

SGS 乱流応力, 及び乱流スカラー流束輸送方程式の生成項 に着目した LES モデリング

—第 2 報 浮力効果の考慮と不安定成層チャンネル乱流における評価—

LES modeling considering the production term of SGS turbulent stress and scalar flux transport equations.

—Part 2 Modeling of the buoyant effect and its assessment on unstably stratified turbulent channel flow—

坪 倉 誠*・小林 敏雄**・谷 口 伸 行***

Makoto, TSUBOKURA, Toshio KOBAYASHI and Nobuyuki TANIGUCHI

1. 緒 言

乱流場に浮力や回転力といった外力が働く場合、外力が働かない場合と比較して、特異な渦構造が現れる事が知られている。レイノルズ平均モデルを用いた場合、乱流の全ての波数に渡るモデル化が必要な為、特に外力が働く場合の外力項の効果のモデルへの考慮は重要であるが容易ではなかった。LES においては流れ場の特徴的な渦については直接運動方程式を解いて解析される為、この種の外力場に対する予測に対してはレイノルズ平均モデルと比較してその優位性が示されている。即ち、十分な格子をして外力項の影響を直接 GS 成分で捕らえる事で、比較的良好な結果を得ることができる。しかし、大気乱流等の高レイノルズ数乱流を考慮した場合は最小格子スケールが SGS 成分においても外力項の効果を見逃す程には小さく取ることができなく、この結果、外力の効果の SGS モデルへの考慮が必要となる。

この種の SGS モデルに対する外力の効果の考慮については浮力場については幾つかモデル化が提案されている(例えば Eidson¹⁾) が、多くは渦粘性係数の長さスケールを安定度に応じて修正するものが多く、特に格子が粗い場合に、浮力効果により現れる非等方的な渦がこの種の等方型渦粘性モデルで再現できるとは考えにくい。またこのようなスマゴリンスキーモデルの修正型モデルは SGS のエネルギーの生成と散逸の釣り合い等の仮定を用いるため、これに準じたモデル化は、外力項が直接乱流エネルギーの生成に寄与しないような回転場等には適用する事はできない。

一方、外力効果を統一的に扱えるモデルとしては SGS

乱流応力や乱流スカラー流束の輸送方程式を直接、もしくは代数的に解く方法が提案されている(例えば Shimomura²⁾)。ただしこの種の乱流応力の輸送方程式を直接解くモデルは、モデル係数を多数含み、計算負荷も比較的大きいという欠点を有する。

第一報において、我々は SGS 乱流応力および乱流スカラー流束の輸送方程式の生成項のみに着目して SGS 乱流応力、スカラー流束のモデル化を行い、既存のスマゴリンスキー型渦粘性、渦拡散モデルに対する有用性を示した。

本報においてはこのモデル化手法の拡張として、浮力が働く乱流場に対する浮力効果の SGS モデルへの考慮を試み、その有用性を不安定成層チャンネル乱流に適用する事で検討する。

2. SGS モデリング

流れ場に外力 f_i が働く場合、SGS 乱流応力輸送方程式の生成項は、GS 速度勾配による生成と、外力による生成で構成され、次のように表すことができる。

$$P_{ij} = -\tau(u_j, u_k) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} - \tau(u_j, u_k) \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_k} + \tau(f_i, u_j) + \tau(f_i, u_i) \quad (1)$$

ここで、右辺第三、四項が外力による生成を表している。同様に、SGS スカラー流束輸送方程式の生成項は、次に示す、GS 速度勾配、GS スカラー勾配および外力による項により構成される。

$$P_i^\theta = -\tau(u_k, \theta) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} - \tau(u_i, u_k) \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_k} + \tau(f_i, \theta) \quad \dots \dots (2)$$

右辺第三項が外力による生成を表している。ここに $\tau(a, b)$ はフィルタ操作($\bar{\quad}$)に対する二次のモーメント、 $\tau(a, b) = \overline{ab} - \bar{a}\bar{b}$ を表す。ここでは特に SGS における運動の相互作用のみを考慮して、

$$\tau(u_i, u_j) \approx \overline{u_i u_j} \quad \dots \dots (3)$$

*東京工業大学大学院総合理工学研究科

**東京大学国際・産学共同研究センター

***東京大学生産技術研究所第 2 部

研究速報

$$\tau(u_i, \theta) \approx \overline{u_i \theta} \dots\dots\dots (4)$$

と、レイノルズ項のモデル化にのみ注目する。前報においては Yoshizawa ら³⁾の手法に従い、SGS 応力のモデル化に対して、(1)式の第一、二項に適当な時間スケールを乗じ、生成項に含まれる SGS 応力に対して等方性を仮定する事で、等方型渦粘性モデルを、SGS スカラー流束のモデル化に対しても同様に、(2)式の第一、二項に時間スケールを乗じ、等方性を仮定する事で等方型渦拡散モデルを導出した。本報においてはこの手法を踏襲し、SGS 応力、スカラー流束に対する外力の生成項を含んだ形で時間スケールを乗じ、SGS のモデル化に外力の効果を導入する。

