

数値コロモゴルフスケールを用いた SGS モデルの改良

—第 2 報 数値検証—

Reconstruction of SGS Model By Using Numerical Kolmogorov Scale
- 2nd report Verification of New SGS Model -

張 会 来*・谷 口 伸 行*・小 林 敏 雄**

H. ZHANG, Nobuyuki TANIGUCHI and Toshio KOBAYASHI

1. は じ め に

本論文では乱流 LES (Large Eddy Simulation) において瞬時場の特性を考慮した SGS (Sub-Grid Scale)モデルの改良を試みる。前報において、スマゴリンスキモデルの導出過程について再評価を試み、格子解像度スケール (Δ_R)、フィルタースケール (Δ_F)、および、数値 Kolmogorov スケール (η_N) の三つの新しいスケールを導入することによって LES 数値解の格子解像度の依存性を考慮した新しい SGS モデルとして η_N -SGS モデルを提案した。本報でその成果に基づき、 η_N -SGS モデルを実際の LES 数値解析に適用して、期待される SGS モデルとしての特性などについて検証する。

2. η_N -SGS モデルの検証

η_N -SGS モデルでは SGS 渦粘性を次式で与える。

$$\tau_{ij} = 2\nu_{SGS} \bar{S}_{ij} + \frac{1}{3}\tau_{ij}\delta_{ij};$$
$$\nu_{SGS} = (Cs\Delta)^2 \left[1 - \left(\frac{\eta_N}{\Delta_R} \right)^{4/3} \right] (2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij})^{1/2} \dots\dots\dots (1)$$

Δ_R , Δ_F , および, η_N はそれぞれ,

$$\Delta_F = \left[\left(\frac{1}{\Delta_1} \right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta_2} \right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta_3} \right)^2 \right]^{1/2}$$
$$\Delta_R = \left[\left(\frac{1}{\Delta_1} \right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta_2} \right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta_3} \right)^2 \right]^{1/2} \dots\dots\dots (2)$$
$$\eta_N = \left(\frac{\nu^2}{2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij}} \right)^{1/4}$$

モデル導出の詳細は前報を参照されたい。以下では、 η_N -SGS モデルを実際の LES 数値解析に適用して、期待される SGS モデルとしての特性などについて検証する。

*東京大学生産技術研究所 第 2 部
**東京大学国際・産学共同研究センター

2.1 一様減衰乱流

検証対象とした Comte-Bellot ら¹の一様減衰等方格子乱流の実験条件は格子乱流を作る格子サイズが $M = 5.08$ cm, Taylor micro-scale Re 数が 71.6 である。ここで計算領域サイズは $L = 6M$, 計算格子数は $32 \times 32 \times 32$ とした。図 1 に異なるスマゴリンスキ係数 C_s を用いた場合のエネルギー減衰の時間履歴を、図 2 は時間履歴の最後の時刻におけるフィルタリング処理を施した実験値と η_N -SGS モデルの計算値のエネルギースペクトルを示している。また比較を行うために、スマゴリンスキモデルの計算値も図 2 に合わせて示した。実験結果と比較することにより、前節で予想したとおり η_N -SGS モデルにおいてもスマゴリンスキ係数 C_s は従来のスマゴリンスキーモデルと同じく 0.16 ~

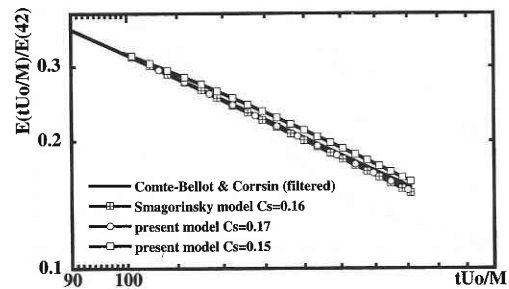


Fig 1 Time history of the GS kinetic energy in isotropic turbulent flow

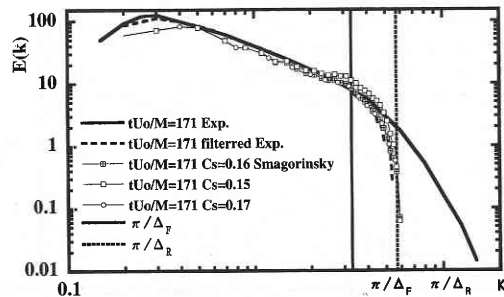


Fig 2 Compararison of three-D energy spectrum (Comte-Bellot Exp., Smagorinsky-model and the present model)

