立地-数量競争モデルにおける立地結託について*

清 水 大 昌

概　　要

本稿は立地-数量競争における部分結託を分析した．線形市場において複数の企業が第1期に共同で全企業の立地点を決め，第2期に結託を行わずに数量競争を行うとする．これは，立地選択では結託しているが，数量競争では結託をしていないという意味で部分結託である．Anderson and Neven (1991) の均衡分析では企業は中央に集積するが，ここでは市場規模と企業が支払わなければならない単位輸送費の比が十分小さければ，企業はちょうど2つの点で対称部分集積を起こすことが示された．中央集積は逆にその比が大きければ成立する．社会的な視点から見ると，前者のケースでは，企業が部分集積の際に中央から離れようとする私的な誘因を過大に持つ．また，企業数が増えることにより，企業が均衡では2点に立地するにもかかわらず，中央集積が社会厚生を改善できるようなパラメータ範囲が広くなることを示した．

キーワード
立地競争，数量競争，部分結託，線形都市，企業輸送モデル

I．はじめに

Hotelling (1929) が立地競争モデルを構築した以降，それを基礎とした様々な研究が成されてきた．なかでも企業が立地した後に価格競争をする立地-価格競争モデルは d'Aspremont, Gabszewicz, and Thisse (1979) によって分析され，今でも寡占理論においての基本モデルとされている．この設定では企業は激しい価格競争を避けるべく，立地を集

* 2人のレフェリーから非常に有益なコメントを頂いた．記して感謝の意を表したい．

積することはないという結果が多く導かれた．

一方，立地競争に関しては，数量モデルはほとんど分析されていなかった．一般に寡占モデルにおいては，数量競争と価格競争のどちらが起こるかは市場の性質によって決まるので，立地の文脈でも数量競争を考えた方が現実に当てはまりが良いケースが多々ある．一般に，価格より数量の方が変更しやすい財については価格競争がもっともらしく，逆に価格の設定の前に数量のキャパシティーを決定しなければならない財については数量競争がもっともらしいとされている[1)]．後者の例としては鉄，自動車，セメント等を扱う市場がまず挙げられる．

立地-数量競争分析は比較的近年，Anderson and Neven (1991) と Hamilton, Thisse, and Weskamp (1989) によって始まったといえる．彼らの結論は立地のみを戦略変数とした競争を考えた Hotelling と同様，企業は線形市場の中央に集積するというものであった．

その後，この設定を変更または拡張したモデルも次々と現れた．例えば，線形市場ではなく円環市場を考えた Pal (1998) や Matsushima (2001)，また 2 企業が多数の店舗の立地を設定できる Pal and Sarkar (2002) がある．そして以上の論文では輸送費用は企業が払い立地ごとに価格差別が出来るとしているが，それが出来ずそして消費者が輸送費用を払うという設定を Hamilton, Klein, Sheshinski, and Slutsky (1994) が分析している．本稿は Anderson and Neven (1991) と同じく，線形市場で各企業はそれぞれ 1 地点に立地し，供給に際して輸送費用を払う設定を考える．

次に，立地-数量競争の適応性について述べたい．最も自然な解釈としては，各企業が，どこに工場を作るかを決定して，その工場から各市場に供給して数量競争を行うというものである．しかし，もう一つの，重要な解釈も出来る．つまり，立地モデル一般で行われているように，空間（線や円）を製品の多様性を表すものとして扱うことも出来る．各企業の立地は，その企業が得意分野とする財や分野の選択と意味付けられ，その立地点から遠い地点にある財や分野における生産や供給をその企業は不得意とする．普通の立地の解釈では，遠い地点には多くの輸送費用を払わなければならないが，非空間としての解釈の場合は遠い地点には多くの生産費用や調整費用を払わなければならないということになる．つまり，立地選択と技術選択が対応して，輸送費用と生産・調整費用が対応する．よって，本稿で扱う立地モデルも，空間的競争と非空間的競争の両方に対してふさわしいモデルといえよう．このモデルの非空間的な解釈における現実例を挙げるとすると，まず自動車産業において，空間（線や円）を車の大きさとしてとらえ，ある立地点に立地した企業は小さい車を効率的に作れるが大きい車の製造は比較的非効率的になるようなことを表せる．

1） Kreps and Scheinkman (1983) や Friedman (1988) を参照．

また，空間を家電製品の種類としてとらえると，ある企業は冷蔵庫やテレビを作るのが得意だがDVDレコーダーは不得意であるようなことを分析できる[2)].

本稿では企業が立地について結託が出来るとしたときの均衡厚生分析を行う．つまり，第1期に企業は共同で立地を決める．企業は数量競争時点での結託は出来ないとするので，第2期に前期の立地を所与として数量競争を行う．この設定はコモンノーレッジ (common knowledge) なので，企業は第2期の数量競争を読み込んで，共同利潤を最大に出来るように立地結託を行う．

企業が第1期に結託して第2期に数量競争を行うようなモデルは多々ある．典型的な例としてはR＆Dの時点で協力してその後競争するようなモデルが挙げられる．D'Aspremont and Jacquemine (1988) や Kamien, Muller, and Zang (1992) 等がこの問題を扱っている．また Matsumura (2003) は3国モデルで2企業が直接投資を通じて立地を決める際，2つの先進国のどちらかに投資してその市場に特化する選択肢と，1つの先進途上国に投資して生産費用の安さに焦点を当てる選択肢を持つ設定を考える．ここではその分析の一部分として，企業が立地を共同で決め，その後数量競争を行うケースも考慮されている．

このような部分結託が論じられている理由としては，第2期の数量競争時点での結託は多くの場合違法であるが，第1期時点での結託は必ずしも本来違法ではないからということが挙げられる．Matsumura (2003) の他に立地競争の文脈で部分結託が扱われているケースとして Friedman and Thisse (1993) が挙げられる．しかし，この論文では結託は第2期（数量競争）に行われている．本稿では Matsumura (2003) により近い設定になっている．

