

粒子間衝突を考慮した固気混相チャンネル乱流の LES

LES of Particle-Laden Turbulent Channel Flow Considering Effect of Inter-Particle Collision

雷 康 斌*・谷 口 伸 行*・小 林 敏 雄**

Kangbin LEI, Nobuyuki TANIGUCHI and Toshio KOBAYASHI

1. 緒 言

既に前の研究^{1), 2), 3), 4), 5)}でも報告したように乱流中の固体粒子は特定の領域に集積する傾向があるため、たとえ希薄流においても数値シミュレーションにおいて、局所的な粒子間の衝突などの相互作用が生じる可能性がある。この影響は直接には粒子の分散に対して働き、さらに乱流変動に対しても粒子数密度分布の変化を通して影響を与えられる。壁面への粒子集中領域での粒子間衝突を考慮した解析モデルは固気混相乱流の研究課題の一つと言える。

本研究では Kulick ら⁶⁾による鉛直下向きのチャンネル内固気混相乱流の実験に対して著者らの提案した固気混相乱流の Two Way Coupling Dynamic SGS モデル⁴⁾を用いて LES 数値解析を行った。ここで粒子間衝突が流れ場にどのような影響を及ぼすかを調べるため、粒子間衝突を田中ら⁷⁾と同様の方法を用いて取り扱って考慮した。計算より得られた粒子数密度、粒子乱れ強度、気流乱れ強度やエネルギー変化などの統計量について解析を行い、粒子間衝突による粒子と気流の乱れ成分への影響などについて調べた。

2. 粒子と流体運動の計算

流体の計算手法と計算条件については、前報²⁾を参照されたい。SGS モデルについては著者ら⁴⁾の提案した SGS 成分の Two Way Coupling の影響を考慮した Dynamic SGS モデルを用いた。

粒子の運動方程式は無次元化して整理すると次式になる

$$\frac{dx_{pi}}{dt} = u_{pi} \dots \dots \dots (1)$$

$$\frac{du_{pi}}{dt} = -\frac{f}{\tau_p}(u_{pi} - u_i) + g\delta_{1i} \dots \dots \dots (2)$$

粒子運動量の計算は、ラグランジュ追跡法により、各粒

子に対して計算を行った。粒子位置での流体速度は、流体の GS 成分に対して三次の代数補間法を用いて内挿した。粒子の変位式と速度式は 2 次精度 Adams-Bashforth 法を用いて次のように計算した。

$$F_i^n = \int_p^n (u_i^n - u_{pi}^n) + g\delta_{1i} \dots \dots \dots (3)$$

$$x_{pi}^{n+1} = x_{pi}^n + \Delta t (1.5u_{pi}^n - 0.5u_{pi}^{n-1}) \dots \dots \dots (4)$$

$$u_{pi}^{n+1} = u_{pi}^n + \Delta t (1.5F_i^n - 0.5F_i^{n-1}) \dots \dots \dots (5)$$

3. 粒子間衝突

本研究では慣性が大きな粒子を対象とし、粒子間衝突および壁面衝突の際の流体力学的な相互作用を無視した。また、粒子の衝突は完全弾性衝突を仮定し、衝突の際には粒子回転による接触点での滑り影響も無視し、粒子の並行運動のみを考察する。計算では希薄気体力学における数値シミュレーションで用いられる粒子運動と粒子間衝突の分離手法⁸⁾を適用する。これは、まず全粒子を移動させ、その間に衝突が起きていると判定された場合には位置はそのまま、速度をそれぞれ衝突後のものに置き換えるというものである。この手法を用いる場合は計算時間刻みが粒子の平均自由運動時間に比べて十分小さいこと、流れの変化スケールに比べて時間ステップあたりの粒子の移動距離が小さいことが条件となる。