研究速報

0.17が適切といえる。また、図2には一次元フィルター波数 π/Δ_F と格子解像スケール波数 π/Δ_R を同時に示しており各スケールの関係が確認される。さらに、スマゴリンスキ係数過小の $C_s = 0.15$ では低波数成分(GS成分)のエネルギースペクトルにはほとんど変化が見られないが、高波数成分(IGS成分)のエネルギースペクトルに若干のオーバーシュートが現れ、これは従来のスマゴリンスキモデルの結果と矛盾しない。

2.2 チャンネル乱流

第2の対象としてチャンネル乱流を取り上げる。Re数(壁面摩擦速度 u_τ とチャンネル高さ $2H$) $Re\tau = 360$ と $Re\tau = 1280$ の2ケースにより検証した。格子依存性をチェックするために、低Re数ケース($Re\tau = 360$)に対して2種類の格子 $y^+ = 0.75$ (第一格子点から壁までの距離)、

$y^+ = 0.35$ を、また、ケース3として高Re数 $Re\tau = 1280$ には $y^+ = 1.30$ の格子を適用した。表1にこれらのケースの計算条件が示されている。 η_N -SGSモデルでは一様減衰乱流で最適化したスマゴリンスキ定数 $C_s = 0.17$ をチャンネル乱流にもそのまま適用していることに注目されたい。

計算結果は、低Re数に対してはKimら³、高Re数に対してはMoserら⁴のDNS結果と比較検証する。また、従来のLES例としてスマゴリンスキモデルおよび坪倉らのDynamic SGSモデルによる結果¹⁸を参照した。図3に低Re数の両ケース(case1, 2)を、および、図4に高Re数(case3)の結果をそれぞれ示す。計算結果から、3つのケースともスマゴリンスキモデルの $C_s = 0.1$ の結果と同程度にDNS結果を近似する。

渦粘性係数についてみると(図5)、 η_N -SGSモデルは流

Table1 Condition of channel flow

	Reynolds number	First grid to wall (y^+)	grid number	time step Δt^*	Statistic time	domain size	C_s
Case-1	360	0.35	$38 \times 64 \times 32$	0.0005	20	$2\pi H \times 2H \times \pi H$	0.17
Case-2	360	0.75	$38 \times 64 \times 32$	0.0005	20	$2\pi H \times 2H \times \pi H$	0.17
Case-3	1280	1.30	$38 \times 64 \times 32$	0.0005	20	$2\pi H \times 2H \times \pi H/2$	0.17
Smagorinsky	360	0.35	$38 \times 64 \times 32$	0.0005	20	$2\pi H \times 2H \times \pi H$	0.10
Smagorinsky	1280	1.30	$38 \times 64 \times 32$	0.0005	20	$2\pi H \times 2H \times \pi H/2$	0.10
Dynamic	360	1.00	$32 \times 64 \times 32$	0.0005	20	$2\pi H \times 2H \times \pi H$	—

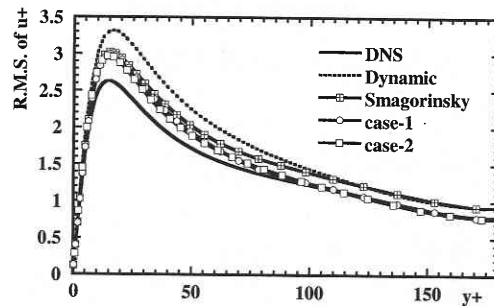
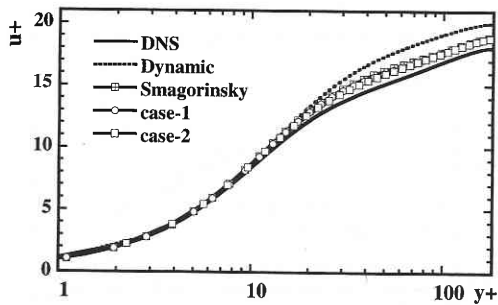


Fig 3 Stream wise mean velocity and intensities of case-1 and case-2 ($Re\tau = 360$)