本稿の主要な結論は，市場規模 A と単位輸送費 t という2つのパラメータの比によって均衡そして厚生最大の立地が変わってくることである．この比が高いとどちらのケースでも中央集積が結果として得られる．逆にこの比が低いと2点における対称部分集積が得られるようになる．また，消費者余剰を最大にする立地は中央集積であることも示した．よって，均衡で中央集積が起こる場合は厚生も最大になっているが，均衡で部分集積が起こっている場合には，厚生は最大になっておらず，中央集積もしくはより中央よりの2つの対称点における部分集積が厚生を最大にする．よって，中央集積に対する立地結託企業の私的誘因が社会的には過少になっていることを示した．

本稿の構成は以下の通り．第2章ではモデルを定式化する．第3章で企業が共同利潤を最大にするときの均衡について分析する．第4章ではそれに対して政府などが厚生を

2) これらの例は，Matsushima and Matsumura (2003) による．

最大にするときの立地について分析し，第5章で結論および今後の課題について述べる．

Ⅱ．モデル

いま $X\in[0,1]$ で表される線形の都市を考える．同質財を供給する企業が n 社存在する．消費者は X 上に一様に分布している．各市場 $x\in X$ において，逆需要関数は $P(x)=A-Q(x)$ であるとする．$A>0$ は需要の大きさを表すパラメータ（垂直軸切片），$P(x)$ は市場 x においての価格であり，$Q(x)$ はその総供給量である．各企業は一定の限界費用（ここでは0に基準化）で財を生産し，それを距離について線形の輸送費用を掛けて供給する．つまり，企業 i が x_i に立地しているとすれば，市場 x への供給には一単位当たり $t|x-x_i|$ の輸送費が掛かる．ここで t は正の定数である．また全ての企業が全ての市場に正の供給を行うようにするため，$A>nt$ の仮定を置く．以上の設定は立地数量競争の既存文献では標準的なものである．

本稿では立地-数量の2段階ゲームを考えるが，企業は第1期に立地に関して結託を結べるとする．全企業の立地が決められた後は結託が無くなり，第2期にはその立地を所与としてクールノー競争が行われる．つまり，各企業は $[0,1]$ に存在する市場全てに対し，自社の利潤を最大にするような供給水準を決定する．

均衡概念は部分ゲーム完全ナッシュ均衡を用いる．よって後方帰納法を用いる．生産費用が一定 (0) であるため，各市場は独立に分析可能である．よってまず第2期における立地を所与としたときの局所的な数量競争を分析する．企業 i の立地は x_i で表し，一般性を失わずに $0\leq x_1\leq x_2\leq\cdots\leq x_{n-1}\leq x_n\leq 1$ とする．また，$q_i(x)$ を企業 i の市場 x での供給量とし，$q_{-i}(x)$ を市場 x での企業 i 以外の供給量の合計とする．以上の設定において，市場 x での企業 i の利潤は

$$\pi_i(q_i(x),q_{-i}(x),x)=[A-q_i(x)-\sum_{j\neq i}q_j(x)-t|x-x_i|]q_i(x)$$

で与えられる．一階条件よりクールノー均衡が

$$q_i^*(x)=\frac{1}{(n+1)}[A+\sum_{j\neq i}t|x-x_j|-nt|x-x_i|]$$
$$Q^*(x)=\frac{1}{(n+1)}[nA-\sum_{j=1}^{n}t|x-x_j|]$$

と与えられ，そのときの市場 x での企業 i の利潤は

$$\pi_i^*(x)=\frac{1}{(n+1)^2}[A+\sum_{j\neq i}t|x-x_j|-nt|x-x_i|]^2=q_i^*(x)^2$$

と書き換えられる.

各企業の総利潤 $\prod_i$ は

$$\prod_i(x_i,x_{-i})=\int_0^1\pi_i^*(x;x_i,x_{-i})dx \tag{1}$$

で与えられる.

Ⅲ. 立地均衡

次に全企業が立地選択において結託を行う第1期を分析する.（1）式で与えられた各企業の総利潤を最大にしようと結託を結ぶとき，企業は対称であるため，共同利潤最大化を目指す．共同利潤は $\prod=\sum_i\prod_i$ とおく．よって，一階の条件より

$$\frac{\partial\prod}{\partial x_i}=0 \tag{2}$$

が各 i について成り立つ[3]．ここで地点 x の場所に応じて距離の取り方が $(x-x_i)$ または (x_i-x) と違ってくるので，積分の範囲のとり方に注意する必要がある.

ここで,（2）式を全ての i について足したものも 0 にならなければならない．その合計は非常に簡単な形になる.

$$\sum_i\frac{\partial\prod}{\partial x_i}=\frac{t}{(n+1)^2}(2A-t)(n-2\sum_i x_i)=0$$

$t>0$，$(n+1)^2>0$，そして $2A-t>2(nt)-t>0$ より，以下の命題が成立することがわかる.

命題1　均衡における全企業の立地点の平均は 1/2 になる.

これを元に，以下では企業がどのような立地を選択するかを求める.

1. 企業数が 4 以下のケース

最初に市場に 2 企業から 4 企業だけ存在するケースを分析する.

---

3)　立地に端点解がある場合には成立しないが，以下命題で述べる立地パターンの方の共同利潤がより大きくなることは示せるので，以下ではそういうケースは考慮しない.

