

壁面モデルを適用した LES による直円管内旋回乱流の数値解析

Calculation of Turbulent Swirling Flow in a Straight Pipe by Using a Wall Model

小林 克 年*・谷 口 伸 行**・小 林 敏 雄***

Katsutoshi KOBAYASHI, Nobuyuki TANIGUCHI and Toshio KOBAYASHI

1. 緒 言

旋回乱流は各種燃焼器, 流体機械などに見られる流れであり, 旋回の影響による熱, 物質の乱流輸送の促進, 抑制が工業的に利用されている. よって CFD により旋回乱流を高精度で数値予測することは重要な課題である. これまで RANS モデルによる数値解析が行なわれており, 非等方モデル, 応力方程式モデルの優秀性が指摘されている^{1,2,3)}. しかし RANS モデルの普遍性にはまだ多くの問題が残っており, 例えば境界形状が複雑な流れ場では予測精度が悪くなる. 数値計算に関わるハードウェアの急激な進歩により次世代の CFD ツールとして LES が注目されているが, 高レイノルズ数で複雑な流れ場を解析する際には計算負荷が今なお問題となっている. 著者はこれまでに LES の計算負荷を低減する試みとして壁面モデルを取り上げその検証を行ってきた⁴⁾. 適用した壁面モデルは壁面剪断応力を求める時に, 代数式である Spalding 則を用いる手法と, 壁近傍で境界層方程式を解くことによる手法の2つであり, 後者は逆圧力勾配平板境界層流れにおいて優れていることがわかった⁴⁾.

凹面に沿う 2次元剪断乱流は遠心力により, 壁近傍でのバースト現象 (高速領域が壁に送られ (sweep), 低速領域が壁から掃き出される (ejection) 現象) が促進され, 平行流の場合に比べ乱れが増長される⁵⁾. 直円管内旋回乱流においても流線曲率により遠心力が生じることから, 壁近傍では乱れが促進されていると考えられる. 鬼頭は直円管内旋回乱流の壁近傍の速度分布が通常の壁法則を用いて表わすことができないことを実験で示し, 混合距離に遠心力の影響を付加した壁法則を再構築した. また実験により計測された壁近傍の速度分布が再構築した壁法則で表わすこ

とができることを示した^{6,7)}.

本研究では第一段階として遠心力の影響を考慮した改良がなされていない壁面モデルとして, 代数式である Spalding 則 (以後 SP と略) と Jhonson-King のゼロ方程式 RANS モデルを適用した境界層方程式を解く手法 (以後 WM0 と略) をとりあげ, 直円管内旋回乱流の数値検証を行なう. 即ち遠心力の影響を考慮した改善が行なわれていない壁面モデルでどれだけの予測精度が得られるかを検証する.

2. 支配方程式

流れ場の支配方程式は円筒座標系に変換された瞬時場の Navier-Stokes 方程式と連続の式に格子平滑化操作を施した式である. SGS モデルには Smagorinsky モデルを適用した. 式はそれぞれ以下のようにになっている.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial t} = & -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[2(\nu + \nu_s) \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial x} - \bar{u}_x \bar{u}_x \right] \\ & + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r(\nu + \nu_s) \left(\frac{\partial \bar{u}_r}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial r} \right) - r \bar{u}_r \bar{u}_r \right] \dots \dots \dots (1) \\ & + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[(\nu + \nu_s) \left(\frac{\partial \bar{u}_\theta}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial \theta} \right) - \bar{u}_x \bar{u}_\theta \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial t} = & -\frac{\partial \bar{p}}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial x} \left[(\nu + \nu_s) \left(\frac{\partial \bar{u}_r}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial r} \right) - \bar{u}_r \bar{u}_x \right] \\ & + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[2r(\nu + \nu_s) \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial r} - r \bar{u}_r \bar{u}_r \right] \dots \dots \dots (2) \\ & + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[(\nu + \nu_s) \left(\frac{\partial \bar{u}_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial \theta} - \frac{\bar{u}_\theta}{r} \right) - \bar{u}_r \bar{u}_\theta \right] \\ & - \frac{2}{r} (\nu + \nu_s) \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \bar{u}_\theta}{\partial \theta} + \frac{\bar{u}_r}{r} \right) + \frac{\bar{u}_\theta \bar{u}_\theta}{r} \end{aligned}$$

