

固気混相乱流の Two Way Coupling LES における Dynamic SGS モデルの提案

A Proposed Dynamic SGS model for Two way Coupling LES of Particle-Laden Turbulent Flow

雷 康 斌*・谷 口 伸 行*・小 林 敏 雄**

Kangbin LEI, Nobuyuki TANIGUCHI and Toshio KOBAYASHI

1. 緒 言

单相流の LES では、高 Re 数の慣性領域に発達する乱流領域に対して Kolmogorov's Second Similarity Hypothesis によって、LES 渦粘性 SGS モデルの次元解析係数が流れ場によらない定数として実験から求められるが、慣性領域に離れた局所低 Re 数領域に対して、この次元解析係数が変わるわけである。標準の Smagorinski モデル¹⁾は、まず次元解析係数を一定とし、後経験的な Van Driest 型の減衰関数を乗じて壁付近の低 Re 数領域を修正する。これは壁から一定の距離だけ離れた面上では一様な減衰を与えるため、乱れの局所性を反映できない欠点がある。1991 年 Germano ら²⁾により提案された Dynamic SGS モデルは次元解析係数を流れ場局所的な高周波の相似性を利用して Dynamic 的な算出できるため、LES の応用範囲を広げることが注目され、LES の標準 SGS モデルになりつつある。

一方、近年では单相流の LES 乱流数値解析法の発達に伴い、固気混相流の分野でも乱流変調問題や乱流中の粒子運動に対して LES が盛んになされるようになってきたにもかかわらず、SGS 成分の Two Way Coupling の影響を考慮した固気混相流 LES を Yuu ら³⁾にしか報告していない。また Yuu らの提案した SGS Model が dynamic procedure 操作に適応し難いため、Two Way Coupling による固気混相乱流 LES における dynamic SGS Model の定式化は、現在の課題であろうと言える。

前報⁴⁾で著者は Yuu らの Two Way Coupling の SGS モデルをベースとして、Dynamic LES に適する固気混相乱流の Two Way Coupling SGS モデルを改良した。本研究では、著者らの改良した Two Way Coupling の SGS モデルを用いて、固気混相乱流の Two Way Coupling LES における Dynamic SGS モデルを提案した。また提案した Dynamic SGS モデルと Van Driest 型の減衰関数を用いた SGS モデル両方を用いて LES

数値解析を行った。計算より得られた統計量について解析を行い、提案した Dynamic SGS モデル定式化の有効性、および SGS 成分の Two Way Coupling の影響と Dynamic SGS モデルと Van Driest 型 SGS モデルとの関係について調べた。

2. Dynamic SGS モデルの提案

前報で改良した SGS 成分の Two Way Coupling の影響を考慮した固気混相流の渦粘性 ν_T を次のように求められる。

$$\nu_T = C_{\nu T}^{3/2} \Delta^2 \left[\frac{|\bar{S}|^2 + \frac{F}{\sigma_s} \frac{\partial \bar{N}}{\partial x_i} (\bar{u}_i - \bar{u}_{pi})}{1 + \frac{2\bar{N}F(1-b)}{\sqrt{3/2}\alpha_1 a + \sqrt{C_v C_e} |\bar{S}|}} \right]^{1/2} \dots \dots \dots (1)$$

ただし、 $\Delta = (\Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3)^{1/3}$ Filter 幅。 α_1 , C_v , C_e は代表渦の Lagrangian 持続時間のモデル化に関わる定数で、通常 $\alpha_1 = 0.165$, $C_v = 0.05$, $C_e = 1.0$ である。 σ_s 乱流 Schmidt 数, \bar{u}_i 粒子中心の流体速度, \bar{u}_{pi} 粒子速度, \bar{N} 粒子平均数密度, $C_{\nu T}$ 流れ場局所的な特性に決める必要がある次元解析係数, $a = f/\tau_p$, $b = \rho_f/\rho_p$, $f = 1 + 0.15 \text{Re}_p^{0.687}$ Stokes 近似修正係数, $F = \frac{3\pi\mu d_p^2 f}{\rho_f}$ 係数, ρ_p 粒子の物質密度, ρ_f 気体の密度, d_p 粒子直径, $\tau_p = \frac{\rho_p d_p^2}{18\nu}$ 粒子運動緩和時間, $|\bar{S}| = (2\bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij})^{1/2}$, $\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$