計算過程について、まず衝突を判定する粒子は時間ステップの間について衝突かを算出し、その衝突直前の時間を Δt_c とする (詳しい過程は後に述べる)、次に衝突直前の粒子速度と位置を式(6), (7)により算出する。ここで上添字*は衝突直前を、c は衝突直後を示す。

$$x_{pi}^{n+1*} = x_{pi}^n + \Delta t_c (1.5u_{pi}^n - 0.5u_{pi}^{n-1}) \dots \dots \dots (6)$$

$$u_{pi}^{n+1*} = u_{pi}^n + \Delta t_c (1.5F_i^n - 0.5F_i^{n-1}) \dots \dots \dots (7)$$

*東京大学生産技術研究所 人間・社会部門

**東京大学国際・産学共同研究センター

その次に、粒子を衝突したら、粒子の位置が $x_{pi}^{nc} = x_{pi}^{n+1}$ のままで、粒子の速度 u_{pi}^{nc} が後に述べる衝突方程式によって決まる。最後に1ステップ残りの $(\Delta t - \Delta t_c)$ 時間の粒子運動を式(8), (9), (10)により算出する。

$$F_i^{nc} = \frac{f^n |x_{pi}^{nc}|}{\tau_p^n} (u_i^n |x_{pi}^{nc} - u_{pi}^{nc}|) + g \delta_{li} \dots \dots \dots (8)$$

$$x_{pi}^{n+1c} = x_{pi}^{nc} + (\Delta t - \Delta t_c) u_{pi}^{nc} \dots \dots \dots (9)$$

$$u_{pi}^{n+1c} = u_{pi}^{nc} + (\Delta t - \Delta t_c) F_i^{nc} \dots \dots \dots (10)$$

3.1 粒子間衝突の判定

粒子間衝突の判定方法としては確率論的な方法と決定論的な方法が考えられる。確率論的方法を用いる場合には衝突判定のために計算領域をその内部では流れが一様とみなせる程度のセルに分割し、その各セルに含まれる粒子同士で衝突確率を考えることになる。しかし、本研究で取り扱う大きな速度勾配を持つ場ではセルを非常に小さくしなければならず、各セルに含まれる粒子数が非常に少なくなるために確率論的な方法は不適切であるとともに利点もなくなる。したがって、本研究では田中ら⁷⁾と同じ決定論的方法を用いる。すなわち、1時間ステップ間の各粒子間の相対運動を調べ、二粒子の中心間距離が粒子直径に等しくなるとき、それらの粒子対は衝突すると判定した。また、本計算では取り扱う粒子濃度は小さいため二体衝突に比べて三体以上の同時衝突の生じる確率は十分小さいものとして、すべて二体衝突として取り扱った。

具体的な衝突判定手順は次のようになる。図1に粒子iに対するjの相対運動を示す、時刻tにおける粒子の相対位置ベクトルを \vec{r}_o と表され、次の時間ステップ時刻 $t + \Delta t$ に粒子の相対位置ベクトルを \vec{r}_i とする。各粒子は1ステップの間に $(\vec{r}_i - \vec{r}_o) / \Delta t$ の速度で等速直線運動すると仮定する。粒子ペアの相対位置ベクトルを $\vec{r}_o + k(\vec{r}_i - \vec{r}_o) = \vec{r}_o + k\vec{r}_c$ と表される。ここでkは Δt で正規化された無次元時間を表す。時間 Δt_c の時に粒子iとjが衝突と仮定し、衝突が起きる場合に粒子間距離が粒子直径に等しくなるので、衝突が起きる条件は次のkに関する2次方程式となる。

$$\vec{r}_o = \vec{r}_j^n - \vec{r}_i^n, \vec{r}_i = \vec{r}_j^{n+1} - \vec{r}_i^{n+1}, \vec{r}_c = \vec{r}_i - \vec{r}_o \dots \dots \dots (11)$$

$$|\vec{r}_o + k\vec{r}_c| = d_p \rightarrow ak^2 + bk + c = 0 \dots \dots \dots (12)$$

$$D = b^2 - 4ac, k_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \dots \dots \dots (13)$$