*東京大学生産技術研究所 人間・社会大部門

**東京大学情報基盤センター

***東京大学生産技術研究所 情報・システム大部門

研 究 速 報

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}_\theta}{\partial t} = & -\frac{1}{r} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \theta} + \frac{\partial}{\partial x} \left[(v + v_s) \left(\frac{\partial \bar{u}_\theta}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial \theta} \right) - \bar{u}_\theta \bar{u}_x \right] \\ & + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r(v + v_s) \left(\frac{\partial \bar{u}_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial \theta} - \frac{\bar{u}_\theta}{r} \right) - r \bar{u}_\theta \bar{u}_r \right] \\ & + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[2(v + v_s) \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \bar{u}_\theta}{\partial \theta} + \frac{\bar{u}_r}{r} \right) - \bar{u}_\theta \bar{u}_\theta \right] \dots (3) \\ & + \frac{1}{r} (v + v_s) \left(\frac{\partial \bar{u}_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial \theta} - \frac{\bar{u}_\theta}{r} \right) - \frac{\bar{u}_\theta \bar{u}_r}{r} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \bar{u}_x}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r \bar{u}_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{u}_\theta}{\partial \theta} = 0 \dots (4)$$

$\bar{u}_x, \bar{u}_r, \bar{u}_\theta$ はそれぞれ LES の軸方向, 半径方向, 周方向瞬時速度である。 v_s は SGS 渦粘性係数であり以下の式で表わされる。

$$v_s = (C_s \Delta f)^2 |S| \dots (5)$$

f は Van-Driest 型の減衰関数であり Smagorinsky 定数 C_s は 0.1 とした。 壁面モデル SP に関して, 軸方向, 周方向の壁面剪断応力は代数式 Spalding 則から算出する。 壁面モデル WM0 に関して, 境界層方程式を解く領域即ち RANS 領域は壁と LES の壁面第一格子点の間とした。 以下に RANS 領域で解かれる境界層方程式を示す。

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial(UU)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rV_r U)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(WU)}{\partial \varphi} \\ = -\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \bar{u} \bar{w}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\nu \frac{\partial U}{\partial y} \right) \dots (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial(UW)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rV_r W)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(WW)}{\partial \varphi} + \frac{WV_r}{r} \\ = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \varphi} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \bar{v} \bar{w}) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^3 \nu \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{W}{r} \right) \right) \dots (7) \end{aligned}$$

U, V_r, W はそれぞれ RANS の軸方向, 半径方向, 周方向速度である。 レイノルズ応力 $-\bar{u} \bar{w}, -\bar{v} \bar{w}$ は Jhonson-King のゼロ方程式 RANS モデル (以後 JK モデルと略) を用いて以下のように表わす。

$$-\bar{u} \bar{w} = \nu_t \frac{\partial U}{\partial r} \dots (8)$$

$$-\bar{v} \bar{w} = \nu_t r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{W}{r} \right) \dots (9)$$

$$\nu_t = \kappa u_\tau y \left[1 - \exp \left(-\frac{y^+}{A} \right) \right]^2 \dots (10)$$

モデル定数 κ, A はそれぞれ 0.4, 19 とした。 式 (6), (7) から得られた U, W を用いて LES の軸方向及び周方向壁面剪断応力を算出する。

3. 計算手法

空間に関しては 2 次精度中心差分, 時間進行に関しては 3 次精度 Runge-Kutta 法を用いて離散化した。 円管の中央領域では周方向の対流項と拡散項, 壁近傍では半径方向の対流項と拡散項を陰的に解く, Zonal 的な陰解法を適用した⁸⁾。 圧力は Fractional Step 法で求め, 行列解法には ICCG 法を用いた。 MPI による並列化コードを構築し, ICCG 法は PBO 法 (Parallel Block Ordering method) による領域分割を適用して並列化した。

4. 計算条件

鬼頭らによる直円管内旋回流の実験⁷⁾ を計算対象とする。 実験でのテストセクションは軸方向長さが 7000 mm, 直径が 150 mm の直円管であり, その入り口部には Swirl Generator, 出口部には Chamber が取り付けられている。 旋回強度は管断面を通過する角運動量と軸方向平均速度を用いた軸方向運動量との比を用いて以下のように表わしている。

$$\Omega = \frac{2\pi \rho \int_0^{r_0} v_\theta v_x r^2 dr}{\pi \rho r_0^3 v_m^2} \dots (11)$$

v_θ, v_x, v_m はそれぞれ周方向速度, 軸方向速度, 管断面に関する平均速度である。 実験における, テストセクション入り口部からの距離と旋回強度の関係は以下のようになっている。

