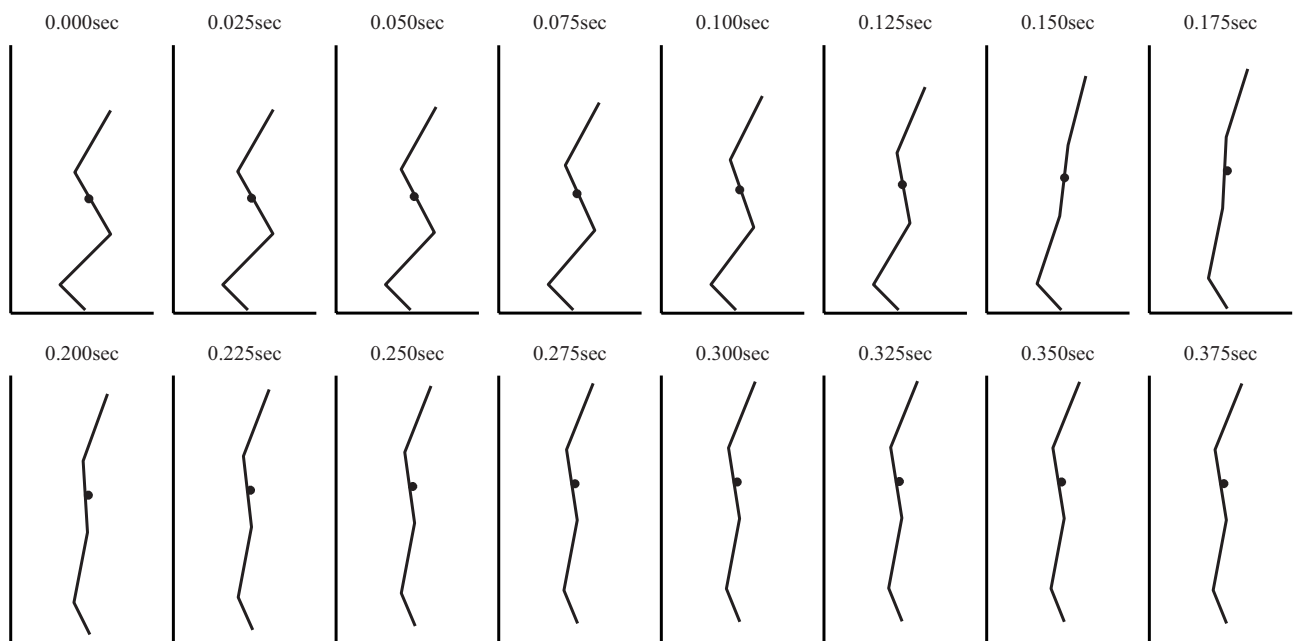


図 3.23: 垂直跳び動作の実現

3.11 本章のまとめ

生物のもつ筋骨格構造を基本とし、運動学的冗長性と筋冗長性を有するマニピュレータの力の最大値、加速度の最大値を簡単に計算する手法を提案した。

第I部においては、まず、マニピュレータが発生する力を方向と大きさに分離し、線形計画法によって力の大きさを最大化する方法を導出した。導出した計算方法を用いて、3対6筋構造のマニピュレータの先端最大出力を求め、積算最大出力を横軸にとることで、先端出力方向の制御が筋張力の線形パターンの補間で行えることを数値的に示した。また、その制御が最大出力を出すものであることを保証した。更に、有蹄類下肢の先端での最大出力分布を計算し、有蹄類下肢が鉛直下方向へ大きな力を出せる筋配列を有していることを数理的に示した。特に、リンクをまたぐ特徴的な筋 f_3' の存在が大きく鉛直下方向へ発揮する力に寄与していることが明らかになった。続いて、駆動冗長性だけでなく、運動学的冗長性もマニピュレータからの出力の最大化に活用する方法を提案した。4リンクマニピュレータを対象に、提案手法により姿勢を変化させることで最大出力を拡大できることを確認した。その後、2関節2対4筋構造を基準として、運動学的冗長性をもつ3関節3対6筋構造、駆動冗長性を持つ2関節3対6筋構造のマニピュレータの先端最大出力を計算し、アクチュエータ総出力が等しい場合においても、3関節3対6筋構造が2関節2対4筋構造の約1.5倍の最大出力を出せることを示した。

第II部においては、筋骨格構造をもつマニピュレータの任意の点の加速度の最大値を、線形計画法を利用して求める方法を導出した。導出した計算方法を用いてヒト下肢の重心の最大加速度分布を計算した結果、ヒトの下肢が重心を鉛直上方向に大きな最大加速度を出す筋配列を有していることが分かった。また、ばらつきが存在する最大筋張力を持つヒト下肢のマニピュレータと最大筋張力にばらつきがないマニピュレータの重心の最大加速度分布を比較することで、大腿四等筋(筋 e_1, e_2, e_3)、下腿三頭筋(筋 e_4, e_5)相当の実効筋が大きな最大筋張力を発揮できることが、特に鉛直上向きに大きな最大加速度を出せることにつながることを明らかにした。更に、提案手法を用いて加速度を鉛直上向きに最大化する筋張力を計算し、常に入力し続けることで垂直跳び動作が簡単に実現できることを報告した。

第4章 冗長自由度を持つマニピュレータの運動時に必要となるエネルギーを最小化する制御手法と、関節数とエネルギーの関係

本章では、冗長自由度を持つマニピュレータが与えられた手先軌道を達成する運動を行う際に、必要となるエネルギーを最小化する制御入力を求める方法について述べる。冗長自由度を最適化に利用するという大きな枠組みは前章と同じである。また、運動時に必要なエネルギーと関節数との関係を定量的に評価するため、関節数 2, 3, 4 のマニピュレータを対象に運動時に必要なエネルギーを計算する。計算結果に基づき、エネルギー最小化という観点から、運動学的冗長性とエネルギー、タスクとの関係について考察を行う。

4.1 冗長自由度を持つマニピュレータのエネルギー最小化に利用する既存研究と本章の目的

マニピュレータの持つ冗長自由度を、運動時に必要となるエネルギーの最小化に利用しようとする研究が過去に行われてきた。ここでは、冗長自由度及び筋骨格構造と、運動時に必要となるエネルギーに関する既存研究について紹介する。

伊藤らは 2 関節筋を持つ 3 対 6 筋構造のマニピュレータと 2 関節筋を持たない 2 対 4 筋構造のマニピュレータでは、同一の運動を行った場合に、筋の重さを考慮しないと筋張力の 2 乗和が 3 対 6 筋の方が少なく済むことを簡単な例を通して数値的に示しており、駆動冗長性が運動時に必要となるエネルギーの低減に役立つことを示した [18]。加島らは 2 関節同時駆動アクチュエータを備えることで、駆動冗長性を持たなくても運動時に必要となるエネルギーが減少することを数値的に示している [16]。また、中村らは運動学的冗長性を有するマニピュレータの最適制御の定式化を行った [35]。

しかし、これらの検討は関節数が同一のマニピュレータに対して行われたものであり、関節数も変数として扱い、冗長自由度を変化させることで運動時に必要となるエネルギーを更に最小化することを考えていない。本論文では、冗長自由度を持たせることの利点を示すことが目的であるため、関節数を変化させることを考える。マニピュレータの関節数を増やすことで、運動中の姿勢の自由度が増すため、より少ないエネルギーで運動が実現できると考えられる。一方、関節数が増加するということは、それにともないアクチュエータ、センサ、アタッチメントなどが増加するということであり、マニピュレータの質量、慣性モーメントなどが増加する。そのため、一概に関節数を増やせばエネルギーが減少する、ということはいえない。そこで、本章では、複数の関節数に対して同一のタスクを設定したときに必要となるエネルギーを計算し、関節数と運動エネルギーの関係を定量的に評価する。また、タスクの種類によっても関節数と運動エネルギーの関係が異なると考えられるので、タスクの種類との関係についても評価を行う。

4.2 運動学的冗長性を持つマニピュレータのエネルギー最小 CP 制御の導出

運動学的冗長性を有するマニピュレータを対象に，CP 制御時に必要となるエネルギーを最小化する最適制御問題を定式化する．最適制御については文献 [36][37] を参考にした．

4.2.1 目標手先軌道と初期条件

達成すべき手先軌道を $x_d(t)$ とする．なお， $x_d(t)$ は 2 回微分まで可能であるとする．また，運動は時刻 $t = t_0$ から $t = t_f$ まで行うものとする． t_0, t_f ともに定数であるとする．マニピュレータの手先位置 x は関節角度ベクトル θ の関数なので， $x(\theta)$ とかける．つまり，時刻 $t = t_0$ から $t = t_f$ までの間， $x_d(t) = x(\theta(t))$ という関係が常に成り立つという拘束条件が課せられる．また， $t = t_0$ における初期姿勢，運動は一致しているとしておく．以上をまとめる．

$$x_d(t) = x(\theta(t)) \quad (t \in [t_0, t_f]) \quad (4.1)$$

$$x_d(t_0) = x(\theta(t_0)) \quad (4.2)$$

$$\dot{x}_d(t_0) = \dot{x}(\theta(t_0)) \quad (4.3)$$

4.2.2 摩擦を考慮したマニピュレータの運動方程式

第??章でも述べた通り，一般に，マニピュレータの運動方程式は以下のようにかける [34] ．

$$\tau = M(\theta)\ddot{\theta} + h(\theta, \dot{\theta}) + g(\theta) \quad (4.4)$$

関節角速度に依存した粘性摩擦抵抗を考慮に入れると，運動方程式は次のようになる．

$$\tau = M(\theta)\ddot{\theta} + h(\theta, \dot{\theta}) + g(\theta) + C\dot{\theta} \quad (4.5)$$

$C = \text{diag}(c_1, \dots, c_m)$ は粘性摩擦係数を対角成分に持つ行列である．本章では，粘性摩擦抵抗を考慮した運動方程式 (4.5) を使用する．その他の物理量の定義は前章と同様である．

ここで，状態変数 z を次のように定義しておく．

$$z = \begin{pmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

このとき，運動方程式 (4.5) は次のようにかきなおすことができる．

$$\dot{z} = \begin{pmatrix} \dot{\theta} \\ M(\theta)^{-1} (\tau - h(\theta, \dot{\theta}) - g(\theta) - C\dot{\theta}) \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

4.2.3 運動時に必要となるエネルギーの評価関数

マニピュレータにはアクチュエータとして DC モータが取り付けられているとする．また，各 DC モータにはギアが付いているとする．このとき，各 DC モータの電機子電流ベクトルを i ，トルク定数を対角成分に持つ行列を $K = \text{diag}(K_1, \dots, K_n)$ ，ギア比 p_i を対角成分に持つ行列を $P = \text{diag}(p_1, \dots, p_n)$ ，関節トルクベクトルを τ とすると以下の関係式が成立する．

$$\tau = KP i \quad (4.8)$$

また、DC モータについてリアクタンス成分を十分小さいとして無視すると以下のような電氣的な関係式が成り立つ。各モータの電機子間電圧ベクトルを V 、電機子抵抗行列を $R = \text{diag}(R_1, \dots, R_n)$ とする。

$$V = Ri + KP\dot{\theta} \quad (4.9)$$

ここで、評価関数として DC モータの消費電力量を設定する。消費電力量は以下の式で計算される。

$$J = \int_{t_0}^{t_f} \mathbf{i}^T V dt \quad (4.10)$$

式 (4.10) を関節トルクベクトル τ を用いて表す。

$$\begin{aligned} J &= \int_{t_0}^{t_f} \mathbf{i}^T V dt \\ &= \int_{t_0}^{t_f} \mathbf{i}^T (Ri + KP\dot{\theta}) dt \\ &= \int_{t_0}^{t_f} \tau^T K^{-1} P^{-1} (RK^{-1} P^{-1} \tau + KP\dot{\theta}) dt \\ &= \int_{t_0}^{t_f} (\tau^T K^{-1} P^{-1} RK^{-1} P^{-1} \tau + \tau^T \dot{\theta}) dt \end{aligned} \quad (4.11)$$

式 (4.11) で表される評価関数を最小化するような入力 τ を求める。

4.2.4 最適制御問題としての数値解法

初期条件である式 (4.2)、式 (4.3) から運動方程式 (4.7) に従い、拘束条件である式 (4.1) を満たしつつマニピュレータが運動するとき、評価関数 (4.11) を最小化する制御入力を求める最適制御問題の数値解法について述べる。

この最適制御問題は以下のようにして逐次的に解を求めることができる。拘束条件 $x_d(t) = x(\theta(t))$ は、初期条件 $x_d(t_0) = x(\theta(t_f))$ 、 $\dot{x}_d(t_0) = \dot{x}(\theta(t_f))$ の下では、 $\ddot{x}_d(t) = \ddot{x}(\theta(t))$ と同値である。また、幾何的な関係式から関節角加速度と手先加速度との関係は、 $\ddot{x}(\theta(t)) = \dot{J}(\theta)\dot{\theta} + J(\theta)\ddot{\theta}$ と求まる。そのため、関節角加速度 $\ddot{\theta}$ は次の拘束条件が課せられる。

$$\ddot{x}_d(t) = \dot{J}(\theta)\dot{\theta} + J(\theta)\ddot{\theta} \quad (4.12)$$

これを同値変形する。

$$\ddot{\theta} = J^+(\theta) (\ddot{x}_d(t) - \dot{J}(\theta)\dot{\theta}) + (I - J^+(\theta)J(\theta)) \mathbf{y} \quad (4.13)$$

ただし、 $J^+(\theta)$ は $J(\theta)$ の擬似逆行列、 I は単位行列、 \mathbf{y} は任意のベクトルである。式 (4.13) のように変形することによって、関節角の冗長性を第二項で陽に表現していることになる。式 (4.5) に式 (4.13) を代入することで、関節トルクベクトル τ は次のようにもとまる。

$$\tau = M(\theta)J^+(\theta) (\ddot{x}_d(t) - \dot{J}(\theta)\dot{\theta}) + M(\theta) (I - J^+(\theta)J(\theta)) \mathbf{y} + \mathbf{h}(\theta, \dot{\theta}) + \mathbf{g}(\theta) + C\dot{\theta} \quad (4.14)$$

式 (4.14) では \mathbf{y} が τ を決定していると見ることもできるため、問題全体として τ を入力として扱うのではなく、 \mathbf{y} を入力として扱うことができる。そこで、関節トルクベクトル τ は状態変数 z と入力 \mathbf{y} に依存することを示すため、以後では $\tau(z, \mathbf{y})$ と書く。このように入力を \mathbf{y} にして問題を定式化しなおすと以下ようになる。

最小化すべき指標

$$J = \int_{t_0}^{t_f} (\tau(z, \mathbf{y})^T K^{-1} RK^{-1} \tau(z, \mathbf{y}) + \tau(z, \mathbf{y})^T \dot{\theta}) dt \quad (4.15)$$

運動方程式

$$\dot{z} = \begin{pmatrix} \dot{\theta} \\ M(\theta)^{-1} (\tau(z, y) - h(\theta, \dot{\theta}) - g(\theta) - C\dot{\theta}) \end{pmatrix} \quad (4.16)$$

初期条件

$$\dot{z}(t_0) = \begin{pmatrix} x_d(t_0) \\ \dot{x}_d(t_0) \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

このように変形すれば、式は多少複雑になるが、拘束条件を常に満たしつつ最適化を行うことができるという利点がある。

次に、以下のようにハミルトニアンを定義する。

$$\begin{aligned} H &= \tau(z, y)^T K^{-1} R K^{-1} \tau(z, y) + \tau(z, y)^T \dot{\theta} + \lambda^T \begin{pmatrix} \dot{\theta} \\ M(\theta)^{-1} (\tau - h(\theta, \dot{\theta}) - g(\theta) - C\dot{\theta}) \end{pmatrix} \\ &= \tau(z, y)^T K^{-1} R K^{-1} \tau(z, y) + \tau(z, y)^T \dot{\theta} + \lambda_1^T \dot{\theta} + \lambda_2^T M(\theta)^{-1} (\tau - h(\theta, \dot{\theta}) - g(\theta) - C\dot{\theta}) \end{aligned} \quad (4.18)$$

なお、 $\lambda^T = (\lambda_1^T, \lambda_2^T)$ 、 $\lambda_1 \in \mathbf{R}^{m \times 1}$ 、 $\lambda_2 \in \mathbf{R}^{m \times 1}$ はラグランジュの未定乗数を並べたベクトルである。未定乗数ベクトル λ については以下の2つの式のように更新を行う。

$$\dot{\lambda}_i = -\frac{\partial H}{\partial z_i} \quad (4.19)$$

$$\lambda_i|_{t=t_f} = 0 \quad (4.20)$$

このとき、 H_y が目的関数の最急上昇方向を与えることが知られている [37]。

$$H_{y_i} = \frac{\partial H}{\partial y_i} \quad (4.21)$$

式 (4.19),(4.21) の具体的な計算は煩雑となるため、付録 D にまとめた。

以上で次のような最適化アルゴリズムが得られる。

運動学的冗長性を持つマニピュレータの最小エネルギー CP 制御入力求解のアルゴリズム

1. 初期入力 y^0 を与え、 $k = 0$ とする。
2. y^k から、マニピュレータのダイナミクスを式 (4.16) に従って計算し、状態変数 z^k を求める。
3. y^k と z^k から未定乗数ベクトル λ^k を、式 (4.19)、式 (??) から計算する。
4. 勾配関数 H_y を計算し、式 (4.15) を最小にする y を直線探査する。 $k = k + 1$ として、直線探査により求めた入力を y^k とする。
5. 手順 2-4 を十分な回数繰り返し、十分な結果が得られれば終了する。得られなければ手順 1 に戻る。

なお、本章で示した方法では局所最適解しか求まらないことに注意が必要である。そのため、以降の検証例では複数の初期入力トルクを与え、最小のエネルギーをとる解を近似的に最適解とした。

4.3 想定するマニピュレータのパラメータとタスク

本節では、運動時に必要となるエネルギーの数値評価を行う際に用いる、マニピュレータのパラメータとタスクについて述べる。

4.3.1 マニピュレータのパラメータ

まず、本章で想定するマニピュレータの概要図を図 4.1 に示す。

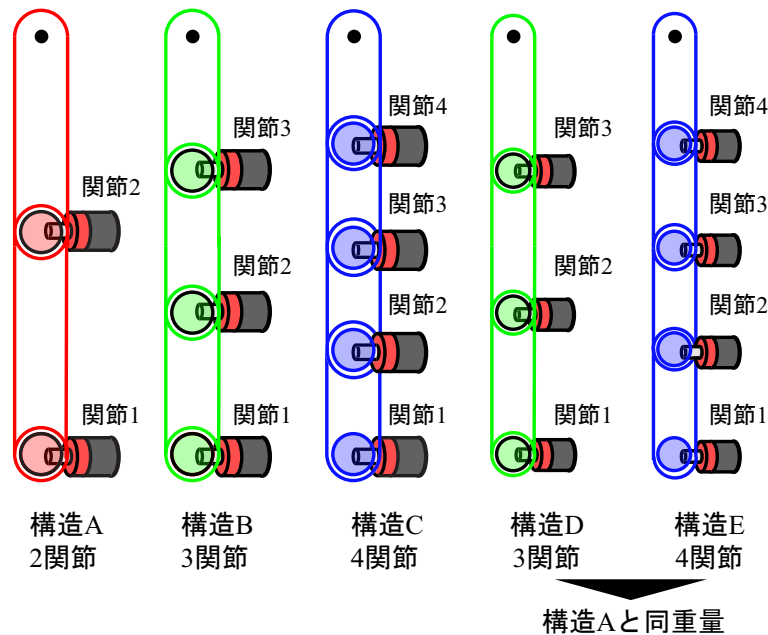


図 4.1: 想定する 5 つのマニピュレータ構造

関節数がそれぞれ 2, 3, 4 のマニピュレータを考え、関節数が 3, 4 のマニピュレータは、重量を軽くしたマニピュレータも別に考える。これは、重量変化の影響を排し、関節数の変化による運動時に必要となるエネルギーの変化を純粋に比較することを目的とするためである。図 4.1 に示すように、以下のように 5 つの構造をそれぞれ構造 A, 構造 B, 構造 C, 構造 D, 構造 E と呼ぶ。

構造 A 関節数 2 のマニピュレータ

構造 B 関節数 3 のマニピュレータ

構造 C 関節数 4 のマニピュレータ

構造 D 関節数 3 の構造 A と同重量のマニピュレータ

構造 E 関節数 4 の構造 A と同重量のマニピュレータ

全てのマニピュレータはマニピュレータを真っ直ぐに伸ばしたときの全長が等しくなるように設定した。以上のような条件のもとで設定した各構造のマニピュレータの基本パラメータを表 4.1 に示す。同一構造内では、全てのリンク、関節は等しいパラメータを持つとした。また、各関節に配置する DC モータのパラメータを表 4.2 に示す。

4.3.2 指定するタスクの詳細

指定するタスクは以下の 4 つである。

タスク 1 重力の影響を受けない水平面で、マニピュレータ先端を $(x, y) = (-0.20, 0.40)\text{m}$ から $(x, y) = (0.271, 0.40)\text{m}$ へ水平に移動させる。

表 4.1: 各構造の基本パラメータ

	構造 A	構造 B	構造 C	構造 D	構造 E
リンクの重量 : m_i [kg]	2.00	2.00	2.00	1.33	1.00
リンクの長さ : l_i [m]	0.300	0.200	0.150	0.200	0.150
リンクの関節中心から重心までの長さ : $l_{g,i}$ [m]	0.150	0.100	0.0750	0.100	0.0750
リンクの回転半径 : r_i [m]	0.0200	0.0200	0.0200	0.0200	0.0200
リンクの慣性モーメント : I_i [kg]	0.00152	0.00687	0.00395	0.00458	0.00198

表 4.2: DC モータのパラメータ

電機子抵抗 : R	1.10[Ω]
トルク定数 : K	0.0127 [Nm/A]
ギア比 : p_i	300
関節粘性抵抗係数 : c_i	0.02 [Nmsec/rad]

タスク 2 重力の影響を受ける矢状面で、マニピュレータ先端を $(x, y) = (0.30, -0.50)$ m から $(x, y) = (0.3, 0.254)$ m へ鉛直上方向に移動させる。

タスク 3 重力の影響を受ける矢状面で、マニピュレータ先端におもりをつけ、マニピュレータ先端を $(x, y) = (0.30, -0.50)$ m から $(x, y) = (0.3, 0.254)$ m へ鉛直上方向に移動させる。

タスク 4 重力の影響を受けない水平面で、粘性の影響が強い環境で、マニピュレータ先端を $(x, y) = (-0.20, 0.40)$ m から $(x, y) = (0.271, 0.40)$ m へ水平に移動させる。

いずれのタスクにおいても、マニピュレータの関節は全て停止した状態から運動を始め、先端速度が三角関数をとるような先端軌道为目标軌道とした。タスク 1、タスク 4 での目標先端軌道を図 4.2 に、タスク 2、タスク 3 での目標先端軌道を図 4.3 に示す。また、同一タスクを 0.50sec、1.0sec の 2 つの動作時間で行った。

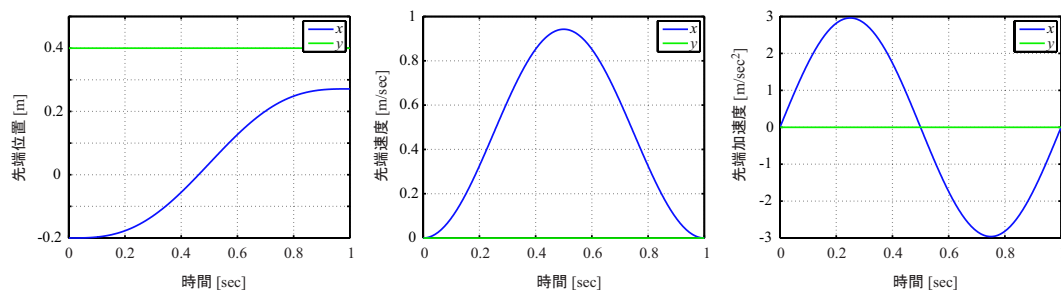


図 4.2: タスク 1, タスク 4 の目標先端軌道

なお、タスク 3 において、質量 M のおもりをマニピュレータ先端に配置すると、マニピュレータの基本パラメータが表 4.3 に示すように変化する。

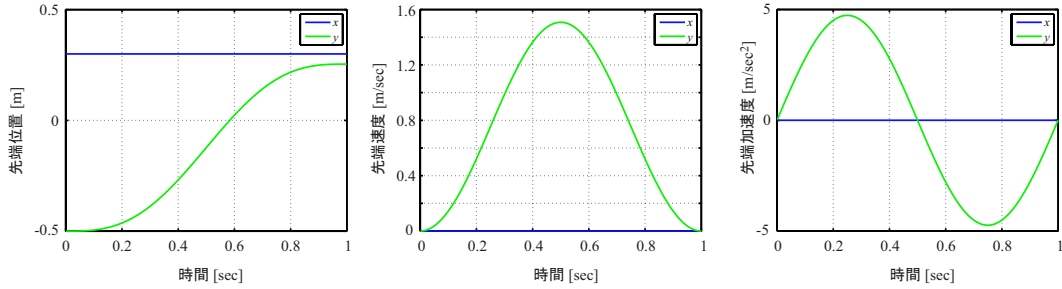


図 4.3: タスク 2，タスク 3 の目標先端軌道

表 4.3: 先端のおもりによる基本パラメータの変化

	変化前	変化後
リンク長	l	l
重心までの距離	lg	$\frac{Ml+mlg}{M+m}$
質量	m	$M + m$
慣性モーメント	I	$I + \left(\frac{l-lg}{M+m}\right)^2 \left(Mm^2 + 2M^2m\frac{lg}{l}\right)$

4.4 エネルギー最小 CP 制御に基づく運動時に必要なエネルギーの計算結果

第 4.3 節に示したマニピュレータ構造とタスクに対して，第 4.2 節で導出したエネルギー最小化 CP 制御を適用し，各構造が各タスクを行う際に必要とするエネルギーを計算した．なお，式 (4.15) において，右辺第一項は DC モータの電機子抵抗による熱損失，右辺第二項は運動とに伴う力学的エネルギーの収支であるので，これらをそれぞれ $E_{\text{electrical}}$, $E_{\text{mechanical}}$ と表す．また， $E_{\text{electrical}}$, $E_{\text{mechanical}}$ の合計を表記の便宜上 E_{total} とする．これらを式で表すと以下ようになる．

$$E_{\text{electrical}} := \int_{t_0}^{t_f} \left(\tau(z, \mathbf{y})^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{R} \mathbf{K}^{-1} \tau(z, \mathbf{y}) + \tau(z, \mathbf{y})^T \dot{\boldsymbol{\theta}} \right) dt \quad (4.22)$$

$$E_{\text{mechanical}} := \int_{t_0}^{t_f} \tau(z, \mathbf{y})^T \dot{\boldsymbol{\theta}} dt \quad (4.23)$$

$$E_{\text{total}} := E_{\text{electrical}} + E_{\text{mechanical}} \quad (4.24)$$

計算結果を表 4.4 に示す．表中において，構造 A の E_{total} を $E_{A,\text{total}}$ ，0.50sec で行うタスク 3 を T3-0.5 という風に表示した．

各タスクを 1.0sec で行うときのマニピュレータの姿勢変化の様子，各関節トルク，各関節での電氣的消費エネルギー $E_{\text{electrical}}$ と力学的消費エネルギー $E_{\text{mechanical}}$ を図 4.4，図 4.5，図 4.6，図 4.7 に示す．

表 4.4: 各マニピュレータ構造と各タスクにおける必要なエネルギーの計算結果

	T1-0.5	T1-1.0	T2-0.5	T2-1.0	T3-0.5	T3-1.0	T4-0.5	T4-1.0
$E_{A,total}$ [J]	0.930	0.109	14.832	6.994	117.117	61.452	5.393	1.226
$E_{A,electrical}$ [J]	0.330	0.021	0.947	0.317	44.927	16.341	0.420	0.043
$E_{A,mechanical}$ [J]	0.600	0.088	13.885	6.677	72.190	45.110	4.973	1.183
$E_{B,total}$ [J]	1.017	0.105	41.678	18.456	249.162	114.720	11.150	2.643
$E_{B,electrical}$ [J]	0.885	0.061	3.576	0.849	63.785	22.957	1.078	0.081
$E_{B,mechanical}$ [J]	0.132	0.043	38.103	17.607	185.380	91.763	10.073	2.562
$E_{C,total}$ [J]	2.101	0.166	53.527	25.128	282.780	129.870	11.220	2.453
$E_{C,electrical}$ [J]	2.083	0.129	5.895	1.802	87.009	32.386	2.158	0.150
$E_{C,mechanical}$ [J]	0.018	0.037	47.632	23.326	195.766	97.480	9.062	2.303
$E_{D,total}$ [J]	0.558	0.073	28.147	12.188	228.920	106.343	10.659	2.602
$E_{D,electrical}$ [J]	0.435	0.027	1.680	0.374	56.078	20.276	0.517	0.048
$E_{D,mechanical}$ [J]	0.123	0.046	26.467	11.814	172.840	86.066	10.142	2.554
$E_{E,total}$ [J]	0.620	0.074	25.606	12.213	241.067	111.561	9.730	2.392
$E_{E,electrical}$ [J]	0.517	0.033	1.486	0.457	69.781	25.614	0.592	0.051
$E_{E,mechanical}$ [J]	0.103	0.041	24.120	11.756	171.290	85.948	9.138	2.341

