

0 方程式 RANS モデルを用いた LES の壁面モデルの構築

(チャンネル流による検証)

Construction of LES wall model by using zero equation RANS model

(Validation in channel flow)

小林 克年*・谷口 伸行*・小林 敏雄**

Katsutoshi KOBAYASHI, Nobuyuki TANIGUCHI and Toshio KOBAYASHI

1. 緒 言

壁乱流における乱流エネルギーの生成メカニズムは、壁座標値 y^+ が 5 ~ 30 の緩和層で起こっている。この領域には主流方向を軸とする、ストリークと呼ばれる主流方向渦が存在し、この渦がスウィープ、イジェクション（低速ストリーク）領域を誘発している。これら 2 つの領域では主流方向と壁垂直方向の変動速度の相関 $\overline{u_1 u_2}$ が負になり、乱流エネルギーの生成項が正になる。LES を用いて No-slip 条件で壁乱流を数値解析するとき、上に述べたメカニズムを再現するためには、壁近傍で DNS に相当する非常に多くの計算格子を必要とし、壁近傍での不十分な格子解像度は LES の計算精度に悪影響を与える。しかし工学問題のようにレイノルズ数が高く、計算領域が広がると、計算負荷の観点から No-slip 条件での LES による数値解析は非現実的になると考えられる。

LES の計算負荷を低減するための試みの一つとして壁近傍のモデル化が挙げられる。この手法は壁近傍での格子解像度が粗いことを前提に、No-Slip 条件のときのように壁近傍でのメカニズムを忠実に再現することを放棄し、その代わり壁面での壁面剪断応力は、壁面モデルを用いてできるだけ精度良く求めるものである。図 1 は縦渦の模式図を主流方向に向かって見たものであり、図中の数値は壁座標値に換算された値である。

これまでに適応されてきた壁面モデルとして、平板境界層流れ、チャンネル流などの壁近傍において、圧力勾配がゼロのときに成り立つ壁法則が挙げられる^{1), 2), 3), 4), 5)}。このモデルを壁面モデル①とすると、この手法では、粘性底層、緩和層、対数速度領域での主流方向平均速度、壁面摩擦速度、動粘性係数、壁からの距離、の関係をあらわす代数式から、壁面剪断応力を求める。これに対し、Balaras et al.⁶⁾、Cabot⁷⁾ は壁近傍を境界層方程式によりモデル化する

手法を適用している。このモデルを壁面モデル②とすると、この手法では壁近傍において境界層方程式を離散的に解くことにより、壁面剪断応力を求める。

流れ場に逆圧力勾配が生じる場合、圧力勾配がゼロであることを前提とする壁面モデル①は不適切である。しかし壁面モデル②では、境界層方程式中に圧力勾配項が含まれているため、逆圧力勾配の効果が平均速度場に陽的に入る。また逆圧力勾配下であっても、境界層方程式中の乱流渦粘性係数のモデル化を改良することにより、壁近傍での予測精度の改善が期待できる。これに関しては、非平衡型の渦粘性モデル、乱流渦粘性係数の輸送方程式をモデル化した手法の適用が考えられる。本研究では壁面モデル①、②と No-Slip 条件によりチャンネル流を検証し、壁面モデル①、②の有用性を調べる。壁面モデル①には Spalding 則を適用した。壁面モデル②に関して、乱流渦粘性係数のモデル化には、Johnson-King⁸⁾ の非平衡型モデルを平衡型にした、0 方程式モデル（以下 JK モデルと略）を適用した。

2. 支配方程式

チャンネル流の計算領域は、チャンネル半幅 H に対して、主流方向、壁垂直方向、スパン方向にそれぞれ $2\pi H \times 2H \times \pi H$ とした。この領域を LES 領域と呼ぶことにする。壁面モデル②の境界層方程式でモデル化する領域に関して、主流方向とスパン方向は LES 領域と同じ、 $2\pi H$ 、 πH とし、壁垂直方向は、壁座標値で 24.7 までとした（図 2）。この領域を RANS 領域と呼ぶことにする。壁面モデル①、②の LES 領域の格子分割数は、主流方向、壁垂直方向、スパン方向にそれぞれ $32 \times 32 \times 32$ とし、壁座標値に換算した格子解像度は、 $\Delta x^+ = 78$ 、 $\Delta y^+ = 24.7$ 、 $\Delta z^+ = 39$ となっている。壁面モデル②の RANS 領域の格子分割数は $32 \times 40 \times 32$ とした。No-Slip 条件での格子分割数は $32 \times 64 \times 32$ とし、格子解像度は、 $\Delta x^+ = 78$ 、 $\Delta y^+ = 2$ 、 $\Delta z^+ = 39$ となっている。壁面モデル①、②の LES 領域の格子分割

