

Two Way Coupling によるチャネル固気混相乱流の LES

LES of Particle-Laden Turbulent Channel Flow using Two Way Coupling

雷 康 斌*・谷 口 伸 行*・小 林 敏 雄**

Kangbin LEI, Nobuyuki TANIGUCHI and Toshio KOBAYASHI

1. 緒 言

固気混相乱流において、粒子の存在による乱流変動や気流の乱れの粒子運動への影響は伝熱や物質輸送などに大きな影響を及ぼすが、その物理的な機構の解明は依然課題として残されている。近年では単相流の分野で DNS や LES などの乱流数値解析法が発達し、それに伴い固気混相流の分野でも乱流変動問題や乱流中の粒子運動に対して乱流数値解析法を適用するシミュレーションが盛んになされるようになってきた。特に連続相の解析に非定常、高 Reynolds 数の乱流場に対する最も有力な Large Eddy Simulation を用い、分散相の解析には個々粒子の動きを決定する Lagrangian Method を用いる手法が脚光を浴びている。固気混相壁乱流では Rouson と Eaton の DNS¹⁾ や Wang と Squire の LES²⁾ が報告されているが、どちらも One Way Coupling を用いており気流の乱れ変化については調べられていない。最近、Yamamoto と Tsuji ら³⁾ や Portela ら⁴⁾ によって GS 成分の Two Way Coupling を考慮したチャネルの LES が行われ、また、SGS 成分の Two Way Coupling の影響についても Yuu ら⁵⁾ が固気噴流の LES 解析を報告している。

本研究では、Yuu らの提案した Two Way Coupling SGS Model を用いて Kulick ら⁶⁾ の実験を対象として、LES 数値解析を行った。計算より得られた気流乱れ強度やエネルギー変化などの統計量について解析を行い、粒子の特性による気流の乱れ成分への影響と SGS Model の影響について調べた。

2. 粒子運動の計算

本計算において対象とするのは、気体中に微固体粒子が希薄に分散する流れで、粒子の体積率が十分に小さい (10^{-5} order) 場合には (Elghobashi⁷⁾) 粒子同士の衝突を無視することができる。固体粒子スケールが乱流の最小長さ

スケールより小さいので、粒子については回転運動を無視し、並進運動だけを考慮する。また気体と固体粒子の密度比も非常に小さい (10^4 order) ことから、粒子に働く外力については、付加慣性力、浮力、Basset 履歴力、Staffman 揚力、Magnus 力などを無視し、Stokes の抗力と重力のみを考えると、粒子の並進運動方程式は次式で与えられる。

$$\frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = \frac{f(\mathbf{v}_i - \mathbf{u}_i)}{\tau_p} + g_i \delta_{ii} \dots \dots \dots (1)$$

$$\tau_p = \frac{\rho_p d_p^2}{\rho_f 18\nu} \quad \text{粒子運動緩和時間}$$

$$f = 1 + 0.15 \text{Re}_p^{0.687} \text{Stokes 近似修正係数}$$

($\text{Re}_p < 800$, Schiller & Naumann ら⁸⁾)

$$\text{Re}_p = \frac{d_p |\mathbf{v} - \mathbf{u}|}{\nu} \quad \text{粒子 Re 数}$$

3. 流体運動の計算

流体計算においては、粒子からの作用を粒子の流体から受ける抗力の反力として評価し、運動方程式の Source Term 項に加える。この Source Term 項の扱いに関しては、Crowe ら⁹⁾ の PSI-Cell (Particle Source In Cell) Model の考え方を用いる。

3.1 粒子の影響を考慮した非圧縮性流体の運動方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) &= -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\mu}{\rho_f} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{1}{\rho_f \Delta V} \sum_p^n \frac{f m_p (u_i - u_{pi})}{\tau_p} \\ &\equiv -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\mu}{\rho_f} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} - nF(u_i - u_{pi}) \end{aligned} \quad (2)$$