もし、 $|\vec{r}_o + k\vec{r}_c| > d_p$, つまり

$D < 0$ or $k_{1,2} < 0$ or $k_{1,2} > 1$ の場合には粒子間の衝突しないと判定する。

もし、 $|\vec{r}_o + k\vec{r}_c| \leq d_p$, つまり

$D \geq 0$ and $0 \leq k_{1,2} \leq 1$ の場合には粒子ペア衝突と判定する。この時に式(6), (7)中の $\Delta t_c = k_{1,2} \Delta t$ となる。ここで二体衝突のみを仮定しているため、1ステップの間に衝突すると判定された粒子についてはその他の粒子との衝突判定を省略する。

3.2 粒子間衝突の計算

本研究で用いた計算粒子は全て同じ密度と直径の固体球と仮定しているため、粒子同士の衝突計算する時の衝突方程式における運動量は全て粒子速度を用いて表す。図2に衝突直前の速度と衝突直後の速度を示す。衝突するペアi, jの相対速度と相対位置ベクトルは次(14)に表される。

$$\vec{u}_{rji}^* = \vec{u}_{pj}^* - \vec{u}_{pi}^*, \vec{u}_{rji}^c = \vec{u}_{pj}^c - \vec{u}_{pi}^c, \vec{r}_{ji} = \vec{r}_j - \vec{r}_i \dots \dots \dots (14)$$

粒子間の運動量変化をベクトル $\vec{\alpha}$ とすると衝突方程式から粒子衝突後の速度が次式で得られる。

$$\vec{u}_{pi}^c = \vec{u}_{pi}^* + \vec{\alpha}, \vec{u}_{pj}^c = \vec{u}_{pj}^* - \vec{\alpha}, \vec{u}_{rji}^c = \vec{u}_{rji}^* - 2\vec{\alpha} \dots \dots \dots (15)$$

簡単化のため、粒子同士の衝突は完全弾性衝突と仮定し、かつ粒子の回転運動を無視し、衝突する粒子ペアの運動量交換は衝突接触面の垂直方向のみを行う。Newtonの力学定律に従って粒子ペア衝突前後の相対運動量は衝突接触面の垂直方向における投影の方向が逆で、投影のモードが等しくなり、式(15)を考慮すると次式が得られる。ここでの衝突接触面の垂直方向は衝突するペア相対位置ベクトルにより表される。

$$\vec{r}_{ji} \cdot \vec{u}_{rji}^c = -\vec{r}_{ji} \cdot \vec{u}_{rji}^* = \vec{r}_{ji} \cdot \vec{u}_{rji}^* - \vec{r}_{ji} \cdot 2\vec{\alpha} \dots \dots \dots (16)$$

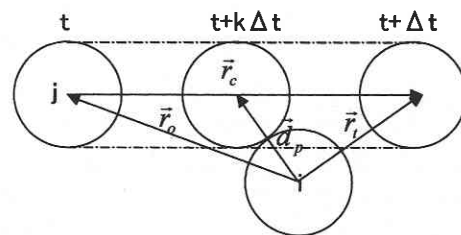


Fig. 1 Occurrence of inter-particle collision

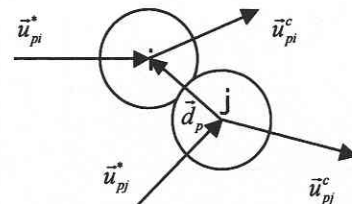


Fig. 2 Velocity of inter-particle collision

研 究 速 報

$$\vec{r}_{ji} \cdot \vec{\alpha} = \vec{r}_{ji} \cdot \vec{u}_{rji} \dots \dots \dots (17)$$