まず，2企業の場合を考える．この場合は $A>2t$ と仮定していることに注意する．共同利潤は以下のようになる．

$$\begin{aligned}\Pi = \frac{1}{9}\Bigg[&\int_0^{x_1}\{(A-2t(x_1-x)+t(x_2-x))^2+(A-2t(x_2-x)+t(x_1-x))^2\}dx \\ &+\int_{x_1}^{x_2}\{(A-2t(x-x_1)+t(x_2-x))^2+(A-2t(x_2-x)+t(x-x_1))^2\}dx \\ &+\int_{x_2}^{1}\{(A-2t(x-x_1)+t(x-x_2))^2+(A-2t(x-x_2)+t(x-x_1))^2\}dx\Bigg] \qquad (3)\end{aligned}$$

ここで共同利潤最大化の一階条件（(2) 式に対応する式）は

$$\frac{\partial\Pi}{\partial x_1} = \frac{t}{9}[2A(1-2x_1)-t(1-10x_1-8x_1^2+8x_2+16x_1x_2-8x_2^2)] = 0$$
$$\frac{\partial\Pi}{\partial x_2} = \frac{t}{9}[2A(1-2x_2)-t(1-10x_2+8x_2^2+8x_1-16x_1x_2+8x_1^2)] = 0$$

となる．

これを解くと $(x_1,x_2)=(1/2,1/2)$ または $((2A-t)/(16t),(-2A+17t)/(16t))$ となる．便宜上，前者を ♮2−1，後者を ♮2−2 とおく．そこでこのように企業が立地したときの共同利潤の差を求めると，

$$\Pi^{\natural 2-1} - \Pi^{\natural 2-2} = \frac{(2A-9t)^3}{3456t}$$

が得られる．つまり，$A\geq 9t/2$ のときには前者の利潤が高く，$A\leq 9t/2$ のときには後者の利潤が高い4)．実際，$A>2t$ より，後者が成立するパラメータの範囲は存在する．また，$0\leq x_1\leq x_2\leq 1$ が仮定されているが，後者の立地がそれを満たす条件がちょうど $A\leq 9t/2$ となっている．よって，市場規模が十分に大きいか単位輸送費用が十分に小さいときには Anderson and Neven (1991) と同じく中央集積が起こるが，市場規模が十分小さいか単位輸送費用が十分に大きいときには立地が分離する結果が起き得ることがわかった．

次に企業数が 3 の場合を考える．2企業の場合と同様に解くと，4つの解が出てくる．

$$(x_1,x_2,x_3) = \left(\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right), \left(\frac{4A-7t}{50t},\frac{1}{2},\frac{-4A+57t}{50t}\right),$$
$$\left(\frac{4A+13t}{90t},\frac{4A+13t}{90t},\frac{-8A+109t}{90t}\right), \left(\frac{8A-19t}{90t},\frac{-4A+77t}{90t},\frac{-4A+77t}{90t}\right)$$

それぞれを ♮3−1，♮3−2，♮3−3，♮3−4 と置く．（以下同様）♮3−3 と ♮3−4 は左右対称にな

4)　それぞれのケースで二階条件は成立している．以下のケースも同様である．

っているため，♮3−4は扱わない．よって，中央集積，中央に1社とそれに対称的に2社が立地するパターン，そして2社のみ集積するという3パターンが出てきた．♮3−2と♮3−3が成立するための条件は $A \leq 8t$ となる．3企業ケースの仮定は $A > 3t$ なので，両者が成立することは可能である．そこで，これらの立地を所与とした共同利潤の差を求めると，

$$\Pi^{\natural 3-1} - \Pi^{\natural 3-3} = \frac{(A-8t)^3}{2025t}$$

$$\Pi^{\natural 3-3} - \Pi^{\natural 3-2} = \frac{2(A-8t)^3}{50625t}$$

が得られる．つまり，$A \geq 8t$ のときには♮3−1（中央集積）の利潤が最も高く，$A \leq 8t$ のときには♮3−2の利潤が最も高い．

4企業の場合は，以上と同様に進めると5つの解が出る．お互いが左右対称であるものは片方を除くと，4つの解が残る．

$$(x_1, x_2, x_3, x_4) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), \left(\frac{2A-9t}{32t}, \frac{-2A+73t}{96t}, \frac{-2A+73t}{96t}, \frac{-2A+73t}{96t}\right),$$
$$\left(\frac{2A-7t}{36t}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{-2A+43t}{36t}\right), \left(\frac{2A-t}{48t}, \frac{2A-t}{48t}, \frac{-2A+49t}{48t}, \frac{-2A+49t}{48t}\right)$$

これらは，中央集積[♮4−1]，3社の部分集積[♮4−2]，2社の中央集積と2社の対称立地[♮4−3]，そして部分集積[♮4−4]と特徴付けられる．中央集積以外の立地は $A \leq 25t/2$ を必要条件として持つ．そして共同利潤の比較をすると，$A \geq 25t/2$ のときには $\Pi^{\natural 4-1} \geq \Pi^{\natural 4-2} \geq \Pi^{\natural 4-3} \geq \Pi^{\natural 4-4}$ となり，$A \leq 25t/2$ のときには不等号が逆になる．よって，A と t の比が大きければ中央集積，小さければ部分集積が立地結果となる．

以上の結果をまとめたものが次の命題である．

命題2　企業数が4以下の場合，立地結託により共同利潤を最大にするような立地パターンは次のようになる．(i) $A \geq (n+1)^2 t/2$ の場合には中央集積．(ii) $A \leq (n+1)^2 t/2$ で企業数が偶数の場合，半数は $\dfrac{2A-t}{2n(n+2)t}$ に立地し，もう半数は $\dfrac{-2A+(2n(n+2)+1)t}{2n(n+2)t}$ に立地する．(iii) $A \leq (n+1)^2 t/2$ で企業数が奇数の場合，一社は中央立地，$(n-1)/2$ 社は $\dfrac{4A-(n+4)t}{2(n+2)(2n-1)t}$ に立地し，残りの $(n-1)/2$ 社は $\dfrac{-4A+(4n+7)nt}{2(n+2)(2n-1)t}$ に立地する．