*東京大学生産技術研究所 第 2 部

**東京大学国際・産学共同研究センター

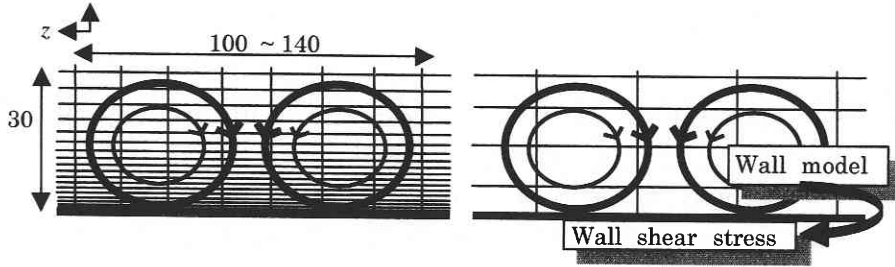


Fig. 1 Grid resolution in near wall. Left is LES with fine mesh. Right is LES with wall model.

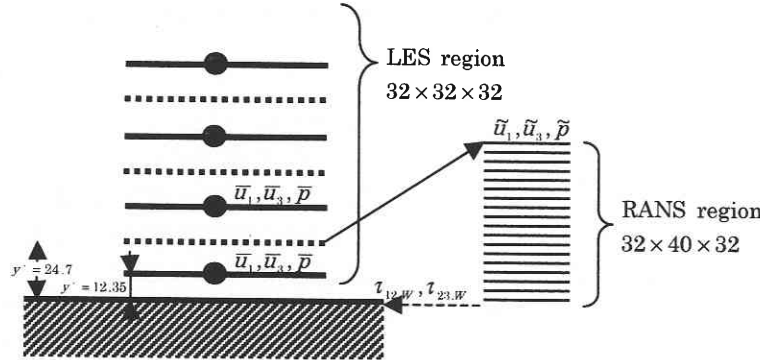


Fig. 2 Grid arrangements of LES and RANS.

数は No-Slip 条件の場合の約半分になっている。また壁面モデル①, ②に関して, 壁垂直方向の格子数を半分にした場合の検証も行った。この場合格子解像度は $\Delta y^+ = 49.4$ と粗くなっており, 壁面モデル②における RANS 領域の壁垂直方向領域は, 壁座標値で 49.4 と広がっている。

LES 領域での流れ場の支配方程式は, 瞬時のナビエ・ストークス方程式と連続の式に格子平滑化操作を施した以下の式である。

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial(\tilde{u}_j \tilde{u}_i)}{\partial x_j} = \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \delta_{ij} \dots (1)$$

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i} \dots (2)$$

添え字は $i = 1, 2, 3$ までとり, それぞれ主流方向, 壁垂直方向, スパン方向を表している。SGS 応力には以下の Smagorinsky モデルを適用した。

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3} \tau_{kk} \delta_{ij} = -2(Cs\Delta)^2 \bar{S} \bar{S}_{ij} \dots (3)$$

壁面モデル②の RANS 領域での支配方程式に関して, 主流方向とスパン方向の速度は境界層方程式から, 壁垂直方向速度は連続の式から以下のように求める。

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial(\tilde{u}_j \tilde{u}_i)}{\partial x_j} = \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_t) \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \right] + \delta_{ij} \quad i = 1, 3 \dots (4)$$

$$\tilde{u}_2 = \int_0^{x_2} \left(\frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \tilde{u}_3}{\partial x_3} \right) dx_2 \dots (5)$$