式(17)から粒子間の運動量変化 $\vec{\alpha}$ を次式により算出される。

$$\vec{\alpha} = \alpha_n \vec{n} = \alpha_n \frac{\vec{r}_{ji}}{|\vec{r}_{ji}|} = \frac{(\vec{r}_{ji} \cdot \vec{u}_{rji}^*) \vec{r}_{ji}}{|\vec{r}_{ji}|^2}, \alpha_n = \frac{\vec{r}_{ji} \cdot \vec{u}_{rji}}{|\vec{r}_{ji}|} \dots \dots \dots (18)$$

$\vec{\alpha}$ を式(15)に代入して衝突直後の速度が求まる。

4. 計算結果および考察

4.1 平均速度

粒子と单相流体の平均速度分布を図1に示す。单相の計算結果はkulickら⁶⁾の実験結果と良く一致している。Kulickらの実験による混相流体速度分布はいずれの場合も粒子混入比0.4までの粒子の添加による平均速度分布の変化はないことを示している。本計算結果の混相流体速度分布は省略するが混入比0.2の場合には平均速度分布にほと

んど変化はない。混入比1.0の場合には対数領域で少し増速した分布となっている。ただしいずれの混入比の場合も流体平均速度に及ぼす粒子間衝突影響はほとんど見られなかった。

しかし、図1に示すように粒子速度の分布に対する粒子間衝突の影響は大きく、粒子間衝突を考慮したものは無視した場合と比べて平坦な分布となっている。Kulickらの実験結果と比較すると、粒子間衝突を無視した場合の計算結果は実験に比べて大きな速度変形を示しているのに対して、粒子間衝突を考慮することによって、実験に近い速度分布形状が得られる。これは壁方向の変動速度が粒子衝突を考慮することにより実験に近付くことと関連している。ただし、粒子平均速度の大きさには計算と実験の間に大きな差があり、計算によるものは実験に比べてかなり大きな値を示している。この相違の原因としてはすでにKulickらの指摘されるように実験では粒子間衝突および粒子と壁