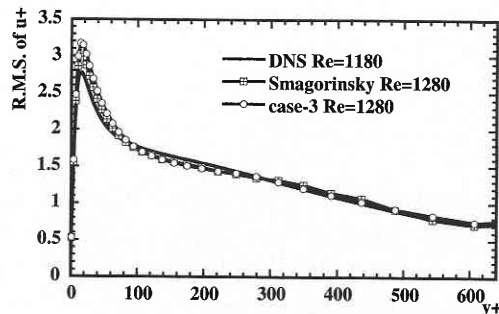
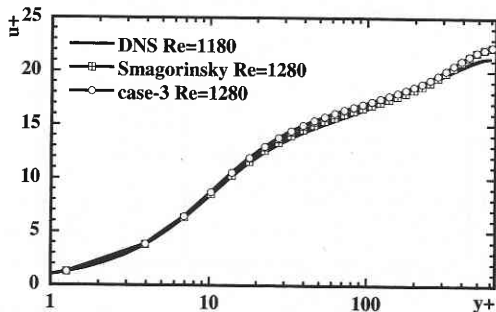


Fig 4 Stream wise mean velocity and intensities of case-3 ($Re\tau = 1280$)

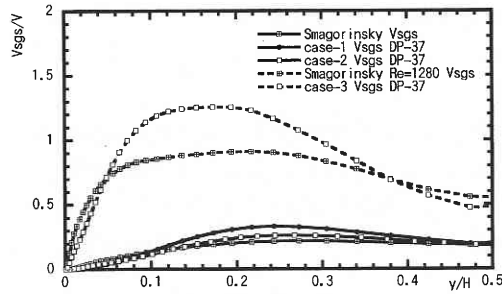


Fig 5 Averaged coefficient profile:

れ中心部と粘性低層域ではスマゴリンスキモデルとほぼ一致し、対数領域で若干大きな渦粘性を予測する。この結果は Dynamic SGS による予測分布と似ているが、Dynamic SGS モデルにおいて低レイノルズ数ケースで見られる平均速度と主流乱流強度の過大評価は、 η_N -SGS モデルでは現れない。 η_N -SGS ではスマゴリンスキ定数を普遍として実質的なモデル係数 $c=c_3^2 \left[1 - \left(\frac{\eta_N}{\Delta_R}\right)^{1/3}\right]$ が局所瞬時の格子解像度に適合してダイナミック的に調整することが利点であるが、Dynamic SGS と比較しても適切な値を与えている。

2.3. チャンネル乱流の条件平均場²²におけるエネルギーの順伝達と逆伝達のイベント

ケース 2 の計算条件を用いてチャンネル乱流の条件付平均によってエネルギーの伝達を伴うイベントが検出できるかどうかを試みる。エネルギーの伝達は GS 成分から SGS 成分へのエネルギー順流 (Forward Scatter) と SGS 成分から GS 成分への逆流 (Backward Scatter) からなり、それに対応して η_N -SGS モデルで表示する散逸率は 2 つの項に分けられる。すなわち、

エネルギーカスケードとして働く項：

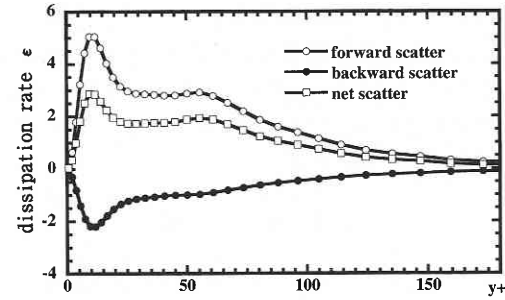
$$\epsilon^{inter+} = f_\mu C_s^2 \Delta_F^2 (2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij})^{3/2}$$

エネルギー逆カスケードとして働く項：

$$\epsilon^{inter-} = - \left(\frac{\eta_N}{\Delta_R}\right)^{4/3} f_\mu C_s^2 \Delta_F^2 (2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij})^{3/2}$$

ここでトータルの散逸率 ($\epsilon^{net} = \epsilon^{inter+} + \epsilon^{inter-}$) が負になる場合 ($\epsilon^{NET} < 0$) にその場所で Backward Scatter 現象が起きていると判断する。図 6 に上述 3 つの量 ϵ^{net} , ϵ^{inter+} , ϵ^{inter-} の統計平均分布を示す。Forward Scatter 項と Backward Scatter 項は同じオーダーであり、バッファ領域においては強い Forward Scatter と強い Backward Scatter が同時に現れ、最大値が $y^+ = 12$ のところに生じている。これは DNS 結果^{5,6} から指摘された特徴と一致する。