单相乱流のように、GS 方程式における SGS 応力 τ_{ij} の効果は分子粘性散逸と同じように働いていることから、分子粘性との類推により τ_{ij} は \bar{S}_{ij} と比例すると考えることができる。

$$\begin{aligned} \tau_{ij} &= \bar{u}_i \bar{u}_j - \bar{u}_i \bar{u}_j = -2\nu_T \bar{S}_{ij} \\ &= -2C_{\nu T}^{3/2} \Delta^2 \left[\frac{|\bar{S}|^2 + \frac{F}{\sigma_s} \frac{\partial \bar{N}}{\partial x_i} (\bar{u}_i - \bar{u}_{pi})}{1 + \frac{2\bar{N}F(1-b)}{\sqrt{3/2}\alpha_1 a + \sqrt{C_v C_e} |\bar{S}|}} \right]^{1/2} \bar{S}_{ij} \dots \dots \dots (2) \\ &= -2(C_{ms} \Delta)^2 g(\bar{u}_i, \bar{u}_{pi}, \bar{N}) \bar{S}_{ij} \end{aligned}$$

*東京大学生産技術研究所 第2部

**東京大学国際・産学共同研究センター

研 究 速 報

Grid filter を掛けた運動方程式を再び Test filter を掛けて、また、二回 Filter 操作を一回操作と見なして、それに対応する SGS 応力 T_{ij} は次のように表される。

$$T_{ij} = \tilde{u}_i \tilde{u}_j - \tilde{u}_i \tilde{u}_j$$

$$= -2C_{vr}^{3/2} \Delta_s^2 \left[\frac{|\tilde{S}|^2 + \frac{F}{\sigma_s} \frac{\partial \tilde{N}}{\partial x_i} (\tilde{u}_i - \tilde{u}_{pi})}{1 + \frac{2F \tilde{N} (1-b)}{\sqrt{3/2} \alpha_i a + \sqrt{C_e C_\epsilon} |\tilde{S}|}} \right]^{1/2} \tilde{S}_{ij} \dots\dots\dots (3)$$

$$= -2(C_{ms} \Delta_s)^2 g(\tilde{u}_i, \tilde{u}_{pi}, \tilde{N}) \tilde{S}_{ij}$$

ここで注意されたいのは、式(2)と式(3)の C_{vr} また C_{ms} が同じ値を持っていること、これは流れ場局所的な高周波の相似性を利用する Dynamic モデルの一番重要な仮定⁵⁾である。また、 Δ_s は第二回の Test Filter 幅ではなく、二回 Filter 操作を一回操作（総合 filter と称する）に見なした Filter 幅である。若し第二回の Test Filter 幅を Δ_r とすれば、Sharp cutoff filter の場合に $\Delta_s = \Delta_r$ で、Gaussian filter と Top hat filter の場合に $\Delta_s^2 = \Delta_r^2 + \Delta^2$ である¹⁾。Dynamic モデルにおいて Test filter Δ_r を陽的に行う必要があるので、離散化する差分式を定式化する時に、扱う Δ_r を $\Delta_s (= 2\Delta)$ と $\Delta (= h)$ から算出することが肝要である。

τ_{ij} と T_{ij} の関係は τ_{ij} に Test filter をかけることによって、次に表せる。

$$T_{ij} - \tau_{ij} = \tilde{u}_i \tilde{u}_j - \tilde{u}_i \tilde{u}_j$$

$$= 2C_{vr}^{3/2} \Delta [g(\tilde{u}_i, \tilde{u}_{pi}, \tilde{N}) \tilde{S}_{ij} - \alpha^2 g(\tilde{u}_i, \tilde{u}_{pi}, \tilde{N}) \tilde{S}_{ij}] \dots\dots (4)$$