面との摩擦による静電気等の影響が大きいと考えられ、本研究の計算ではそれらの影響を考慮していない。

4.2 粒子の変動速度と数密度分布

図2~図3は、混入比0.2の場合には主流方向と壁方向の粒子乱れ強度分布を示す。粒子の主流方向の乱れ強度分布は粒子間衝突によりチャンネル壁付

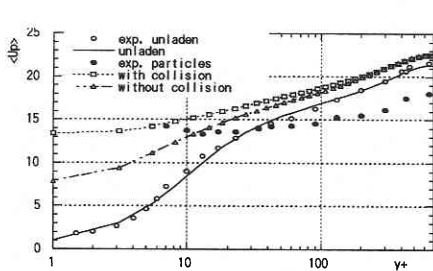


Fig. 1 Profile of streamwise mean velocity of particles at $\phi_m=0.2$

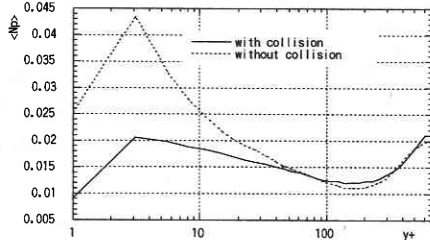


Fig. 4 Profile of particles number density at $\phi_m=0.2$

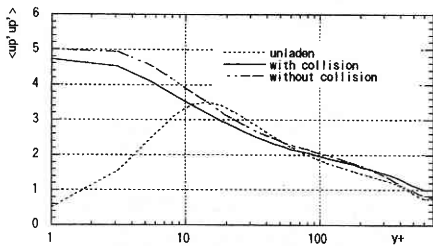


Fig. 2 Profile of streamwise fluctuation of particles at $\phi_m=0.2$

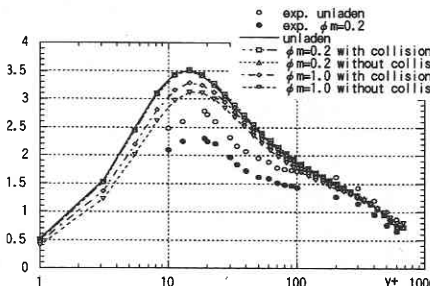


Fig. 5 Profile of streamwise turbulence intensity

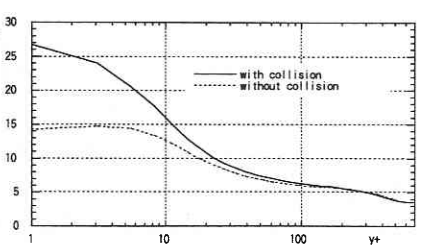


Fig. 7 Profile of mean particles Reynolds number at $\phi_m=0.2$

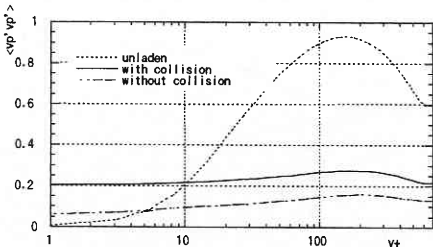


Fig. 3 Profile of wall-normal fluctuation velocity of particles at $\phi_m=0.2$

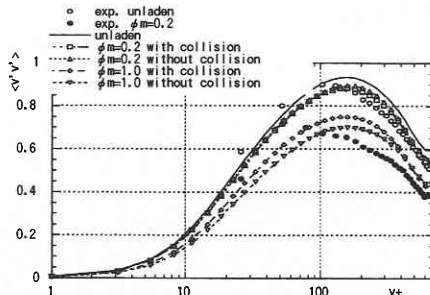


Fig. 6 Profile of turbulence intensity in wall normal

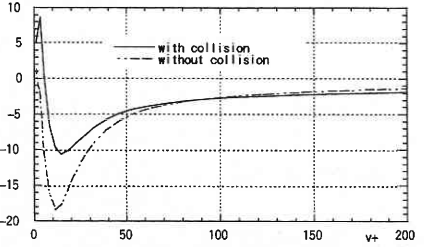


Fig. 8 Profile of mean interaction of particles and fluid for GS turbulent energy at $\phi_m=1.0$

近に小さくなり、チャンネル中央付近にわずかに大きくなる。粒子の壁方向の乱れ強度は粒子間衝突を無視したものより粒子間衝突を考慮する場合にはきわめて大きくなる。これは粒子間衝突により粒子の主流方向変動速度が横方向の変動速度に変換されるためである。つまり粒子間衝突によって主流方向変動速度が減少し、その減少分と同程度（縦軸のスケールの違いに注意）の垂直方向の変動強度の増加が認められることから、粒子間衝突によって主流方向の変動エネルギーが主流に垂直な方向のエネルギーに変換されていることが分かる。またこれらの低濃度条件では主流方向粒子速度の変動強度は壁面近傍を除いて、流体の変動強度にはほぼ等しいものとなっている。壁方向粒子速度の変動速度は流体の変動強度よりかなり小さいので粒子運動の非等方性を表しており、また、粒子間の衝突はその非等方性を弱めて等方性化する働きしていることが分かる。

図4に混入比0.2の数密度分布を示す。粒子衝突を無視したものより衝突を考慮した数密度分布はより平坦になっていることから、粒子間衝突による横方向の拡散が大きいことが分かる。

4.3 流体の乱れ強度分布

図5～図6に主流方向と壁方向の乱流乱れ強度を示す。実験では混入比0.2の場合でも粒子の添加により乱流強度が大きく減衰しているが、本計算では混入比0.2の場合に粒子間衝突を考慮するかどうかに関わらず、主流方向乱流強度にはほとんど変化が見られず、壁方向乱流強度も少ししか減衰していない。混入比の高い1.0場合には主流方向と壁方向両方の乱流強度が若干減衰するが、その変化は混入比0.2場合の実験乱流強度減衰量を再現するに過ぎない。一方、粒子間衝突の影響を着目すると、両方向の乱流強度は壁付近と緩和領域で衝突により乱れ強度が大きくなり、チャンネル中央付近では逆に乱れ強度が減少し、粒子間衝突の影響が見られた。