このとき、時間スケールに対して前報に用いたを本報でも採用し、各生成項に含まれる二次のモーメントに対して、Bardina⁴⁾によるスケール相似則モデルを適用すると、SGS 応力、スカラー流束に対して次のようなモデル化ができる。

$$\begin{aligned} \tau(u_i, u_j) &- \frac{1}{3} \delta_{ij} \tau(u_k, u_k) \\ &= C / |\bar{S}| \left\{ -\frac{2}{3} (\bar{u}_k - \bar{u}_k) (\bar{u}_k - \bar{u}_k) \bar{S}_{ij} \right. \\ &\quad \left. + (\bar{f}_i - \bar{f}_i) (\bar{u}_j - \bar{u}_j) + (\bar{f}_j - \bar{f}_j) (\bar{u}_i - \bar{u}_i) \right\} \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau(u_i, \theta) \\ &= C_\theta / |\bar{S}| \left\{ -\frac{1}{3} (\bar{u}_k - \bar{u}_k) (\bar{u}_k - \bar{u}_k) \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_i} + (\bar{f}_i - \bar{f}_i) (\bar{\theta} - \bar{\theta}) \right\} \dots\dots (6) \end{aligned}$$

ここで、スケール相似則モデルに含まれるモデル係数や時間スケールに含まれると考えられるモデル係数は全て各式中の唯一のモデル係数、C 及び C_θ に含まれるとする。

外力による生成項のスケール相似則モデルによるモデル化の定式上、これらのモデルはコリオリ力、浮力、ローレンツ力といった外力項が流れ場の物理量に対して線形に記述できる場に対しては統一的に適用が可能である。

本報では特に外力として浮力が作用した場合を考え、モデルの評価を行う。Boussinesq 近似を仮定した流れ場の浮力は次のように与えられる。

$$f_i = \beta \theta g_i \dots\dots\dots (7)$$

ここで、βは体膨張率、θは温度変化、g_iは重力加速度ベクトルである。このとき、(5)式、(6)式は次のように与えられる。

$$\begin{aligned} \tau(u_i, u_j) &- \frac{1}{3} \delta_{ij} \tau(u_k, u_k) \\ &= C / |\bar{S}| \left\{ -\frac{2}{3} (\bar{u}_k - \bar{u}_k) (\bar{u}_k - \bar{u}_k) \bar{S}_{ij} \right. \\ &\quad \left. + \beta g_i (\bar{\theta} - \bar{\theta}) (\bar{u}_j - \bar{u}_j) + \beta g_j (\bar{\theta} - \bar{\theta}) (\bar{u}_i - \bar{u}_i) \right\} \dots \text{IB モデル} (8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau(u_i, \theta) \\ &= C_\theta / |\bar{S}| \left\{ -\frac{1}{3} (\bar{u}_k - \bar{u}_k) (\bar{u}_k - \bar{u}_k) \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_i} + \beta g_i (\bar{\theta} - \bar{\theta}) (\bar{\theta} - \bar{\theta}) \right\} \\ &\dots\dots\dots \text{ISB モデル} (9) \end{aligned}$$

(8)式を IB モデル (Isotropic model with Buoyancy effect)、(9)式を ISB モデル (Isotropic model for Scalar with Buoyancy effect) とし、浮力効果を含まない、

$$\begin{aligned} \tau(u_i, u_j) &- \frac{1}{3} \delta_{ij} \tau(u_k, u_k) \\ &= -\frac{2}{3} \left\{ C (\bar{u}_k - \bar{u}_k) (\bar{u}_k - \bar{u}_k) / |\bar{S}| \right\} \bar{S}_{ij} \dots\dots\dots \text{I モデル} (10) \end{aligned}$$

$$\tau(u_i, \theta) = -\frac{1}{3} \left\{ C_\theta (\bar{u}_k - \bar{u}_k) (\bar{u}_k - \bar{u}_k) / |\bar{S}| \right\} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_i} \dots \text{IS モデル} (11)$$

との比較を行う。浮力が働かない場に対する I モデル、IS モデルの、スマゴリンスキー型モデルと比較した場合の有用性については前報にした。

モデル中の係数については Germano ら⁵⁾により提唱され、Lilly により修正されたダイナミック SGS モデルの手法を適用する。この際、スケール相似則モデルを用いた部分のダイナミック SGS モデルの定式化に際しては Vreman ら⁶⁾により提唱されている定式化を用いている。