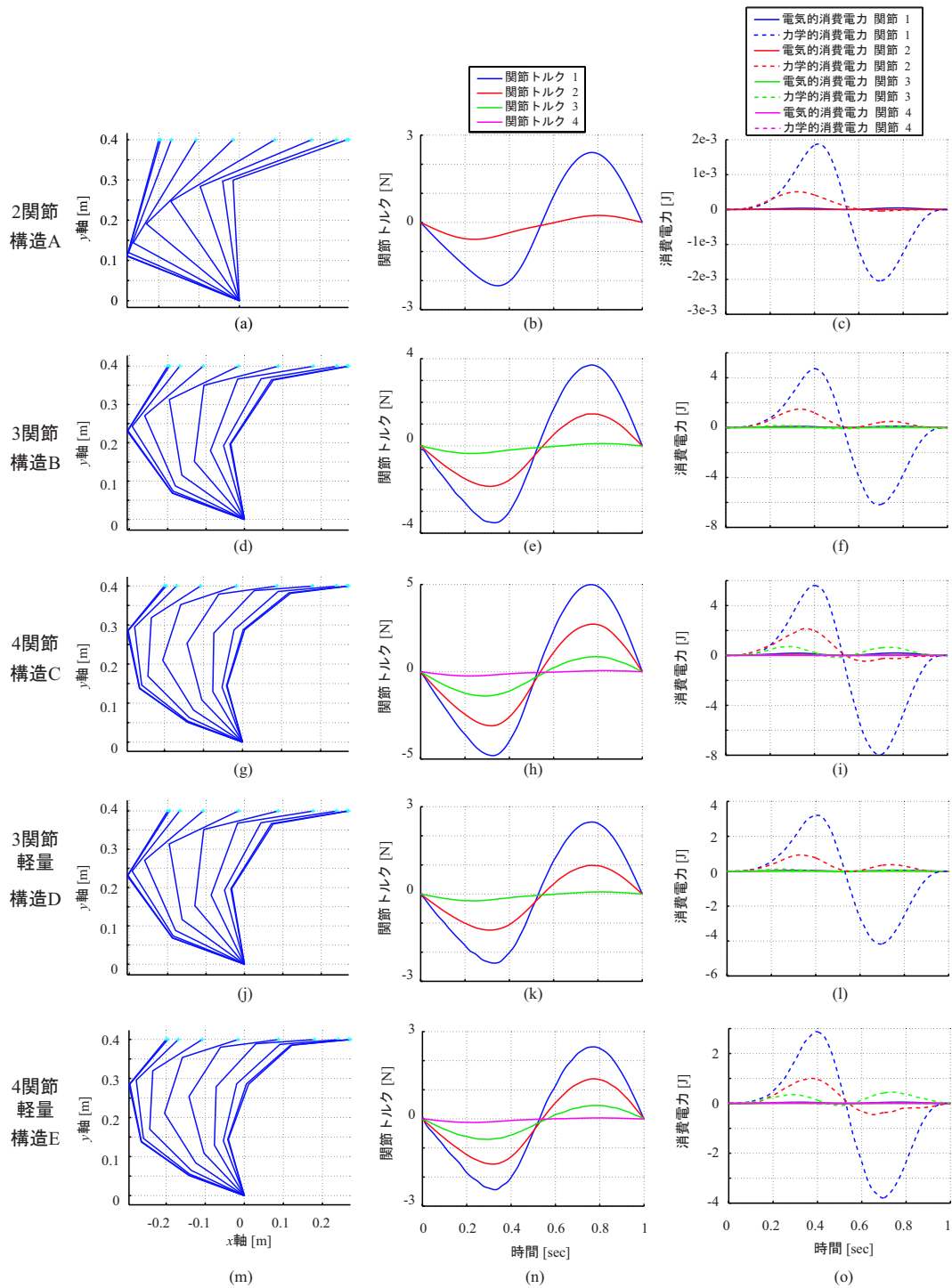


図 4.4: タスク 1 を 1.0sec で行うときのマニピュレータの姿勢変化の様子，各関節トルク，各関節での電氣的消費エネルギー $E_{\text{electrical}}$ と力学的消費エネルギー $E_{\text{mechanical}}$

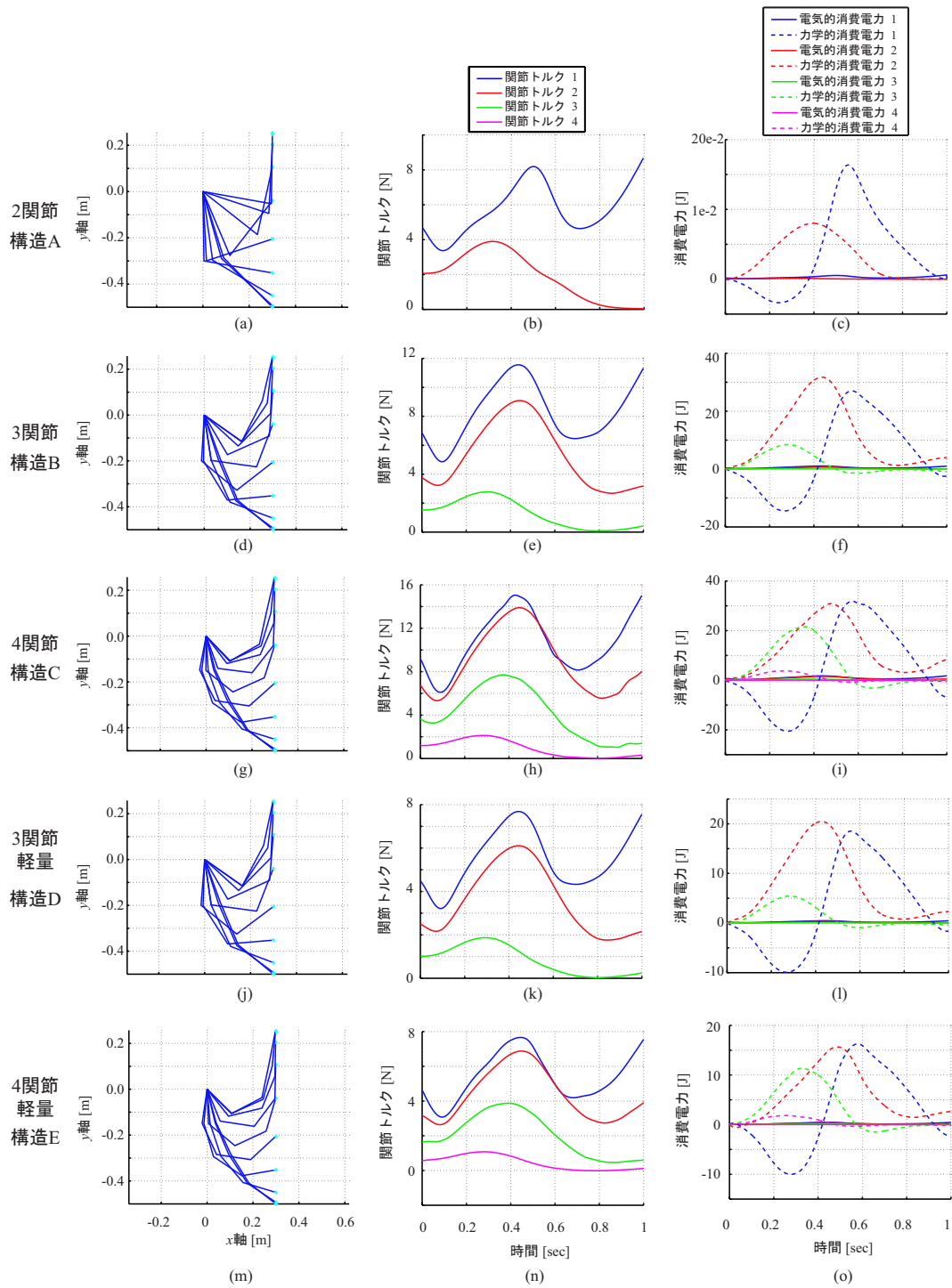


図 4.5: タスク 2 を 1.0sec で行うときのマニピュレータの姿勢変化の様子，各関節トルク，各関節での電気的消費エネルギー $E_{\text{electrical}}$ と力学的消費エネルギー $E_{\text{mechanical}}$

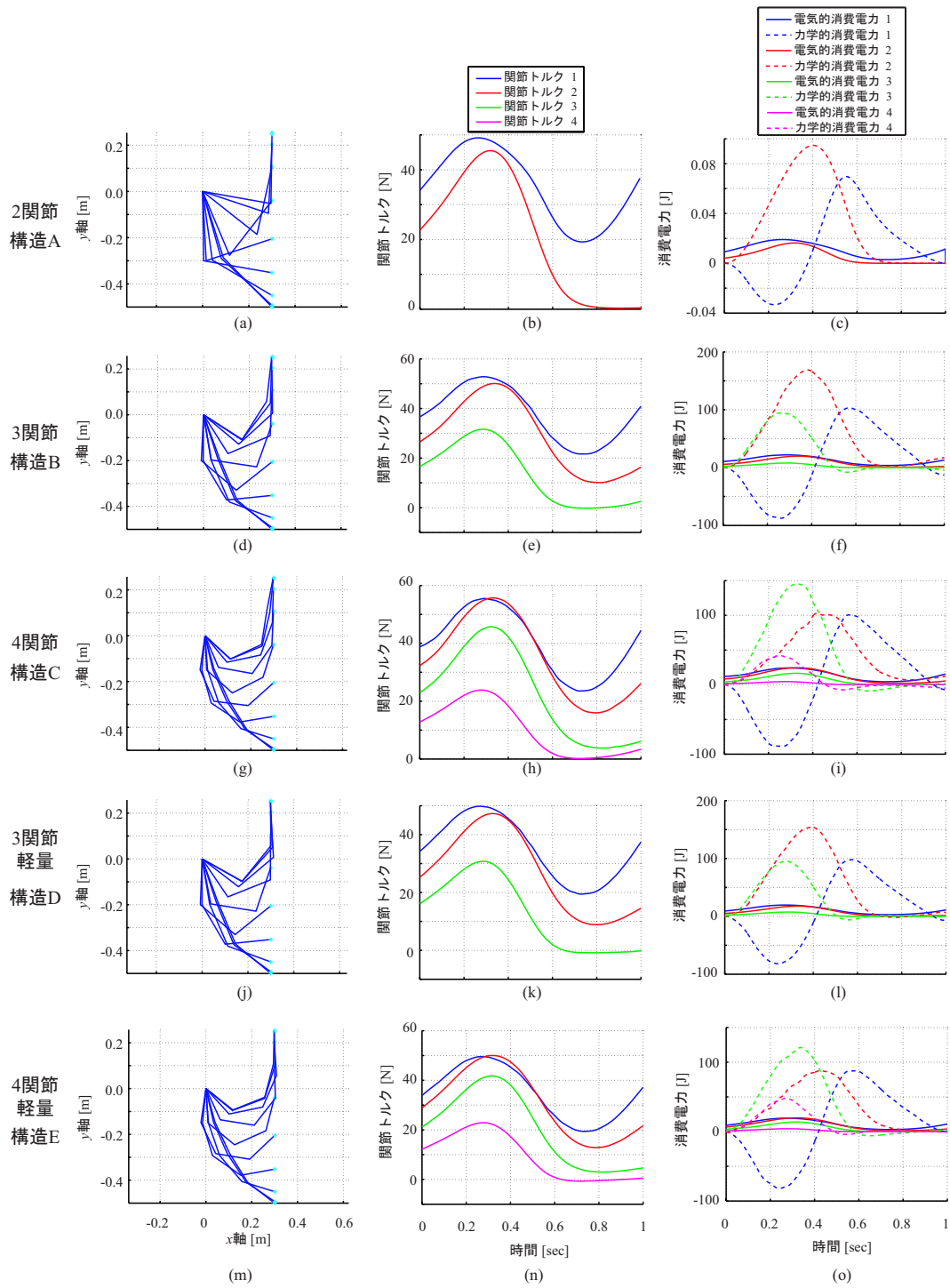


図 4.6: タスク 3 を 1.0sec で行うときのマニピュレータの姿勢変化の様子，各関節トルク，各関節での電気的消費エネルギー $E_{\text{electrical}}$ と力学的消費エネルギー $E_{\text{mechanical}}$

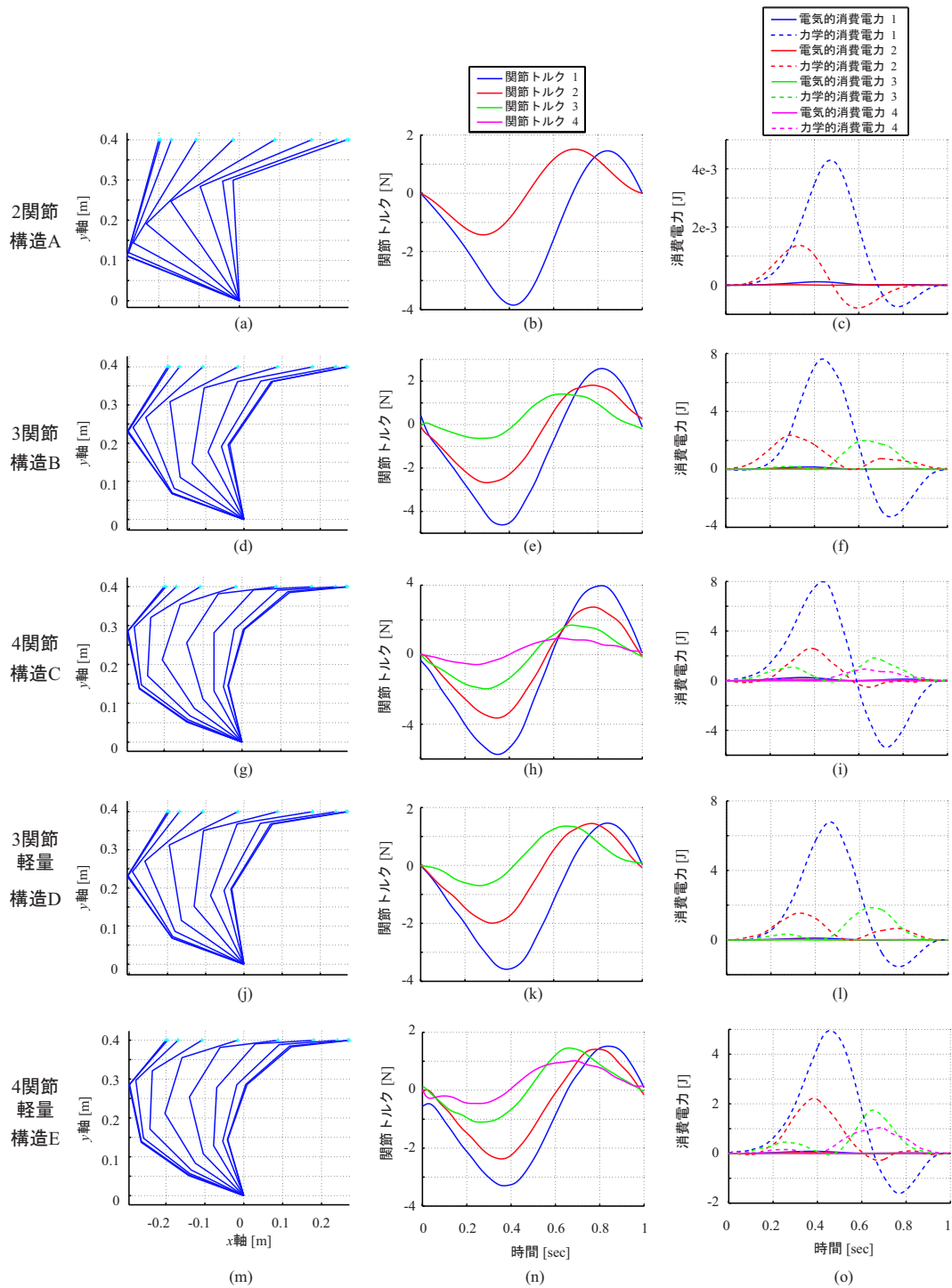


図 4.7: タスク 4 を 1.0sec で行うときのマニピュレータの姿勢変化の様子，各関節トルク，各関節での電気的消費エネルギー $E_{\text{electrical}}$ と力学的消費エネルギー $E_{\text{mechanical}}$

4.5 関節数と運動に必要なエネルギーの関係に関する考察

4.5.1 運動学的冗長性を持つ構造とエネルギーの関係概要

まず、運動学的冗長性を持たない構造 A の 2 関節マニピュレータが、多くのタスクにおいて消費エネルギーが最も少なく済んでいることが表 4.4 から分かる。構造 A よりも消費エネルギーが少ない構造とタスクは、構造 B が 0.50 sec で行うタスク 1，構造 D が 0.50, 1.0 sec で行うタスク 1，構造 E が 0.50, 1.0 sec で行うタスク 1 である。いずれもタスク 1 であることが共通しており、負荷が軽いタスクにおいては構造に運動学的冗長性を持つことがエネルギー的に有利である場合があると分かる。ただし、運動学的冗長性を持つ場合でも、重量が重い場合には、重量の負荷の分、エネルギー的に不利になり、冗長性がない方がよい。その他、抗重力運動など、負荷が大きい場合には、マニピュレータの重量が同じでも、運動学的冗長性を持たない方がエネルギー的に有利である。

また、運動においてマニピュレータ自体の運動と比較して、外部の負荷が大きいタスク、つまりタスク 3 とタスク 4 においては、構造 A で必要なエネルギーの約 2 倍のエネルギーを、他の構造では必要とする。特に、力学的な運動エネルギーの消費量が、構造 A で必要なエネルギーの約 2 倍であるという特徴が全構造で見られる。

4.5.2 運動学的冗長性と電気的な損失との関係に関する考察

前項で挙げた、構造 A よりも消費エネルギーが少ないタスクにおいても、電気的な消費エネルギーは、構造 A が最も少ないという結果になっている。更に、電気的な消費エネルギーが構造 A が最も少ないという結果は、全てにタスクにおいて得られている。このことから、マニピュレータが運動学的冗長性を持つことは、電気的な消費エネルギーの観点からは不利であるということが分かる。

このことは、次のような簡単な例からも分かる。以下のような全長が等しい、関節数が 1, 2 のマニピュレータを考える。1 つのリンクの長さはそれぞれ L であるとする。このとき、関節にトルクを発生させ、先端に外部からかかる力 $F = (0, F)^T$ とつりあわせることを考える。

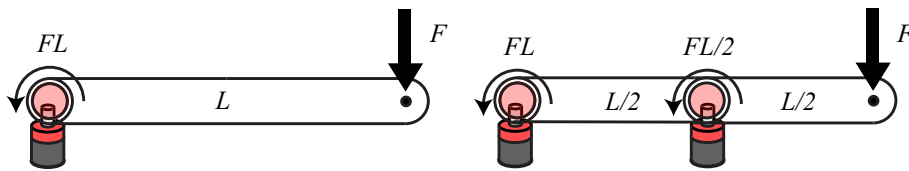


図 4.8: 関節数 1，関節数 2 の構造において先端で力を発生させる

このとき、ヤコビ行列 $J(\theta)$ と関節トルクベクトル τ との関係は以下のようにかける。

$$\tau = J^T(\theta)F \tag{4.25}$$

1 関節のときには具体的には以下のように関節トルクが求まる。

$$\tau = FL(-\sin(\theta_1), \cos(\theta_1))(0, 1)^T = FL \cos(\theta_1) = FL \tag{4.26}$$

2 関節のときには具体的には以下のように関節トルクが求まる。

$$\tau = FL/2 \begin{pmatrix} -\sin(\theta_1) - \sin(\theta_{12}) & -\sin(\theta_{12}) \\ \cos(\theta_1) + \cos(\theta_{12}) & \cos(\theta_{12}) \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = FL \begin{pmatrix} 1 \\ 1/2 \end{pmatrix} \tag{4.27}$$

ここで、 $\tau^T \tau$ が電氣的な消費電力にほぼ比例するとして、関節数 1, 2 の場合をそれぞれ計算すると、 $(FL)^2, 5/4(FL)^2$ になる。このように、関節数 2 の方が消費するエネルギーが多くなる。これは、関節数 2 のマニピュレータにおいて、関節 2 の姿勢をまっすぐに保持するために、関節数が 1 のマニピュレータでは不要だったトルクが必要になることに由来する。そのため、関節数が増えるに従い、姿勢を維持するために余計なトルクが増加することが分かる。動力学についてもほぼ同様の議論が成立するので、関節数が増加することは電氣的な消費エネルギーの増加につながる。

4.5.3 力学的エネルギーの収支と運動学的冗長性との関係

表 4.4 において、力学的消費エネルギーが構造 A よりも他の構造が少ないタスクはタスク 1 にのみ見られる。その他のタスクでは、構造 A の力学的消費エネルギーが最も少ない。式 (4.23) で定義される力学的消費エネルギー $E_{\text{mechanical}}$ は以下のように式変形できる [25]。

$$\begin{aligned} E_{\text{mechanical}} &= \int_{t_0}^{t_f} \tau(z, \mathbf{y})^T \dot{\boldsymbol{\theta}} dt \\ &= \int_{t_0}^{t_f} \dot{\boldsymbol{\theta}}^T \left(M(\boldsymbol{\theta}) \ddot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) + \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta}) + C\dot{\boldsymbol{\theta}} \right) dt \\ &= \int_{t_0}^{t_f} \left(\dot{\boldsymbol{\theta}}^T M(\boldsymbol{\theta}) \ddot{\boldsymbol{\theta}} + \frac{dU}{dt} + \dot{\boldsymbol{\theta}}^T C\dot{\boldsymbol{\theta}} \right) dt \end{aligned} \quad (4.28)$$

U はマニピュレータの位置エネルギーである。式 (4.28) の右辺第一項はマニピュレータの運動エネルギーの変化、右辺第二項は位置エネルギーの変化、右辺第三項は摩擦によるエネルギーの散逸をそれぞれ意味する。この中で、本質的に力学的にエネルギーを消費しているのは摩擦によるエネルギー散逸項である。運動エネルギー項と位置エネルギー項は散逸がなければ保存量であるが、本章で設定したタスクにおいてはこれらの量も収支にカウントされる。タスク 1 のように、運動学的冗長性を持つことで力学的消費エネルギーが、運動学的冗長性を持たない場合に比べて減少することもあるが、一方で、マニピュレータ自体の運動に必要な負荷に比べて外部からの運動負荷が大きい場合に、運動学的冗長性をもたない構造 A の力学的消費エネルギーの約 2 倍を他の構造で消費していた。そのため、より詳細に個別の項について解析することが望ましいが、本研究ではそこまで行えなかった。今後の課題である。

4.5.4 マニピュレータ姿勢軌道，関節トルク軌道，消費電力軌道

図 4.4, 図 4.5, 図 4.6, 図 4.7 を見ると、いずれのタスク、構造においても第一関節にかかるトルクが、他の関節に比べて大きいことが分かる。また、土台から先端に近づくにつれ、関節にかかるトルクが小さくなっていくことが見て取れる。そのため、土台付近には、大出力のモータを配置する必要があると考えられるが、先端付近ではさほど出力の大きくない、小型のモータを配置するだけで十分だと考えられる。そのため、土台部から先端部へかけて、モータの出力を小さくしていくような、アクチュエータの配置設計が有効であると考えられる。ヒトの下肢も腰から足先に向かうにつれて細くなっており、エネルギー的な合理性から、このような構造をとっているのではないかと推察される。

4.6 本章のまとめ

本章では、運動学的冗長性を持つマニピュレータのCP制御時に必要となるエネルギーを最小化する最適制御を導出した。運動学的冗長性と運動時に必要となるエネルギーとの関係把握を目的に、導出した手法を用いて、運動学的冗長性を持たない2関節マニピュレータ、運動学的冗長性を持つ3関節、4関節マニピュレータ、重量が2関節マニピュレータと等しい3関節、4関節マニピュレータを対象に、複数のタスクにおいて運動時に必要となるエネルギーを求めた。その結果、マニピュレータ自身のみを水平移動させるような負荷の軽いタスクにおいては、運動学的冗長性を持つマニピュレータが少ないエネルギーで運動を行えた。その他の、抗重力方向への運動、粘性が強い状況での運動などの負荷が重いタスクにおいては、運動学的冗長性を持たないマニピュレータの方が少ないエネルギーで運動を行えることが分かった。外部からの負荷が重いタスクにおいては、運動学的冗長性をもたない構造と運動学的冗長性をもつ構造を比較すると、力学的消費エネルギーに約2倍程度差が見られた。また、いずれのタスクにおいても電気的消費エネルギーは運動学的冗長性を持たないマニピュレータの方が少なく、力学的エネルギーの収支も運動学的冗長性を持たないマニピュレータの方が多くの場合で少なかった。より少ない消費エネルギーで運動を行うことを目的とする場合には、運動学的冗長性を持たないマニピュレータで行うことが有利であると言える。

第5章 冗長マニピュレータの信頼度の計算方法と冗長性指標の提案

前章までは、マニピュレータの持つ冗長自由度を最適化に利用するという視点に基づいた内容を扱ってきた。本章では、冗長自由度を持つマニピュレータの、出力維持に関する信頼度の計算方法を提案し、冗長自由度と信頼性の関係を定量的に評価する。冗長自由度がマニピュレータの対故障性、信頼性を向上させる、という本論文で提示する視点をこの章でケーススタディを通して検証する。

また、冗長性指標という新しい評価指標を提案する。冗長性指標は、与えられたタスクを実現できる入力集合の広さを評価する指標であり、冗長性指標が高い程、複数のタスクを同時により巧みに行うことが可能であると考えられる。冗長性指標の定義、計算方法を示し、ケーススタディを通じてマニピュレータの構造の評価を行う。

第I部 冗長自由度を持つマニピュレータの信頼度

第I部では、まずはじめに、マニピュレータのもつ冗長自由度と信頼性との関係性を評価するため、出力維持に関する信頼度の計算方法を提案する。信頼度は確率であるため、関節数やアクチュエータ数の異なるマニピュレータ間でも比較可能な評価量であるという利点がある。次に、ケーススタディを通して、冗長自由度を持つマニピュレータと対故障性、信頼度の関係を定量的に評価する。

5.1 信頼度の計算方法

JISの信頼性用語による信頼度の定義は、「アイテムが与えられた条件で既定の期間中、要求された機能を果たす確率」のことである[38]。アイテムとは「信頼性の対象となるシステム」のことで、本論文ではマニピュレータのことである。ここで、一定期間中にアクチュエータの最高出力が確率的に低下すると仮定する。そのうえで、マニピュレータの構造、姿勢、アクチュエータの最高出力という条件を与え、一定期間の間、指定された力を発揮し続けられる確率を、出力維持に関する信頼度として計算する。

5.1.1 アクチュエータの出力と与えられた力の関係

静力学において、マニピュレータから発揮される力 F とアクチュエータの発生する力ベクトル f との関係式は以下の通りである。この式は第3章においても出てきたが、再掲する。

$$Af = \tau = J^T(\theta)F \quad (5.1)$$

また、各アクチュエータの出せる力の範囲には以下の制限が存在する。

$$f_{\min} \leq f \leq f_{\max} \quad (5.2)$$

ここで、モーメントアーム行列 $A \in R^{m \times n}$ のランク、ヤコビ行列 $J \in R^{l \times m}$ のランクをそれぞれ m, l と仮定する。これは、すべての関節にアクチュエータがついており、特異姿勢ではないことを意味する。

このとき、与えられた力ベクトル F に対して、式 (5.1)、式 (5.2) を同時に満たすアクチュエータ出力 f が存在すれば、マニピュレータは与えられた力ベクトル F を出すことができる。

5.1.2 与えられた力ベクトル F を実現するアクチュエータ出力 f が存在するかどうかの判定法

$A, J(\theta), F, f_{\min}, f_{\max}$ が与えられた時、式 (5.1)、式 (5.2) を同時に満たすアクチュエータ出力 f が存在するか判定する方法について説明する。

まず、アクチュエータ出力 f を与えられた力 F によって陽に表現するため、式 (5.1) を f について解く。

$$f = A^+ J^T(\theta) F + (I - A^+ A) z \quad (5.3)$$

$z \in R^{n \times 1}$ は任意のベクトルである。式 (5.2)、式 (5.3) から以下の不等式が導ける。

$$\begin{aligned} f_{\min} \leq f &= A^+ J^T(\theta) F + (I - A^+ A) z \leq f_{\max} \\ \Leftrightarrow f'_{\min} \leq f' &= (I - A^+ A) z \leq f'_{\max} \end{aligned} \quad (5.4)$$

ただし、 $f'_{\min} = f_{\min} - A^+ J^T(\theta) F$ 、 $f'_{\max} = f_{\max} - A^+ J^T(\theta) F$ 、 $f' = f - A^+ J^T(\theta) F$ であるとする。

式 (5.4) を満たす f' が存在すれば、与えられた力ベクトル F を実現するアクチュエータ出力 f が存在するため、 f' について詳細に検討する。まず、 $f' = (I - A^+ A) z$ が A のヌル空間全体を張ることが、以下の 2 つの事実が成立することから分かる。具体的な証明は付録 A に記した。

- 任意の z について右式が成立する。 $A f' = A (I - A^+ A) z = 0$
- $(I - A^+ A)$ のランクは $(n - m)$

このことから、 f' を次のように A のヌル空間を意識した形で書き換えることができる。

$$\begin{aligned} f' &= \alpha_1 f_{\text{null},1} + \cdots + \alpha_{n-m} f_{\text{null},n-m} \\ &= (f_{\text{null},1}, \cdots, f_{\text{null},n-m}) \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_{n-m} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5.5)$$

ただし、 $i = 1, \cdots, n - m$ に対して $\alpha_i \in R$ は任意のスカラー、 $f_{\text{null},i} \in R^{n \times 1}$ は A のヌル空間の基底であるとする。