ここでの $\alpha = \Delta_s / \Delta$ は、総合 filter と Grid filter の長さスケールの比として、Dynamic モデルに必要な唯一の Parameter となる。Germano²⁾ らは平行平板間乱流及び遷移乱流の DNS を用いたアプリオリテストにより、Grid, Test 両 filter にフーリエ Sharp cutoff filter を用いた場合 $\alpha = 2$ を推薦値としている。この推薦値に対して、乱流エネルギー流束関数は、波数空間スケール相互作用の大きさの散らばりの度合いを表すスケール局所性パラメータ (scale locality parameter)⁶⁾ $s = 2$ の時に最大値となることから理解できる。言い換えれば、カスケードによるある長さスケールの渦の分裂は、長さの半分の渦になる確率が最大であり、その長さスケールのちょうど二倍関係の渦同士は寿命的に一番近くて、最大の局所的な相似性を持つことから理解できる。

式(4)から固気混相乱流の SGS 成分 Two Way Coupling の影響を考慮した SGS モデルの次元解析係数 C_{ms} を局所的 Dynamic に求める式が得られる。

$$C_{ms} = C_{vr}^{3/4}$$

$$= \left[\frac{\langle \tilde{u}_i \tilde{u}_j - \tilde{u}_i \tilde{u}_j \rangle}{2\Delta^2 \langle g(\tilde{u}_i, \tilde{u}_{pi}, \tilde{N}) \tilde{S}_{ij} - \alpha^2 g(\tilde{u}_i, \tilde{u}_{pi}, \tilde{N}) \tilde{S}_{ij} \rangle} \right]^{1/2} \dots\dots\dots (5)$$

本研究の段階では、単相乱流と同じに、Lilly⁷⁾ の提案した最小二乗法を適用し、また式(5)の分子、分母について一様な方向に対して平均を取ることで計算を安定化させる。この二つ数学操作は、複雑形状をもつ流れ場への適用が難しい他、Dynamic モデルの予測精度を落ちさせることも思われる。今後計算格子のアスペクト比の不均一性を考慮し、ベクトル渦粘性の概念を導入することにより、前の二つ数学操作を無くして、Dynamic モデルの適用範囲と予測精度を改善できるかなと考えられている。

3. 計算手法と計算条件

流体と粒子の計算手法と計算条件においては、第一報⁸⁾、第二報³⁾と同じで、それらに参照されたい。

本研究の解析においては、第二報で Van Driest 型の減衰関数を用いる改良した SGS モデルと、ここで提案した SGS 成分の Two Way Coupling の影響を考慮した Dynamic SGS モデル、及び SGS 成分の Two Way Coupling の影響を考慮しない Dynamic SGS モデルと Van Driest 型 GS モデル (GS 成分の Two Way Coupling の影響を考慮する) 四つのモデルを用いて計算を行った。

4. 計算結果および考察

本研究は、提案した Dynamic モデルを評価するため、異なるモデルによる流体解析結果を注目し、粒子運動に関する考察が省略する。

4.1 平均速度

四つのモデルを用いた流体平均速度分布を図1に示す。一次モメントの統計量速度に対して SGS の Two way coupling にあまり関係なく、Dynamic モデルによる計算結果は殆ど同じである。また、混相流の Van Driest 減衰関数を用いる計算結果と Dynamic モデルによる計算結果との関係は、単相流と同じに、緩和領域において Dynamic モデルの方は少し大きい。このことから、固気混相乱流の LES 計算において SGS 成分の Two way coupling よりモデル係数の Van Driest 減衰関数から Dynamic モデルへの影響が大きいことが分った。また SGS 成分の Two way coupling は一次モメント統計量への影響が小さいと伺う。