表 1 旋回強度

	S1	S2	S3	S4	S5	S6
x/d	5.7	12.3	19.0	25.7	32.4	39.0
Ω	0.97	0.83	0.67	0.60	0.47	0.42

d は円管直径である。 レイノルズ数は円管直径, 管断面平均速度, 動粘性係数で無次元化した値で 50000 である。 本研究ではテストセクション部 S2 の旋回強度 0.83 を検証対象とし, S1 での実験データから流入分布を生成した。 境界形状は直円管であり, 計算領域は軸方向の長さが直径で無次元化した値で 11 と 16.5 の 2 ケースを行なった。 軸方向長さが 11 を C1, 16.5 を C2 とする。 C1 の計算格子数は軸方向, 半径方向, 周方向にそれぞれ $32 \times 10 \times 64$ であり, C2 は $96 \times 10 \times 64$ である。 即ち C2 は軸方向の計算領域が C1 に比べ 1.5 倍長く, 軸方向の格子解像度も 1.5 倍高くなっている。 また壁面モデル SP は C1, C2 の 2 ケースを行い, WM0 は C2 のみを行なった。

RANS 領域の計算格子数は $96 \times 30 \times 64$ とした。 流入分布の生成について説明する。 ある 2 時刻を t_1, t_2 としその 2 時刻間の時間間隔を T とする。 時刻 t_1, t_2 での流入速度の変動成分を実験データと平均が 0, 分散が 1 の正規乱数

から以下のように算出する.

$$\begin{aligned} u'_1 &= u'_{Exp} \cdot X_{u,1} & u'_2 &= u'_{Exp} \cdot X_{u,2} \\ v'_1 &= v'_{Exp} \cdot X_{v,1} & v'_2 &= v'_{Exp} \cdot X_{v,2} \\ w'_1 &= w'_{Exp} \cdot X_{w,1} & w'_2 &= w'_{Exp} \cdot X_{w,2} \end{aligned}$$

u'_{Exp} , v'_{Exp} , w'_{Exp} はそれぞれ S1 で与えられている, 軸方向, 壁垂直方向, 周方向の乱流強度の実験データであり, $X_{u,1}$, $X_{u,2}$ はそれぞれ時刻 t_1 , t_2 で生成した正規乱数である. 時刻 t_1 と t_2 の間の流入分布は以下の式から求める.

$$\begin{aligned} \bar{u}_x^{IN} &= U_{Exp.} + \frac{t-t_1}{T}(u'_2 - u'_1) + u'_1 \\ &= U_{Exp.} + \frac{t-t_1}{T} u'_2 + \left(1 - \frac{t-t_1}{T}\right) u'_1 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\begin{aligned} \bar{u}_r^{IN} &= \frac{t-t_1}{T}(v'_2 - v'_1) + v'_1 \\ &= \frac{t-t_1}{T} v'_2 + \left(1 - \frac{t-t_1}{T}\right) v'_1 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\begin{aligned} \bar{u}_\theta^{IN} &= W_{Exp.} \frac{t-t_1}{T}(w'_2 - w'_1) + w'_1 \\ &= W_{Exp.} + \frac{t-t_1}{T} w'_2 + \left(1 - \frac{t-t_1}{T}\right) w'_1 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (14)$$