ここで式 (5.4) から、 f' がどのような空間を張るかが明確化できる。つまり、行列 A のヌル空間のうち、 f'_{\min} と f'_{\max} ではさまれた超直方体で囲まれる凸多面体が f' の張る空間だと分かる。図 5.1 のマゼンタで示された空間が f' が張る空間である。このことから、 f'_{\min} と f'_{\max} とではさまれた超直方体で囲まれる空間と行列 A のヌル空間が交点を持てば、与えられた力 F を実現するアクチュエータ出力 f が存在する。

f'_{\min} と f'_{\max} ではさまれた超直方体で囲まれる空間と、行列 A のヌル空間が交点をもつか調べる方法として、図 5.2 のように、超直方体内に限定せず、超直方体の稜線を含む直線と行列 A のヌル空間との交点を全て求め、求めた交点が超直方体内に存在するのかを判定することを考える。

まず、超直方体の稜線を含む直線と行列 A のヌル空間との交点を求める。式 (5.5) において、行列 $(f_{\text{null},1}, \cdots, f_{\text{null},n-m})$ はサイズが $n \times (n - m)$ で、ランクが $n - m$ である。このことから、 f' のうち適切な $n - m$ 個の要素を指定すると、指定した要素をもつ f' を実現する係数ベクトル $(\alpha_1, \cdots, \alpha_{n-m})^T$ が一意に決定される。このとき、 f' のうち指定した $n - m$ 個の行に対応する行を行列 $(f_{\text{null},1}, \cdots, f_{\text{null},n-m})$ から抜き出して小行列を作ると、この小行

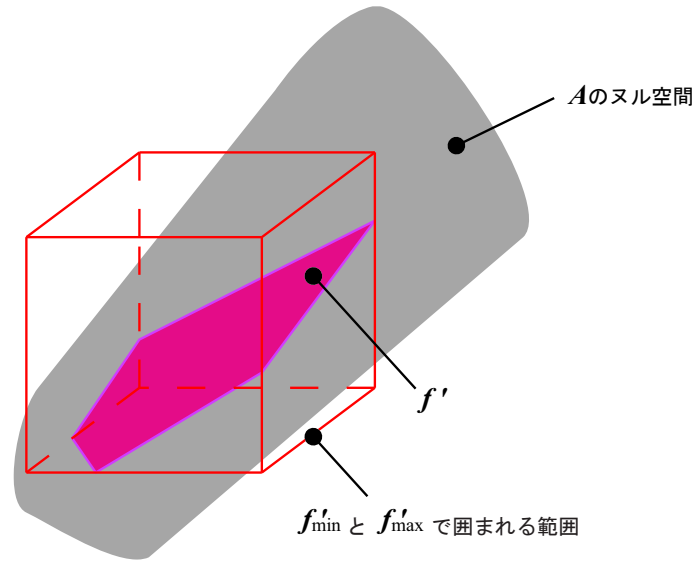


図 5.1: f'_{\min} と f'_{\max} に囲まれる超直方体内の A のヌル空間が f' の張る空間

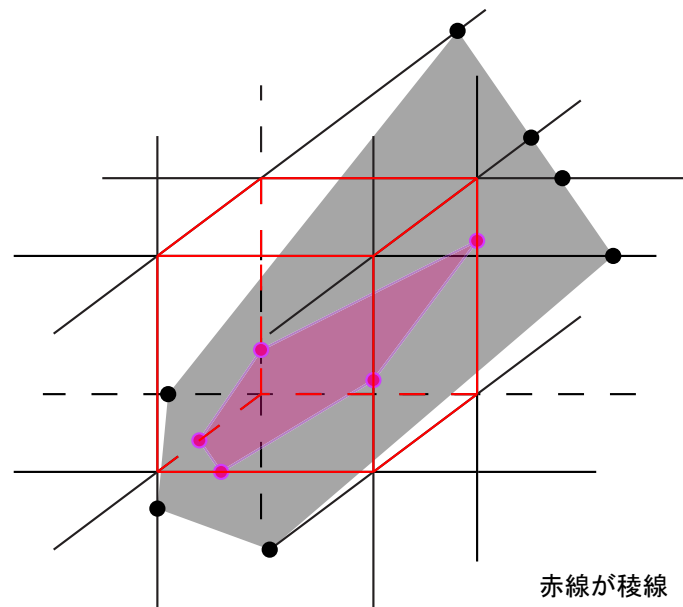


図 5.2: 超直方体の稜線を含む直線とヌル空間との交点が、超直方体内に存在するか調べる

列はサイズ $(n - m) \times (n - m)$ の正方行列となり、更にフルランクとなる。そこで、 f' のうち $n - m$ 個の要素を f'_{\min}, f'_{\max} のいずれかの要素として指定することで $(\alpha_1, \dots, \alpha_{n-m})^T$ を決定し、残りの f' の要素も求めることができる。このような交点をとりうるすべての f'_{\min}, f'_{\max} の要素についてすべて求めることは、超直方体内に限定せず、超直方体の稜線を含む直線と行列 A のヌル空間との交点を全て求めることに相当する。交点を求めた後に、超直方体内に存在する交点が存在するかを式 (5.4) が成立するかで判定する。

5.1.3 簡単な数値例を通した，与えられた力を実現するアクチュエータの出力の存在判定法の手順の確認

ここでは，例を使いながら具体的な数値を当てはめつつ再度手順を説明する．簡単のために $m = 1, n = 3$ とし， $f'_{\min} = (1, 2, 2)^T, f'_{\max} = (3, 4, 4)^T, f_{\text{null},1} = (2, 3, 4)^T, f_{\text{null},2} = (4, 5, 6)^T$ とする．式 (5.4)，式 (5.5) に相当する以下の不等式を満たす (α_1, α_2) が存在するかどうかを判定する．

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \leq f' = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} \quad (5.6)$$

まず，行列 $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$ は明らかにランク 2 の行列であるため， f' のうち任意の 2 つの成分を指定すると (α_1, α_2) が決定できる．そこで， f'_{\min} と f'_{\max} とで囲まれた超直方体の稜線を含む直線の 1 つである $(1, 2, x)^T$ と行列 A のヌル空間の交点を求める．交点の座標は，次の方程式を解くことで計算できる．

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} \quad (5.7)$$

式 (5.7) から，数値の指定された 1 行目と 2 行目に着目することで，まず (α_1, α_2) が求まる．

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} \\ \leftrightarrow \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1.5 \\ -0.5 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5.8)$$

式 (5.8) を式 (5.7) へ代入すると，交点が求まる．

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1.5 \\ -0.5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad (5.9)$$

つまり， $x = 3$ として求まった．このようにして， f'_{\min} と f'_{\max} とで囲まれた超直方体の稜線を含む直線と，行列 A のヌル空間の交点の 1 つが $(1, 2, 3)^T$ として求まった．この交点が式 (5.6) を満たすかどうか調べる．

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} \quad (5.10)$$

式 (5.10) のように不等式を満たすため，この交点は超直方体内に存在すると判定できる．この例では超直方体内に存在する交点が一本の直線から求まったが，もし交点が超直方体内に存在しない場合は， $(1, x, 2)^T$ や $(x, 4, 4)^T$ などの超直方体の稜線を含む他の直線との交点を求めて判定を行う． f'_{\min} と f'_{\max} とで囲まれた超直方体と行列 A のヌル空間とが交点を持つなら，いずれかの直線との交点が超直方体内に存在する．

5.1.4 線形計画法を利用した与えられた力ベクトル F を実現するアクチュエータ出力 f が存在するかどうかの判定法

第 5.1.2 項で示した方法とは異なる判定法も考えられる．第 3 章で提案した最大出力を求める方法を利用すれば，与えられた力ベクトル F を実現するアクチュエータ出力 f が存在するか判定できる．すなわち，与えられた力ベクトル F の方向 ϕ に着目し，式 (5.2) のアクチュエータの最小，最大出力制約のもと，線形計画法を用いて発揮できる力の最大値を求め，与えられた力ベクトル F の大きさと比較を行えばよい．式 (5.2) の制約のもとで発揮できる力の最大値が与えられた力ベクトル F の大きさよりも大きければ，与えられた力ベクトル F を実現するアクチュエータ出力 f が存在することになる．

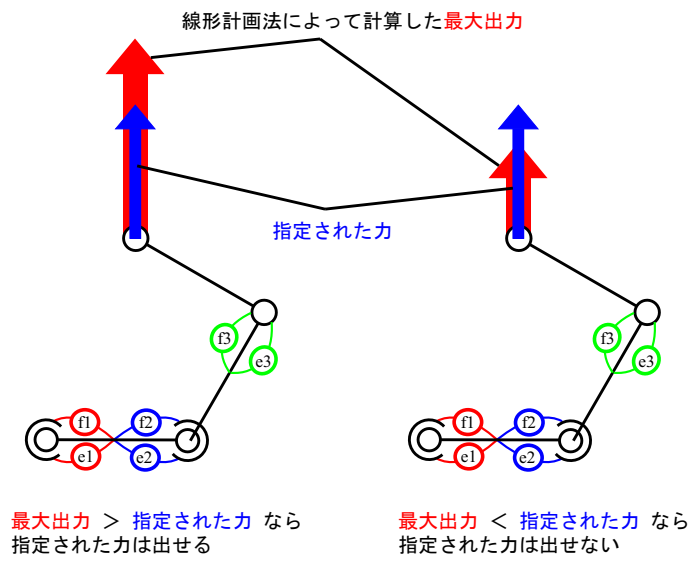


図 5.3: 線形計画法を利用した，力 F を実現する f の存在判定法

この方法は，第 5.1.2 項の方法に比べて理解しやすく，簡単に実装できるという利点があるが，線形計画法を利用する分，計算量が多く，冗長自由度を多くもつマニピュレータを対象にするなど，問題の規模によっては計算時間が長くなる．そのため，以降の数値例では全て第 5.1.2 項の方法に従って信頼度を計算した．

5.1.5 アクチュエータの出力低下に関する確率密度と，信頼度の数値計算方法

アクチュエータの一部が故障や疲労などにより，最低出力が上昇，最高出力が減少するとする．最低出力 f_{\min} と最高出力 f_{\max} が変化して，それぞれ f''_{\min}, f''_{\max} となるとすると，アクチュエータが出せる力 f は以下の不等式を満たす．

$$f_{\min} \leq f''_{\min} \leq f \leq f''_{\max} \leq f_{\max} \tag{5.11}$$

マニピュレータから出したい力 F と，変化後の最低出力，最高出力 f''_{\min}, f''_{\max} に対して，式 (5.1)，式 (5.11) を同時に満たす f が存在すれば，マニピュレータは力 F を出力することができる．ここで，単位時間経過後に最低出力，最高出力がそれぞれ f''_{\min}, f''_{\max} に変化する確率密度を $p(f''_{\min}, f''_{\max})$ とする．すると，ある力 F を出力できる確率は，式 (5.1)，式 (5.11) を同時に満たす f が存在する，全ての f''_{\min}, f''_{\max} についての確率密度 $p(f''_{\min}, f''_{\max})$ の総和となる．計算機上で数値的に計算する場合，式 (5.11) を満たす範囲内で，最低出力 f''_{\min} ，最高出力 f''_{\max}

を適当な間隔でサンプリングして上の f の存在判定を行う。与えられた力 F を実現するアクチュエータ出力 f が存在する変化後の最低出力, 最高出力 f''_{\min}, f''_{\max} に対して, 確率密度 $p(f''_{\min}, f''_{\max})$ を足すことで信頼度が計算できる。

5.2 信頼度分布の数値例

関節数, アクチュエータ配置, 姿勢などを変え, マニピュレータの構造と信頼度の関連を調べる。

5.2.1 アクチュエータ出力の低下確率モデル

アクチュエータの最低出力, 最高出力が f''_{\min}, f''_{\max} へと変化する確率密度 $p(f''_{\min}, f''_{\max})$ を仮定する。ここでは簡単のため, アクチュエータの最低出力 f_{\min} は 0 として, 変化しないとする。つまり, 出力の上限 f_{\max} のみの変化を対象とする。また, 各アクチュエータはそれぞれ独立に最高出力を低下するものとする。更に, あるアクチュエータ i の最高出力が $f_{i,\max}$ から任意の $f''_{i,\max}$ ($0 \leq f''_{i,\max} \leq f_{i,\max}$) へ変化する確率が等しいものと仮定する。つまり, 確率密度 $p(f''_{\min}, f''_{\max}) = \prod_i 1/f_{i,\max}$ の一様分布として仮定する。

5.2.2 信頼度分布の計算手順

信頼度分布の計算手順についてまとめる。まず, 第 3 章で示したマニピュレータの最大出力分布より外側では, そもそもマニピュレータは力を出しえないので, 信頼度は 0 になる。そのため, 最大出力分布を計算し, その内部の力に対して信頼度を計算することになる。また, 信頼度はある力に対して計算できる量であるため, 信頼度の分布を求めるために, 最大出力分布内の力を適当な間隔でサンプリングし, それらの力に対して個別に信頼度を計算する。図 5.4 に信頼度を計算する力のサンプリング例を示す。サンプリングしたそれぞれの力に対する信頼度を計算した後, それらの信頼度を最大出力分布内で線形補間させて信頼度分布とした。

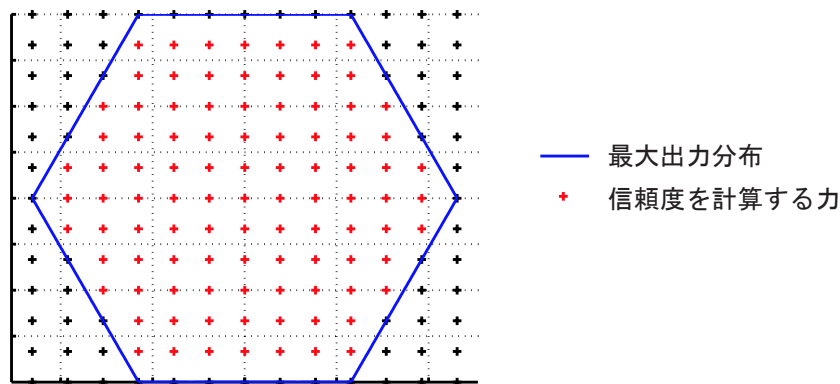


図 5.4: 信頼度を計算する力のサンプリング例

5.2.3 2 対 4 筋構造のマニピュレータの信頼度分布

2 対 4 筋構造をもつマニピュレータを対象に，信頼度分布を計算した．想定するマニピュレータのパラメータを以下に示す．

$$A = 0.03 \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad [\text{m}] \quad (5.12)$$

$$l_1 = 1, l_2 = 1 \quad [\text{m}] \quad (5.13)$$

$$\mathbf{f} = (f_1, e_1, f_2, e_2)^T \quad (5.14)$$

$$\mathbf{f}_{\min} = (0, 0, 0, 0)^T \quad [\text{N}] \quad (5.15)$$

$$\mathbf{f}_{\max} = (10, 10, 10, 10)^T \quad [\text{N}] \quad (5.16)$$

マニピュレータの関節角度は， $\theta_1 = 0 \text{ deg}$ を固定し， θ_2 を $30, 60, 90, 120, 150 \text{ deg}$ と変化させた．計算に用いるマニピュレータの姿勢を図 5.5 に示す．信頼度分布の計算結果を図 5.6 に示す．

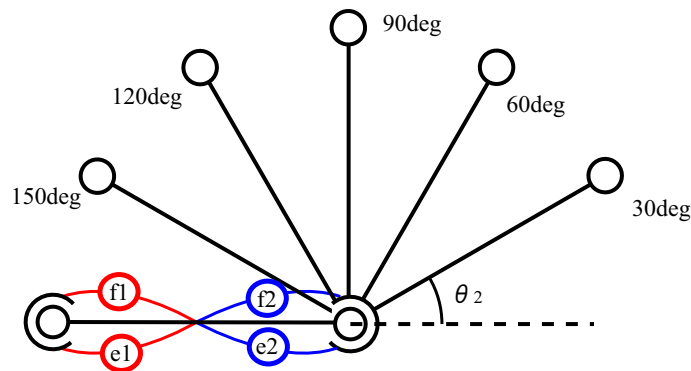


図 5.5: 2 対 4 筋構造のマニピュレータと，検証を行う姿勢

全く力を出さないときに最大値をとり，最大出力付近に向かうにつれて信頼度が低下するという妥当な結果が得られた．また，高い信頼度で実現できる力は，力の大きさが小さい，ごく限られた範囲にしか存在しないことがわかる．更に，最大出力分布の形状と相関があるだろうことが予測される．これらの特徴はいずれの姿勢でも見られる．このように，信頼度分布を求めることで，最大出力分布を立体的に捉えることが可能となる．

5.2.4 3 対 6 筋構造のマニピュレータの信頼度分布

次に，3 対 6 筋構造の，関節数が 2 のマニピュレータの先端から一定の力を出すときの信頼度分布について検証を行う．この場合，以下のようなモーメントアーム行列をとる．

$$A = 0.03 \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad [\text{m}] \quad (5.17)$$

$$l_1 = 1, l_2 = 1 \quad [\text{m}] \quad (5.18)$$

$$\mathbf{f} = (f_1, e_1, f_2, e_2, f_3, e_3)^T \quad (5.19)$$

$$\mathbf{f}_{\min} = (0, 0, 0, 0, 0, 0)^T \quad [\text{N}] \quad (5.20)$$

$$\mathbf{f}_{\max} = (10, 10, 10, 10, 10, 10)^T \quad [\text{N}] \quad (5.21)$$

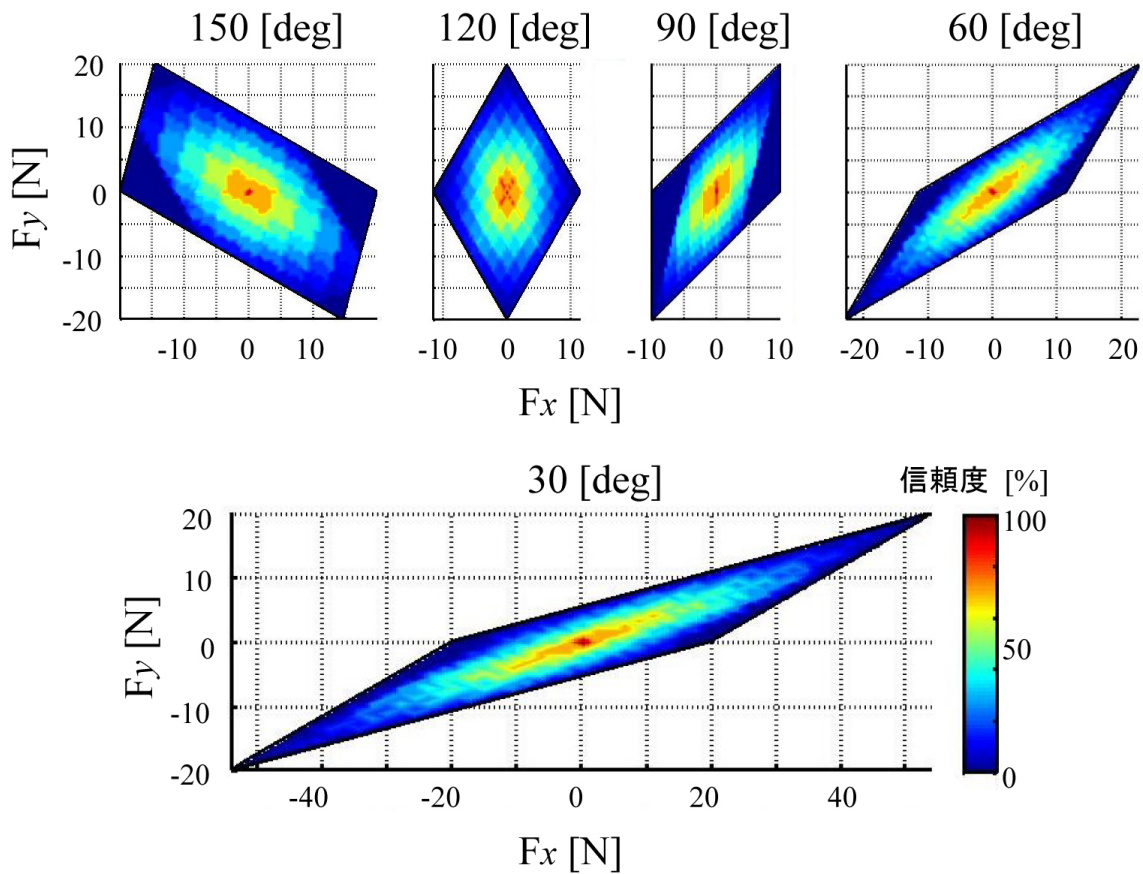


図 5.6: 2 対 4 筋構造のマニピュレータの信頼度分布

また、 $\theta_1 = 0 \text{ deg}$ は固定し、 θ_2 を 30, 60, 90, 120, 150 deg と変化させた。マニピュレータの姿勢を図 5.7 に示す。信頼度分布の計算結果を図 5.8 に示す。

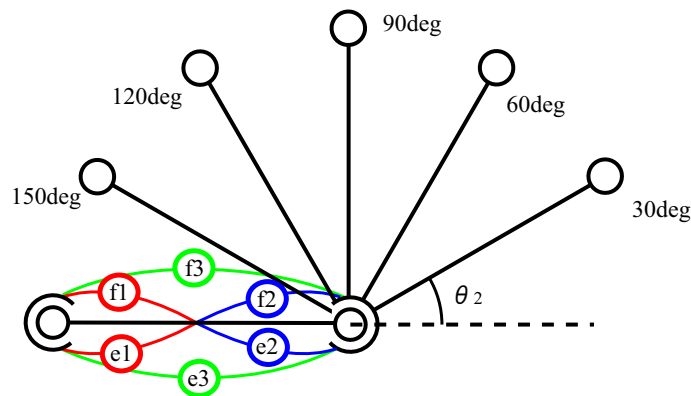


図 5.7: 3 対 6 筋構造のマニピュレータと、検証を行う姿勢

前項の 2 対 4 筋構造のマニピュレータの信頼度分布と特徴は概ね似ている。ただし、高い信頼度で出力できる力の範囲が 2 対 4 筋構造のマニピュレータに比較して広いことが見て取れる。つまり、3 対 6 筋構造のマニピュレータの方が、出力が大幅に下がるということが 2 対 4 筋構造のマニピュレータよりも起こりにくいということ

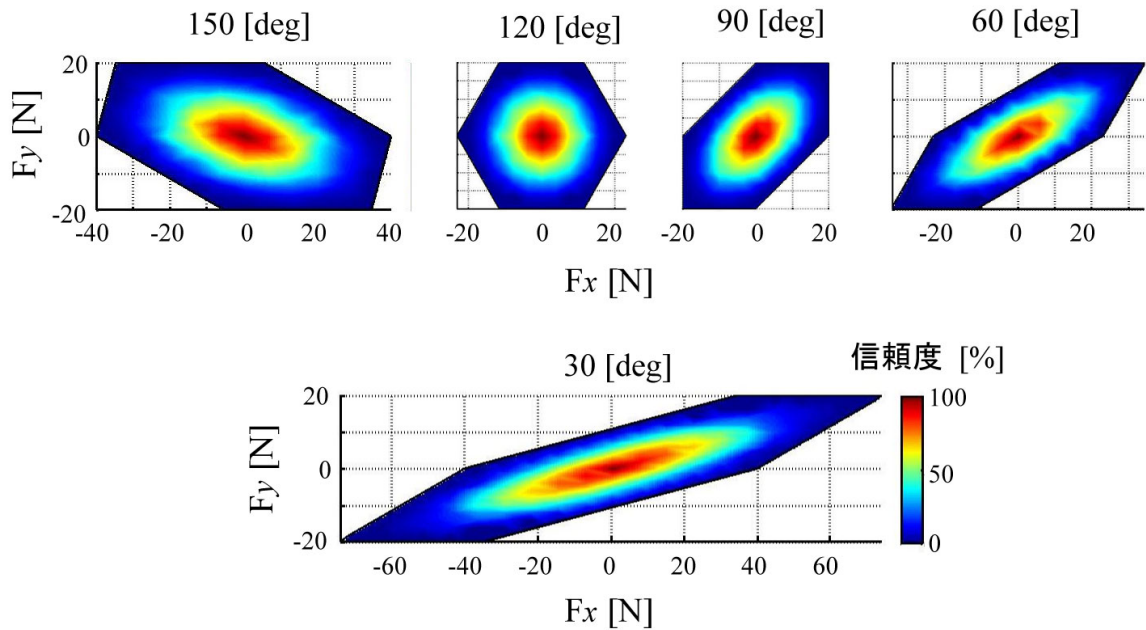


図 5.8: 3 対 6 筋構造のマニピュレータの信頼度分布

が言え、信頼性が高いと言える。また、マニピュレータ土台とマニピュレータ先端とを結ぶ方向が、信頼度の高い楕円の領域の長軸方向と一致することが明確になった。3 対 6 筋構造は土台と先端を結ぶ方向へ力を出すタスクに対して信頼度が高い構造をしている。

5.2.5 3 対 6 筋構造のマニピュレータと、出力 1.5 倍のアクチュエータを持つ 2 対 4 筋構造のマニピュレータの信頼度分布の比較

同等の性能をもつアクチュエータを備えた場合、2 対 4 筋構造のマニピュレータと 3 対 6 筋構造のマニピュレータでは、アクチュエータ数がそれぞれ 4 個と 6 個であり、3 対 6 筋構造のマニピュレータの方が 1.5 倍多いので、最大出力分布もそれに応じて広がる。そのため、純粋にマニピュレータの構造の優劣を、2 対 4 筋構造のマニピュレータと 3 対 6 筋構造のマニピュレータの間で比較する場合には、アクチュエータの数の差に応じて、2 対 4 筋構造のマニピュレータのアクチュエータの最高出力を 1.5 倍にして比較検討するのが自然である。そこで、3 対 6 筋構造のマニピュレータの信頼度分布から、最高出力を 1.5 倍した 2 対 4 筋構造のマニピュレータの信頼度分布を引いた分布を計算した。図 5.9 に結果を示す。

まず、最大出力分布に着目すると、広さに関しては 2 対 4 筋構造と 3 対 6 筋構造との間で大きな差はないことが分かる。ただし、最大出力分布の形状には差があるため、2 対 4 筋構造だけが出せる力、3 対 6 筋構造だけが出せる力が存在する。2 対 4 筋構造の方が大きな力を出せる方向はマニピュレータの第一リンク中点からマニピュレータ先端を結ぶ方向であり、3 対 6 筋構造の方が大きな力を出せる方向はマニピュレータの第一リンクと水平な方向である。

次に、信頼度分布の差分に着目する。いずれの姿勢においても原点付近では赤い分布が目立つことから、マニピュレータから出す力が小さいときには 3 対 6 筋構造の方が信頼度が高いことが明確となった。また、ある程度大きい力に対しては、2 対 4 筋構造、3 対 6 筋構造それぞれが他方に比べて信頼度が高い領域を持つ。そして、それらの領域は、それぞれの最大出力分布が他方に比べて大きい領域方向に存在している。つまり、2 対 4 筋構造

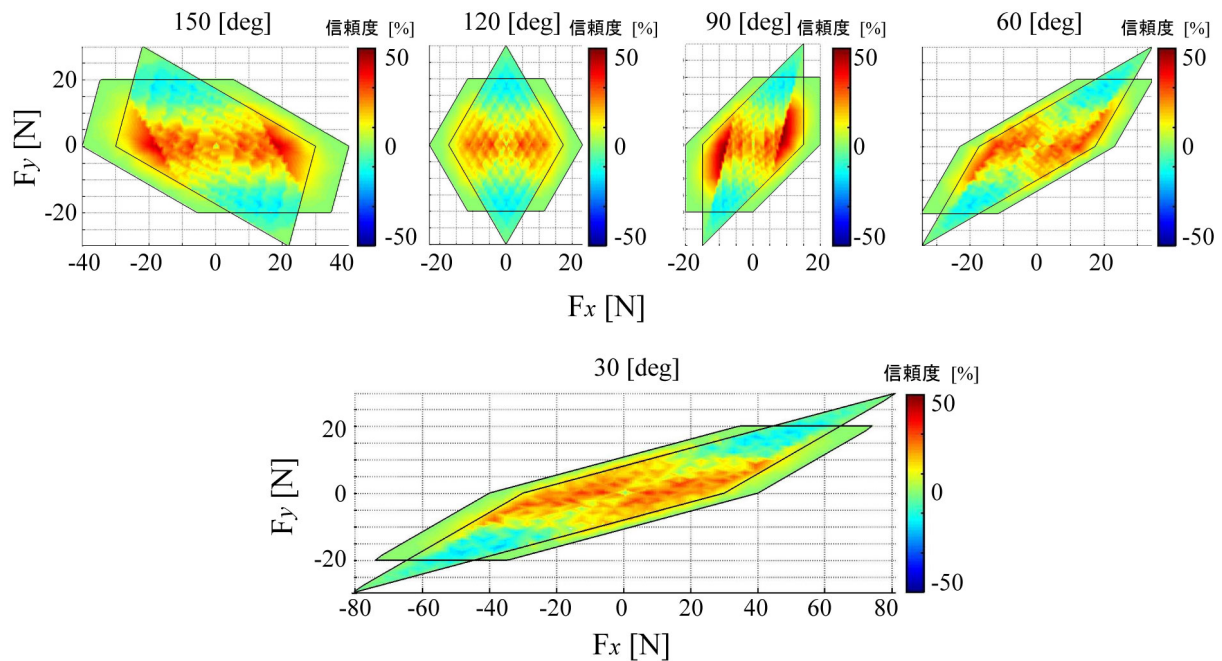


図 5.9: 3 対 6 筋構造のマニピュレータの信頼度分布と、最高出力を 1.5 倍した 2 対 4 筋構造のマニピュレータの信頼度分布の差分

の方が高い信頼度の出力方向はマニピュレータの第一リンク中点からマニピュレータ先端を結ぶ方向であり、3 対 6 筋構造の方が高い信頼度の出力方向はマニピュレータの第一リンクと水平な方向である。ただし、これらの信頼度の差がみられるのは 2 対 4 筋構造、3 対 6 筋構造のマニピュレータ両方が出せる領域にほぼ限られており、当然ながら、最大出力付近に近づくと信頼度の差はごく小さなものとなる。これは主に、図 5.6、図 5.8 に示したように、差分をとる前の信頼度分布において信頼度がそもそも小さいことに起因する。