3. 数値解析手法

前述の I、IS モデルの組み合わせ (I-IS モデル) と IB、ISB モデルの組み合わせ (IB-ISB モデル) を不安定成層チャネル乱流に適用し、その有用性を検討する。レイノルズ数は Iida and Kasagi⁷⁾ の DNS に合わせて壁面摩擦速度とチャネル半幅で無次元化して 150、プラントル数は 0.71 とする。解析領域は流れ方向、壁に垂直方向、スパン方向をそれぞれ x、y、z 方向とし、それぞれ x = 6π、y = 2、z = 2.4π とする。このとき、流れ方向の格子幅は、スパン方向は Δz⁺ = 35.3 とする。用いた格子数はそれぞれ 32、64、32 である。上下壁面には温度差 ΔT を与えており、y 軸に対して下壁面が高温側である。

重力加速度は (0, -1, 0) 方向にかけられており、この結果、不安定成層となる。グラスホッフ数は Gr = gβΔT(2δ)³/ν² = 1.3 x 10⁶ である (ただし、νは動粘性係数である)。数値解析手法、差分法による陽的フィルタ操作の手法については既報⁸⁾、前報を参照されたい。なお、モ

デル係数のダイナミックモデルによる導出の際には、数値不安定性を回避する為に、 x および z 方向に平均操作が施される。

なお、計算の初期値は充分発達した $Gr = 0$ (浮力なし) の結果を用い、ここから $Gr = 1.3 \times 10^6$ の条件での発達解を得るため、それぞれのモデルに対して無次元時間 (摩擦速度とチャンネル半幅) で 80 まで計算を進め、さらに 40 時間分のデータから統計量を算出した。流れ場の発達の判断は流量をモニターする事で判断した。ここで統計時間は前報の浮力を含まないチャンネル乱流の場合の二倍とられているが、その理由は不安定成層チャンネル乱流の場合、流量に対して $\pm 3\%$ 程度の長周期の変動が観察された為である。浮力が働かない場合、このような長周期の流量変動は観察されなかった事を付記しておく。この種の長期変動は浮力場に特有な熱ブルーム等の構造や解析領域等に依存する可能性もあり、さらなる研究が必要であると思われる。

4. 解析結果

図 1 に主流方向平均流速を示す。図 2 に平均スカラー分布を示す。両図において壁面近傍領域における LES と DNS の一致は良好であるが、 $y^+ = 10$ より大きい領域で、LES の結果は DNS の結果を過小評価しているのがわかる。ただし浮力の効果を考慮した IB-ISB モデルは I-IS モデルの組み合わせと比較して、改善された結果を示している。

図 3 と 4 に GS 乱流強度分布を示す。特に、図 3 に観られる $y^+ = 15$ 付近のピーク値や、図 4 に観られる壁面垂直方向乱流強度の $y^+ = 50$ より離れた領域での、IB-ISB モデルの、I-IS モデルに対する有用性が顕著に観察される。図 5 に GS スカラー変動の自乗平均値を示す。特に壁面からやや離れた $y^+ = 50$ より大きい領域、即ち浮力による生成の効果が大きいと思われる領域で、IB-ISB モデルの改善が顕著である。スパン方向乱流強度は反対に I-IS モデルが IB-ISB モデルと比較して良い結果を示している