4.2 気流乱れ強度とレイノルズせん断応力

図2～図4は、主流方向と壁方向の乱れ強度分布とレイノルズせん断応力の分布を示す。二次モメントにおける主流方向の低周波数成分の乱れ強度に対して Dynamic モデルによる計算結果は SGS の Two way coupling にあまり関係がない。然し、高周波数成分を含む壁方向乱れ強度とレイノルズせん断応力に対して SGS の Two way coupling を考慮する Dynamic モデルによる計算結果より SGS の Two

way coupling を考慮しない方が小さめになる。これは SGS の Two way coupling を主に高周波数成分に効くことが分る。また主流方向の乱れ強度の計算結果に対して Van Driest 減衰関数を用いる計算結果と Dynamic モデルによる計算結果との差が单相乱流と同じ傾向となり、これは二次モメント乱流統計量の低周波数成分に対して SGS 成分の Two way coupling より

Table 1 Particle calculation parameters

Material	Copper
Diameter d_p [μm]	70
Density ρ_p [kg/m^3]	8800
Relaxation time τ_p [ms]	130
Mass loading ratio Φ_m	1.0
Volume fraction Φ_v [$\times 10^{-4}$]	1.36
Number of particles n_p	60000

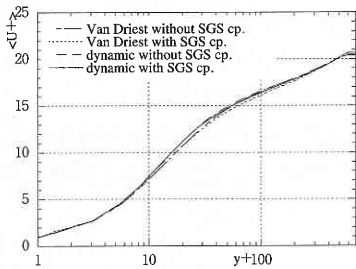


Fig. 1 Profile of streamwise mean velocity of fluid

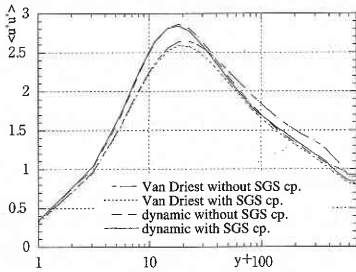


Fig. 2 Turbulence intensity of fluid in stream-wise

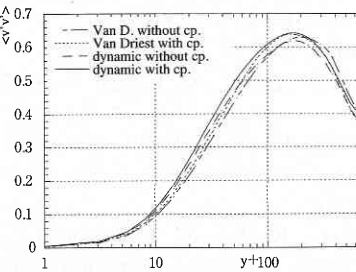


Fig. 3 Turbulence intensity of fluid in wall normal

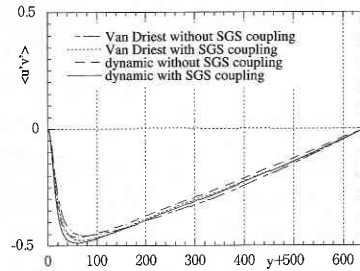


Fig. 4 Reynolds shear stress of fluid

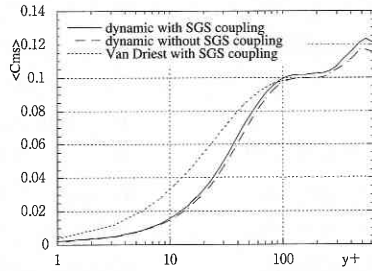


Fig. 5 Profile of mean model coefficients

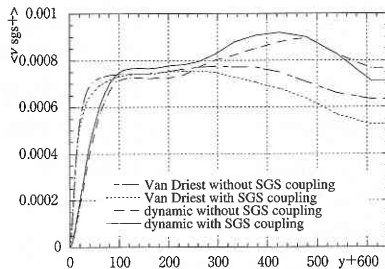


Fig. 6 Profile of mean SGS eddy viscosity

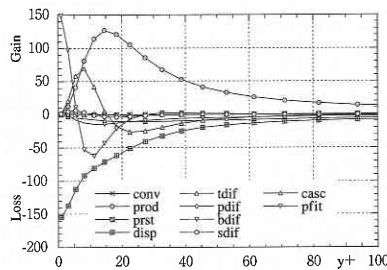


Fig. 7 Profile of GS turbulent energy budget by dynamic model with SGS coupling

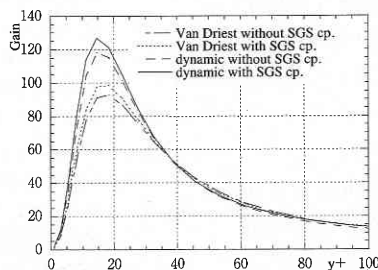


Fig. 8 Production Profile of GS turbulent energy

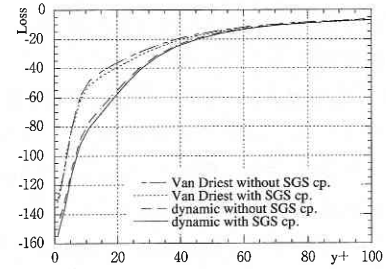