3 対 6 筋構造のマニピュレータと、最高出力を 1.5 倍した 2 対 4 筋構造のマニピュレータの出力に関して得られた知見を以下にまとめる。

1. 2 対 4 筋構造の方が大きな力を出せる方向はマニピュレータの第一リンク中点からマニピュレータ先端を結ぶ方向であり、3 対 6 筋構造の方が大きな力を出せる方向はマニピュレータの第一リンクと水平な方向である。
2. マニピュレータから出す力が最大出力分布に比べて小さいときには 3 対 6 筋構造の方が信頼度が高い。
3. 2 対 4 筋構造、3 対 6 筋構造それぞれが他方に比べて信頼度が高い領域が、それぞれの最大出力分布が他方に比べて大きい領域方向に存在している。
4. 信頼度が大きく異なるのは、2 対 4 筋構造、3 対 6 筋構造の両方が出せる領域にほぼ限られる。

知見の 1 つ目は既に他の関連研究ですでに明らかにされていたことである [33][39]。この事実は、図 3.3 のように、3 対 6 筋構造においては 2 関節筋が第一リンクと平行な方向の力を生み出すことから理解できる。知見の 2 つ目は、大きさの小さい力に対しては、3 対 6 筋構造の方が、その力を実現するアクチュエータ入力に豊富であることに因ると考えられる。つまり、筋冗長性が 3 対 6 筋構造の方が高く、一部のアクチュエータが最高出力を落としても、他のアクチュエータが入力を上げることで力を実現することができるということである。アクチュエー

タが独立に最高出力を低下させる場合には，アクチュエータの最高出力が低くてもアクチュエータ数が多い方が，高い信頼性で小さな力を出せる．常に最大出力が求められるタスクではなく，小さな力を長時間にわたって出し続けることが求められるタスクに対しては，最高出力を 1.5 倍にした 2 対 4 筋構造よりも，3 対 6 筋構造の方が信頼性の観点から優れていると言える．知見の 3 つ目は，知見の 1 つ目が信頼性についても同様に言えるということである．知見の 4 つ目は，2 対 4 筋構造，3 対 6 筋構造が独自に出せる出力領域はそもそも信頼性が低いということに起因する．そのため，2 対 4 筋構造と 3 対 6 筋構造の 2 つの構造を使い分けるなら，最大出力分布の差異に着目するよりも，信頼度の差に基づき，出したい力の方向に着目して決定するのがよい，とすることができる．具体的には，出したい力が小さいか，第一リンクと水平な方向であるなら 3 対 6 筋構造，出したい力がマニピュレータの第一リンク中点からマニピュレータ先端を結ぶ方向のある程度大きな力なら 2 対 4 筋構造を採用するとよい．

5.2.6 3 関節 3 対 6 筋構造の信頼度分布

6 つのアクチュエータを持つマニピュレータ構造として，図 5.10 に示すような 3 関節 3 対 6 筋のマニピュレータ構造も考えられる．本項では 3 関節 3 対 6 筋構造の信頼度分布を計算する．

3 関節 3 対 6 筋構造では，以下のようなモーメントアーム行列をとる．

$$\mathbf{A} = 0.03 \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad [\text{m}] \quad (5.22)$$

他のパラメータは以下に示す通りである．

$$l_1 = 0.67, \quad l_2 = 0.67, \quad l_3 = 0.67 \quad [\text{m}] \quad (5.23)$$

$$\mathbf{f} = (f_1, e_1, f_2, e_2, f_3, e_3)^T \quad (5.24)$$

$$\mathbf{f}_{\min} = (0, 0, 0, 0, 0, 0)^T \quad [\text{N}] \quad (5.25)$$

$$\mathbf{f}_{\max} = (10, 10, 10, 10, 10, 10)^T \quad [\text{N}] \quad (5.26)$$

$$(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = (0, 60, 90) \quad [\text{deg}] \quad (5.27)$$

マニピュレータの姿勢に関しては，分布の傾向を見るのが目的であるので，図 5.10 に示す 1 つの姿勢について計算を行った．計算結果を図 5.11 に示す．信頼度分布としては，図 5.6 のような 2 対 4 筋構造のマニピュレータのそれに似ている．そのため，急激な出力の低下を起こしにくいという観点からは 2 関節 3 対 6 筋マニピュレータの方が優れていると言える．

5.2.7 ヒト下肢先端の信頼度分布

最後に，ヒト下肢先端から出せる力の信頼度分布を求めた．ヒト下肢のモデルを図 5.12 に再掲する．

関連するパラメータは以下の通りである．

$$\mathbf{A} = 0.03 \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad [\text{m}] \quad (5.28)$$

$$\mathbf{f} = (e_1, f_1, e_2, f_2, e_3, f_3, f_4, e_4, e_5)^T \quad (5.29)$$

$$\mathbf{f}_{\min} = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T \quad [\text{N}] \quad (5.30)$$

$$\mathbf{f}_{\max} = (500, 500, 1240, 85, 220, 485, 175, 495, 1240)^T \quad [\text{N}] \quad (5.31)$$

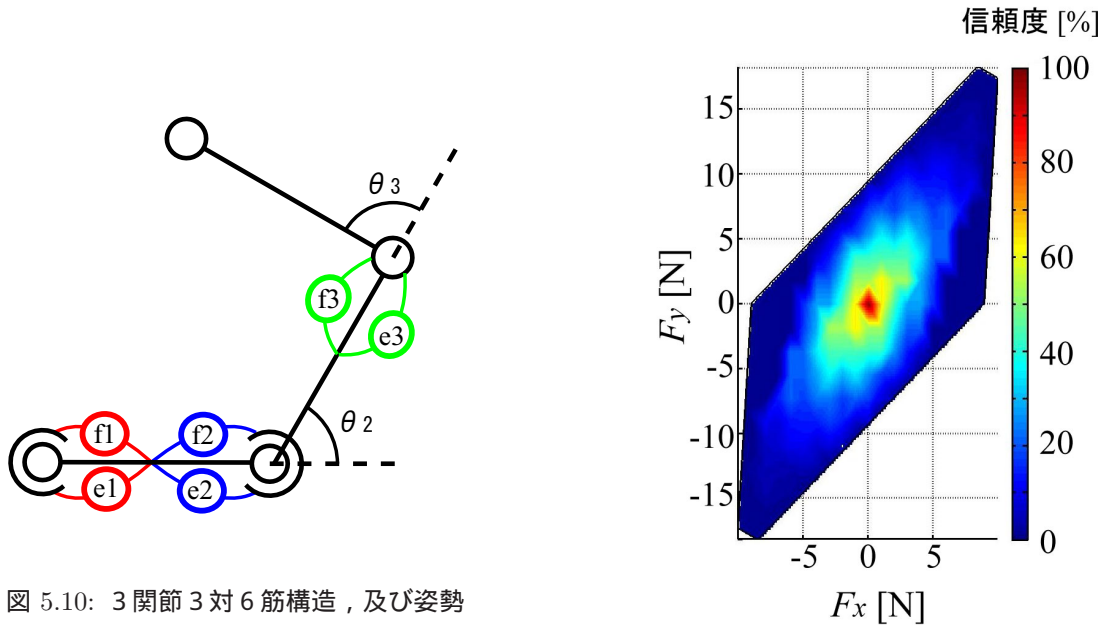


図 5.10: 3 関節 3 対 6 筋構造, 及び姿勢

図 5.11: 3 関節 3 対 6 筋の信頼度分布

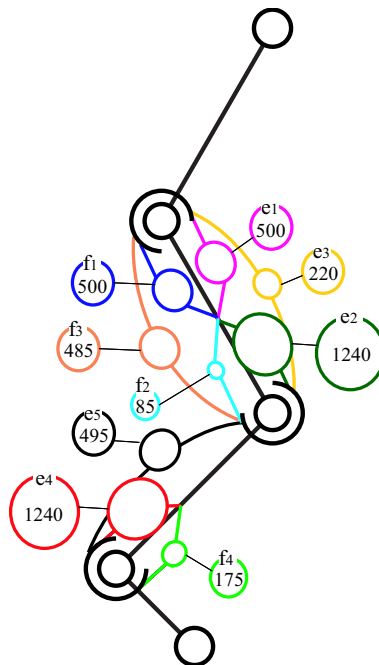


図 5.12: ヒト下肢の筋配置と最大筋張力

計算に用いた姿勢は、 θ_1 を -60 deg , θ_2 を $-30, -60, -90, -120, -150 \text{ deg}$, θ_3 を 60 deg とした。信頼度分布の計算結果を図 5.13 に示す。膝が伸びるに従い、腰と足先を結ぶ方向へ出せる力の最大値が大きくなるが見て取れるが、大きな力に対する信頼度は低い。しかし、腰と足先を結ぶ方向に信頼度が高い領域が広がっているため、ヒト下肢が抗重力方向に優れた信頼性を有していることが分かる。ヒト下肢が、疲労、怪我などで筋肉の出せる力の最大値が落ちて、膝を伸ばした状態で立ってられる信頼度が高いことを数理的に明らかにできた。

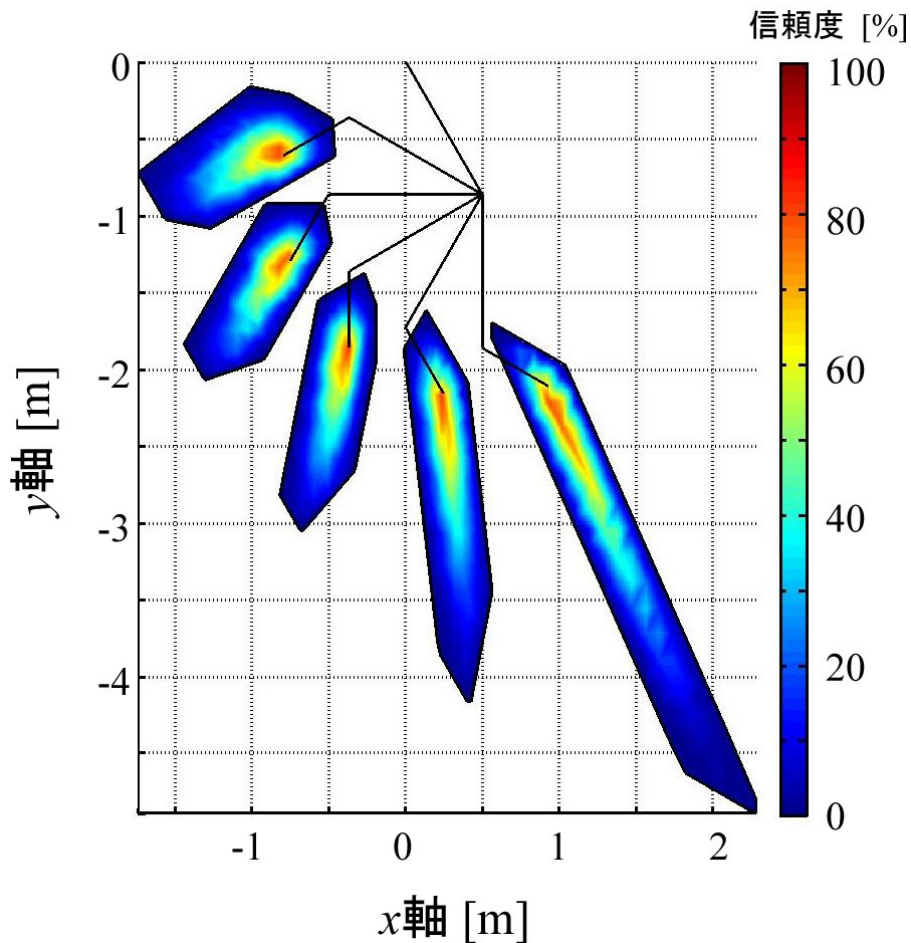


図 5.13: ヒト下肢の信頼度分布

第 II 部 冗長自由度を持つマニピュレータの冗長性指標

第 I 部では、アクチュエータの信頼性に基づき、マニピュレータがある力を出すときの信頼度を計算する方法について述べた。第 II 部では、ある力を実現する入力の高さを指標である冗長性指標を提案する。

5.3 冗長性指標の提案

5.3.1 冗長性指標の考え方、及び定義

本論文で提案する冗長性指標の考え方について述べる。前節で扱った冗長自由度を持つマニピュレータの信頼度は、アクチュエータの最高出力が確率的に低下するときに、マニピュレータが果たすべき機能が維持できる確率であった。信頼度は冗長自由度の役割の 1 つである対故障性、信頼性の向上を定量的に評価する指標である。一方で、冗長自由度の役割として、第 3 章、第 4 章で論じたように、何らかの指標を最適化するために利用できるというものがある。また、他の役割として外乱抑制に活用できる、制御が簡単に行える、複数のタスクを同時に行える、というものがある。これらの役割を実現するには、あるタスクを実現するアクチュエータへの入力が高

数存在し，その入力集合の中から目的に応じた適切な入力を選択することになる．例えば，第 4 章で扱ったように CP 制御時のエネルギーを最小化するには，無数に存在する CP 制御を実現する入力の集合の中から，エネルギーが最小となる入力を選択することになる．また，制御の簡単化についても，あるタスクを実現する無数の入力の集合の中から，簡単な制御を実現する入力を選択することになる．これらの冗長自由度の役割においては，あるタスク，機能を実現する入力が多数存在することが前提となり，それらの入力集合の中から目的に応じた適切なアクチュエータへの入力を選択することになる．そのため，あるタスクを実現する入力集合がそもそも小さければ，それだけ選択の余地が少なく，有効な制御ができる可能性が少なくなるということである．また，対故障性，信頼性向上においても，あるタスクを実現する入力集合が広いことは，アクチュエータの最高出力が低下して入力集合が小さくなくても，依然としてタスクを実現する入力が存在する可能性が高いことを意味する．

以上から，これらの冗長自由度の役割においては，入力の選択肢の数が多いこと，すなわち，あるタスク，機能を実現する入力の集合が広いことが重要であると考えられる（図 5.14 参照）．そこで，あるタスク，機能を実現する入力集合の広さを評価すれば，マニピュレータのもつ冗長自由度の価値が評価できると考えられる．本論文では，あるタスク，機能を実現する入力集合の広さを冗長性指標として定義する．冗長性指標が高ければ，あるタスクを行う以上の役割を，よりよく行うことができる可能性が高くなる．ただし，冗長性指標は入力集合の広さから可能性を評価するものであるため，あくまで目安であることには注意が必要である．なお，入力が離散値の場合は機能を実現する入力の組み合わせの数が冗長性指標となるが，入力が筋張力のように連続値をとる場合には，機能を実現する入力が増える空間の体積が冗長性指標となる．また，入力集合の広さの次元はマニピュレータの構造によって異なるため，同一の構造のマニピュレータ間でしか評価できない．次節以降で，冗長性指標の計算方法，冗長性指標に基づくマニピュレータ構造の評価を行う．

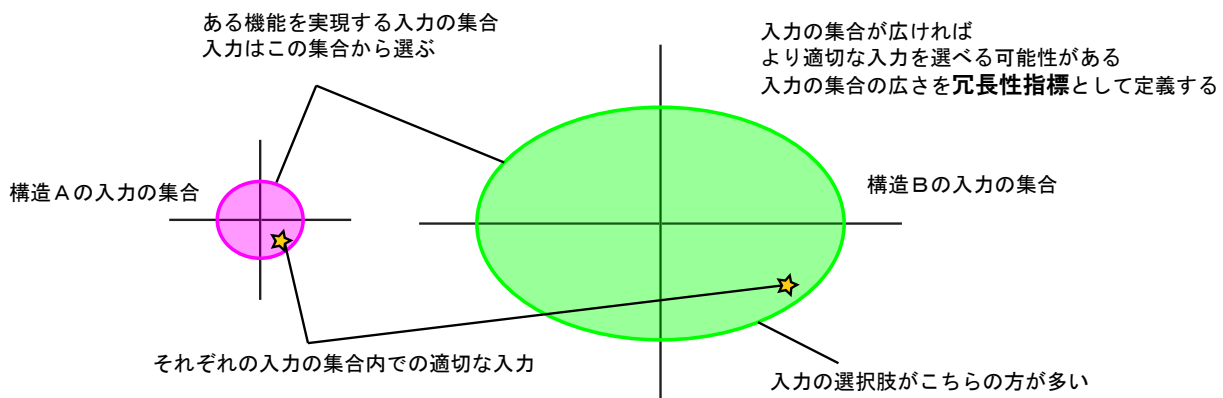


図 5.14: 冗長性指標の考え方

5.3.2 冗長性指標の計算法

マニピュレータ先端で力を発揮するタスクを対象に，発揮する力と冗長性指標との関係について検討する．動力学において，特定の加速度を出そうとする場合などにも応用可能である．

マニピュレータが与えられた力 F を出すときには，力 F とアクチュエータ入力ベクトル f との関係式 (5.1) を満たす f のうち，アクチュエータの出力制限を表す式 (5.2) の制約を満たす空間の体積が冗長性指標となる．ところで，既に第 5.1 節において，式 (5.2) で囲まれる超直方体と，式 (5.1) を満たす f の空間との交点を全て求める方法について述べた．そのため，これらの超直方体上に存在する交点の凸包をとると，凸包内の空間の体積が冗

冗長性指標となる．凸包の体積は `qhull`[40] などを用いて計算可能である．MATLAB では `convhulln` 関数を使えば体積を計算できる．冗長性指標分布の計算手順は第 5.2.2 節と同様の方法をとればよい．なお，信頼度と冗長性指標で大きく異なる点は，信頼度がアクチュエータの出力低下に関する確率モデルを計算に必要とするのに対して，冗長性指標は不要であるという点である．そのため，マニピュレータの構造からまた，アクチュエータの出力の変動を考慮せずに計算できることから，計算が高速に行える利点を持つ．

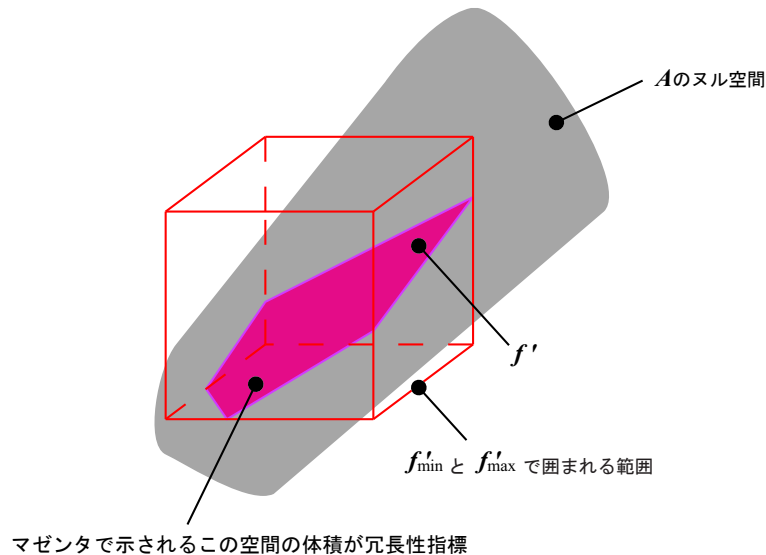


図 5.15: 直方体の稜線を含む直線とヌル空間との交点のうち，直方体の稜線上にある点の凸包の体積が冗長性指標となる

5.4 冗長性指標分布の数値例

関節数，アクチュエータ配置，姿勢などを変え，マニピュレータの構造と冗長性指標がどのような関係になっているのか調べる．なお，関節数，アクチュエータ数が異なれば超体積の次元が異なるため，異なる関節数，アクチュエータ数のマニピュレータ間で冗長性の数値を比較することは無意味であり，同一の関節数，アクチュエータ数でのみ数値を比較することに意味がある．異なる関節数，アクチュエータ数のマニピュレータ間では分布の傾向を調べることにのみ意味がある．

5.4.1 2対4筋構造の冗長性指標分布

二関節筋を含まない単関節筋のみを持つ2対4筋のマニピュレータの冗長性指標の分布を図 5.16 に示す．計算に用いた条件は第 5.2.3 項と同じである．

まず，各姿勢とも冗長性指標が最も高いのは全く力を出さないときであり，大きな力を出そうとするほど冗長性指標が低下している．各姿勢での冗長性の最高値は同程度であることも見て取れる．また，冗長性指標の分布は各姿勢において発揮できる最大出力分布の形状に似ていることが分かる．つまり，より大きな力を出せる方向は，同じ力を発揮する場合でも他の出力方向に比べてより冗長性を有する方向であるということになる．これらは，信頼度分布にも見られた特徴である．一方で，ある程度大きな力を出す場合でも，冗長性指標は信頼度ほど

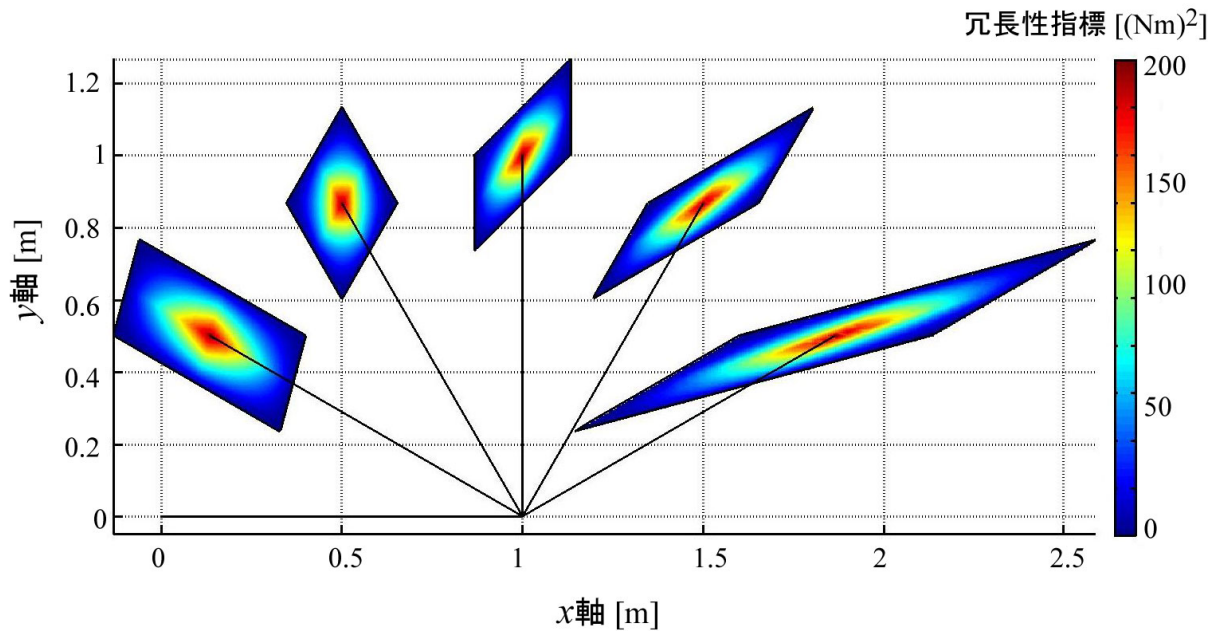


図 5.16: 2 対 4 筋構造の冗長性指標分布

急激に低下しない．そのため，2 対 4 筋構造は出力維持に関する信頼度は低いかも知れないが，外乱抑制などでは広い範囲で均一な制御特性をもつと言える．

5.4.2 3 対 6 筋構造の冗長性指標分布

3 対 6 筋構造を備える，関節数が 2 のマニピュレータの先端から力を出すときの冗長性指標について検証を行う．マニピュレータに関するパラメータは第 5.2.4 項と同じものを用いた．また，姿勢についても同様の条件を適用した．計算結果を図 5.17 に示す．

2 対 4 筋構造の冗長性指標の分布と似た傾向を持っている．ただし，3 対 6 筋構造の冗長性指標の分布はある境界から急激に低下する．そのため，3 対 6 筋構造では，ある程度大きな力を出すときには，力を出すと同時に外乱を抑制するなどの制御が急激に行いにくくなるということが分かる．

5.4.3 ヒト下肢の冗長性指標分布

ヒト下肢先端から発する力の冗長性指標を計算する．マニピュレータに関するパラメータは第 5.2.7 項と同じものを用いた．また，姿勢についても同様の条件を適用した．計算結果を図 5.18 に示す．

2 対 4 筋構造，3 対 6 筋構造の冗長性指標の分布と異なり，冗長性指標が最大となるのは先端から力を全く出さない場合ではない．また，このことは，信頼度分布においても見られなかった特徴である．足先から，腰と足先を結ぶ方向へ，ある程度大きな力を出す領域で冗長性指標が最大となる．また，各姿勢で冗長性指標の最大値が大きく異なる．膝が伸びるに従い，腰と足先を結ぶ方向の力の冗長性指標が大きくなる．また，広い範囲で高い冗長性指標をとることが明らかになった．これにより，マニピュレータの姿勢に冗長性指標が大きな影響を受けることが分かる．

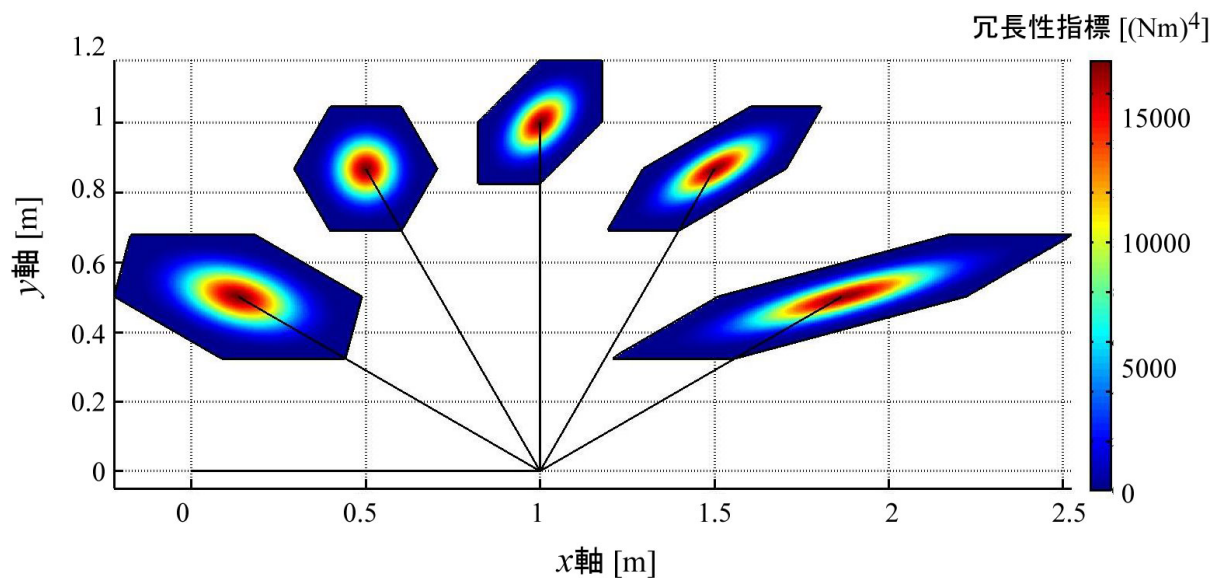


図 5.17: 3 対 6 筋構造の冗長性指標分布

冗長性指標が抗重力方向へ膝を伸ばした姿勢で高いことは、ヒト下肢が歩く、走るなどの抗重力運動する際に優れた外乱抑制、簡単な制御、信頼性を高い可能性で持つ構造であると言える。