境界層方程式中に現れる乱流渦粘性係数は JK モデルを用いて以下のように表す。

$$\nu_t = \kappa y u_\tau \left[1 - \exp(-y^+ / A) \right]^2 \dots (6)$$

$$\kappa = 0.41, A = 19, y^+ = \frac{y u_\tau}{\nu} \dots (7)$$

壁面モデル①で用いられている Spalding 則は以下のような定式化になっている。

$$F(y^+, u^+) = u^+ - y^+ + \exp(-\kappa B) \left[\exp(\kappa u^+) - 1 - (\kappa u^+) - \frac{(\kappa u^+)^2}{2} - \frac{(\kappa u^+)^3}{6} \right] \dots (8)$$

$$\kappa = 0.41, B = 19, u^+ = \frac{u}{u_\tau}, y^+ = \frac{y u_\tau}{\nu} \dots (9)$$

平均速度 u を与え, 式(7)を Newton 法を用いて解くことにより壁面摩擦速度 u_τ を算出することができる。

図2より壁面モデル②の境界条件を説明する。RANS 領域の上面での境界値 $\tilde{u}_1, \tilde{u}_3, \tilde{p}$ は LES 領域の壁面からの第 1, 2 格子点での GS 値 $\bar{u}_1, \bar{u}_3, \bar{p}$ を補間して求める。よって RANS 領域での圧力は壁垂直方向に関して一定となっている。LES 領域の壁面剪断応力は RANS 領域で求めら

れた速度から算出している。

3. 計算結果

壁面モデル①, ②と No-Slip 条件の LES により, $R_\tau = 395$ のチャンネル流⁹⁾ の計算を行った。図 3, 4 に主流方向平均速度分布の結果を示す。図中のキャプションは LES-Spalding が壁面モデル①, LES-RANS が壁面モデル②, LES-Noslip が No-Slip 条件に相当する。図 3 の破線は壁面モデル②の RANS 領域での境界層方程式による予測結果を表している。No-Slip 条件が対数速度領域で過大評価しているのに対し, 壁面モデル①, ②は良い予測結果を得ている。しかし壁面モデル①, ②を比較すると, 壁面モデル②は過大評価しており, 壁面モデル①の優越性が伺える。壁面モデル②の RANS 領域に関して, 粘性低層での予測結果は DNS の値とほぼ一致しているが, LES と結合する緩和層では DNS よりも若干過大評価している。図 5, 6, 7 に壁面モデル①, ②, No-Slip 条件の GS 乱流強度の分布を示す。No-Slip 条件は主流方向乱流強度を過大評価し, 壁垂直方向, スパン方向を過小評価するという傾向が見られる。これはレイノルズ応力の再配分効果が表現できていないためである。低速ストリーク領域のスパン方向の平均間隔は壁座標値に換算して 100 ~ 140 であり (図 1), 今回の No-Slip 条件のスパン方向格子解像度 $\Delta z^+ = 39$ は不十分であったといえる。壁面モデル①, ②は No-Slip 条件よりも良い予測結果を得ている。特に壁面モデル②の主流方向の GS 乱流強度の予測結果は良い。図 8 に GS レイノルズ剪断応力の分布を示す。3 ケースとも緩和層で過小評価されているが, これは SGS 成分による寄与が考慮されていないためであり, 妥当な結果である。しかし No-Slip 条件は y^+ が 80 から 200 の領域において, DNS と同程度もしくは若干過大評価しており, 平均速度分布が合わない原因が見られる。最後に壁面モデル①, ②に関して, 壁垂直方向の格子解像度を粗くした場合の結果を説明する。図 9 に平均速度分布の結果を示す。壁面モデル①は良い結果を得ているのに対し, 壁面モデル②は過小評価されている。RANS 領域での予測結果に関して, 粘性低層, 緩和層で過大評価, LES との結合領域である対数速度領域で過小評価されている。図 10, 11 に GS 乱流強度を示す。壁面モデル①, ②ともに, 壁垂直方向, スパン方向 GS 乱流強度の過小評価は改善されるが, 主流方向 GS 乱流強度の予測精度は悪化し, 過大評価へと向かっている。