2. 企業数が 5 以上 9 以下のケース

企業数が 5 以上になると計算が複雑になり解が求まらなくなる．よって，以下は対称立地を仮定する．モデルの設定から見て，対称均衡を考えるのは自然である．また，命題 1 より立地点の平均は 1/2 になっている．もちろん両者は必要十分条件ではないが，対称立地は命題 1 の十分条件になっており，対称立地は仮定としてもっともらしいものの一つであると考えられる．

まず企業数 5 の場合を考える．必然的に x_3 は 1/2 となる．$x_4=1-x_2, x_5=1-x_1$ と置いて解を求めると 4 つの解が得られる．

$$(x_1, x_2) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), \left(\frac{4A-23t}{98t}, \frac{1}{2}\right), \left(\frac{4A-9t}{126t}, \frac{4A-9t}{126t}\right), \left(\frac{8A+17t}{322t}, \frac{12A-55t}{322t}\right)$$

これらは中央集積 [♯5−1]，3 社の中央集積と 2 社の対称立地 [♯5−2]，2 箇所での対称的部分集積と 1 社の中央立地 [♯5−3]，そして分散立地 [♯5−4] と特徴付けられる．しかしこの分散立地は $x_1 \leq x_2$ が $A \geq 18t$ を要求し，$x_2 \leq x_3 = 1/2$ が $A \leq 18t$ を要求するため，不適当であり，以下では考慮しない[5)]．[♯5−2] と [♯5−3] は $A \leq 18t$ を必要条件とする．

ここで共同利潤を比較すると，$A \geq 18t$ のときには，$\prod^{\sharp 5-1} \geq \prod^{\sharp 5-2} \geq \prod^{\sharp 5-3}$，$A \leq 18t$ のときには不等号が逆という結果になる．

以下企業数が 6 から 9 の場合も同様に分析でき，同様の結果が出る．（詳しくは補論を参照.）対称均衡を仮定すると，複数の立地パターンにおいて一階条件が満たされる．その中で共同利潤を比較すると，A と t の比が大きい場合には中央集積が最適になる．逆にそれが小さいと，企業数が偶数の場合は半数が一点，もう半数がその対称な点に立地するのが最適になり，企業数が奇数の場合は 1 社が中央に立地して，残りの企業の半分が一点，もう半分がその対称な点に立地する結果が最適になる．

以上の結果を以下の命題でまとめる．

命題 3　企業数が 5 以上 9 以下の場合，対称立地に限った立地パターンのうち，立地結託により共同利潤を最大にするような立地パターンは次のようになる．(i) $A \geq (n+1)^2 t/2$ の場合には中央集積．(ii) $A \leq (n+1)^2 t/2$ で企業数が偶数の場合，半数は $\dfrac{2A-t}{2n(n+2)t}$ に立地し，もう半数は $\dfrac{-2A+(2n(n+2)+1)t}{2n(n+2)t}$ に立地する．(iii) $A \leq (n+1)^2 t/2$ で企業数が奇数

5)　$A=18t$ においては，以上の立地は全て同じ共同利潤をもたらす．よって分散立地のケースは考慮しないこととする．

の場合，一社は中央立地，$(n-1)/2$ 社は $\dfrac{4A-(n+4)t}{2(n+2)(2n-1)t}$ に立地し，残りの $(n-1)/2$ 社は $\dfrac{-4A+(4n+7)nt}{2(n+2)(2n-1)t}$ に立地する．

以上の各立地点やそれらが均衡となる条件は命題 2 のものと同じ形状になっている．

なぜ A と t の比の水準によって共同利潤が最大になる立地が変わるのだろうか？　この直観を述べる．企業は 1/2 に立地したときに市場全体からの距離の合計が最小になる．よって，独占のときには 1/2 に立地したい．独占のときと同じように，市場規模が大きいときや単位輸送費用が小さいときには立地結託した企業は 1/2 に立地し，全ての企業が同じように供給することにより十分高い利潤を得ることが出来る．

しかし，市場規模が比較的小さい場合や単位輸送費用が大きいときには，企業はある程度供給方法を特化する方向に動く．中央集積をしてしまうと，第 2 期の競争が激しくなり高い利潤が得られないからである．よって，立地結託のときに 0 から 1/2 の市場に強い企業と 1/2 から 1 の市場に強い企業という 2 つの部分集積（奇数の場合はそれと中央立地 1 社）を行うことにより，市場を大きく 2 つの部分に分ける．0 から 1/2 の市場では，そこに輸送するにはコストが非常に掛かる（または，市場規模が小さくコストに見合った利潤が得られない）企業，つまり 1/2 から 1 の市場に強い企業，の供給量が小さくなり，0 から 1/2 の市場に強い企業がより多く供給し高い利潤を得ることになる．1/2 から 1 の市場では逆のことが起こり，1/2 から 1 の市場に強い企業がそこでは高い利潤を得る．

違う解釈をすると，市場規模が小さい場合や単位輸送費用が高い場合には，自社から遠い市場では非常に競争力が弱くなり供給量が減る．よって，輸送費用が高くても供給量が低いので比較的費用が少なくて済む．1/2 に立地して輸送費用を最小にする誘因が低くなっているのである．この理由により，企業は供給特化が出来るような立地を決めるのである．

3. 企業数が 10 以上のケース

企業数が 10 以上になると対称均衡を仮定しただけでは解が求まらなくなる．しかし，上の結果から命題 2 と 3 の（i），（ii），（iii）の立地パターンを考慮することによって，ある程度の一般的な結果が分かると思われる．よって，ここでは一般の n について，以上の立地パターンを分析する．

まず，企業数が偶数のときに半数が y，もう半数が $1-y$ に立地するという場合の最適な y を求める．この設定は，立地パターン（i）（企業数は偶数）と（ii）を包含する．ここ