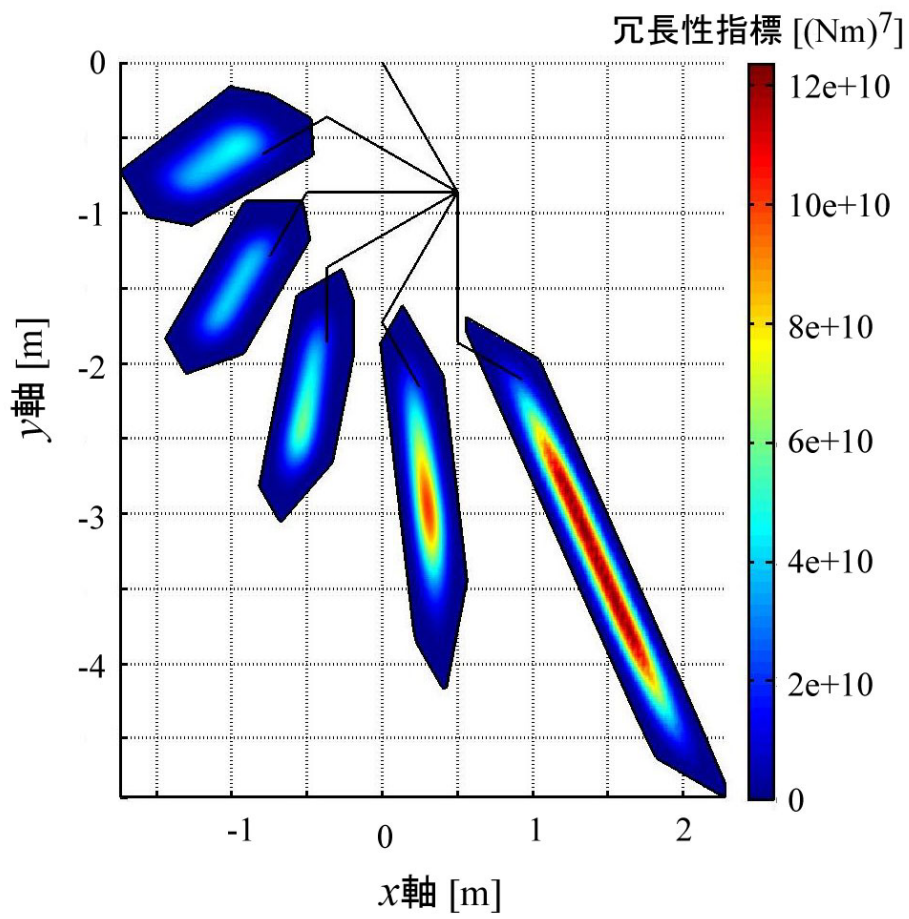


図 5.18: ヒト下肢の冗長性指標分布

5.5 本章のまとめ

本章では、冗長自由度を持つマニピュレータの信頼度の計算方法の提案、及び様々な構造のマニピュレータの信頼度分布の計算を行った。また、あるタスクを実現しつつ他のタスクもより適切に行える可能性を評価する指標である冗長性指標を提案し、計算方法と、様々な構造のマニピュレータの冗長性指標分布を提示した。

第 I 部では、マニピュレータが冗長自由度を持つことで対故障性、信頼性が向上するという視点に基づき、マニピュレータがある力を出す信頼度を計算する方法を提案した。この場合の信頼度とはアクチュエータが最高出力を確率的に低下するとき、低下した最高出力の制限下でも、与えられた力を出すアクチュエータ入力が存在する確率である。静力学において成立するアクチュエータ入力とマニピュレータが発揮する力との間に成り立つ関係式と、アクチュエータ入力満たすべき制限から、与えられた力を実現するアクチュエータ入力が存在するのかが判定する方法を導き、信頼度を計算する方法を提案した。また、提案した方法を用いて異なる構造のマニピュレータの信頼度分布を計算して示した。特に、最高出力 1.5 倍の 2 対 4 筋構造のマニピュレータと 3 対 6 筋構造のマニピュレータとの最大出力分布、及び信頼度分布を検討することで、出したい力が小さいか、第一リンクと水平な方向であるなら 3 対 6 筋構造、出したい力がマニピュレータの第一リンク中点からマニピュレータ先端を結ぶ方向のある程度大きな力なら 2 対 4 筋構造を採用するとよい、などの知見を得た。

第 II 部では、あるタスクを実現する入力空間の体積を冗長性指標と定義し、同時に行うタスクをいかに適切に行える可能性があるか、を評価する指標として提案した。冗長性指標は、冗長自由度が制御の簡単化、外乱抑制、信頼性の向上などの役割を果たす際には、あるタスクを実現する入力空間が広ければ広い程、より適切な入力を選択できる可能性が高いという考えに基づく。そのため、冗長性指標が高い程、より効果的な制御が行えると考えることができる。冗長性指標はその定義から、信頼度の計算方法に一部変更を加えるだけで簡単に計算することができることを示した。そして、異なる構造のマニピュレータに対して冗長性指標を計算し、指標としての妥当性を示した。ヒト下肢について様々な姿勢における冗長性指標を計算した結果、ヒト下肢が膝を伸ばした状態で腰と足先とを結ぶ方向への力を出すとき、冗長性指標が高くなることが分かった。この結果をもって、ヒト下肢が抗重力運動する際に優れた外乱抑制、簡単な制御、信頼性を高い可能性で持つ構造であることを数理的に示した。

第6章 結論

6.1 まとめ

本論文では、マニピュレータが運動学的冗長性、駆動冗長性に伴う冗長自由度を有することの利点を定量的に評価することを目的に、冗長自由度を有するマニピュレータから出せる力、加速度の最大値を求める方法、最小エネルギーでCP制御時を行うための最適制御入力の計算法、出力維持に関する信頼度の計算法、および冗長性指標の提案と計算法について述べた。これらの方法を用いたケーススタディを通して、冗長自由度を持つことによるマニピュレータの運動特性の変化を定量的に評価した。

(1) 冗長自由度を有するマニピュレータから出せる力、加速度の最大値を求める方法

冗長自由度を有するマニピュレータが任意の方向へ出せる力の最大値、加速度を求める方法を提案した。まず、駆動冗長性と運動学的冗長性を力の最大化のために最適化する問題を線形計画問題として定式化した。提案手法により、3対6筋構造における筋張力の線形パターンの補間による制御が、マニピュレータが出せる最大の力を出す制御であることを理論的に明らかにした。また、有蹄類下肢の筋配列が重力方向へ大きな力を出せることを示し、特に関節をまたぐ筋が重力方向への最大出力を大きくすることを明らかにした。更に、2関節2対4筋構造、2関節3対6筋構造、3関節3対6筋構造の先端最大出力を比較し、3関節3対6筋構造が最も大きな力を出せることを明らかにし、運動学的冗長性をもつことによる出力方向へ適した姿勢の獲得の重要性を指摘した。

次に、マニピュレータの加速度の最大値を求める方法について述べた。加速度の最大化も力の最大化と同様に、線形計画問題で記述できることを示した。提案手法を用いてヒト下肢の重心での最大加速度分布を計算し、ヒト下肢の筋配列、および最大筋張力が抗重力方向へ大きな加速度を出せることを明らかにした。また、提案手法を応用した垂直跳び動作の実現方法を提案し、シミュレーションによってヒトの垂直跳びのような動作が実現できることを示した。

(2) 最小エネルギーでCP制御時を行うための最適制御入力の計算法

マニピュレータが運動学的冗長性をもつことによる、運動時に必要となるエネルギーの変化について調べることを目的として、運動学的冗長性をもつマニピュレータがCP制御時に必要となるエネルギーを最小化する最適制御入力の計算法を導出した。運動学的冗長性をもたない2関節マニピュレータ、運動学的冗長性をもつ3関節、4関節マニピュレータに対して複数のタスクを設定し、運動時に必要となるエネルギーを計算した。計算の結果、負荷がごく軽い場合を除き、運動学的冗長性をもたない構造が最も少ないエネルギーで運動を行えることを示した。また、電気的消費電力量が運動学的冗長性を持たない構造で少なくなることを明確にした。マニピュレータ自身の重量よりも重いものを持ち上げる、粘性の高い環境で運動する場合には、運動学的冗長性をもつ構造が、持たない構造に比べ、約2倍の力学的エネルギーを必要とすることを明らかにした。

(3) 出力維持に関する信頼度の計算方法，および冗長性指標の提案と計算方法

冗長自由度を有するマニピュレータが任意の力を維持する信頼度を計算する方法を提案した．アクチュエータ出力とマニピュレータの力の力学的関係に着目することで，マニピュレータからの任意の力を実現するアクチュエータ出力が存在するのかを効率よく判定することができる．マニピュレータの一部が最高出力を低下させても，他のアクチュエータが出力を補うことで，マニピュレータからの出力を維持できるという対故障性，信頼性は非常に重要な概念であり，本手法は冗長性のもつ対故障性，信頼性を定量的に評価するものである．提案手法により，2対4筋構造，3対6筋構造のマニピュレータ先端の力の信頼度分布を計算し，それぞれのマニピュレータが他方のマニピュレータに比べて高い信頼度を持つ領域が存在することなどを明らかにした．また，ヒト下肢が抗重力方向への力に，高い信頼度をもつことを明らかにした．

次に，冗長自由度を有するマニピュレータが，同時に複数のタスクをいかに巧みに行えるかを評価する指標として冗長性指標を提案した．冗長性指標は，あるタスクを実現する入力の部分空間の体積であり，冗長性指標が高いほど，さまざまな入力でタスクを実現できることになる．ヒト下肢を対象に冗長性指標を計算し，膝を伸ばした状態の姿勢で，抗重力方向への力が，広い範囲で高い冗長性指標をもつことを明らかにし，ヒト下肢が優れた外乱抑制，簡単な制御，信頼性を高い可能性で持つ構造であることを数理的に示した

以上のように，本研究では冗長自由度を有するマニピュレータの運動特性を定量的に評価するための方法論について述べ，ケーススタディを通して冗長自由度をもつことによる利点，および欠点を定量的に評価した．本論文で示した方法により，冗長性を最大限生かすための効果的な設計，および制御を行うことが出来る．

6.2 今後の課題

ここまで示した事項を含め，今後取り組むべき課題を以下に挙げる．

(1) 冗長自由度を生かす設計論の提案

本論文では冗長自由度を有するマニピュレータの特性解析について主に論じた．生体などの既存のマニピュレータに対しては，本論文で述べた方法によって運動特性を知ることができるという有意性を示したものの，これらの解析手法を用いて目的に適った有益な構造設計，制御手法を提案するところまでは至らなかった．本論文で提案した種々の特性解析の手法を応用した，構造設計手法，制御手法を提案することが課題として残る．

(2) 信頼度，冗長性指標の動力学，運動学的冗長性への拡張

本論文では，冗長自由度によるマニピュレータの出力に関する信頼度，冗長性指標を計算する方法を導出し，ケーススタディを示すだけにとどまった．また，冗長性が運動時に必要なエネルギーを多くするなどの結果は得られたが，運動時における冗長自由度を持つ利点をあまり示すことが出来なかった．そこで，冗長自由度が運動において信頼度を考えれば，運動時においても冗長自由度をもつ利点が示せるのではないかと考えられる．また，本論文では信頼度，冗長性指標は駆動冗長性についてのみ計算したが，運動学的冗長性についても拡張し，利点を明らかにすることが課題として挙げられる．

参考文献

- [1] “東芝機械ホームページ” , <http://www.toshiba-machine.co.jp/>
- [2] “ゲンコツ・ロボットシリーズ『ゲンコツ・ロボット 1号、3号』 - ファナック” , http://www.fanuc.co.jp/ja/product/new_product/2010/1004_genkoturobot.html
- [3] “Caterpillar - Japan” , <http://japan.cat.com/>
- [4] “「きぼう」日本実験棟 - JAXA:” , <http://kibo.jaxa.jp/>
- [5] Nicholai A. Bernstein (Author), Mark L. Latash (Editor), Michael T. Turvey (Editor): *Dexterity and Its Development*. Lawrence Erlbaum Associates, 1996.
- [6] “ASIMO by Honda — The World’s Most Advanced Humanoid Robot” , <http://asimo.honda.com/>
- [7] 熊本水頼: “二関節筋 —進化史に裏付けられた出力・制御機能特性—”, *日本ロボット学会誌*, Vol. 28, No. 6, pp. 660–665, 2010.
- [8] 藤川智彦, 大島徹: “コンタクトタスクからみた四肢の運動機構と筋配列”, *日本ロボット学会誌*, Vol. 28, No. 6, pp. 678–681, 2010.
- [9] H. Fukusho, T. Sugimoto, T. Koseki : “Control of a Straight Line Stretching Motion for a Humanoid Robot Taking Advantages of Cooperation with Biological Bi-articular Simultaneous Drive,” *The 36th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, IECON 2010*, pp. 1477–1482, 2010.
- [10] B. Mehta, S. Schaal: “Forward Models in Visuomotor Control,” *The Journal of Neurophysiology*, Vol. 88, No. 2, pp. 942–953, 2002.
- [11] D. W. Franklin, E. Burdet, K. P. Tee, R. Osu, C. M. Chew, T. E. Milner, M. Kawato: “CNS Learns Stable, Accurate, and Efficient Movements Using a Simple Algorithm,” *The Journal of Neuroscience*, Vol. 28, No. 44, pp. 11165–11173, 2008.
- [12] Tuneo Yoshiikawa: “Manipulability of Robotic Mechanisms,” *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 4, No. 2, pp. 3–9, 1985.
- [13] Tuneo Yoshikawa : “Dynamic Manipulability of Robot Manipulators,” *Journal of Robotic Systems*, Vol. 2, No. 1, pp. 113–124, 1985.
- [14] Kengo Yoshida, Naoki Hata, Sehoon Oh, Yoichi Hori: “Extended Manipulability Measure and Application for Robot Arm Equipped with Bi-articular Driving Mechanism,” *Proceedings of the 35th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, pp. 3083–3088, 2009.
- [15] 吉川恒夫: *ロボット制御基礎論*. コロナ社, 1988.

- [16] 加島正: “マニピュレータの駆動方式とエネルギー消費特性”, 日本ロボット学会誌, Vol. 26, No. 3, pp.271–276, 2008.
- [17] Y. Nakamura: *Advanced Robotics: Redundancy and Optimization*. Addison-Wesley, 1991.
- [18] 伊藤宏司, 伊藤正美: “生体とロボットにおける運動制御”, 計測自動制御学会, 1996.
- [19] 熊本水頼: *ヒューマノイド工学*. 東京電機大学出版会, 2006.
- [20] 熊本水頼: “協調制御モデル -Animal Inspired Technologies-”, (社) 精密工学会 生体機構制御・応用技術専門委員会 <http://www.air-dawn.net/>, 2004.
- [21] Rieko Osu, Naoki Kamimura, Hiroshi Iwasaki, Eri Nakano, Chris M. Harris, Yasuhiro Wada and Mitsuo Kawato: “Optimal Impedance Control for Task Achievement in the Presence of Signal-Dependent Noise,” *Journal of Neurophysiology*, Vol. 92, No. 2, pp. 1199–1215, 2004.
- [22] Neville Hogan: “Adaptive control of mechanical impedance by coactivation of antagonist muscles,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. AC-29, No. 8, pp. 681–690, 1984.
- [23] Neville Hogan: “On the stability of manipulators performing contact tasks,” *IEEE Journal of Robotics and Automation*, Vol. 4, No. 6, pp. 677–686, 1998.
- [24] C. M. Harris, D. M. Wolpert: “Signal-dependent noise determines motor planning,” *Nature*, Vol. 394, No. 20, pp. 780–784, 1998.
- [25] 有本卓, 関本昌紘: “巧みさ” とロボットの力学. *毎日コミュニケーションズ*, 2008.
- [26] D. Matsuura, N. Iwatsuki, M. Okuda: “Redundancy optimization of hyper redundant robots based on movability and assistability,” *Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing*, Vol. 2, No. 6, pp. 1021–1029, 2008.
- [27] 川人光男: *脳の計算理論*. 産業図書, 1996.
- [28] S. Arimoto, M. Sekimoto: “Human-like Movements of Robotic Arms with Redundant DOFs: Virtual Spring-Damper Hypothesis to Tackle the Bernstein Problem,” *International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1860–1866, 2007.
- [29] M. Sekimoto, S. Arimoto: “Experimental Study on Reaching Movements of Robot Arms with Redundant DOFs Based upon Virtual Spring-Damper Hypothesis,” *International conference of Intelligent Robots and Systems*, pp. 562–567, 2006.
- [30] Kengo Yoshida, Sehoon Oh, Yoichi Hori: “Muscular Viscoelasticity Design and Evaluation in Feed-forward Position Control of Robot Arm based on Animal Musculoskeletal Model,” *The 11th IEEE International Workshop on Advanced Motion Control (AMC 2010)*, pp. 502–507, 2010.
- [31] H. Fukusho, T. Sugimoto, T. Koseki: “Motion Control for a Humanoid Robot with Characteristics of Bi-Articular Simultaneous Drive,” *The 10th University of Tokyo - Seoul National University Joint Seminar on Electrical Engineering*, 2010.
- [32] 福正博之: “単・二関節筋同時駆動ロボットの運動制御”, 東京大学博士論文, 2010.

- [33] Valerio Salvucci, Sehoon Oh, Yoichi Hori : “Infinity Norm Approach for Precise Force Control of Manipulators Driven by Bi-articular Actuators,” The 36th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society, IECON 2010, pp. 1908 – 1913, 2010.
- [34] John J. Craig : Introduction to Robotics: Mechanics and Control (3rd Edition). Prentice Hall, 2004.
- [35] 中村仁彦, 花房秀郎 : “関節形ロボットアームの最適冗長性制御 —拘束条件付軌道計画問題の最適解法—”, 計測自動制御学会論文集, Vol.21, No.5, pp. 501-507, 1985.
- [36] 加藤寛一郎 : 工学的最適制御 —非線形へのアプローチ—. 東京大学出版会, 1988.
- [37] 嘉納秀明 : システムの最適理論と最適化. コロナ社, 1987.
- [38] 市川昌弘 : 信頼性工学. 裳華房, 1990.
- [39] 吉田憲吾, 堀洋一 : “二関節筋を利用したロボットアームの特性に関する考察”, 電気学会産業計測制御研究会, IIC-05-64, 名古屋, 2005.
- [40] C. B. Barber, D. P. Dobkin, H. T. Huhdanpaa : “The Quickhull algorithm for convex hulls,” ACM Trans. on Mathematical Software, 22(4):469-483, Dec 1996, <http://www.qhull.org>
- [41] D. Matsuura, N. Iwatsuki, M. Okuda: “Redundancy optimization of hyper redundant robots based on movability and assistability,” Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing, Vol. 2, No. 6, pp. 1021–1029, 2008.
- [42] Atushi Umemura, Yukio Saito, Toshimasa Haneyoshi: “The Rigidity of the Bi-articular Robotic Arm with a Planetary Gear,” The 11th IEEE International Workshop on Advanced Motion Control, pp. 490–495, 2010.
- [43] 木村康人 : “遊星歯車と外乱オブザーバを用いた二関節同時駆動機構の実現”, 東京大学工学部電気工学科卒業論文, 2010.
- [44] Kengo Yoshida, Naoki Hata, Toshiyuki Uchida, Yoichi Hori: “A Novel Design and Realization of Robot Arm Based on the Principle of Bi-articular Muscles,” Proceedings of IEEE International Conference on Industrial Technology ,ICIT, pp. 882–886, 2006.
- [45] Ryuma Niiyama, Akihiko Nagakubo, Akihiko Nagakubo: “Mowgli: A Bipedal Jumping and Landing Robot with an Artificial Musculoskeletal System,” IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 2546–2551, 2007.
- [46] Kouhei Ohnishi : “A Consideration for Push-pull Motion”, ISAB2010, Japan, 2010.
- [47] 伊理正夫 : 線形代数汎論. 朝倉書店, 2009.
- [48] F. J. Valero-Cuevas, F. E. Zajac, C.G. Burgar: “Large index-fingertip forces are produced by subject-independent patterns of muscle excitation,” Journal of Biomechanics, Vol. 31, No. 8, pp. 693–703, 1998.
- [49] F. J. Valero-Cuevas, “Predictive Modulation of Muscle Coordination Pattern Magnitude Scales Fingertip Force Magnitude Over the Voluntary Range,” The Journal of Neurophysiology, Vol. 83, No. 3, pp. 1469–1479, 2000.

-
- [50] Nancy S. Pollard, Richard C. Gilbert: “Tendon arrangement and muscle force requirements for humanlike force capabilities in a robotic finger,” Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, Vol. 4, pp. 3755–3762, 2002 .
- [51] Kei Hara, Ryuichi Yokogawa, Akira Yokogawa: “A graphical method for evaluating static characteristics of the human finger by force manipulability,” Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation, Vol. 4, pp. 1623–1628, 1998 .
- [52] Ryuichi Yokogawa, Kei Hara: “Measurement of Distribution of Maximum Index-Fingertip Force in all Directions at Fingertip in Flexion/Extension Plane,” Journal of biomechanical engineering, Vol. 124, No. 3, pp. 302–307, 2002.
- [53] H. J. Buchner, M. J. Hines, H. Hemami: “A dynamic model for finger interphalangeal coordination,” Journal of biomechanics, Vol. 21, No. 6, pp. 459–468, 1988.
- [54] K. N. An, Y. Ueba, E. Y. Chao, W. P. Cooney, R. L. Linscheid: “Tendon excursion and moment arm of index finger muscles”, Journal of Biomechanics, Vol. 16, No. 6, pp. 419–425, 1983.
- [55] K. N. An, E. Y. Chao, W. P. Cooney, R. L. Linscheid: “Forces in the Normal and Abnormal Hand,” Journal of Orthopaedic Research, Vol. 3, No. 2, PP. 202–211, 1985.
- [56] Zajac F. E.: “Muscle and tendon: properties, models, scaling, and application to biomechanics and motor control,” Critical reviews in biomedical engineering, Vol. 17, No. 4, pp. 359–411, 1989.

本研究に関する発表文献

査読付き論文

1. 杉本, 福正, 古関: 「運動学的冗長性・筋冗長性を有するマニピュレータの出力及び加速度の線形計画法を用いた最大化手法の提案と工学的検証」, 日本ロボット学会誌 (査読中)

国際学会

1. T. Sugimoto, H. Fukusho, T. Koseki : “Calculaton of the Maximum Force Distribution of an Index Finger by using Linear Programming Method,” International Symposium on Application of Biomechanical Control Systems to Precision Engineering (ISAB 2010), pp. 210–215, 2010.

国内学会

1. 杉本, 福正, 古関 : 「生体の筋配列を有する多関節マニピュレータの先端出力分布特性」, 第 27 回 ロボット学会学術講演会, 1K2-03, 2009.

謝辞

本研究を進めるにあたり、多くの方々から多大なるご支援、ご協力をいただきました。ここに感謝の意を表したいと思います。

指導教員の古関隆章准教授には、修士課程の2年間ご指導頂きました。心より感謝致します。特に、研究に対する学部時代とは異なる新鮮な考え方を教えて頂きました。社会人としての今後においても、糧として活かしていきたいと思います。また、私の気ままな研究に対しても詳細に議論をして下さり、方向性を示して下さいました。なんとか意味のある形に研究をまとめることができましたと思っています。更に、輪講に関しても助けて頂きました。これからも、深い知識と洞察力で多くの学生たちをご指導なさって下さい。また、くれぐれもご自愛下さい。

熊本水頼先生をはじめとする、精密工学会生体機構制御・応用技術専門委員会の皆様には、研究の先駆者として、幅広い分野にわたる知識に基づく興味深い知見を示して下さいました。2関節筋はまだまだ本格的な研究が始まったばかりのテーマで、のびのびと自由に研究でき、自分が興味を持って調べたこと、勉強したことが何らかの形で活かせたので、楽しく研究を進めることができました。感謝致します。

渋谷武夫助教、内田利之さんには、実験機製作に際して技術的なご指導を頂きました。技術職員の高田康宏さんには、作業レベルでお世話になったことは改めて言うまでもなく、多彩な知識にもとづいたお話で、研究生生活を楽しいものにして下さいました。感謝致します。

博士課程の福正博之さんには、私が古関研究室に入ってから、この修論を執筆するまで、本当に最初から最後までお世話になりました。深く感謝致します。二関節筋関連の研究テーマに誘っていただいたことをはじめとして、研究室生活における作業レベルのことから、研究上の議論まで、さまざまな場面で助けて頂きました。頼りになり、皆を導く存在として、社会人になられてからの益々のご活躍に期待しております。

研究室の学生の同期、後輩の皆様にも、打ち合わせでの議論、発表練習などでお世話になりました。また、他の分野についても皆様の研究を通じて勉強することができました。佐藤功一君には、ローマの話などを聞かせてもらいました。一緒にクライミングにまだ行けてないのが心残りです。千種健二君には、自主輪講につきあって頂きました。また同じ所属の学生として、単位の心配をし合いました。早山和弥君には、同じ企業に入社する同期として行動を共にし、色々相談に乗っていただきました。福地正樹君には幅広い知識で圧倒されました。地元の最寄駅の名前が通じたときには本当に驚きました。申重變君には、TAを分担してもらうなど、助けてもらいました。また、韓国の文化も知ることができました。中村太一君には、研究室の雰囲気をもろくしてもらいました。また本論文の内容確認をしていただきました。原崇史君には熱烈なバドミントン愛を見せてもらいました。手配してもらった北海道旅行楽しかったです。渡邊央朗君には研究室の掃除をはじめ、雑務をこなして頂きました。歌も聞きたかったです。

堀研の皆様には、特に数少ない二関節筋研究をしている学生として、よい刺激を受けました。感謝致します。

秘書の松崎由香子さんには、事務上の手続きだけではなく、手製のお菓子も持ってきて頂きました。おいしかったです。

最後に、夏院試の結果を叱責すると同時に進学へも理解を示してくれたことをはじめとして、大学及び大学院における生活を精神面、経済面において支えてくれた家族に感謝の意を表し、謝辞と致します。

平成 22 年 2 月 9 日

杉本 貴大

付録 A 運動学的冗長性，駆動冗長性の数学的表現

A.1 運動学的冗長性の数学的表現

A.1.1 運動学的冗長性の直接的表現

図 A.1 に示した 2 次元平面上でのみ運動可能な 3 関節マニピュレータを例として用いながら運動学的冗長性の数学的表現について説明する．関節数が 3 以上の場合にも容易に拡張できる．

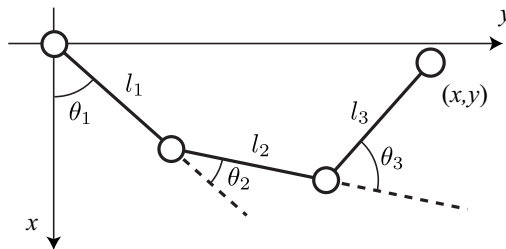


図 A.1: 3 リンクマニピュレータのモデル

マニピュレータ先端の座標 $x = (x, y)^T$ は，関節角度 $\theta = (\theta_1, \theta_2, \theta_3)^T$ を用いて以下のように表せる．

$$x(\theta) = \begin{pmatrix} l_1 \cos(\theta_1) + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + l_3 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \\ l_1 \sin(\theta_1) + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + l_3 \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

上式を時間微分することで以下の式を得る．

$$\dot{x}(\theta) = J(\theta)\dot{\theta} \quad (\text{A.2})$$

$J(\theta)$ はヤコビ行列であり，以下の式で定義される．

$$J(\theta) = \left(\frac{\partial J(\theta)}{\partial \theta} \right) = \begin{pmatrix} \frac{\partial x(\theta)}{\partial \theta_1} & \frac{\partial x(\theta)}{\partial \theta_2} & \frac{\partial x(\theta)}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial y(\theta)}{\partial \theta_1} & \frac{\partial y(\theta)}{\partial \theta_2} & \frac{\partial y(\theta)}{\partial \theta_3} \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

関節数が 3 以上の多関節マニピュレータでは，式 (A.3) で表されるようにヤコビ行列 $J(\theta)$ が正方とならないため，逆行列 $J(\theta)^{-1}$ が存在しない．そのため，手先の速度 $\dot{x}(\theta)$ が与えられたとき，それを実現する関節角度 $\dot{\theta}$ が無数に存在し，不良設定問題となっている．式 (A.2) を満たす解 $\dot{\theta}$ は一般に以下のように表わすことができる．

$$\dot{\theta} = J^+(\theta)\dot{x}(\theta) + (I - J^+(\theta)J(\theta))\theta_0 \quad (\text{A.4})$$

ただし，式 (A.4) 中に表れる I は単位行列， $J^+(\theta)$ は $J(\theta)$ の擬似逆行列， θ_0 は任意の 3×1 のベクトルである．擬似逆行列 $J^+(\theta)$ は具体的には以下の式で与えられる．

$$J^+(\theta) = J^T(\theta) (J(\theta)J^T(\theta))^{-1} \quad (\text{A.5})$$

任意のベクトル θ_0 に対して，式 (A.4) により決定される $\dot{\theta}$ が全て式 (A.2) を満たす．これは，手先先端の速度 $\dot{x}(\theta)$ を実現する関節角速度 $\dot{\theta}$ は無数に存在することを意味しており，運動学的冗長性を直接的に表現している．この事実は次の 2 つの式によってより明確になる．

$$J(\theta)J^+(\theta)\dot{x}(\theta) = \dot{x}(\theta) \quad (\text{A.6})$$

$$J(\theta)(I - J^+(\theta)J(\theta))\theta_0 = \mathbf{0} \quad (\text{A.7})$$

式 (A.4) の右辺第一項 $J^+(\theta)\dot{x}(\theta)$ によって，手先先端の速度 $\dot{x}(\theta)$ が求まる． $J^+(\theta)\dot{x}(\theta)$ は手先先端の速度 $\dot{x}(\theta)$ が定まると一意に定まるため，冗長性はない．一方，式 (A.4) の右辺第二項 $(I - J^+(\theta)J(\theta))\theta_0$ は， θ_0 が任意にベクトルをとっても手先先端の速度 $\dot{x}(\theta)$ に影響を及ぼさないため，手先の位置を保ったまま姿勢を変化させることができるという運動学的冗長性を陽に表す項である．

A.1.2 運動学的冗長性と自由度

図 A.1 のマニピュレータの持つ自由度は関節の数である 3 であり，平面上での手先先端速度を実現するために自由度が 2 つ使われる．そのため冗長自由度は 1 となるが，これを数式において確認する．

先の節でも述べたとおり，冗長自由度を直接的に表す項は $(I - J^+(\theta)J(\theta))\theta_0$ である．ベクトル θ_0 は任意のベクトルをとるため， $(I - J^+(\theta)J(\theta))$ のランクが冗長自由度の数となる．ところで，任意の行列は特異値分解することができるため， $J(\theta)$ は以下のように特異値分解されるとする．

$$J(\theta) = USV^T \quad (\text{A.8})$$

ここで，行列 $U \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ ，行列 $V \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ は直交行列，行列 $S \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$ は以下の行列となる．

$$S = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.9})$$

σ_1, σ_2 は行列 $J(\theta)$ の特異値である．このとき，擬似逆行列 $J^+(\theta)$ は次のように表される．

$$J^+(\theta) = VS^+U^T \quad (\text{A.10})$$

$$S^+ = \begin{pmatrix} \sigma_1^{-1} & 0 \\ 0 & \sigma_2^{-1} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.11})$$