4. 結論

壁面モデル①, ②は格子数が No-Slip 条件の約半分, No-Slip 条件よりも良い予測結果を得ることができ, 壁近

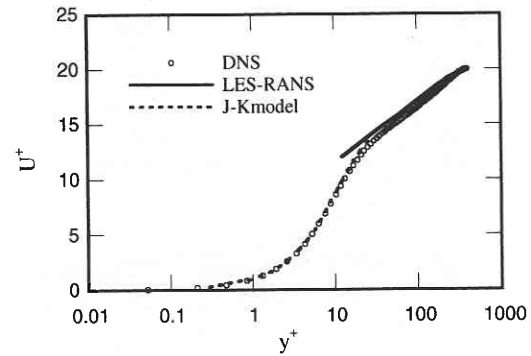


Fig. 3 Streamwise mean velocity

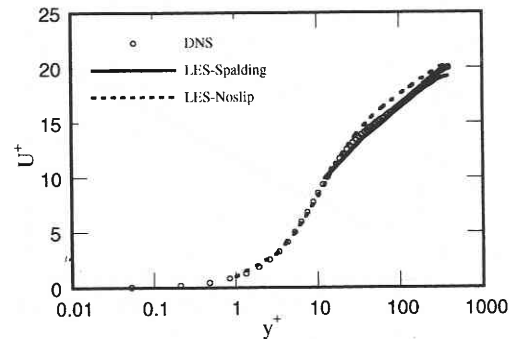


Fig. 4 Streamwise mean velocity

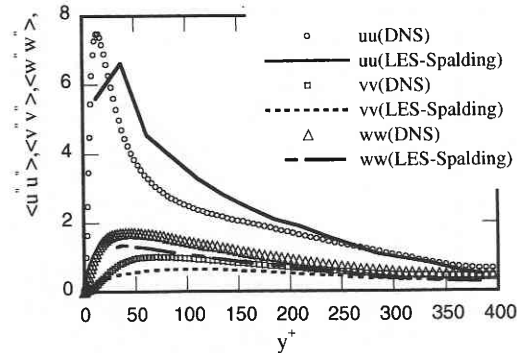


Fig. 5 GS turbulent intensity (LES-Spalding)

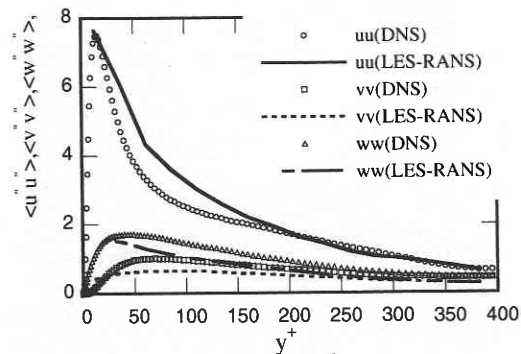


Fig. 6 GS turbulent intensity (LES-RANS)

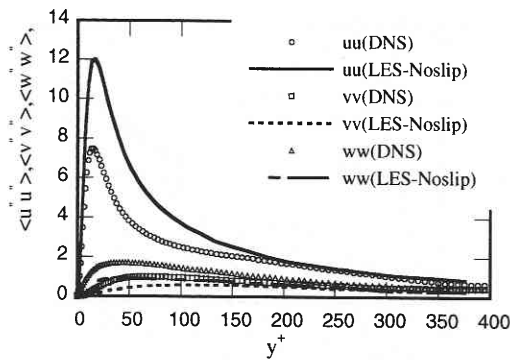


Fig. 7 GS turbulent intensity (LES-Noslip)

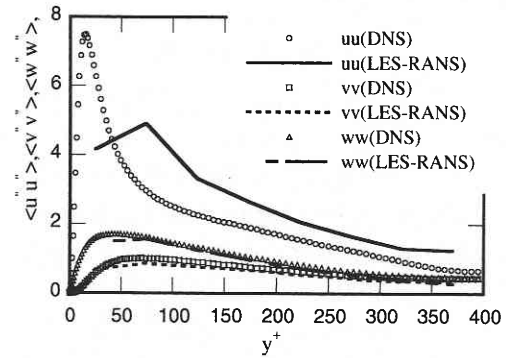


Fig. 11 GS turbulent intensity (LES-RANS coarse mesh)