での共同利潤は以下のように書きなおせる．

$$
\begin{aligned}
\prod = \frac{n/2}{(n+1)^2} & \Bigg[\int_0^y (A - nt(y-x) + (\frac{n}{2}-1)t(y-x) + \frac{n}{2}t(1-y-x))^2 dx \\
& + \int_y^{1-y} (A - nt(x-y) + (\frac{n}{2}-1)t(x-y) + \frac{n}{2}t(1-y-x))^2 dx \\
& + \int_{1-y}^1 (A - nt(x-y) + (\frac{n}{2}-1)t(x-y) + \frac{n}{2}t(x-(1-y)))^2 dx\Bigg] \\
& + \frac{n/2}{(n+1)^2}\Bigg[\int_0^y (A - nt(1-y-x) + (\frac{n}{2}-1)t(1-y-x) + \frac{n}{2}t(y-x))^2 dx \\
& + \int_y^{1-y} (A - nt(1-y-x) + (\frac{n}{2}-1)t(1-y-x) + \frac{n}{2}t(x-y))^2 dx \\
& + \int_{1-y}^1 (A - nt(x-(1-y)) + (\frac{n}{2}-1)t(x-(1-y)) + \frac{n}{2}t(x-y))^2 dx\Bigg]
\end{aligned}
$$

この式から一階条件式を求めると，$y=1/2$ または $\frac{2A-t}{2n(n+2)t}$ となる．よって前者によって中央集積が解になることが示され，後者によって命題 2（ii）での立地パターンが一般の n についても成立することを示している．

次に，企業数が奇数のときに一社が 1/2，残りの半数が y，もう半数が $1-y$ に立地するという場合の最適な y を求める．これは（i）（企業数は奇数）と（iii）のケースを包含する．企業数が偶数の場合と同じように設定すると，一階条件式が

$$\frac{\partial\prod}{\partial y} = \frac{t(n-1)}{2(n+1)^2}(1-2y)(4A - t(n+4+2(n+2)(2n-1)y)) = 0$$

となり，それを満たす解は $y=1/2$ または $\frac{4A-(n+4)t}{2(n+2)(2n-1)t}$ となる．ここでも同じく，前者は中央集積が解であることを示し，後者は命題 2（iii）での立地パターンが一般の n についても成立することを示している．

最後に，中央集積と以上 2 つの部分集積した立地パターンとの利潤比較を行う．それぞれの立地パターンの共同利潤を $\prod^{(i)}, \prod^{(ii)}, \prod^{(iii)}$ とそれぞれ置くと[6]，次の結果が出てくる．

$$
\begin{aligned}
\prod^{(i)} - \prod^{(ii)} &= \frac{(2A-(n+1)^2t)^3}{12n(n+1)^2(n+2)^2t} \\
\prod^{(i)} - \prod^{(iii)} &= \frac{(n-1)(2A-(n+1)^2t)^3}{3(n+1)^2(n+2)^2(2n-1)^2t}
\end{aligned}
$$

よって，$(2A-(n+1)^2t) \geq 0$ の場合には $\prod^{(i)} \geq \prod^{(ii)}$ そして $\prod^{(i)} \geq \prod^{(iii)}$ となり，$(2A-(n+1)^2t) \leq 0$ が成立していれば $\prod^{(i)} \leq \prod^{(ii)}$ そして $\prod^{(i)} \leq \prod^{(iii)}$ となる．以上を次の

6）（i）のケース（中央集積）の共同利潤関数は n が偶数でも奇数でも一致するので，記号を統一した．

命題でまとめる.

命題4 （a）企業数が偶数の場合，中央集積と2点における部分集積を比較すると，共同利潤が最も高いものは $A \geq (n+1)^2t/2$ の場合は中央集積，$A \leq (n+1)^2t/2$ ならば，半数が $\dfrac{2A-t}{2n(n+2)t}$ に立地，もう半数が $\dfrac{-2A+(2n(n+2)+1)t}{2n(n+2)t}$ に立地するようなパターンとなる.
（b）企業数が奇数の場合，中央集積と，2点における部分集積と1社の中央立地からなる立地パターンを比較すると，共同利潤が最も高いものは $A \geq (n+1)^2t/2$ の場合は中央集積，$A \leq (n+1)^2t/2$ の場合は，1社が中央立地，$(n-1)/2$ 社が $\dfrac{4A-(n+4)t}{2(n+2)(2n-1)t}$ に立地，残りの $(n-1)/2$ 社が $\dfrac{-4A+(4n+7)nt}{2(n+2)(2n-1)t}$ に立地するパターンとなる.

以上の立地点と条件式は，命題2と3が導出した3つの立地パターンにおけるそれらと整合的になっていることがわかる.

Ⅳ. 厚生

それでは，以上の企業結託が厚生に与える影響はどのようなものであろうか？　以下，社会厚生について分析する．まず，市場 x における消費者余剰，全体の消費者余剰，そして社会厚生をそれぞれ以下のように定義する.

$$cs(x) = \frac{1}{2(n+1)^2}(nA - t\sum_i |x_i - x|)^2 \tag{4}$$

$$CS = \int_0^1 cs(x)dx = \frac{1}{2(n+1)^2}\int_0^1 (nA - t\sum_i |x_i - x|)^2 dx$$

$$W = \prod + CS$$

この社会厚生を最大にするような立地パターンを導きたい．一階の条件より

$$\frac{\partial W}{\partial x_i} = 0 \tag{5}$$

が各 i について成り立つ．ここで，均衡分析のときと同じように（5）式を全ての i について足したものも0にならなければならない．ここでも再び非常に簡単な形になる.

$$\sum_i \frac{\partial W}{\partial x_i} = \frac{(n+2)t}{2(n+1)^2}(2A - t)(n - 2\sum_i x_i) = 0$$

このことから以下の命題が成立することがわかる.

命題 5　社会厚生を最大にするように立地をするときの立地点の平均は 1/2 になる.