U_{Exp} , W_{Exp} はそれぞれ S1 での軸方向と周方向の平均速度である. 即ち式 (7) は時刻 t_1 での軸方向速度の流入値

$$\bar{u}_x^{IN1} = U_{Exp.} + u'_1 \quad \dots\dots\dots (15)$$

が時間間隔 T の間に徐々に変化して時刻 t_2 には

$$\bar{u}_x^{IN2} = U_{Exp.} + u'_2 \quad \dots\dots\dots (16)$$

となることを再現している. WM0 の RANS 領域の流入値 u^{IN} , w^{IN} は 1/7 乗則を用いて表わした. LES の時間幅 Δt は円管半径と管断面平均速度で無次元化した値で, C1 を, 1.25×10^2 , C2 を 3.125×10^3 とした. WM0 の RANS 領域の時間幅は Δt の 1/20 とし, 20 回の繰り返し計算により境界層方程式を解いている. 流出条件は LES, RANS とともに勾配ゼロとした. RANS が LES から受け取る境界値は LES の壁面第一格子点での瞬時値をそのまま適用した. C1, C2 とともに無次元時間で 125 時間計算を走らせた後, 統計量をとった. 統計時間も両ケースで 125 時間とした. 125 時間は C1 の場合, 管断面平均速度で流れる流体が計算領域を約 5.6 回, C2 の場合 3.7 回通り過ぎる時間に相当する. 時間間隔 T は無次元時間で 2 とした. これは統計時間の 1.6 % に相当する.

5. 計算結果

図 1, 2 にそれぞれ旋回強度と軸方向壁面剪断応力, 旋回強度と周方向壁面剪断応力の関係を示す. 図中の SP C1, SP C2 は計算領域, 計算格子数にそれぞれ C1, C2 を使い, 壁面モデルに SP を適用した結果, WM0 C2 は計算領域, 計算格子数に C2 を使い, 壁面モデルに WM0 を適用した結果で

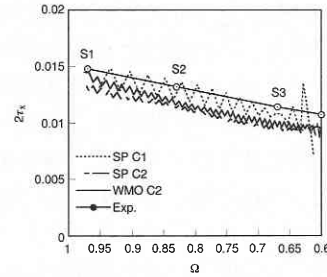


図 1 旋回強度と軸方向壁面剪断応力の関係

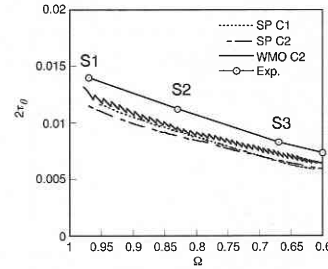


図 2 旋回強度と周方向壁面剪断応力の関係

ある. Exp. は実験値である. また横軸の旋回強度は左端から右端へと減少することに注意されたい. SP C1 の軸方向壁面剪断応力には振動が見られるが, SP C2, WM0 C2 ではその振動の振幅が低減している. 即ち軸方向の計算領域を長くし, 格子解像度をあげることによって振動が抑制される. よって以後壁面モデルの検証を行なう際, 計算領域, 計算格子数として C2 を適用した結果を用いることとする. 実験では旋回強度と軸・周方向壁面剪断応力の関係がほぼ直線で表わされ, また旋回強度が減少するにつれて両壁面剪断応力も減少する. SP C2, WM0 C2 もこの傾向を定性的に捕らえているが, 定量的に見ると, SP C2 の軸方向壁面剪断応力は約 14 %, WM0 C2 の軸方向壁面剪断応力は約 12 % 過小評価されている. また周方向壁面剪断応力に関しては SP C2 が約 21 %, WM0 C2 が約 14 % 過小評価している. SP C2, WM0 C2 の軸方向, 壁垂直方向の格子解像度は壁座標値に換算した値でそれぞれ $\Delta x^+ = 650 \sim 800$, $\Delta r^+ = 200$ である. 即ち LES の壁面第一格子点は $y^+ = 100$ に存在する. 円筒座標系格子を用いているため周方向格子解像度は壁面第一格子点で最も高く, その値は $(R\Delta\theta)^+ = 200$ である.

旋回強度がテストセクション S2 での実験値 0.83 に最も近い値をとる部分での予測精度について説明する. また壁面モデルに関する検証を行なっていることから, 主に壁近傍での予測精度について考察する. 図 3, 4 はそれぞれ軸方向及び周方向平均速度の分布であり, RANS WM0 は式 (6), (7) の境界層方程式を解いた結果である. 横軸は中心からの距離を半径で無次元化した値である. 軸方向平均

研 究 速 報

速度に関して、SP C2, WM0 C2の予測結果は全体にわたってほぼ同じであり、また壁近傍での予測精度もともに良い。即ち両壁面モデルに見られた軸方向壁面剪断応力の過小評価は軸方向平均速度の予測精度に影響を与えていない。周方向平均速度についてもSP C2, WM0 C2の予測結果は全体にわたってほぼ同じであり、また壁近傍での予測精度もともに良い。しかし壁から第一格子点での予測結果には、両壁面モデルに若干の過小評価が見られる。