Fig. 9 Dissipation Profile of GS turbulent energy

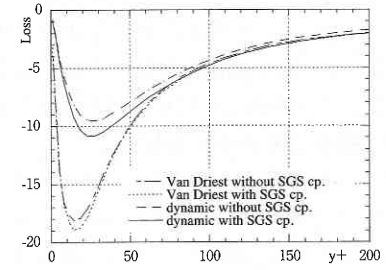


Fig. 10 Cascade Profile of GS turbulent energy

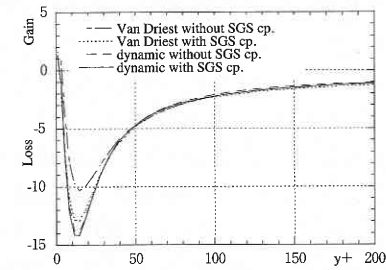


Fig. 11 Profile of interaction of particles and fluid for GS turbulent energy

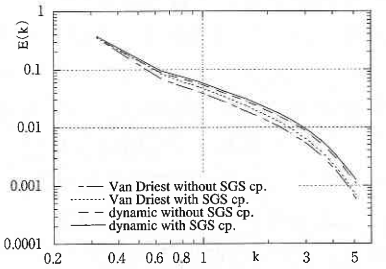


Fig. 12 Streamwise spatial spectra of fluctuation energy at $y+=5$

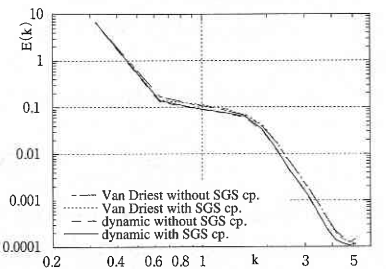


Fig. 13 Streamwise spatial spectra of fluctuation energy at $y+=600$

研究速報

モデル係数の Van Driest 減衰関数から Dynamic モデルへの影響が大きいことが分った。

4.3 混相流 SGS モデル係数と SGS 渦粘性

図5～図6は別々混相流 SGS モデル係数と SGS 渦粘性の統計量を示す。SGS の Two way coupling を考慮することは統計的に乱流の高周波数での散逸率を増やす。その反映として SGS の Two way coupling を考慮する Dynamic モデル係数と SGS 渦粘性は SGS の Two way coupling を考慮しない Dynamic モデルより大きめになる。本研究で提案した Dynamic モデルの計算結果はこれと一致している。また Van Driest 減衰関数が、必ずしも混相流の最適値ではないことが図5～図6からも伺われる。

4.4 乱れエネルギーの収支

図7は提案したモデルによる GS 成分乱れエネルギーの収支の計算結果を示す。Conv, prod, prst, disp, tdif, pdif, bdif, sdif, case, pfit から、順に GS 成分乱れエネルギー対流項、応力生成項、圧力歪相関項、粘性散逸項、乱流拡散項、圧力拡散項、粘性拡散項、SGS モデル拡散項、カスケード項、粒子と流体相互干渉項である。単相乱流の収支図と似ていることが分る。図8～図11に別々四つのモデルによる応力生成項、粘性散逸項、カスケード項、粒子と流体相互干渉項を Pick up した計算結果を示す。SGS 渦粘性と同じように、SGS の Two way coupling を考慮する応力生成項、粘性散逸項、粒子と流体相互干渉項、特にカスケード項は大きめになるわけである為、本研究での計算結果はこれと一致していることによって、提案した Dynamic モデルの有効性を検証されると思われる。また Van Driest 減衰関数を用いる計算結果と Dynamic モデルによる計算結果との差が大きいことが図8～図11から見られる。図11の壁極近傍に粒子と流体相互作用項は backward scatter のように乱れエネルギーを増幅されることを注意されたい、これは粒子と壁との衝突に起因することが考えられる。