式 (A.8) を $(I - J^+(\theta)J(\theta))$ に代入する．

$$\begin{aligned} I - J^+(\theta)J(\theta) &= I - VS^+U^TUSV^T \\ &= I - VS^+SV^T \\ &= V(I - S^+S)V^T \\ &= V \left(I - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right) V^T \\ &= V \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} V^T \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

式 (A.12) において，行列 V, V^T で挟まれた行列のランクは 1 であることと，行列 V が直交行列であることから， $(I - J^+(\theta)J(\theta))$ のランクが 1 であることが分かる．このように， $(I - J^+(\theta)J(\theta))$ のランクが冗長自由度と一致することが数式の上でも明らかになった．更に，行列 $V = (v_1, v_2, v_3)$ として表すと，行列 V が直交行列であることから v_1, v_2, v_3 は $R^{3 \times 1}$ の正規直交基底となる．そのため，ベクトル θ_0 を以下のように表すことが出来る．

$$\theta_0 = \alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \alpha_3 v_3 = V\alpha \quad (\text{A.13})$$

式 (A.13) を $(I - J^+(\theta)J(\theta))\theta_0$ に代入する．

$$\begin{aligned} (I - J^+(\theta)J(\theta))\theta_0 &= V \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} V^T \theta_0 \\ &= V \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} V^T V \alpha \\ &= V \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \alpha \\ &= V \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

$$= \alpha_3 v_3 \quad (\text{A.15})$$

式 (A.15) から分かるように，ベクトル θ_0 が任意のベクトルをとるとしても，本質的な基底は v_3 の 1 つしかない．

A.1.3 運動学的冗長性の空間的把握

本項では，式 (A.4) を満たす $\dot{\theta}$ が張る空間について考察する．まず，原点からの距離の 2 乗である $\dot{\theta}^T \dot{\theta}$ を考える．式 (A.4) から以下のようにかける．

$$\begin{aligned} \dot{\theta}^T \dot{\theta} &= \dot{x}^T(\theta)(J^+(\theta))^T J^+(\theta)\dot{x}(\theta) + \theta_0^T (I - J^+(\theta)J(\theta))^2 \theta_0 + 2\dot{x}^T(\theta)(J^+(\theta))^T (I - J^+(\theta)J(\theta))\theta_0 \\ &= \dot{x}^T(\theta)(J^+(\theta))^T J^+(\theta)\dot{x}(\theta) + \theta_0^T (I - J^+(\theta)J(\theta))^2 \theta_0 \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

式変形には式 (A.5)，式 (A.7) を用いる．式 (A.16) から， $\dot{\theta}$ が原点に最も近づくのは， $\theta_0 = 0$ となるときであり， $\dot{\theta} = J^+(\theta)\dot{x}(\theta)$ であると明らかになる．

また，式 (A.4) 右辺の第一項 $J^+(\theta)\dot{x}(\theta)$ と第二項 $(I - J^+(\theta)J(\theta))\theta_0$ の関係に着目する．以下の式も式 (A.5)，式 (A.7) から導ける．

$$\dot{x}^T(\theta)(J^+(\theta))^T (I - J^+(\theta)J(\theta))\theta_0 = 0 \quad (\text{A.17})$$

つまり，平面 $J^+(\theta)\dot{x}(\theta)$ とベクトル $(I - J^+(\theta)J(\theta))\theta_0$ が直交する．

これらのことと前節までの内容と合わせると，運動学的冗長性の空間的理解が図 A.2 に示したように可能となる．図 A.2(a) は以下のことが示している．

- 与えられた $\dot{x}(\theta)$ に対して， $\dot{\theta} = J^+(\theta)\dot{x}(\theta) + (I - J^+(\theta)J(\theta))\theta_0$ は自由度 1 の直線となる．

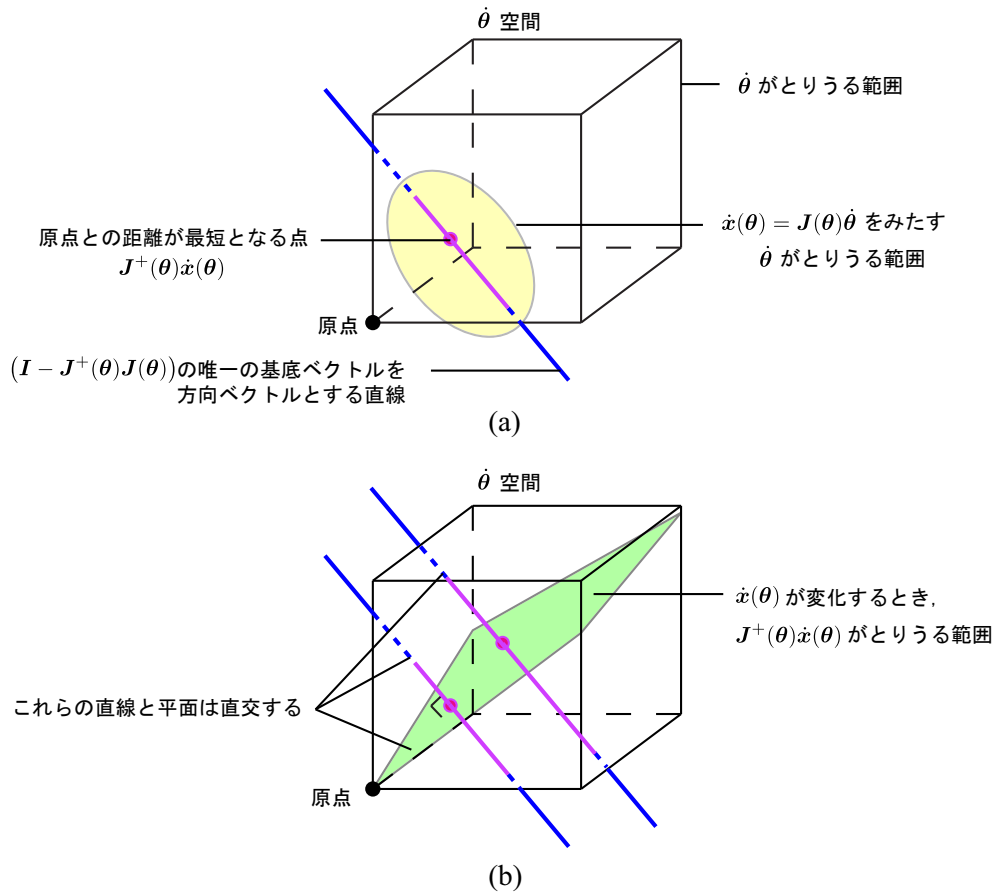


図 A.2: 運動学冗長性の空間的把握

- $\dot{\theta} = J^+(\theta)\dot{x}(\theta)$ の点が，直線上の点で最も原点に近い．
- 直線方向ベクトルは $(I - J^+(\theta)J(\theta))\theta_0$ の唯一の基底ベクトルである．

また，もし関節角度に可動域などが設定されて $\dot{\theta}$ のとりうる範囲に制限がある場合は， $\dot{\theta}$ のとりうる範囲によって囲まれる $\dot{\theta} = J^+(\theta)\dot{x}(\theta) + (I - J^+(\theta)J(\theta))\theta_0$ 上の線分が，意味のある関節角速度ベクトル $\dot{\theta}$ の範囲となる．
 更に，図 A.2(b) は以下のことを示している．

- $\dot{x}(\theta)$ が変化するとき， $J^+(\theta)\dot{x}(\theta)$ がとりうる平面は $(I - J^+(\theta)J(\theta))\theta_0$ という直線と直交する．
- $\dot{x}(\theta)$ が変化すると，直線 $\dot{\theta} = J^+(\theta)\dot{x}(\theta) + (I - J^+(\theta)J(\theta))\theta_0$ は平行移動する．

また，関節角度に可動域などが決まっており関節角速度ベクトル θ のとりうる範囲に制限がある場合には， $\dot{x}(\theta)$ に依存して関節角速度ベクトル θ のとりうる範囲の広さが変化することが分かる．

平面上で運動する三関節マニピュレータを対象に，運動学的冗長性の数学的表現と理解について説明を行ったが，作業空間の次数が高くなり，関節数が増えたとしても，議論を同様に拡大することができ，同様の性質が導くことができる．

A.2 駆動冗長性の数学的表現

筋骨格構造では関節トルクベクトル τ , モーメントアーム行列 $A(\theta)$, 筋張力ベクトル f に関して以下の式が成立する.

$$\tau = A(\theta)f \quad (\text{A.18})$$

運動学で成立する式 (A.2) と式 (A.18) は同一の式の形をしている. そのため, 駆動冗長性に関しても運動学的冗長性の場合と同様の議論が成立する.

付録B 実験機の構成

第 3.5 において先端出力分布を計測した実験機の基本情報，構成要素の諸元，制御システムについて述べる．

B.1 実験機本体の情報

実験機の全体図を図 B.1 に再掲する．実験機には運動学的冗長性を持たせており，関節を 3 つ持つ．各関節に

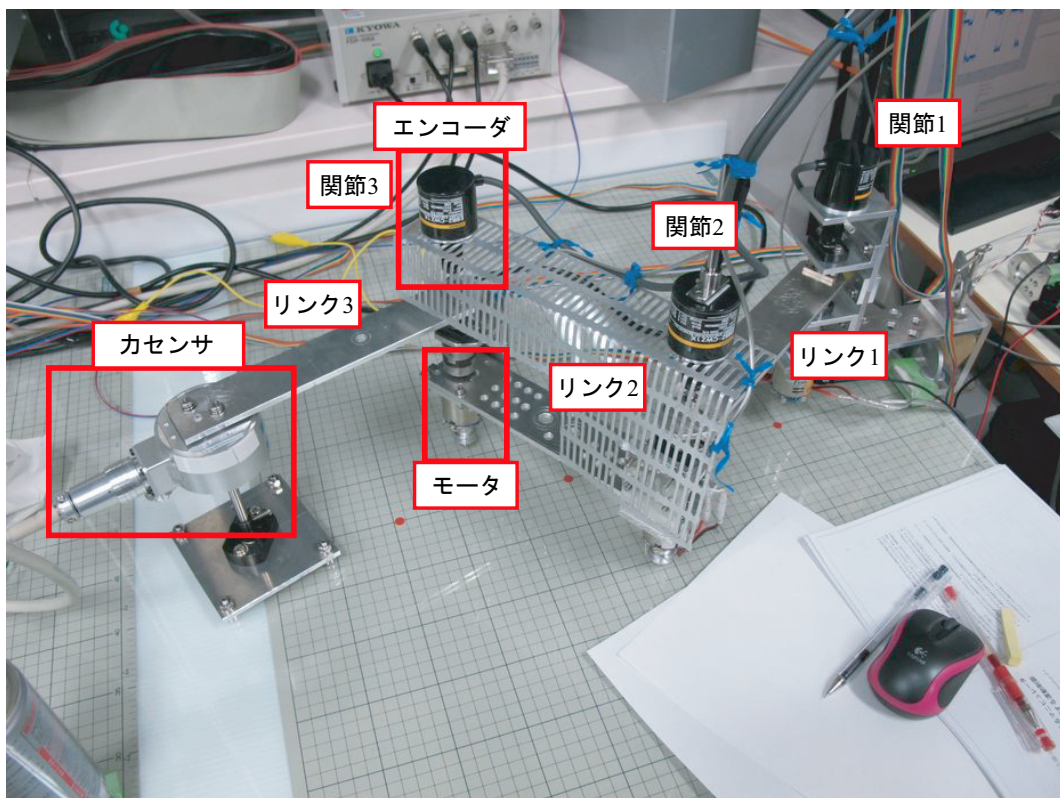


図 B.1: 実験機全体写真

はアクチュエータとして DC モータを配置し，同じく各関節に配置したインクリメンタルエンコーダにより，関節角度を取得できる．また，図 B.1 左端のマニピュレータ先端部には，先端からの力を計測するため，力センサを取り付けた．

各リンク長，リンク重量などのマニピュレータの基本定数を以下に示す．以下の値は設計時の値である．DC モータ，エンコーダ，力センサの諸元を以下に示す．DC モータにはギアが付いておらず，直接関節を回転させるダイレクトドライブ方式である．

表 B.1: 実験機の基本定数

リンク長 l_1, l_2, l_3	0.20, 0.20, 0.20 [m]
関節中心からリンク重心までの距離 l_{g1}, l_{g2}, l_{g3}	0.10, 0.10, 0.094 [m]
関節の回転半径 r_1, r_2, r_3	0.030, 0.030, 0.030 [m]
リンク質量 m_1, m_2, m_3	0.70, 1.40, 0.84 [kg]
リンク慣性モーメント I_1, I_2, I_3	0.0064, 0.011, 0.0069 [kgm ²]

表 B.2: DC モータ, エンコーダ, カセンサの情報

DC モータの電機子抵抗 R	1.10[Ω]
DC モータのトルク定数 Kt	0.0127 [Nm/A]
エンコーダ	OMRON E6B2-CWZ1X 2000P/R Resolution : 2000 : 00 [pulse/rev] Maximum response frequency : 100.00 [kHz]
カセンサ	協和電業 LAT-10010KA-2 Fx, Fy : 100 : 00, Fz : 200 : 00[N], 0.050 [%=rev] Response frequency : 300.00 [Hz]

B.2 実験機の制御システム

次に、実験機の制御システムについて述べる。制御システムの構成を、図 B.2 に示す。制御用 PC 上で MATLAB

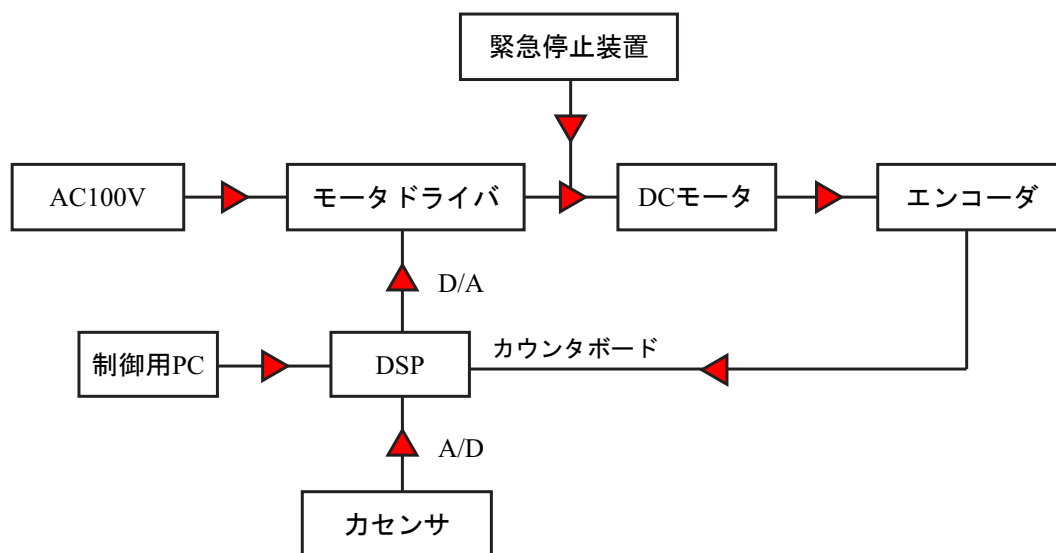


図 B.2: 制御システム構成図

Simulink の Real-Time Workshop を利用して C コードプログラムを生成し, DSP を利用して Simulink 上で設計した制御器をリアルタイムに動作させる. 先端出力分布を計測した際には, サンプリングタイムを 1msec とした.

付録C Buchnerのヒト示指モデルと線形計画法を利用した，ヒト示指の最大出力分布の計算

C.1 先行研究と本章の目的

ヒトの指は運動学的冗長性と筋冗長性を有しており，これらの冗長性を生かすことで握る，つまむなどの繊細で力強い動作を行っていると考えられる．そのため，冗長性を持つヒトの指先から発揮される力の分布特性を考えることは，ヒトの指の構造の力学的特徴を理解する上で非常に興味深いものとなっている．また，指の力学的特性について詳細に調べることは，ロボットハンドなどの工学的応用，指のリハビリテーションなどの医学的応用などに生かせる可能性がある．そのため，過去に指の構造や静力学において各筋の筋張力と指先力との関係に着目した研究が行われてきた^{48)~52)}．これらの研究のうち，静力学において各筋の筋力と指先力との関係に着目した研究の多くが，与えられた指先力ベクトルを実現する指の各筋の大きさを求めるものであった．しかし，指をマニピュレータとして捉えたときには，このように逆力学を解き入力を求めることも重要だが，順力学を解いて指先で出し得る最大の力の分布を求めることが性能を知る上で重要である．また，先行研究では，各筋の筋張力と指先で出力される力ベクトルを1対1で対応させて解析を行っていた．しかし，指の持つ運動学的冗長性を考えると，ある一つの筋の張力と指先力ベクトルとが対応するわけではなく，解析上余計な変数や拘束条件を持ち込む必要があり，解析が煩雑である．また，指から発揮できる力の場所が指先先端に限定されており，例えば示指の中節骨中心などのように指先端以外の場所から発揮される力などを求めることはできない．

そこで本稿では，指の静力学的特性を調べる方法として，指先端に限らず，指のある部分から発揮できる最大出力分布を求める方法について導出を行う．具体的には，示指モデルとしてBuchnerのモデル⁵³⁾を用い，筋張力ベクトルと示指が発揮する力ベクトルの間に成立する線形関係を導き出す．そして，第3章で論じた方法を用いて，示指が発揮する力の最大値を計算する．示指から出力される最大出力分布を求め，示指の静力学的特性について考察を行う．

C.2 ヒト示指が発揮する力の最大化手法

C.2.1 示指のBuchnerの静力学モデル

以降の議論で基本となる示指の静力学モデルを示す．本手法は使用するモデルに依存しないため，構造が比較的簡単なBuchnerの提案したモデルを使用する⁵³⁾．まず，図C.1に示指の構造を示す．ED,FDP,FDS,Int,Lumがそれぞれ筋であり，MB,L,Tが腱である．

まず，筋，腱*の長さの変位を e_* として表し，それらが引っ張られるときには正の値を，弛緩するときには負の値をとるものとする．関節角 θ_{MP} , θ_{PIP} , θ_{DIP} については図C.2のようにとる．筋の変位は関節角の関数とし

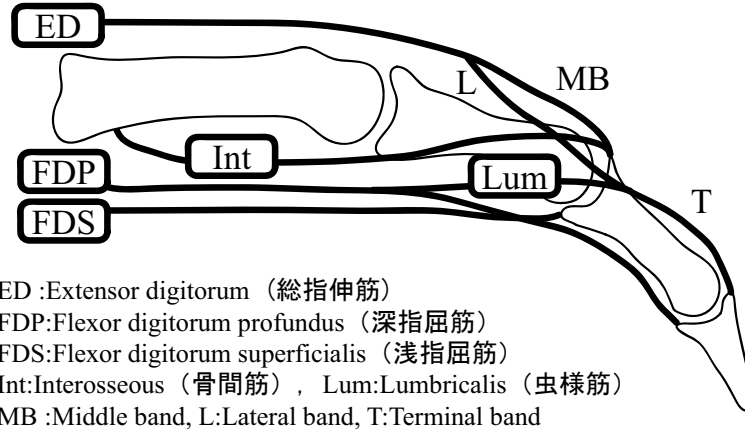


図 C.1: Buchner の示指モデル

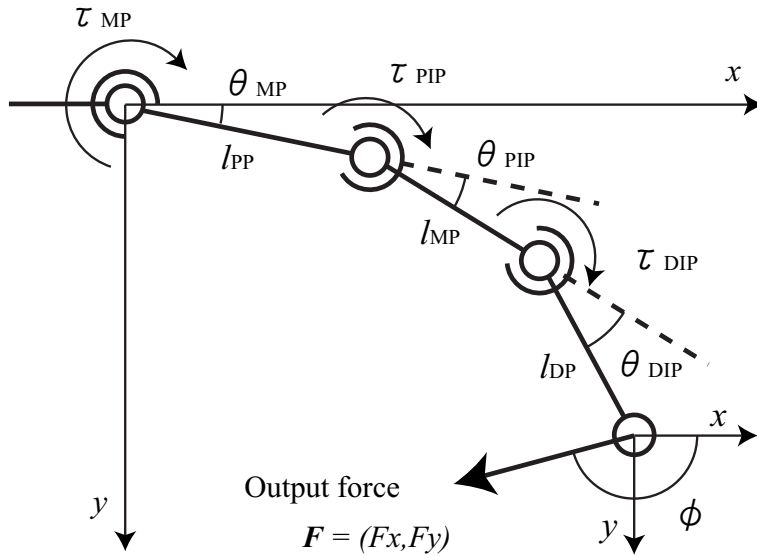


図 C.2: マニピュレータのモデルと座標系

て表されるため，以下のように定式化される．

$$e_{ED} = -R_{11}\theta_{MP} - R_{12}\theta_{PIP} \tag{C.1}$$

$$e_{FDP} = (R_{21} + R'_{21}\theta_{MP})\theta_{MP} + (R_{22} + R'_{22}\theta_{PIP})\theta_{PIP} + (R_{23} + R'_{23}\theta_{DIP})\theta_{DIP} \tag{C.2}$$

$$e_{FDS} = (R_{31} + R'_{31}\theta_{MP})\theta_{MP} + R_{32}\theta_{PIP} \tag{C.3}$$

$$e_{Int} = R_{41}\theta_{MP} - R_{42}\theta_{PIP} \tag{C.4}$$

$$e_{LUM} = (R_{51} - R_{21} - R'_{21}\theta_{MP})\theta_{MP} - (R_{52} + R'_{52}\theta_{PIP} + R_{22} + R'_{22}\theta_{PIP})\theta_{PIP} - (R_{13} + R_{23} + R'_{23}\theta_{DIP})\theta_{DIP} \tag{C.5}$$

このとき R_{ij} はモーメントアームを表す．表 C.1 に文献⁵³⁾ に示されている値を掲載する．また，リンクの長さに

ついても表 C.2 に値を掲載する．

表 C.1: 各筋と各腱のモーメントアーム⁵³⁾

i	Joint	MP		PIP		DIP	
	Muscle	[mm]		[mm]		[mm]	
		R_{i1}	R'_{i1}	R_{i2}	R'_{i2}	R_{i3}	R'_{i3}
1	ED	10	/	5	1.21	3.5	/
2	FDP	11.2	2.08	9.67	2.21	4.54	0.261
3	FDS	10	2.05	7	/	/	/
4	Int	5	/	5	/	/	/
5	Lum	11.5	/	4.34	-0.486	/	/

表 C.2: ヒト示指のリンク長⁵³⁾

	l_{PP}	l_{MP}	l_{DP}
Length[mm]	46	28	20

式 (C.1)–式 (C.5) をまとめて以下のように表現にする．

$$\mathbf{E} = \mathbf{p}(\Theta) \quad (\text{C.6})$$

ただし， $\mathbf{E} = (e_{ED}, e_{FDP}, e_{FDS}, e_{Int}, e_{Lum})^T$ ， $\Theta = (\theta_{MP}, \theta_{PIP}, \theta_{DIP})^T$ ．一方， θ_{DIP} と θ_{PIP} の間には次の関係がある．

$$\theta_{DIP} = \beta \theta_{PIP}^2 \quad (\text{C.7})$$

ただし， $\beta = R'_{12}/R_{13}$ である．また，Buchner のモデルでは，筋，腱には弛みはないと仮定されるので，筋，腱*の張力を f_* として表すと，以下の関係を満たす必要がある．

$$0 \leq f_{Lum} \leq f_{FDP} \quad (\text{C.8})$$

C.3 筋張力と発揮力との関係

筋張力ベクトルと指が発揮する力ベクトルが簡単な方程式を満たすことを示す．

式 (C.6) を時間微分すると以下の式が得られる．

$$\dot{\mathbf{E}} = \mathbf{G}(\Theta)\dot{\Theta} \quad (\text{C.9})$$

$G(\Theta) = [g_{ij}]$ は 5×3 の行列で、各要素は以下の通りである。

$$\begin{aligned} g_{11} &= -R_{11}, \quad g_{12} = -R_{12}, \quad g_{13} = 0, \\ g_{21} &= R_{21} + 2R'_{21}\theta_{MP}, \quad g_{22} = R_{22} + 2R'_{22}\theta_{PIP}, \quad g_{23} = R_{23} + 2R'_{23}\theta_{DIP}, \\ g_{31} &= R_{31} + 2R'_{31}\theta_{MP}, \quad g_{32} = R_{32}, \quad g_{33} = 0, \\ g_{41} &= R_{41}, \quad g_{42} = -R_{42}, \quad g_{43} = 0, \\ g_{51} &= R_{51} - R_{21} - 2R'_{21}\theta_{MP}, \quad g_{52} = -(R_{52} + 2R'_{52}\theta_{PIP} + R_{22} + 2R'_{22}\theta_{PIP}), \\ g_{53} &= -(R_{13} + R_{23} + 2R'_{23}\theta_{DIP}) \end{aligned}$$

式 (C.9) より、仮想仕事の原理から以下の式が成立する。

$$T = G(\Theta)^T f \quad (C.10)$$

ただし、 $T = (\tau_{MP}, \tau_{PIP}, \tau_{DIP})^T$ 、 $f = (f_{ED}, f_{FDP}, f_{FDS}, f_{Int}, f_{Lum})^T$ である。式 (C.7)、式 (C.9)、式 (C.10) より、以下の式が成立する。

$$T^* = G^*(\Theta^*)^T f \quad (C.11)$$

$T^* = (\tau_{MP}, \tau_{PIP} + 2\beta\theta_{PIP}\tau_{DIP})^T$ 、 $\Theta^* = (\theta_{MP}, \theta_{PIP})^T$ 。 $G^*(\Theta^*) = [g^*_{ij}]$ は 5×2 の行列で各要素は以下の通りである。

$$g^*_{i1} = g_{i1}, \quad g^*_{i2} = g_{i2} + 2\beta\theta_{PIP}g_{i3} \quad (i = 1, \dots, 5) \quad (C.12)$$

指のリンク上の任意の位置を表すベクトルを $x = (x, y)^T$ とおく。ここで、 x は指先に限定しない。このとき、 x は Θ の関数としてかけるため、以下のように書ける。

$$x = L(\Theta) \quad (C.13)$$

上式を時間微分すると \dot{x} と $\dot{\Theta}$ に関する以下の関係式が得られる。

$$\dot{x} = J(\Theta)\dot{\Theta} \quad (C.14)$$

$J(\Theta) = [j_{ij}]$ は 2×3 のヤコビ行列であり、 $j_{ij} = \partial L_i / \partial \Theta_j$ として定義される。仮想仕事の原理から、以下の式を得ることができる。

$$T = J(\Theta)^T F \quad (C.15)$$

ただし、 $F = (F_x, F_y)^T$ は、位置 x において指から発揮される力である。式 (C.7)、式 (C.15) より、以下の式が成立する。

$$T^* = J^*(\Theta^*)^T F \quad (C.16)$$

ただし、 $J^*(\Theta^*) = [j^*_{ij}]$ の要素は以下の通り。

$$j^*_{i1} = j_{i1}, \quad j^*_{i2} = j_{i2} + 2\beta\theta_{PIP}j_{i3} \quad (i = 1, 2) \quad (C.17)$$

式 (C.11)、式 (C.16) から、

$$G^*(\Theta^*)^T f = J^*(\Theta^*)^T F \quad (C.18)$$

式 (C.18) に示されるように、筋張力ベクトルと指が発揮する力ベクトルが簡単な関係にあることがわかった。

C.3.1 ヒト示指から出せる力の最大値を求める線形計画問題

出力ベクトル F そのものではなく，出力ベクトル F の大きさ F に着目する．発揮力の方向 ϕ に着目して， F を以下のように変形する．

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix} = F \begin{pmatrix} \cos \phi \\ \sin \phi \end{pmatrix} \quad (\text{C.19})$$

このとき，式 (C.18)，式 (C.19) から以下の式を得る．

$$\mathbf{G}^*(\Theta^*)^T \mathbf{f} = F \mathbf{b}(\Theta^*, \phi) \quad (\text{C.20})$$

ただし， $\mathbf{b}(\Theta^*, \phi) = \mathbf{J}^*(\Theta^*)^T (\cos \phi, \sin \phi)^T$ である．式 (C.20) を同値変形すると以下の二式を得ることができる．

$$F = \mathbf{b}(\Theta^*, \phi)^+ \mathbf{G}^*(\Theta^*)^T \mathbf{f} \quad (\text{C.21})$$

$$(\mathbf{I} - \mathbf{b}(\Theta^*, \phi) \mathbf{b}(\Theta^*, \phi)^+) \mathbf{G}^*(\Theta^*)^T \mathbf{f} = \mathbf{0} \quad (\text{C.22})$$

ただし， \mathbf{I} は 2×2 の単位行列であり， $\mathbf{b}(\Theta^*, \phi)^+$ は $\mathbf{b}(\Theta^*, \phi)$ の疑似逆行列である．式 (C.21) は筋張力ベクトル f から発揮される力の大きさを陽に表した式であり，式 (C.22) は指の姿勢が静止するための筋張力ベクトル f の満たすべき条件である．また，式 (C.21) 式 (C.22) とともに筋張力ベクトル f の線形関係で表されていることが大きな特徴である．