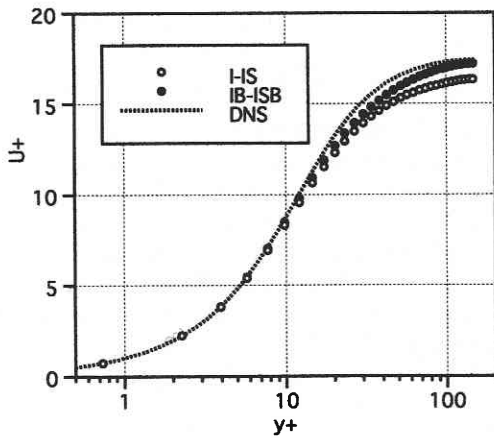


図 1 流れ方向平均流速

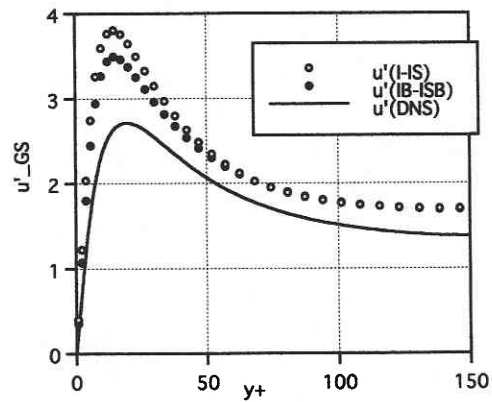


図 3 流れ方向 GS 乱流強度

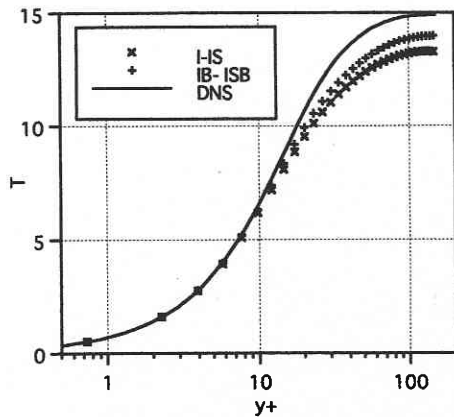


図 2 平均スカラー分布

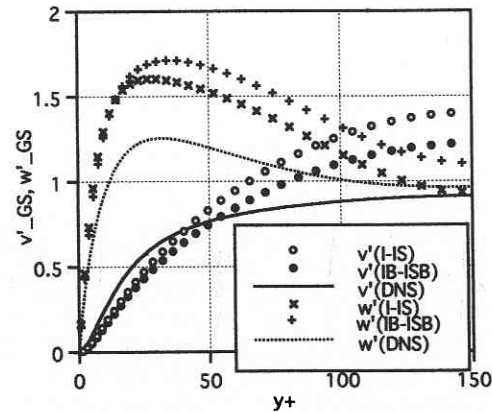


図 4 壁垂直方向・スパン方向 GS 乱流強度

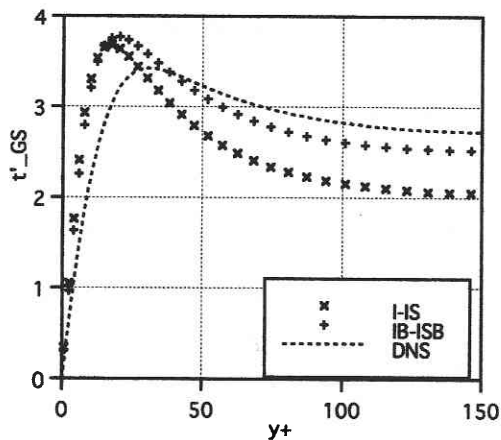


図5 GSスカラー変動のRMS

が、全体的には浮力の効果を考慮したIB-ISBモデルがI-ISモデルと比較して改善された予測をしたと言える。

5. 結論と考察

SGS応力、並びにスカラー流束の輸送方程式の生成項を考慮する事で外力効果を組み込んだモデル化を行った。提案したモデルを不安定成層チャンネル乱流に適用し、その有用性を調べた。結果、予測された統計量は、平均値、変動値共に、浮力効果を考慮しないモデルと比較して、改善された。

平均値については流速、スカラー値共、浮力の生成が比較的大きいと考えられる壁から離れた領域 ($y^+ > 40$) で改善された結果を示した。変動値についてはスカラー変動については同様にこの領域で大きな改善が観られた。一方速度変動については、浮力の生成が直接働く垂直方向乱流

強度については改善が観られたが、スパン方向乱流強度については逆に浮力を考慮したモデルが悪い結果を示した。このとき、この領域で流れ方向についての乱流強度についてはモデル間の変化がなかった事から、本研究で提案した浮力効果の考慮の方向が、非等方的な効果を再現はしているものの、再分配効果についての効果も考慮する必要性を示唆していると考えられる。

浮力場については特に安定成層についてのモデル化が困難な事が知られており、今後、提案したモデルを安定成層に適用し、その有用性について検討したい。

また本研究は剪断が支配的な乱流場に対する浮力効果の考慮を前提としてモデル化がなされているが(時間スケールの設定等)、今後はRayleigh-Benard対流等の浮力が支配的な乱流場に対する有用性についても検討したい。

謝 辞

本解析で用いた運動量エネルギー保存スキームの適用に当り、解析コードを森西洋平博士から御提供頂いた。ここに感謝の意を表す。

(1999年10月19日受理)

参 考 文 献

- 1) T. Eidson, J. Fluid Mech. Vol. 158 (1985), pp. 245-268.
- 2) Y. Shimomura, J. Phys. Soc. Jpn. 63 (1994), pp. 5.
- 3) A. Yoshizawa et al., Phys. Fluids 8 (1996), pp. 2554-2556.
- 4) J. Bardina et al., Rept. No. TF-19 (1983), Stanford Univ.
- 5) M. Germano et al., Phys. Fluids A 3 (1991), pp. 1760-1765.
- 6) B. Vreman et al., Phys. Fluids 6 (1994), pp. 4057-4059.
- 7) O. Iida and N. Kasagi, J. Heat Transfer, Trans. ASME 119 (1997), pp. 53.
- 8) 坪倉ら, 生産研究 50-1 (1998), pp. 23-26.