Backscatter 現象と局所流れ場との関連について、Hartel ら⁶ は、バッファ領域に強い backscatter 現象とともに強い Shear Layer が現れると主張している。また、Piomelli ら⁷ は

Fig 6 Mean eddy-viscosity dissipation rate of case-2, The peak value of three term locate at $y^+ = 12$

強い逆カスケードとともに Quasi-Stream 面に “Lifted Shear Layers” が、Quasi-Second 面に “Sweeps” のイベントが現れると主張している。そこで、 η_N -SGS モデルにより上述のイベントが検出されるかどうかを確認するために、次の条件を満たす点を抽出し、これを条件平均場の中心として、チャンネルの条件平均場を作る。条件平均場の変動成分として $u' = u - \bar{u}$ を、平均成分として平面平均を定義する。

条件—B : $\min(\epsilon^{inter-})$

条件—Bc : $\min(\epsilon^{NET} < 0)$

演算子 “min” は最小値を取ることを意味する。DNS での計算条件と一致させるために $y^+ = 14$ の平面に検出点を設置した。

ここで、条件—B は “Sweep” と “Lifted-Shear” イベントを探すために、DNS 結果からの検出と同様に Backward Scatter 項の最大絶対値を判定条件として使っている。しかしこの条件は、平均歪み速度平方 ($2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij}$) の最大値を取ることと同じ条件となり、 η_N -SGS モデルの Backward Scatter 現象の判断基準とは異なる。一方、二番目の条件—Bc は η_N -SGS モデルの Backward Scatter 現象の判断基準に従ったものであり、Backward Scatter 現象が起きる位置をより適切に示すと期待できる。

図 7, 8 に 2 つ条件での Quasi-Stream 面 (x - y)、および Quasi-Second 面 (y - z) の条件平均速度分布を示している。各図中で実線交差点が検出点である。Quasi-Stream 面 (x - y) では、条件—B の場合 (a) は検出点周囲に “Lifted-Shear” が検出されるが、条件—Bc の場合 (b) は “Lifted-Shear” ではなく “底層 Shear” が検出されている。Quasi-Second 面 (y - z) にはいずれの条件でも検出点上に “Sweeps” が検出されており条件—Bc ではより明確かつ壁面に近い領域で見られることから、この “底層 Shear” は “Sweeps” による壁面近傍の加速を表すものと思われる。検査点周囲の流れ場を 3 次的に観察すると、同一のイベントに対して条件 Bc は “Sweeps” が主体の前半部を、条件—B は “Lifted-Shear” が主体の後半部をそれぞれ捉えていると推

研 究 速 報
 定される。また、backscatter 現象としては、条件-B は Quasi-Second 面速度の接点を、条件-Bc は “Sweeps” の最大点を指示していると思われる。これらは DNS 結果からの指摘には取り上げられていないメカニズムであり興味深い問題として残される。

3. 結 論 と 討 議

この研究ではスマゴリンスキモデルの欠点を取り上げ、スマゴリンスキモデルを再構築した。格子解像度スケール (Δ_R)、一次元フィルターサイズ (Δ_F) と数値 Kolmogorov スケール (η_N) の三つの新しいスケールを導入することによって格子解像度の影響を考慮した SGS モデルとして、新たに η_N -SGS モデルを提案した。さらに、 η_N -SGS モデルを LES 数値解析に適用した数値検証から次のことが明らかになった。

- 1) 一様等方乱流とチャンネル乱流の両者に対して普遍的なスマゴリンスキ係数 $C_s \sim 0.17$ が得られた。いずれの乱流場においてもスマゴリンスキーと同等の予測精度を持つ。
- 2) 実質的なモデル係数 $c = c_s \left[1 - \left(\frac{\eta_N}{\Delta_R} \right)^{10} \right]$ が流れ場の状況に応じてダイナミックに調整されるが、数値計算上に不安定な数値振動や発散傾向は生じず、Dynamic SGS で要求されるような平均化手法の必要はない。
- 3) このモデルは局所瞬時的な負散逸を予測することができる。チャンネル乱流の LES 解析結果を条件付平均により分析すると、DNS 結果から指摘されている “Lifted Shear Layers” や “Sweeps” などの Backward Scatter 現象に特有の構造を捉えており、Backward Scatter 現象の