これらの関係式の他に，各筋がアクチュエータとして出力できる張力には上限 $f_{\max}(\Theta^*)$ と下限 $f_{\min}(\Theta^*)$ があると考え，筋張力ベクトル f には以下の制約を課す．

$$f_{\min}(\Theta^*) \leq \mathbf{f} \leq f_{\max}(\Theta^*) \quad (\text{C.23})$$

上の不等式は各要素ごとに成立するものとする．

以上より，示指が出しえる最大力を求める問題は以下のような線形計画問題として定式化できる．

示指が出しえる最大力を求める線形計画問題

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{f}} \quad & F = \mathbf{b}(\Theta^*, \phi)^+ \mathbf{G}^*(\Theta^*)^T \mathbf{f} \\ \text{s.t.} \quad & (\mathbf{I} - \mathbf{b}(\Theta^*, \phi) \mathbf{b}(\Theta^*, \phi)^+) \mathbf{G}^*(\Theta^*)^T \mathbf{f} = \mathbf{0} \\ & 0 \leq f_{\text{Lum}} \leq f_{\text{FDP}} \\ & f_{\min}(\Theta^*) \leq \mathbf{f} \leq f_{\max}(\Theta^*) \end{aligned}$$

C.4 ヒト示指先端の最大出力分布の計算結果

本節では，前節で導出した指から出力される最大出力分布を求める方法の妥当性を検証する．先行研究で実際にヒトの指で計測した最大出力分布と本手法で計算した最大出力分布を比較する．また，最大出力分布を出している時の各筋の筋張力を求め，最大出力分布と筋張力の関係についても考察を行う．

C.4.1 検証条件

最大出力分布を求める際に使用するパラメータについて述べる．まず，モーメントアーム，リンクの長さは表 C.1，表 C.2⁵³⁾ に示した値を使用する．筋が出力できる最小，最大の筋張力ベクトル $f_{\min}(\Theta^*)$ ， $f_{\max}(\Theta^*)$ につい

ては、簡単化のために関節角によらず一定であるとし、最小筋張力ベクトルは 0，各筋の最大筋張力は各筋の生理断面積に比例することが知られている⁵⁴⁾．そこで、表 C.3 に示した生理断面積に比例定数 $35\text{N}/\text{cm}^2$ を乗じた値を最大筋張力とした⁵⁶⁾．

表 C.3: 各筋の生理断面積⁵⁵⁾

Muscle Name	ED	FDP	FDS	Int	Lum
生理断面積 [cm^2]	2.51	4.10	3.65	5.76	0.36

各関節角が以下の 5 つの姿勢について、指先での最大出力分布を求めた．

case (a) 関節角 $\Theta = (20^\circ, 20^\circ, 2.4^\circ)^T$

case (b) 関節角 $\Theta = (20^\circ, 40^\circ, 9.7^\circ)^T$

case (c) 関節角 $\Theta = (20^\circ, 60^\circ, 22^\circ)^T$

case (d) 関節角 $\Theta = (40^\circ, 20^\circ, 2.4^\circ)^T$

case (e) 関節角 $\Theta = (60^\circ, 20^\circ, 2.4^\circ)^T$

なお、出力方向 ϕ を一周期 200 分割して分布を求めた．case (a) – case (c) において本資料で示した方法を用いて求めた最大出力分布の結果を図 C.3-(1) に示す．ヒトを対象に実際に計測された最大出力分布は図 C.3-(2) である⁵²⁾．図 C.4 に出力する力の方向と力の大きさの関係を示す．図 C.5 に力の方向と各筋の筋張力の関係を示す．case (a), case (d), case (e) での結果を図 C.6 – C.8 に示す．

C.4.2 実測と計算との比較

実測の最大力分布である図 C.3-(2) と図 C.6-(2) をみると、以下のような特徴を有している⁵²⁾．

1. 関節角 θ_{MP} が変化しても θ_{PIP} が変化したときほど最大出力分布の形状が変化しない．
2. case (a), (d) において先端からリンク外側へ向かうような方向への出力がかなり大きい．
3. 指が閉じていくに従い (θ_{PIP} が増加していくに従い)，最大出力分布が円に近づく．
4. 全ての姿勢で全体的に先端の腹側によった分布となっている．

図 C.3-(1) と図 C.6-(1) に示した本手法で計算によって求めた最大出力分布においても、上で挙げた全ての特徴をもっていることから、本手法妥当性が示された．

C.4.3 姿勢と筋張力、出力の関係

本節では、主に前節で挙げた示指の静力学特性と筋張力との関係について考察を行う．なお、姿勢の変化が最大出力分布に与える影響があることは当然考慮すべきである．筋張力を示した図は 図 C.5, 図 C.8 である．まず、筋 FDP, FDS, Int, Lum が主に大きく張力を発揮する範囲と、筋 ED が大きく張力を発揮する範囲の 2 つの範囲に分かれている．この 2 つの範囲はだまかに言って前者が指の腹側への出力方向、後者が指の背側に向けた出力

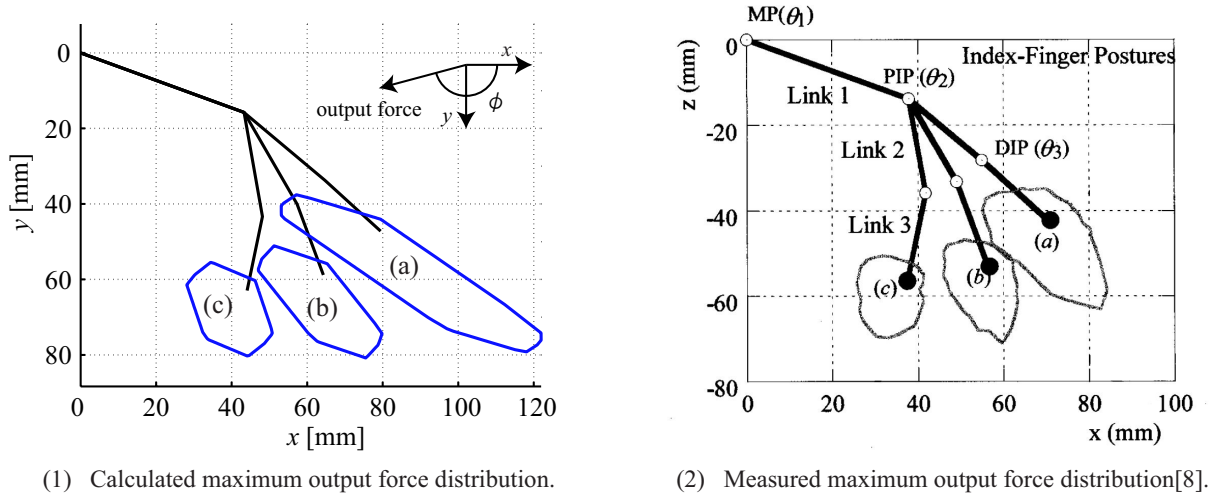


図 C.3: case (a), (b), (c) での最大出力分布.

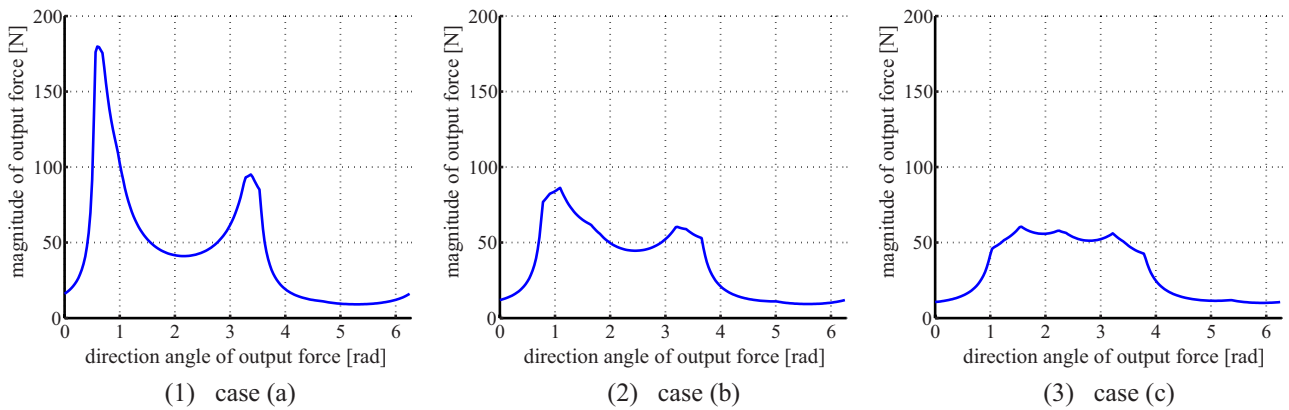


図 C.4: case (a), (b), (c) での出力方向と最大出力との関係

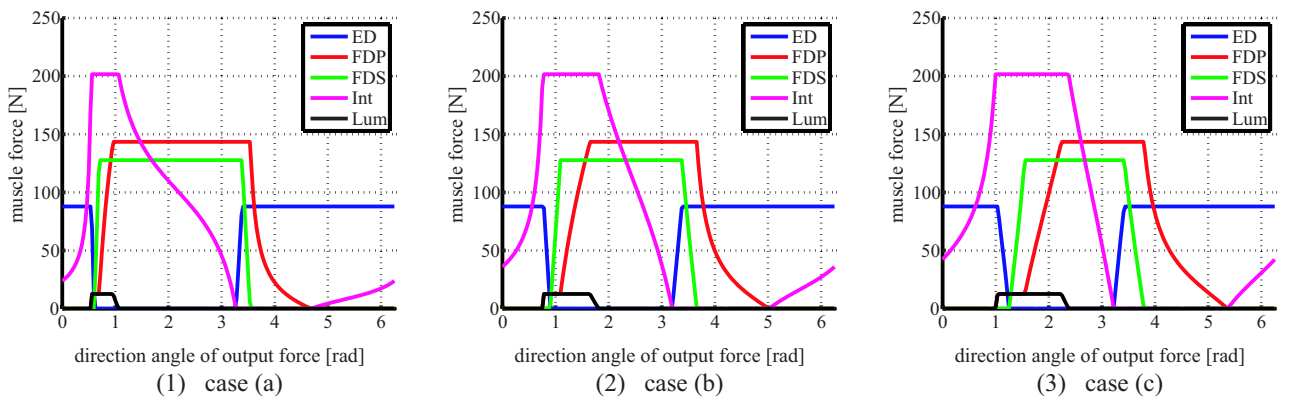
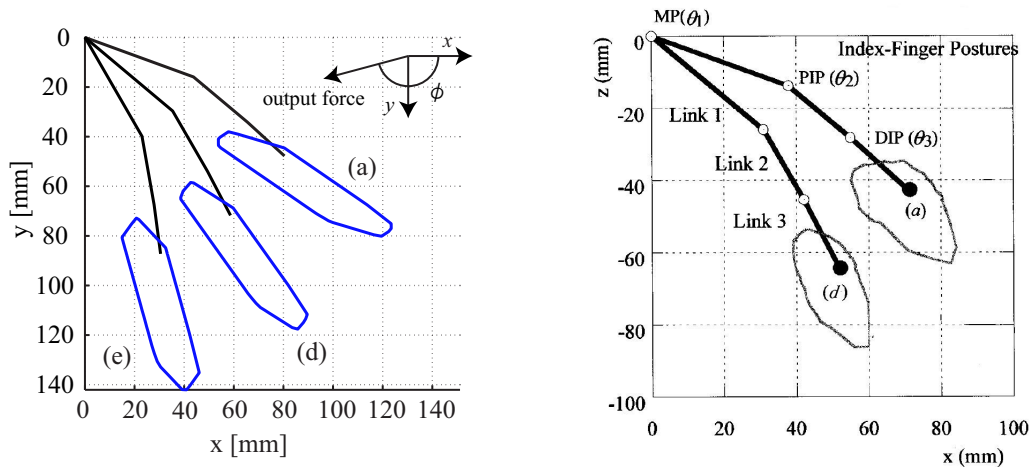


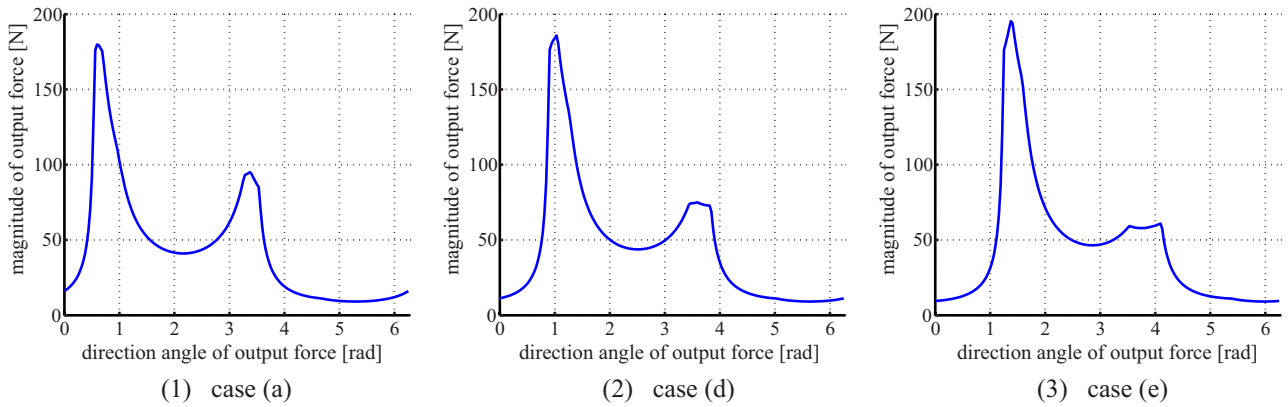
図 C.5: case (a), (b), (c) での出力方向と筋張力との関係

方向に対応している．前者の範囲で指から発揮される力の大きさが，後者の範囲で発揮される力よりもかなり大きいことが図 C.4, 図 C.7 から分かる．モーメントアームなどの幾何的な要素もあるが，力の大きさの違いは，大



(1) Calculated maximum output force distribution. (2) Measured maximum output force distribution[8].

図 C.6: case (a), (d), (e) での最大出力分布.

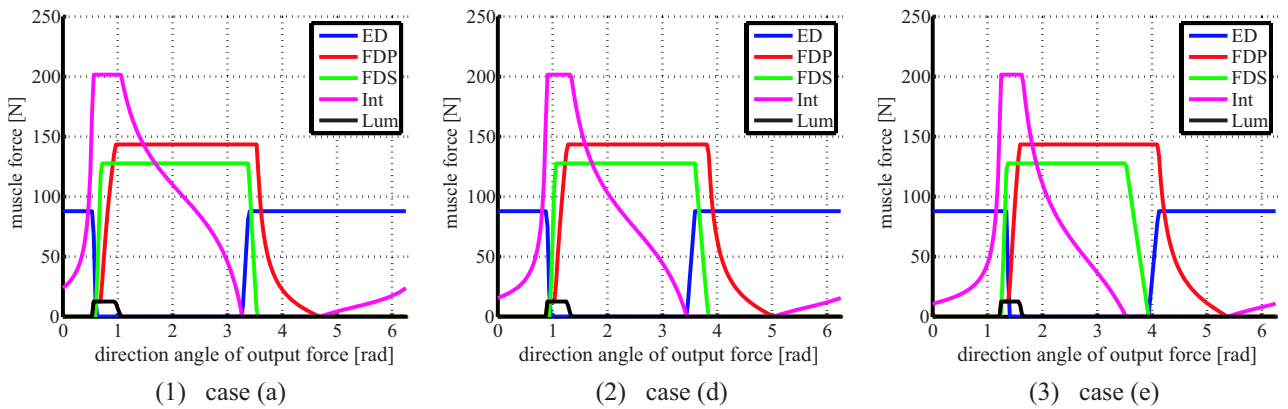


(1) case (a)

(2) case (d)

(3) case (e)

図 C.7: case (a), (d), (e) での出力方向と最大出力との関係



(1) case (a)

(2) case (d)

(3) case (e)

図 C.8: case (a), (d), (e) での出力方向と筋張力との関係

きな張力を発揮している筋の数の違いに依存すると考えられる。

case (a) では、筋 Int の張力が指の腹側での出力方向の変化に伴って大きく変動している。これは、case (a) の姿勢では指の腹側への力の出力方向の制御が、主に筋 Int によって行われていることを意味する。この特徴は case (d), (e) でも見られる。このことから、case (a), (d), (e) のような指の伸びた姿勢では、腹側への力の出力方向の制御は主に筋 Int によってなされているということが分かる。また、このときの出力の大きさは、図 C.6, 図 C.7 を見ると分かる通り、ほぼ一定のパターンとなっている。一方、図 C.5 に示されるように case (a), (b), (c) と姿勢が変化するに伴い、筋 Int のみによって行われていた出力方向の制御が、全ての筋がバランスよく張力を変化させて出力方向を制御するようになっていることが分かる。

ただし、最大出力分布は筋張力のパターンのみならず、姿勢というマニピュレータの構造自体によって決定される側面もあることから、特に case (a), (b), (c) においては筋張力のパターンだけではなく、姿勢変化による影響について詳細に調べる必要があると思われる。

C.5 まとめ

指の静力学的特性を調べるために、指から出せる最大の力の分布を求める方法を導出した。Buchner の示指モデルを使い、示指からの最大出力分布を求める問題を定式化し、先端での最大出力分布をいくつかの姿勢において求めた。実測された最大出力分布と計算によって求めた分布を比較し、分布の特徴が一致していることを確認し、本手法の妥当性を検証した。また、最大出力を実現するときの筋張力についても調べた。最大出力分布は筋張力のパターンのみならず、姿勢というマニピュレータの構造自体によって決定される側面がある。そのため、筋張力のパターンだけではなく、姿勢変化による影響について詳細に調べる必要があると思われる。また、Buchner のモデルでは関節角度に対する拘束条件である式 (C.7) が条件としては強力すぎ、本来正方ではないヤコビ行列 $J(\Theta)$ を正方行列に変形できてしまう。このことは、 $J(\Theta)$ が正方でない場合でも最大出力分布を求めることができるという本手法の利点が生かせない。そのため、他のモデルを用いて本手法を検証するとともに、指先端以外の場所での最大出力分布を求めて特性を調べることが重要である。

付録D 消費エネルギー最小制御導出のための煩雑な行列計算の詳細

第4章において、ハミルトニアン H と未定乗数ベクトル λ に関して、未定乗数ベクトル λ の勾配が式 (4.19) で与えられ、目的関数の最急上昇方向が式 (4.21) で与えられると述べた。本章では、式 (4.19)、式 (4.21) の具体的な計算を行う。

D.1 未定乗数 λ の時間微分

式 (4.19)、式 (4.21) の計算に必要な式を以下に再掲する。

$$z = \begin{pmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} \quad (\text{D.1})$$

$$\tau(z, y) = M(\theta)J^+(\theta) \left(\ddot{x}_d(t) - \dot{J}(\theta)\dot{\theta} \right) + M(\theta) (I - J^+(\theta)J(\theta)) y + h(\theta, \dot{\theta}) + g(\theta) + C\dot{\theta} \quad (\text{D.2})$$

$$H = \tau(z, y)^T K^{-1} R K^{-1} \tau(z, y) + \tau(z, y)^T \dot{\theta} + \lambda_1^T \dot{\theta} + \lambda_2^T M(\theta)^{-1} \left(\tau(z, y) - h(\theta, \dot{\theta}) - g(\theta) - C\dot{\theta} \right) \quad (\text{D.3})$$

これらの式に基づき、以下の式を計算する。

$$\dot{\lambda}_i = -\frac{\partial H}{\partial z_i} \quad (\text{D.4})$$

なお、 $1 \leq i \leq m$ のときは $z_i = \theta_i$ であり、 $m+1 \leq i \leq 2m$ のときは $z_i = \dot{\theta}_{i-m}$ であることから、それぞれ場合分けをして計算する。

D.1.1 $1 \leq i \leq m$ のときの未定乗数 λ の時間微分

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_i &= -\frac{\partial H}{\partial z_i} \\ &= -\frac{\partial H}{\partial \theta_i} \\ &= -2\tau(z, y)^T K^{-1} R K^{-1} \frac{\partial \tau(z, y)}{\partial \theta_i} - \frac{\partial \tau^T(z, y)}{\partial \theta_i} \dot{\theta} \\ &\quad - \lambda_2^T \frac{\partial M(\theta)^{-1}}{\partial \theta_i} \left(\tau(z, y) - h(\theta, \dot{\theta}) - g(\theta) - C\dot{\theta} \right) - \lambda_2^T M(\theta)^{-1} \frac{\partial}{\partial \theta_i} \left(\tau(z, y) - h(\theta, \dot{\theta}) - g(\theta) - C\dot{\theta} \right) \\ &= -2\tau(z, y)^T K^{-1} R K^{-1} \frac{\partial \tau(z, y)}{\partial \theta_i} - \dot{\theta}^T \frac{\partial \tau(z, y)}{\partial \theta_i} \\ &\quad + \lambda_2^T M(\theta)^{-1} \frac{\partial M(\theta)}{\partial \theta_i} M(\theta)^{-1} \left(\tau(z, y) - h(\theta, \dot{\theta}) - g(\theta) - C\dot{\theta} \right) - \lambda_2^T M(\theta)^{-1} \frac{\partial}{\partial \theta_i} \left(\tau(z, y) - h(\theta, \dot{\theta}) - g(\theta) \right) \end{aligned} \quad (\text{D.5})$$

なお, $\partial M(\boldsymbol{\theta})^{-1}/\partial\theta_i$ の計算は, 任意の正則行列 \mathbf{A} とスカラー x について成り立つ以下の公式による⁴⁷⁾.

$$\frac{\partial \mathbf{A}^{-1}}{\partial x} = -\mathbf{A}^{-1} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x} \mathbf{A}^{-1} \quad (\text{D.6})$$

式 (D.5) において, なお展開が必要な項は $\frac{\partial \tau(\mathbf{z}, \mathbf{y})}{\partial \theta_i}$ であり, $\frac{\partial M(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_i}$, $\frac{\partial \mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) + \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_i}$ は各成分を丁寧に計算すればよい.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tau(\mathbf{z}, \mathbf{y})}{\partial \theta_i} &= \frac{\partial}{\partial \theta_i} \left(M(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{J}^+(\boldsymbol{\theta}) (\ddot{\mathbf{x}}_d(t) - \dot{\mathbf{J}}(\boldsymbol{\theta}) \dot{\boldsymbol{\theta}}) + M(\boldsymbol{\theta}) (\mathbf{I} - \mathbf{J}^+(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{J}(\boldsymbol{\theta})) \mathbf{y} + \mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) + \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta}) + \mathbf{C} \dot{\boldsymbol{\theta}} \right) \\ &= \frac{\partial M(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_i} \mathbf{J}^+(\boldsymbol{\theta}) (\ddot{\mathbf{x}}_d(t) - \dot{\mathbf{J}}(\boldsymbol{\theta}) \dot{\boldsymbol{\theta}}) + M(\boldsymbol{\theta}) \frac{\partial \mathbf{J}^+(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_i} (\ddot{\mathbf{x}}_d(t) - \dot{\mathbf{J}}(\boldsymbol{\theta}) \dot{\boldsymbol{\theta}}) - M(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{J}^+(\boldsymbol{\theta}) \frac{\partial \dot{\mathbf{J}}(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_i} \dot{\boldsymbol{\theta}} \\ &\quad + \frac{\partial M(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_i} (\mathbf{I} - \mathbf{J}^+(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{J}(\boldsymbol{\theta})) \mathbf{y} - M(\boldsymbol{\theta}) \left(\frac{\partial \mathbf{J}^+(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_i} \mathbf{J}(\boldsymbol{\theta}) + \mathbf{J}^+(\boldsymbol{\theta}) \frac{\partial \mathbf{J}(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_i} \right) \mathbf{y} + \frac{\partial \mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}})}{\partial \theta_i} + \frac{\partial \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_i} \end{aligned} \quad (\text{D.7})$$

式 (D.7) 中で更に展開が必要な項は $\frac{\partial \mathbf{J}^+(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_i}$ である. $\mathbf{J}^+(\boldsymbol{\theta})$ は以下のように表される.

$$\mathbf{J}^+(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{J}^T(\boldsymbol{\theta}) (\mathbf{J}(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{J}^T(\boldsymbol{\theta}))^{-1} \quad (\text{D.8})$$

上式を偏微分する.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{J}^+(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_i} &= \frac{\partial \mathbf{J}^T(\boldsymbol{\theta}) (\mathbf{J}(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{J}^T(\boldsymbol{\theta}))^{-1}}{\partial \theta_i} \\ &= \frac{\partial \mathbf{J}^T(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_i} (\mathbf{J}(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{J}^T(\boldsymbol{\theta}))^{-1} + \mathbf{J}^T(\boldsymbol{\theta}) \frac{\partial (\mathbf{J}(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{J}^T(\boldsymbol{\theta}))^{-1}}{\partial \theta_i} \\ &= \frac{\partial \mathbf{J}^T(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_i} (\mathbf{J}(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{J}^T(\boldsymbol{\theta}))^{-1} - \mathbf{J}^T(\boldsymbol{\theta}) (\mathbf{J}(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{J}^T(\boldsymbol{\theta}))^{-1} \frac{\partial (\mathbf{J}(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{J}^T(\boldsymbol{\theta}))}{\partial \theta_i} (\mathbf{J}(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{J}^T(\boldsymbol{\theta}))^{-1} \\ &= \frac{\partial \mathbf{J}^T(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_i} (\mathbf{J}(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{J}^T(\boldsymbol{\theta}))^{-1} - \mathbf{J}^+(\boldsymbol{\theta}) \left(\mathbf{J}(\boldsymbol{\theta}) \frac{\partial \mathbf{J}^T(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_i} + \frac{\partial \mathbf{J}(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_i} \mathbf{J}^T(\boldsymbol{\theta}) \right) (\mathbf{J}(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{J}^T(\boldsymbol{\theta}))^{-1} \\ &= \frac{\partial \mathbf{J}^T(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_i} (\mathbf{J}(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{J}^T(\boldsymbol{\theta}))^{-1} - \mathbf{J}^+(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{J}(\boldsymbol{\theta}) \frac{\partial \mathbf{J}^T(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_i} (\mathbf{J}(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{J}^T(\boldsymbol{\theta}))^{-1} - \mathbf{J}^+(\boldsymbol{\theta}) \frac{\partial \mathbf{J}(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_i} \mathbf{J}^+(\boldsymbol{\theta}) \\ &= (\mathbf{I} - \mathbf{J}^+(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{J}(\boldsymbol{\theta})) \frac{\partial \mathbf{J}^T(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_i} (\mathbf{J}(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{J}^T(\boldsymbol{\theta}))^{-1} - \mathbf{J}^+(\boldsymbol{\theta}) \frac{\partial \mathbf{J}(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_i} \mathbf{J}^+(\boldsymbol{\theta}) \end{aligned} \quad (\text{D.9})$$

以上より, 式 (D.7), 式 (D.9) を式 (D.5) へ代入することで $\dot{\lambda}_i$ が求まる.

D.1.2 $m+1 \leq i \leq 2m$ のときの未定乗数 λ の時間微分

$$\begin{aligned}
\dot{\lambda}_i &= -\frac{\partial H}{\partial z_i} \\
&= -\frac{\partial H}{\partial \dot{\theta}_{i-m}} \\
&= -2\tau(z, \mathbf{y})^\top \mathbf{K}^{-1} \mathbf{R} \mathbf{K}^{-1} \frac{\partial \tau(z, \mathbf{y})}{\partial \dot{\theta}_{i-m}} - \frac{\partial \tau^\top(z, \mathbf{y})}{\partial \dot{\theta}_{i-m}} \dot{\theta} - \tau^\top(z, \mathbf{y}) \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial \dot{\theta}_{i-m}} - \lambda_1^\top \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial \dot{\theta}_{i-m}} \\
&\quad - \lambda_2^\top \mathbf{M}(\theta)^{-1} \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_{i-m}} \left(\tau(z, \mathbf{y}) - \mathbf{h}(\theta, \dot{\theta}) - \mathbf{g}(\theta) - \mathbf{C}\dot{\theta} \right) \\
&= -2\tau(z, \mathbf{y})^\top \mathbf{K}^{-1} \mathbf{R} \mathbf{K}^{-1} \frac{\partial \tau(z, \mathbf{y})}{\partial \dot{\theta}_{i-m}} - \dot{\theta}^\top \frac{\partial \tau(z, \mathbf{y})}{\partial \dot{\theta}_{i-m}} - \tau^\top(z, \mathbf{y}) \mathbf{e}_{i-m} - \lambda_1^\top \mathbf{e}_{i-m} \\
&\quad - \lambda_2^\top \mathbf{M}(\theta)^{-1} \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_{i-m}} \left(\tau(z, \mathbf{y}) - \mathbf{h}(\theta, \dot{\theta}) - \mathbf{C}\dot{\theta} \right) \tag{D.10}
\end{aligned}$$

ただし, $\mathbf{e}_{i-m} = \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial \dot{\theta}_{i-m}}$ とおいた. 式 (D.10) において, なおも展開が必要な項は $\frac{\partial \tau(z, \mathbf{y})}{\partial \dot{\theta}_{i-m}}$ である.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \tau(z, \mathbf{y})}{\partial \dot{\theta}_{i-m}} &= \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_{i-m}} \left(\mathbf{M}(\theta) \mathbf{J}^+(\theta) \left(\ddot{x}_d(t) - \dot{\mathbf{J}}(\theta) \dot{\theta} \right) + \mathbf{M}(\theta) \left(\mathbf{I} - \mathbf{J}^+(\theta) \mathbf{J}(\theta) \right) \mathbf{y} + \mathbf{h}(\theta, \dot{\theta}) + \mathbf{g}(\theta) + \mathbf{C}\dot{\theta} \right) \\
&= -\mathbf{M}(\theta) \mathbf{J}^+(\theta) \frac{\partial \left(\dot{\mathbf{J}}(\theta) \dot{\theta} \right)}{\partial \dot{\theta}_{i-m}} + \frac{\partial \mathbf{h}(\theta, \dot{\theta})}{\partial \dot{\theta}_{i-m}} + \mathbf{C} \mathbf{e}_{i-m} \\
&= -\mathbf{M}(\theta) \mathbf{J}^+(\theta) \left(\frac{\partial \dot{\mathbf{J}}(\theta)}{\partial \dot{\theta}_{i-m}} \dot{\theta} + \dot{\mathbf{J}}(\theta) \mathbf{e}_{i-m} \right) + \frac{\partial \mathbf{h}(\theta, \dot{\theta})}{\partial \dot{\theta}_{i-m}} + \mathbf{C} \mathbf{e}_{i-m} \tag{D.11}
\end{aligned}$$

式 (D.11) を式 (D.10) へ代入すれば $\dot{\lambda}_i$ が求まる.