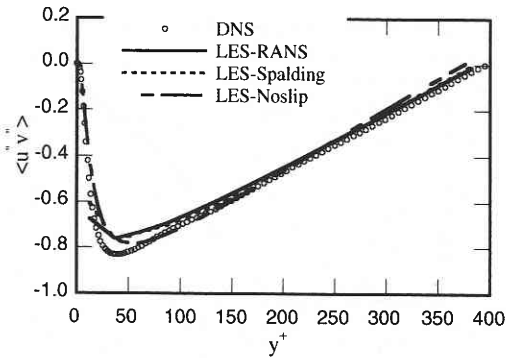


Fig. 8 GS Reynolds shear stress

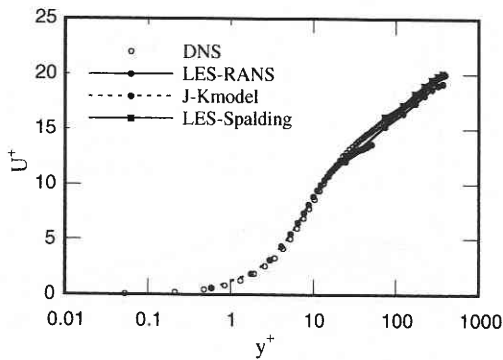


Fig. 9 Streamwise mean velocity (coarse mesh)

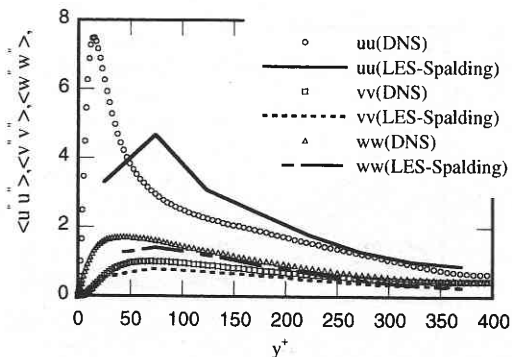


Fig. 10 GS turbulent intensity (LES-Spalding coarse mesh)

傍をモデル化する試みが有用であることがわかった。今回検証に用いたチャンネル流は、 Re 数が低く、計算領域も実際の流体機械などに見られるものに比べ広がらないが、No-Slip 条件では格子解像度が不十分であった。よって少ない格子数で十分な予測結果を得ることができた壁面モデル①、②は、計算負荷の面で、高 Re 数の LES 計算の可能性を秘めていると考えられる。しかし主流方向平均速度の予測に関して、壁面モデル②は壁面モデル①に比べ悪く、特に格子解像度を粗くすると予測精度が落ちる。これは RANS 領域が広がると今回適用した JK モデルの予測精度が落ちるためであり、改善する余地がある。

今回検証対象としたチャンネル流は壁乱流の中でも最も単純な流れ場であり、逆圧力勾配、剥離を伴うような流れ場では、壁面モデル①、②の予測精度は落ちると予想できる。よって次の課題として、逆圧力勾配下の平板境界層の検証を考えている。壁面モデル①で用いられている Spalding 則は圧力勾配がゼロであることを前提としているため、予測精度は落ちると考えられる。また壁面モデル②で用いられている平衡型の θ 方程式モデルを改良することにより、予測精度がどれだけ向上するかを検証する。

(1999年11月4日受理)

参 考 文 献

- 1) DEARDORFF, J. W., *J. Fluid Mech.*, 41 (1970), 453-480.
- 2) SHUMANN, U., *J. Comp. Phys.*, 18 (1975), 376-404.
- 3) GOTZBACH, G., *Encyclopedia of Fluid Mech.*, 6, (1987), chap34 1337-1391.
- 4) PIOMELLI, U., et al, *Phys. Fluids A*, 1, (1989), 1061-1068.
- 5) 森西洋平, 生産研究, 42-1, (1990), 47-50.
- 6) BALARAS, E., et al, *AIAA J.*, 34, (1996), 1111-1119.
- 7) CABOT, W., *Annual Research Briefs, CTR*, (1995), 41-50.
- 8) D., A. Johnson, L., S., King, *AIAA J.*, VOL.23, NO.11, 1985, 1684-1692.
- 9) KIM, J., et al., *J., Fluid Mech.*, 177, (1978), 133-166.