次に，消費者余剰について考察する．まず 2 企業が対称に立地した場合を例としてみる．すなわち，両企業は $y(\in[0,1/2])$ と $1-y$ に立地しているとする．各市場での消費者余剰は $cs(x)=[2A-t(|y-x|+|(1-y)-x|)]^2/18$ となる．$x\in[0,y]$ ではこの値は $[2A-t(1-2x)]^2/18$ となり，$x\in[y,1/2]$ では $[2A-t(1-2y)]^2/18$ となる．ここで y を 1/2 の方向に少し増やすとする．すると，y よりも端での消費者余剰には影響が無いが，y よりも中央にある消費者余剰は上昇する．よって y を 1/2 まで上げることによって市場全体の消費者余剰も最大になる[7)].

この例をより一般にして得られるのが次の命題である.

命題 6　消費者余剰を最大にするような立地では全企業が 1/2 に立地する.

証明は補論を参照．この結果から，厚生が最大になるような立地は，企業が選ぶ共同利潤最大化の立地よりも中央に近くなることがわかる．以下，前章で行ったような分析で厚生最大化立地を求めていく.

企業数が 4 以下の場合は制約を置かず解くことが出来る．ここでは企業数が 2 のときを示す．全体の消費者余剰は次のようになる.

$$CS=\frac{1}{18}\left[\int_0^{x_1}(2A-t(x_1-x+x_2-x))^2dx+\int_{x_1}^{x_2}(2A-t(x-x_1+x_2-x))^2dx\right.$$
$$\left.+\int_{x_2}^{1}(2A-t(x-x_1+x-x_2))^2dx\right]$$

これと (3) 式を合計して厚生水準が得られる．厚生を最大にする一階条件は

$$\frac{\partial W}{\partial x_1}=\frac{t}{9}[4A(1-2x_1)-t(2-11x_1-7x_1^2+7x_2+14x_1x_2-7x_2^2)]=0$$
$$\frac{\partial W}{\partial x_2}=\frac{t}{9}[4A(1-2x_2)+t(2-11x_2+7x_2^2+7x_1-14x_1x_2+7x_1^2)]=0$$

となる．これを解くと，$(x_1,x_2)=(1/2,1/2)$ または $((2A-t)/(7t),(-2A+8t)/(7t))$ となる．そこでこのように企業が立地したときの厚生水準の差を求めると,

7)　この例は Matsumura and Shimizu (2003) による.

$$W^{\sharp 2-1}-W^{\sharp 2-2}=\frac{(4A-9t)^3}{2646t}$$

が得られる．つまり，$A \geq 9t/4$ のときには前者の厚生が高く，$A \leq 9t/4$ のときには後者の厚生が高い．$A>2t$ より，後者が成立するパラメータの範囲は存在する．また，$x_1 \leq x_2$ を満たす条件がちょうど $A \leq 9t/4$ となっている．

企業数が5以上9以下の場合は制約が必要になるため，立地の対称性を仮定する．すると，最適な解が求まる．ここでは企業数5の場合を示す．必然的に x_3 は $1/2$ となる．$x_4=1-x_2, x_5=1-x_1$ と置いて解を求めると4つの解が得られる．

$$(x_1,x_2)=\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right),\left(\frac{28A-53t}{182t},\frac{1}{2}\right),\left(\frac{28A-27t}{234t},\frac{28A-27t}{234t}\right),$$
$$\left(\frac{56A+11t}{598t},\frac{84A-133t}{598t}\right)$$

これらは中央集積 [♯5−1]，3社の中央集積と2社の対称立地 [♯5−2]，2箇所での対称的部分集積と1社の中央立地 [♯5−3]，そして分散立地 [♯5−4] と特徴付けられる．しかしこの分散立地は $x_1 \leq x_2$ が $A \geq 36t/7$ を要求し，$x_2 \leq x_3=1/2$ が $A \leq 36t/7$ を要求するため，不適当である．[♯5−2] と [♯5−3] は $A \leq 36t/7$ を必要とする．

ここで共同利潤を比較すると

$$W^{\sharp 5-1}-W^{\sharp 5-2}=\frac{2(7A-36t)^3}{223587t}$$
$$W^{\sharp 5-2}-W^{\sharp 5-3}=\frac{34(7A-36t)^3}{18110547t}$$

となり，$A \geq 36t/7$ のときには $W^{\sharp 5-1} \geq W^{\sharp 5-2} \geq W^{\sharp 5-3}$，$A \leq 36t/7$ のときには不等号が逆という結果になる．

以下企業数が6から9の場合も同様に分析でき，同様の結果が出る．分析方法は同様なので省略し，結果をまとめたのが次の命題である．

命題7 (a) 企業数が4以下の場合，厚生水準を最大にするような立地パターンは次のようになる．(i) $A \geq (n+1)^2t/(n+2)$ の場合には中央集積．(ii) $A \leq (n+1)^2t/(n+2)$ で企業数が偶数の場合，半数は $\dfrac{(2A-t)(n+2)}{2n(2n+3)t}$ に立地し，もう半数は $\dfrac{-2A(n+2)+(4n^2+7n+2)t}{2n(2n+3)t}$ に立地する．(iii) $A \leq (n+1)^2t/(n+2)$ で企業数が奇数の場合，一社は中央立地，$(n-1)/2$ 社は $\dfrac{4(n+2)A-(4n+7)t}{2(2n+3)(2n-1)t}$ に立地し，残りの $(n-1)/2$ 社は $\dfrac{-4(n+2)A+(8n^2+12n+1)nt}{2(2n+3)(2n-1)t}$ に立地する．

（b）企業数が 5 以上 9 以下の場合は，対称立地の仮定が必要となるが，この条件下で求められた，厚生水準を最大化にする立地パターンは企業数が 4 以下の場合と一致する．