D.2 入力 \mathbf{y} によるハミルトニアン H の偏微分

$$\begin{aligned}
H_{y_i} &= \frac{\partial H}{\partial y_i} \\
&= \frac{\partial}{\partial y_i} \left(\tau(z, \mathbf{y})^\top \mathbf{K}^{-1} \mathbf{R} \mathbf{K}^{-1} \tau(z, \mathbf{y}) + \tau(z, \mathbf{y})^\top \dot{\theta} + \lambda_1^\top \dot{\theta} + \lambda_2^\top \mathbf{M}(\theta)^{-1} \left(\tau(z, \mathbf{y}) - \mathbf{h}(\theta, \dot{\theta}) - \mathbf{g}(\theta) - \mathbf{C}\dot{\theta} \right) \right) \\
&= 2\tau(z, \mathbf{y})^\top \mathbf{K}^{-1} \mathbf{R} \mathbf{K}^{-1} \frac{\partial \tau(z, \mathbf{y})}{\partial y_i} + \frac{\partial \tau(z, \mathbf{y})^\top}{\partial y_i} \dot{\theta} + \lambda_2^\top \mathbf{M}(\theta)^{-1} \frac{\partial \tau(z, \mathbf{y})}{\partial y_i} \tag{D.12}
\end{aligned}$$

$\frac{\partial \tau(z, \mathbf{y})}{\partial y_i}$ を更に計算する.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \tau(z, \mathbf{y})}{\partial y_i} &= \frac{\partial}{\partial y_i} \left(\mathbf{M}(\theta) \mathbf{J}^+(\theta) \left(\ddot{x}_d(t) - \dot{\mathbf{J}}(\theta) \dot{\theta} \right) + \mathbf{M}(\theta) \left(\mathbf{I} - \mathbf{J}^+(\theta) \mathbf{J}(\theta) \right) \mathbf{y} + \mathbf{h}(\theta, \dot{\theta}) + \mathbf{g}(\theta) + \mathbf{C}\dot{\theta} \right) \\
&= \mathbf{M}(\theta) \left(\mathbf{I} - \mathbf{J}^+(\theta) \mathbf{J}(\theta) \right) \mathbf{e}_i \tag{D.13}
\end{aligned}$$

式 (D.13) を式 (D.12) へ代入すれば H_{y_i} が求まる.

付録E 多関節同時駆動を実現するマニピュレータの設計と運動学的特性の検討

本章では、多関節同時駆動をシンプルに実現するマニピュレータの例を紹介し、その運動学的特性について考察を行う。

E.1 多関節同時駆動をシンプルに実現するマニピュレータの構成例

二関節筋をはじめとする多関節同時駆動は筋骨格構造の特徴の一つである。冗長自由度を持たなくても、多関節同時駆動を備えるだけで、運動時に必要となるエネルギーが単関節駆動のみを備える場合に比べて低くなる例が加島らによって報告されており¹⁶⁾、多関節同時駆動を実現することには意味がある。

そこで、本章では多関節同時駆動を実現する、運動学的冗長性を持つマニピュレータの例について述べ、運動学的特性の検討を行う。ここで紹介するマニピュレータの大きな特徴として、アクチュエータを関節に配置する必要がないこと、タイミングベルトの架け替えという比較的簡単な作業で、モーメントアーム行列の異なるマニピュレータにできることが挙げられる。

図 E.1 に本論文で提案する多関節同時駆動を実現するマニピュレータの模型を示す。

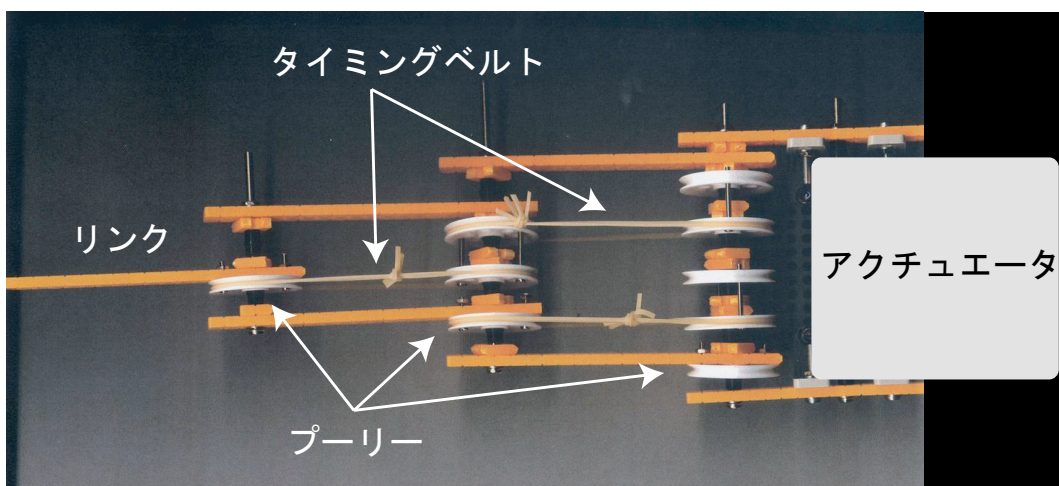


図 E.1: 多関節同時駆動を実現するマニピュレータ

アクチュエータは右側の、動かない台座部分に全て配置されており、プーリーとタイミングベルトを通じてトルクが各関節に伝えられる。このマニピュレータの構造には、アクチュエータと可動部を切り離せるという大きな利点がある。アクチュエータが関節に配置されている構造では、マニピュレータの運動にともなってアクチュエータ自体も運動することになるが、アクチュエータを可動部から切り離しておけば、マニピュレータが運動してもアクチュエータ自体は運動しないため、消費エネルギーの低減が容易に実現できる。また、動かない台座部分に

アクチュエータが配置されているため保守が簡単に行え，更に，スペースを考慮することがないので，ダイレクトドライブで不足しがちなトルクを補うための大出力の大型のアクチュエータが配置できる．

E.2 モデル化と運動特性の解析

図 E.1 に示すマニピュレータをモデル化すると図 E.2 になる．モータのトルクがプーリーとタイミングベルトを介してリンクに伝達される系が3つ並列に，関節を共有しつつ並んでいる．図 E.2 を基に，関節角とモータ側プーリー角との関係，関節トルクとモータトルクとの関係を導く．また，このマニピュレータが多関節同時駆動を実現していることを確認する．

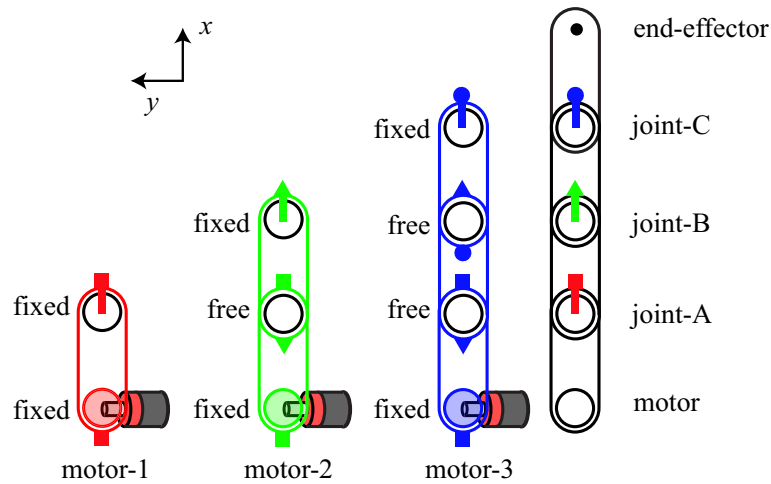


図 E.2: 多関節同時駆動マニピュレータのモデル

E.2.1 関節角度とモータ側プーリー角の関係

簡単のために，リンク長，プーリー半径はすべて同じという条件下で考える．図 E.3 を注意深く見れば分かる通り，関節角 $\theta_A, \theta_B, \theta_C$ と，モータ側のプーリー角 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ の間には以下の関係式が成り立つ．

$$\theta_1 = \theta_A \quad (\text{E.1})$$

$$\theta_2 = \theta_A + \theta_B \quad (\text{E.2})$$

$$\theta_3 = \theta_A + \theta_B + \theta_C \quad (\text{E.3})$$

行列に直す．

$$\begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_A \\ \theta_B \\ \theta_C \end{pmatrix} \leftrightarrow \boldsymbol{\theta}_m = \mathbf{R}\boldsymbol{\theta}_j \quad (\text{E.4})$$

ただし, $\theta_m = (\theta_1, \theta_2, \theta_3)^T$, $R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $\theta_j = (\theta_A, \theta_B, \theta_C)^T$ とする. この式の妥当性は, 式 (E.4) において左から R^{-1} をかけた以下の式が図 E.4 に矛盾しないことから確認できる.

$$\begin{pmatrix} \theta_A \\ \theta_B \\ \theta_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{pmatrix} \quad (E.5)$$

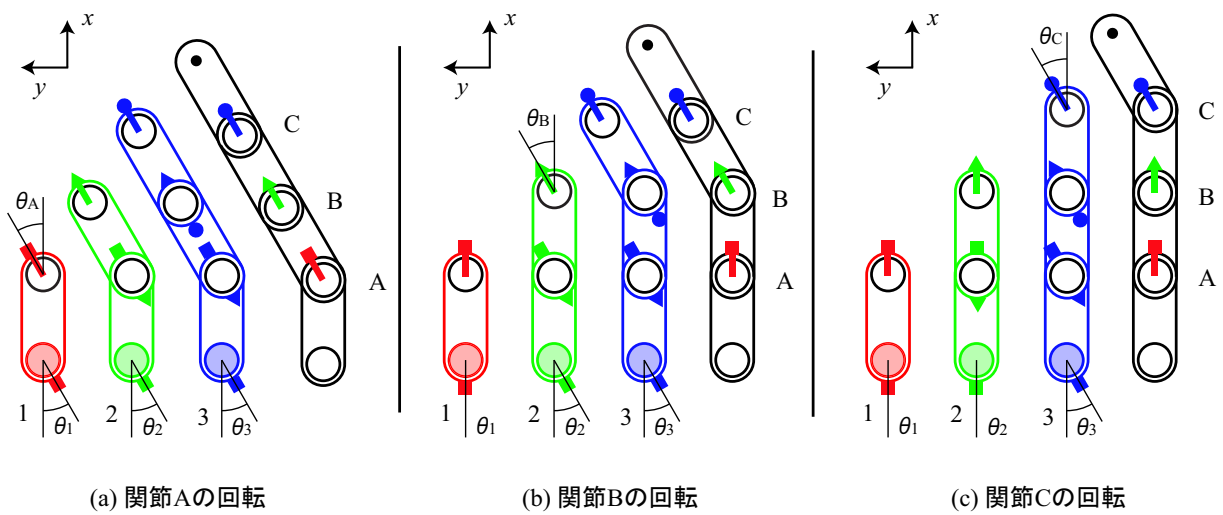


図 E.3: 各関節の回転

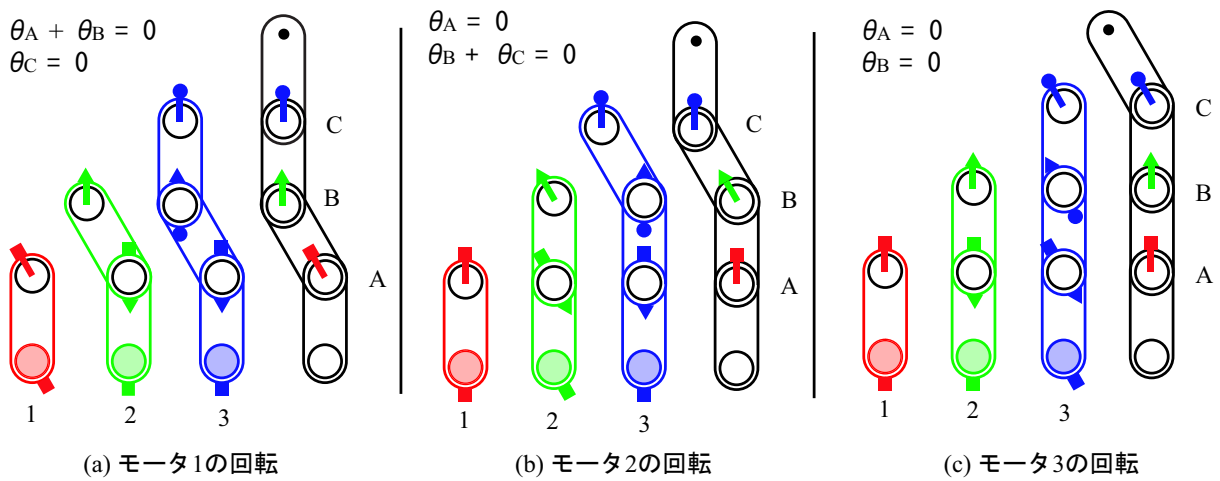


図 E.4: 各モーターの回転

E.2.2 仮想仕事の原理を用いたモータトルクと関節トルクとの関係

式 (E.4) は角度間関係式であるから，この式に仮想仕事の原理を適用するとトルク間関係式が得られる．関節 A, B, C にトルク $\tau_j = (\tau_A, \tau_B, \tau_C)^T$ だけかかり，モータ 1, 2, 3 にトルク $-\tau_m = (-\tau_1, -\tau_2, -\tau_3)^T$ が生じており，これらのトルクが釣り合っているとす．このとき，それぞれの関節角 θ_j, θ_m が仮想的に角度 $\delta\theta_j, \delta\theta_m$ だけ

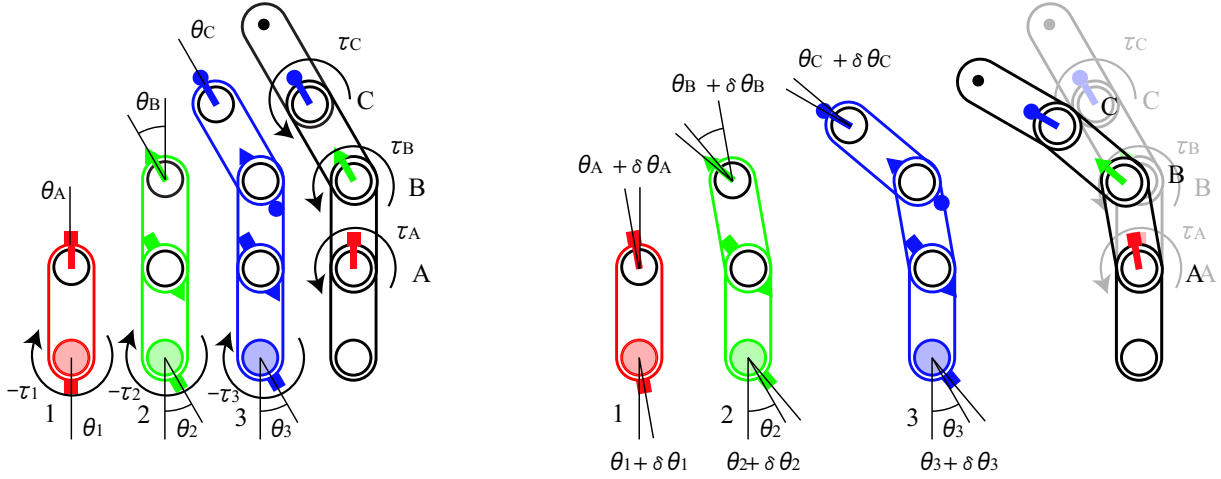


図 E.5: 仮想仕事の原理によるトルク間関係の把握

変化したとする．この結果生じる仮想仕事はトルクが釣り合っているとゼロになるので，以下の式が成立する．

$$\tau_j^T \delta\theta_j - \tau_m^T \delta\theta_m = 0 \quad (\text{E.6})$$

また，仮想角度変位 $\delta\theta_j, \delta\theta_m$ の間には，式 (E.4) より以下の関係式が成立する．

$$\delta\theta_m = R \delta\theta_j \quad (\text{E.7})$$

式 (E.7) を式 (E.6) に代入することで以下の式を得る．

$$\tau_j^T \delta\theta_j - \tau_m^T R \delta\theta_j = 0 \quad (\text{E.8})$$

$$(\tau_j^T - \tau_m^T R) \delta\theta_j = 0 \quad (\text{E.9})$$

$$\tau_j^T - \tau_m^T R = 0 \quad \leftrightarrow \quad \tau_j = R^T \tau_m \quad (\text{E.10})$$

式 (E.10) の要素を書き下すと以下ようになる．

$$\begin{pmatrix} \tau_A \\ \tau_B \\ \tau_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{pmatrix} \quad \leftrightarrow \quad \begin{pmatrix} \tau_A \\ \tau_B \\ \tau_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tau_1 + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \tau_2 + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \tau_3 \quad (\text{E.11})$$

式 (E.11) を見ると，モータ 1 は関節 A のみにトルクを生じていることから単関節筋，モータ 2 は関節 A, B にトルクを生じていることから二関節筋，モータ 3 は関節 A, B, C のみにトルクを生じていることから三関節筋相当の働きをすることが分かる．これより，プーリーとタイミングベルトで構成されたマニピュレータが多関節同時駆動を実現することが分かる．

E.2.3 提案するマニピュレータが多関節同時駆動を実現できる理由

プーリーとタイミングベルトを介してトルクを伝えることで、なぜ単関節駆動だけではなく、多関節同時駆動が実現するのかを考える。

数式を出発点とする議論

数式の上では、単関節駆動のみでなくなる理由は、直接的には R が対角行列でないためである。 R が対角行列でないというのは、式 (E.4) に示されるように、モータ側プーリー角が必ずしも一つの関節の角度に依存するわけではなく、複数の関節の角度に依存しているということによる。これは、図 E.3, 図 E.4 などから明らかである。更に、モータ側プーリー角が複数の関節の角度に依存する理由は、

- 各関節にとりつけられたプーリーを通り、タイミングベルトがゆるみなく張られている
- 先端のプーリーがリンクと固定されている

という2つのマニピュレータの構造的な特徴による。これら2つの構造的な特徴を持てば、単関節駆動のみならず、多関節同時駆動が実現されるということになる。

力学的な感覚に基づく理解

式 (E.11) において、モータ3が生み出すトルク τ_3 が関節 A のみならず関節 B, C に対してもトルクを生じさせていることは直観と反する。ここでは、この事実が力学的な感覚とは反していないことを確認する。

以下の操作は準静的に行うものとして、慣性を考慮しない。まず、モータ3のみ駆動させ、モータ1,2は駆動させないとする。すると、関節 A, B は回転せず、関節 C のみが回転する。一方、各関節にモータが付いている場合を考える。この場合は、一関節筋のみを持っている場合に相当する。関節 C についているモータのみを駆動させると、関節 C はもちろん回転するが、関節 B, C 間のリンクが反作用を受けて逆方向に回転する。関節 C のみを回転させるためには、関節 B の回転を打ち消すために関節 B に付いているモータを駆動する必要がある。すると、関節 B は回転しないが、反作用をうけて関節 A が回転を始める。そのため、関節 A についているモータも駆動すると、関節 C のみが回転するようになる。

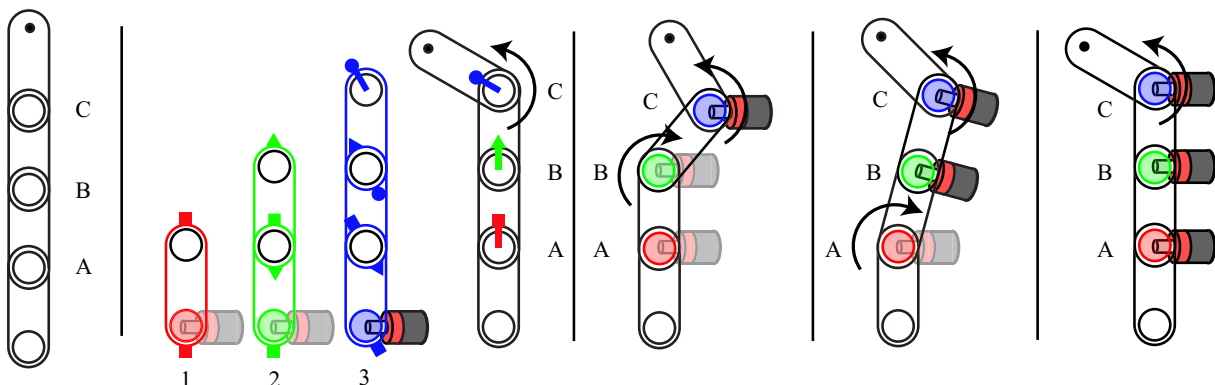


図 E.6: 関節 C の回転による作用反作用の関係

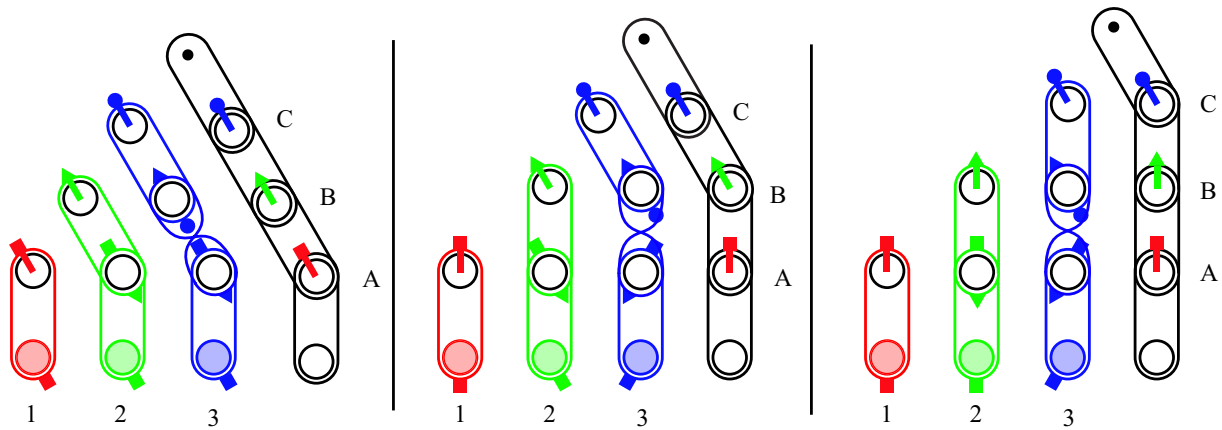


図 E.8: 関節 A, B, C をそれぞれ回転させる

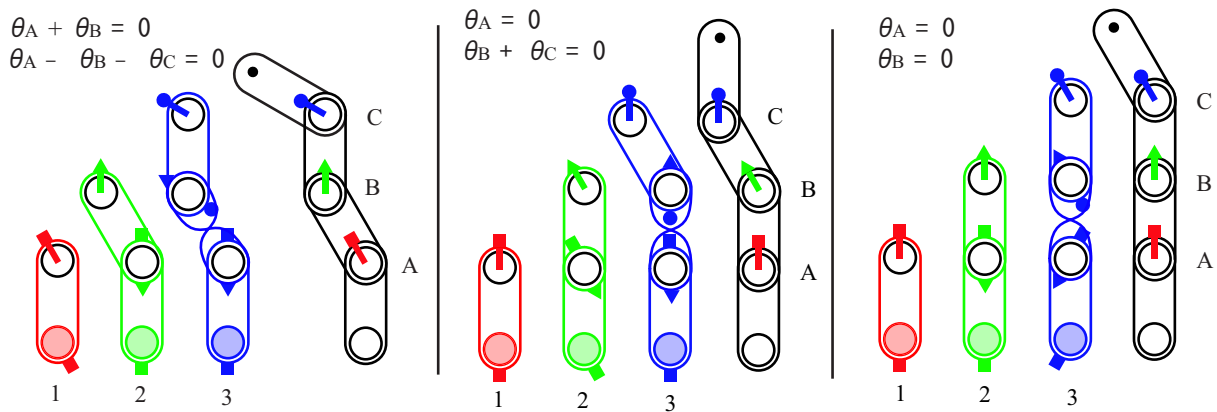


図 E.9: 関節 1, 2, 3 をそれぞれ回転させる

行列に直す .

$$\begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_A \\ \theta_B \\ \theta_C \end{pmatrix} \quad (\text{E.15})$$

式 (E.15) は角度の関係式であるから , E.2.2 項と同様に , この式に仮想仕事の原理を適用することでトルクに関する関係式が得られる .

$$\begin{pmatrix} \tau_A \\ \tau_B \\ \tau_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{pmatrix} \quad (\text{E.16})$$

式 (E.16) を見ればわかるように , クロスベクトルにすることで τ_3 のトルクを反転して関節 B, C に伝えることができる .

E.3.3 提案するマニピュレータが実現可能な構造の数

ここで、タイミングベルトを張る位置、ねじるかねじらないか、という選択肢によって、異なる構造のマニピュレータのパターンを考える。なお、各関節を自由に動かせる、という条件は最低限マニピュレータが備えておくべき条件とする。

式 (E.4), 式 (E.15) に示した、関節角とモータ側プリー角とを結ぶ以下の行列に着目する。

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{E.17})$$

まず、タイミングベルトの取り付け位置、クロスの有無によって、上の行列の要素には $-1, 0, 1$ が入る。すなわち、タイミングベルトを張らないと 0 、タイミングベルトをねじらず張ると 1 、タイミングベルトをねじって張るとそれ以降の関節に対応する要素が -1 となる。タイミングベルトの貼り方と行列が対応する。各関節を自由に動かせるという条件から、行列がフルランクである必要がある。

上の条件を満たす例として以下のような行列を持つマニピュレータも考えられる。

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{E.18})$$

E.3.4 提案するマニピュレータが実現できる最大出力分布の解析

モータ $1, 2, 3$ に特性差がなく、正転逆転に関しても特性差がない場合について、とりうる構造で実現可能なマニピュレータ先端の出力分布を計算する。なお、この場合、とりうる構造の数は重複を含めず 120 通りある。関節角 $\theta = (\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ 、リンク長 (l_1, l_2, l_3) 、最小筋張力 f_{\min} 、最大筋張力 f_{\max} を以下のようにおいた。

$$\theta = (30, 30, 30)^T \text{ [deg]} \quad (\text{E.19})$$

$$(l_1, l_2, l_3) = (1, 1, 1) \text{ [m]} \quad (\text{E.20})$$

$$f_{\min} = (-1, -1, -1)^T \text{ [N]} \quad (\text{E.21})$$

$$f_{\max} = (1, 1, 1)^T \text{ [N]} \quad (\text{E.22})$$

計算結果を図 E.10 に示す。緑の分布の面積は 9.07 N^2 であり、黒い分布の面積は 2.66 N^2 であるので、各関節にモータを配置するよりも約 3.41 倍広い最大出力分布を持つタイミングベルトの張り方が存在する。このときのタイミングベルトの張り方を表す行列は以下となる。

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{E.23})$$

このように、構造を変化させることで実現できる出力分布が広がる。もしタイミングベルトを張り替える、という動作が可能であるならば、動作中に適切な構造のマニピュレータに切り替えることができる。

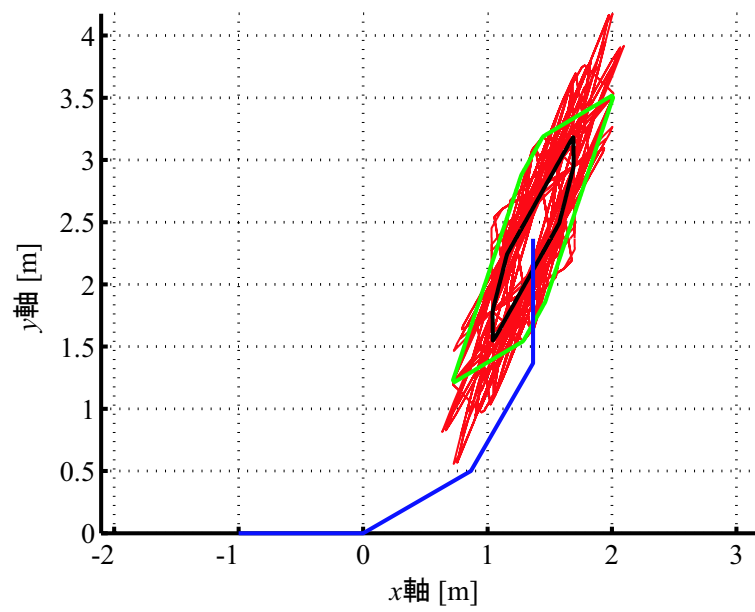


図 E.10: マニピュレータの構造を変化させたときの最大出力分布 青：マニピュレータ 赤：可能な構造での最大出力分布 緑：最大面積の最大出力分布 黒：プーリーなどを介さずに、各関節に直接モータをつけた時の最大出力分布