4.5 エネルギーのスペクトル分布

図12～図13は壁近傍 ($y^+ = 5$) とチャンネル中央 ($y^+ = 600$) の GS 成分エネルギースペクトル分布を示す。チャンネル中央において Dynamic モデル同士のスペクトル分布は殆ど差が無く、壁近傍において SGS の Two way coupling を考慮する計算結果は大きめに表している。これは粒子が壁近傍に集中するため、壁近傍での相互作用が最も強いと考えられる。

5. 結 論

本研究が著者らの改良した Two Way Coupling SGS モデルを用いて、SGS 成分の Two way coupling を考慮する固気混相乱流の Dynamic モデルを提案した。また提案したモデ

ルの有効性と適用範囲を調査するため、Van Driest 型の減衰関数を用いた SGS モデル、及び SGS 成分の Two Way Coupling の影響を考慮しない Dynamic モデルと Van Driest 型モデルを合わせて Kulick らの $Re = 644$ 垂直下向きチャンネルの固気混相流実験を対象として LES 解析を行った。得られた主要な結論を以下に示す。

1. 固気混相乱流の乱流統計量一次モーメントと低周波数の二次モーメントに対して、SGS 成分の Two Way Coupling の影響を無視できる。しかし、高周波数の二次モーメント及び高次モーメントに対して SGS 成分の Two Way Coupling の影響が現れる。
2. 固気混相乱流の Dynamic SGS モデル係数は SGS 成分の Two Way Coupling の影響を考慮するかどうかによって異なり、Two Way Coupling の影響を考慮するのは Dynamic モデル係数が大きい。
3. 単相乱流 LES の SGS モデルにおける Van Driest 減衰関数は、混相乱流の LES モデリングに対して Two Way Coupling の影響を考慮できず、また SGS 成分の Two way coupling の影響よりモデル係数の Van Driest 減衰関数から Dynamic モデルへの影響が大きい。
4. 本研究で提案した固気混相乱流 Two Way Coupling LES における Dynamic SGS モデルの有効性および適用範囲を検証した。

(2000年3月1日受理)

参 考 文 献

- 1) 小林・谷口・戴, 乱流解析, 東京大学出版会, (1995), 67-118.
- 2) Germano, M., Piomelli, U., Moin, P., Cabot, W.H., Phys. Fluids, A 3, (1991), 1760-1765.
- 3) Yuu, S., ISAC'97 High Performance Computing on Multiphase Flows, (1997), 67-73.
- 4) 雷・谷口・小林, 生産研究, 52-4, (2000), 17-20.
- 5) Thomas. B.Gatski, M. Yousuff Hussaini, Jahn. L. Lwnley, Simulation and Modeling of Turbulent Flows, Oxford University Press, 1996.
- 6) 木田重雄ら, 乱流力学, 朝倉書店, 1999, 157-159.
- 7) Lilly, D. K., A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method. Phys. Fluids, A 4, 1992, 633.
- 8) 雷・谷口・小林, 生産研究, 52-1, (2000), 59-62.
- 9) Kulick, J.D., Fessler, J.R., Eaton, J.K., J. Fluid Mech., 277, (1994), 109-134.
- 10) 雷・谷口・小林, 生産研究, 51-1, (1999), 49-52.
- 11) 雷・谷口・小林, 第12回数値流体力学シンポジウム講演論文集, 1998, 167-168.
- 12) Taniguchi, N., Takenaka, K., Lei, K., Kobayashi, T., 3rd ASME/JSME Joint Fluids Engineering Conference, (1999), FEDSM 99-7870, (CD-ROM).