この命題から以下のことが分かる．まず，中央集積をするか否かを決める A と t の比の境界は厚生分析の方が小さくなっている．つまり，中央集積が社会的に良くても部分集積が均衡になることがある．よって，中央集積に対する立地結託企業の私的誘因が社会的には過少になっており，命題 6 と整合的な結果が得られた．次に，（ii）と（iii）の立地の値は厚生分析の方が中央よりになっている．これも命題 6 と整合的である．最後に，値は違うが（ii）と（iii）での立地の形は同じである．つまり（ii）では半数ごとの対称的部分集積であり，（iii）では形としてはそれに中央立地 1 社を加えたものとなる．よって，この 3 つのパターンの形に限定して一般の n について解くと次のようになる．

（a）企業数が偶数の場合，中央集積と 2 点における部分集積を比較すると，厚生水準が最も高いものは $A \geq (n+1)^2 t/(n+2)$ の場合は中央集積，$A \leq (n+1)^2 t/(n+2)$ ならば，半数が $\dfrac{(2A-t)(n+2)}{2n(2n+3)t}$ に立地，もう半数が $\dfrac{-2A(n+2)+(4n^2+7n+2)t}{2n(2n+3)t}$ に立地するようなパターンとなる．

（b）企業数が奇数の場合，中央集積と，2 点における部分集積と 1 社の中央立地からなる立地パターンを比較すると，厚生水準が最も高いものは $A \geq (n+1)^2 t/(n+2)$ の場合は中央集積，$A \leq (n+1)^2 t/(n+2)$ の場合は，1 社が中央立地，$(n-1)/2$ 社が $\dfrac{4(n+2)A-(4n+7)t}{2(2n+3)(2n-1)t}$ に立地，そして残りの $(n-1)/2$ 社が $\dfrac{-4(n+2)A+(8n^2+12n+1)nt}{2(2n+3)(2n-1)t}$ に立地するパターンとなる．よって企業数が 9 以下の結果と同じとなる．

最後に n が大きい場合を考える．仮定より $A > nt$ である．よって n が大きくなるにつれて，$(n+1)^2 t/(n+2) - nt = t/(n+2)$ より，$A \leq (n+1)^2 t/(n+2)$ が成立する範囲は狭くなっていく．よって中央集積が社会的に望まし易くなり，中央集積に対する立地結託企業の私的誘因が社会厚生の観点から見ると，より過少になることがわかる．

Matsumura and Shimizu (2003) では，結託がない場合の厚生分析を行っている．結果の一つとして挙げられるのは，企業が中央集積を行っても，社会厚生は必ずしも最大になっていないことである．これは，企業の立地選択に戦略的要素があるため，「囚人のジレンマ」が起こり，中央集積均衡においての生産者余剰が最大にならない可能性があるからである．本論文ではこの要素を立地結託によって排除してあるため，企業が中央集積を行うときには，社会厚生は最大になっているわけである．

V．結語

本稿において，立地数量競争における企業の立地結託が行われるときの立地と，それが社会的厚生にどのような影響をもたらすかを明らかにした．主な結果は以下の4つである．

(1) 市場規模と単位輸送費用の比によって共同利潤を最大にする点が変わる．この比が大きいときには中央集積，小さいときには2点での対称部分集積（企業数が奇数の場合はそれに1社の中央立地を加える.）が最適になる．

(2) 消費者余剰を最大にする立地は中央集積である．

(3) 企業が中央集積をしているなら社会厚生は最大になっている．逆に企業が均衡分析で示された部分集積立地をしているならば，社会厚生は最大になっていない．中央集積に対する立地結託企業の私的誘因が社会的には過少になっている．

(4) 企業数が増えることにより，企業が2点（か3点）に均衡では立地するときに，中央集積をさせることにより社会厚生を改善できるようなパラメータ範囲が広くなる．

今後の課題としては，本稿の分析では企業数が多くなるにつれて企業の立地パターン対象を絞って結果を比較したが，そのような制限をなくして一般に成り立つかを調べる必要がある．

補　論

1．企業数が 6—9 の均衡分析のまとめ

企業数が6のときに．$x_4=1-x_3, x_5=1-x_2, x_6=1-x_1$ と置いて解を求めると5つの解が得られる．この中で $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq 1/2$ を満たしていない1つを除くと

$$(x_1,x_2,x_3)=\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right),\left(\frac{2A-17t}{64t},\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right),\left(\frac{2A-9t}{80t},\frac{2A-9t}{80t},\frac{1}{2}\right),$$
$$\left(\frac{2A-t}{96t},\frac{2A-t}{96t},\frac{2A-t}{96t}\right)$$

を得る．これらは中央集積 [♯6−1]，4社の中央集積と2社の対称立地 [♯6−2]，2社の中央集積と2社ずつの対称部分集積 [♯6−3]，そして2点での対称部分集積 [♯6−4] と特徴付けられる．[♯6−1] 以外は $A \leq 49t/2$ を必要とする．

ここで共同利潤を比較すると，$A \geq 49t/2$ のときには $\prod^{\sharp 6-1} \geq \prod^{\sharp 6-2} \geq \prod^{\sharp 6-3} \geq \prod^{\sharp 6-4}$，$A \leq 49t/2$ のときには不等号が逆という結果になる．

企業数が 7 の場合には 8 つの解が得られ，4 つが $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq x_4 = 1/2$ を満たす．共同利潤は $A \geq 32t$ では中央集積が，$A \leq 32t$ においては $x_1 = x_2 = x_3 = \dfrac{4A-11t}{234t}$ で，部分集積と 1 社の中央立地が最適となる．

企業数が 8 の場合には解が 9 つあり，5 つが $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq x_4 \leq 1/2$ を満たす．共同利潤は $A \geq 81t/2$ では中央集積が，$A \leq 81t/2$ においては $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = \dfrac{2A-t}{160t}$ の部分集積が最適となる．