図5, 6にWM0 C2の軸方向及び周方向平均速度を対

数表示したものを示す。 U^+ , W^+ , y_x^+ , y_θ^+ はそれぞれ以下のように表わされる。

$$U^+ = \frac{U}{u_{\tau,x}}, \quad y_x^+ = \frac{u_{\tau,x}y}{\nu}$$

$$W^+ = \frac{W}{u_{\tau,\theta}}, \quad y_\theta^+ = \frac{u_{\tau,\theta}y}{\nu}$$

$u_{\tau,x}$, $u_{\tau,\theta}$ はそれぞれ軸方向と周方向の壁面摩擦速度である。図7より軸方向平均速度の実験値は、チャンネル流れや平板境界層流れなどで成り立つ壁法則

$$U^+ = 5.75 \log y_x^+ + 5.5 \quad \dots \dots \dots (17)$$

に比べ直線の傾きが低くなっている。また鬼頭は遠心力の効果を考慮した壁法則によりこの実験の分布を表わすことができる⁶⁾。今回適用した壁面モデルWM0には遠心力の効果を考慮した改良が行なわれていないため、RANS WM0, WM0 C2の直線の傾きは式(17)とほぼ同じである。図8より壁近傍の周方向平均速度に関しては、実験に近い値を予測している。

6. 結 論

遠心力の影響を考慮した改良がなされていない壁面モデルSP,WM0を用いて直円管内旋回乱流を検証し以下のことがわかった。SP, WM0ともに軸方向及び周方向の壁面剪断応力を過小評価する。しかし壁近傍での軸方向及び周方向の平均速度は実験に近い値を予測している。SP, WM0ともにレイノルズ剪断応力 $-\bar{w}$ を過小評価し、 $-\bar{v}w$ を過大評価する。即ち2次の乱流統計量に関しては良い予測精度を得ることができない。2次の乱流統計量の予測精度を改善するためには、壁近傍に十分な計算格子を配置して乱れのメカニズムを忠実に再現する必要があるが、これは壁面モデルを適用することによって計算負荷を低減する試みと矛盾する⁴⁾。軸方向平均速度の対数表示に関して、WM0は実験で見られる直線の傾きの減少を再現することができない。

(2000年11月10日受理)

参 考 文 献

- 1) 平井, 高城, 東谷, 機論, **B** 54-504, (1988), 1962-1969.
- 2) 北村, 山本, 荒川, 川田, 機論, **B** 59-562, (1993), 1959-1964.
- 3) 西島, 生産研究, 53 卷 1 号, (2000), 27-30.
- 4) 小林, 谷口, 小林, 機論, **B** 66-651, (2000), 2780-2787.
- 5) ROBERT S. BARLOW, et al, J. Fluid Mech., **191**, (1988), 137.
- 6) 鬼頭, 機論, **B** 54-497, (1988), 65-71.
- 7) OSAMI KITOH, J. Fluid Mech., **225**, (1991), 445-479.
- 8) Knut Akselvoll, Ph. D. Thesis, Stanford Univ.

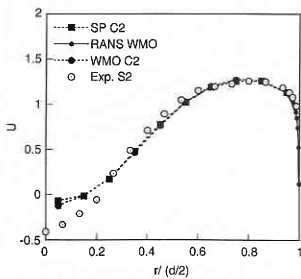


図3 軸方向平均速度

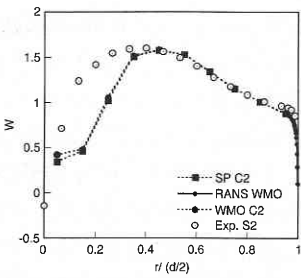


図4 周方向平均速度

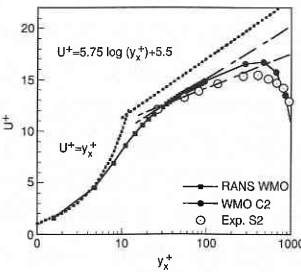


図5 軸方向平均速度の対数表示

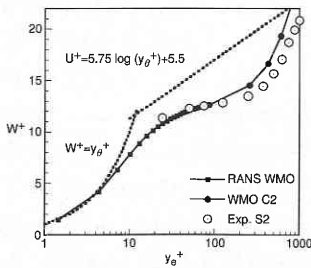


図6 周方向平均速度の対数表示