乱流変動における数値計算と実験結果の差に対して山本ら⁹⁾の計算では実験における乱流強度減衰は主にSGS渦に対する粒子の影響によるものと考察されている。そこで本計算ではSGSモデルに対する粒子の影響をも考慮したが、前報(4)で既に比べて報告されたようにSGS渦に対する粒子の影響はむしろ乱れ強度を増幅される機能をしており、山本らの考察は説明できないことが分かった。

4.4 粒子Re数と乱れエネルギーにおける相互干渉項

図7に粒子の平均Re数を示す。壁付近では粒子間衝突を無視したものより粒子間衝突を考慮した計算の粒子Re数はかなり大きい。これは壁付近での粒子数密度が局所的に大きいため、粒子間衝突頻度が高くなり、粒子間衝突による散乱効果が粒子の流体への追跡運動を妨げるためであ

る。しかし粒子Re数は高くても30以下にあり、本研究でのStocks近似は妥当であると考えられる。

図8に乱流GS成分の乱れエネルギー収支における粒子流体相互干渉項を示す。粒子間衝突を考慮しない場合には粒子流体相互干渉項がほとんど乱れエネルギーを散逸させるのに対して、粒子間衝突を考慮する場合には壁付近の散逸効果が小さくなり、粒子数密度が一番高い所($y^+=5$)ではかえって粒子流体相互作用項はbackward scatterとして働き、乱れエネルギーを増幅させることが分かる。

5. 結 論

本研究では固気混相乱流解析においてSGS成分のTwo Way Coupling及び決定論的手法を用いた固体粒子衝突の影響の両者を考慮して、Kulickらの $Re=644$ 垂直下向きチャンネルの固気混相流実験を対象としたLES解析を行った。得られた主要な結論を以下に示す。

1. 乱流中の固体粒子が壁近傍等に集中し、局所的に密度が高くなるため、混入粒子の体積率が $O(10^5)$ という非常に低濃度の条件においても、粒子間衝突は粒子運動に対して大きな影響を与える。この粒子衝突による拡散は垂直チャンネルにおいて粒子運動の等方性化をもたらしている。
2. 乱流変動の数値解析においては、Kulickらの実験に対する乱流強度減衰の過小評価はSGS成分のTwo Way Coupling影響を考慮しても改善しないことが分かった。
3. 乱流変動に対する粒子衝突による影響は、低い混入比(0.2)の場合に無視できるが、高い混入比(1.0)の場合に粒子衝突による乱れエネルギー収支の散逸成分が低くなり、粒子数密度が一番高い所($y^+=5$)で粒子衝突により粒子流体相互作用項はbackward scatterとして乱れエネルギーを増幅させることが予測された。

(2000年6月22日受理)

参 考 文 献

- 1) 雷・谷口・小林, 生産研究, 51-1, (1999), 49-52.
- 2) 雷・谷口・小林, 生産研究, 52-1, (2000), 59-62.
- 3) 雷・谷口・小林, 生産研究, 52-4, (2000), 8-11.
- 4) 雷・谷口・小林, 生産研究, 52-4, (2000), 31-34.
- 5) 雷・谷口・小林, 第12回数値流体力学シンポジウム講演論文集, (1998), 167-168.
- 6) Kulick, J.D., Fessler, J.R., Eaton, J.K., J. Fluid Mech., 277, (1994), 109-134.
- 7) 田中・門野・辻, 機論, 56-531 B, (1990), 3210-3216.
- 8) Bird, G.A., Molecular Gas Dynamic, (1976), Oxford Univ. Press, London.
- 9) 山本・Potthoff・田中・梶島・辻, 機論, 65-629 B, (1999), 166-173.