企業数が 9 の場合には 16 個の解が得られ，5 つが $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq x_4 \leq x_5 = 1/2$ を満たす．共同利潤は $A \geq 50t$ では中央集積が，$A \leq 50t$ においては $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = \dfrac{4A-13t}{374t}$ で，部分集積と 1 社の中央立地が最適となる．

厚生分析でも一階条件を満たす解の数は企業数ケースごとに変わらず，分析方法が共同利潤の代わりに厚生を使う以外は同様なのでここでは省略した．

2. 命題 6 の証明

はじめに，消費者余剰を最大にするためには立地点が集積されていることが必要であることを示す．次に，その点が 1/2 であることを示す．

各地点の消費者余剰は（4）式で表される．まず x_1 に立地している企業数（1 を含む）を b，x_n に立地している企業数（n を含む）を c とおく．ここで $[0,1]$ を 5 つの区間に分ける：$[0, x_1], (x_1, x_1+c\varepsilon), [x_1+c\varepsilon, x_n-b\varepsilon], (x_n-b\varepsilon, x_n), [x_n, 1]$．ただし ε は十分小さな正の数とする．

ここで立地を以下のように変えると全体の消費者余剰が上昇することを示す．まず x_1 に立地している企業全てが $x_1+c\varepsilon$ に移動し，x_n に立地している企業全てが $x_n-b\varepsilon$ に移動し，残りの企業は移動しないとする．すると区間 $[0, x_1]$ にある市場と区間 $[x_n, 1]$ にある市場にとっては全企業の輸送費用の合計が変わらない（2 つの移動の効果がちょうど相殺される）ので消費者余剰も変わらない．区間 $[x_1+c\varepsilon, x_n-b\varepsilon]$ の市場では輸送費用の合計が $2bc\varepsilon$ だけ下がっている．区間 $(x_1, x_1+c\varepsilon)$ の立地点 x において，x_1 か x_n に立地している企業からだけの輸送費用を考えると，$b(x-x_1)+c(x_n-x)$ だけあった合計輸送費用が $b(x_1+c\varepsilon-x)+c(x_n-b\varepsilon-x)$ となり，$2b(x-x_1)>0$ だけ減少する．同じように区間 $(x_n-b\varepsilon, x_n)$ では，$b(x-x_1)+c(x_n-x)$ だけあった合計輸送費用が $b(x-(x_1+c\varepsilon))+c(x-(x_n-b\varepsilon))$ となり，$2c(x_n-x)>0$ だけ減少する．つまり，5 区間全て

の各点の消費者余剰は変わらないか増加することになる．よって以上の立地移動によって全体の消費者余剰は上がる．

この移動は全ての企業が同じ点にあるわけではないときには必ず行うことが出来る．よって，集積が全体の消費者余剰を最大にする必要条件であることが分かる．

次に，どこで集積するのが良いかを求める．集積点を x_i と置くと全体の消費者余剰は

$$CS^*(x_i) = \frac{1}{2(n+1)^2}[\int_0^{x_i}(nA - nt(x_i - x))^2 dx + \int_{x_i}^{1}(nA - nt(x - x_i))^2 dx]$$

となる．これを x_i について微分すると

$$\frac{\partial CS^*(x_i)}{\partial x_i} = \frac{2nt}{2(n+1)^2}[\int_0^{x_i} -(nA - nt(x_i - x))dx + \int_{x_i}^{1}(nA - nt(x - x_i))dx]$$
$$= \frac{n^2 t}{2(n+1)^2}(1 - 2x_i)(2A - t)$$

となり，x_i=1/2 が最適になることが分かる．　　Q.E.D.

参考文献

Anderson, S. P., Neven, D. J., 1991. Cournot competition yields spatial agglomeration. International Economic Review 32, 793-808.

d'Aspremont, C., Gabszewicz, J., Thisse, J.-F., 1979. On Hotelling's stability in competition. Econometrica 47, 1145-50.

d'Aspremont, C., Jacquemine, A., 1988. Cooperative and noncooperative R&D in duopoly with spillover. American Economic Review 78, 1133-37.

Friedman, J. W., 1988. On the strategic importance of prices versus quantities. Rand Journal of Economics 19, 607-22.

Friedman, J. W., Thisse, J.-F., 1993. Partial collusion fosters minimum product differentiation. Rand Journal of Economics 24, 631-45.

Hamilton, J. H., Klein, J. F., Sheshinski, E., Slutsky, S. M., 1994. Quantity competition in a spatial model. Canadian Journal of Economics 27, 903-17.

Hamilton, J. H., Thisse, J.-F., Weskamp, A., 1989. Spatial discrimination: Bertrand vs. Cournot in a model of location choice. Regional Science and Urban Economics 19, 87-102.

Hotelling, H., 1929. Stability in Competition. Economic Journal 39, 41-57.

Kamien, M. I., Muller, E., Zang, I., 1992. Research joint ventures and R&D cartels. American Economic Review 82, 1293-1306.

Kreps, D., Scheinkman, J. A., 1983. Quantity precommitment and Bertrand competition yield Cournot outcomes. Bell Journal of Economics 14, 326-37.

Matsumura, T., 2003. Strategic Complementarity in Direct Investments. Forthcoming in Review of Development Economics.

Matsumura, T., Shimizu, D., 2003. Spatial Cournot Competition and Economic Welfare. mimeo.

Matsushima, N., 2001. Cournot competition and spatial agglomeration revisited. Economics Letters 73, 175-77.

Matsushima, N., Matsumura., T, 2003. Mixed oligopoly and spatial agglomeration. Canadian Journal of Economics 36, 62-87.

Pal, D., 1998. Does Cournot competition yield spatial agglomeration? Economics Letters 60, 49-53.

Pal, D., Sarkar, J., 2002. Spatial competition among multi-store firms. International Journal of Industrial Organization 20, 163-90.