物理モデルとしても有望といえる。

謝 辞

本研究は文部省科学研究費 (No.10217135) の助成を受け行われた。また、東京工業大学の坪倉誠博士には LES 計算上の沢山の教えを頂きましたことに、ここで心よりご謝意を表します。
 (1999年11月17日受理)

参 考 文 献

- 1) G. Comte-Bellot and S. Corssin, “Simple Eulerian time correlation of full-and narrow-band velocity signals in grid-generated, ‘isotropic’ turbulence” J. Fluid Mech.48, pp. 273 (1971).
- 2) J. Kim, P. Moin, and R. Moser, “Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number” J. Fluid Mech., Vol.177, pp. 133-166 (1987).
- 3) R. D. Moser, J. Kim and N. N. Mansour, “Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to $Re\tau = 590$,” Phys. Fluids vol. 11(4), pp. 943-945. (1999).
- 4) M. Tsubokura, “Large Eddy Simulation of Plane Impinging Jet Turbulent Flow” Univ. of Tokyo, Ph.D. Thesis, 1996. 3.
- 5) K. Horiuti, “Backward Scatter of Subgrid-Scale Energy in Wall-Bounded and Free Shear Turbulence” Journal of the Physical Society of Japan Vol. 66, No. 1 p. 91-107 (1997).
- 6) C. Hartel, L. Kleiser, U. Friedemann and R. Friedrich, “Subgrid-scale energy transfer in the near-wall region of turbulent flows” Phys. Fluid 6(9) pp. 3130 (1994).
- 7) U. Piomelli, Y. Yunfang, and R. J. Adrian, “Subgrid-scale energy transfer and near-wall turbulence structure” Phys. Fluids 31, pp. 1884-91 (1996).
- 8) H. L. ZHANG, “Large Eddy Simulation of In-Cylinder Flow” Univ. of Tokyo, Ph.D. Thesis, 1999.

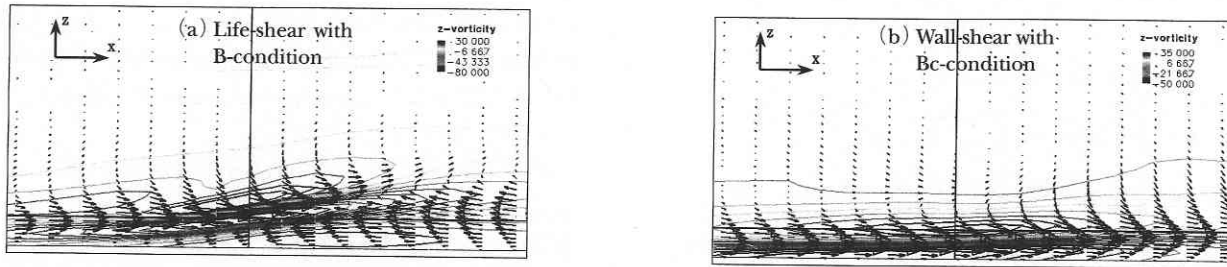


Fig 7 (a, b) Lifted-shear and wall shear in x-y plane, the cross-point is detection point at $y^+ = 14$

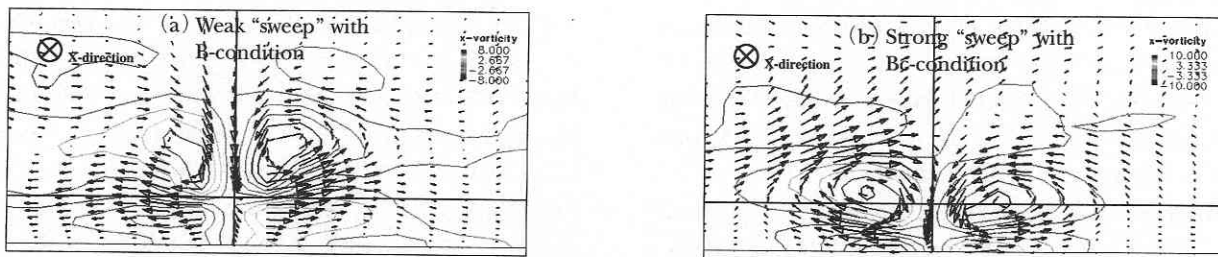


Fig 8 (a, b) Weak “sweep” and strong “sweep” in y-z plane, the cross-point is detection point at $y^+ = 14$