ここに Re_p 、 τ_p 及び f は、粒子の運動により定義される。 ρ_f —気体の密度、 ρ_p —粒子の物質密度、 ΔV —コントロールボリューム体積、 d_p —粒子直径、 n —体積内 ΔV の粒子数、 n —単位体積当たりの粒子数

$$m_p = \frac{\pi \rho_p d_p^3}{6} \quad \text{—粒子質量, } F = \frac{3\pi \mu d_p f}{\rho_f} \quad \text{—係数}$$

*東京大学生産技術研究所 第2部

**東京大学国際・産学共同研究センター

研 究 速 報

3.2 流れ場のGS成分

LESでは上記の基礎式に空間Grid filter操作を行うことによりGS成分の運動方程式を導出する.ここでは乱流の小スケール空間平均操作においてLeonard項とCross項を無視した.

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\mu}{\rho_f} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} - F \left[N(\bar{u}_i - \bar{u}_{pi}) + \overline{n' u_i} - \overline{n' u_{pi}} \right] \quad (3)$$

- $\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j$ 一流体のSGS応力成分
- $\overline{n' u_i}$ 一流体乱流変動による粒子の拡散Flux項
- $\overline{n' u_{pi}}$ 一粒子変動速度による粒子の拡散Flux項
- $N = \frac{\bar{n}_p}{\Delta V}$ 一粒子の空間平均数密度

4. 乱流SGS成分拡散項のモデリング

4.1 粒子拡散項のモデル化

$$\overline{n' u_i} = -v_{TS} \frac{\partial N}{\partial x_i} \dots \dots \dots (4)$$

v_{TS} 一流体のスカラー量乱流拡散係数

$$\overline{n' u_{pi}} = -v_{TP} \frac{\partial N}{\partial x_i} \dots \dots \dots (5)$$

v_{TP} 一粒子の乱流拡散係数

$$v_{TS} = \frac{v_T}{\sigma_s} \dots \dots \dots (6)$$

- v_T 一流体の運動量乱流拡散係数
- σ_s Schmit数
- N 一粒子平均数密度.

4.2 粒子の乱流拡散係数 v_{TP} のモデル化

Hinze¹⁰⁾が提案した式を用いてモデル化する

$$v_{TP} = \frac{f T_{Li}}{f T_{Li} + \tau_p} v_T \dots \dots \dots (7)$$

ここで f, τ_p は前の定義と同じである.粒子の運動に関与する渦は平均渦であると仮定し,ここで T_{Li} は平均渦のラグランジュの持続時間としている.Corrisin¹¹⁾が求めた近似式によってこれを表すと以下ようになる

$$T_{Li} = \frac{L_e}{(2k_s/3)^{1/2}} = \frac{\alpha_1}{C_\epsilon} \frac{\Delta}{(2/3 k_s)^{1/2}} \dots \dots \dots (8)$$

ただし, L_e はエネルギー含有渦の大きさ, α_1 は定数で通常 $\alpha_1 = 0.165$ である. k_s は乱流エネルギー.

5. SGS応力 τ_{ij} のモデル化

混相乱流のSGS応力 $\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j \approx \overline{u_i' u_j'}$ を単相乱流と同様にBoussinesq渦粘性近似を用いてモデル化する

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \tau_{kk} = -2v_T \bar{s}_{ij} \dots \dots \dots (9)$$

混相乱流においては粒子運動の影響を考慮してSGS渦粘性係数 v_T を評価する必要がある.但し,これまでのTwo Way Couplingによるチャンネル固気混相乱流LES解析は,混相乱流のSGS渦粘性係数 v_T を単相流Smagorinski Modelを用いて評価することが多かった.

Yuuらが乱流慣性領域でのKolmogorov's相似則を前提として次元解析から導出した流体と粒子との相互干渉を考慮する混相乱流のSGS乱流エネルギー輸送式によって混相乱流の渦粘性係数 v_T を次のようにモデル化する⁵⁾.

5.1 粒子影響を考慮したSGS渦の運動エネルギー k の輸送式

$$\frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial k}{\partial t} + U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = -\overline{u_i u_j} \bar{s}_{ij} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{1}{2} \overline{u_j u_i u_i} + \frac{1}{\rho_f} \overline{u_j p} - v \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] - v \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - F \left[N(\overline{u_i' u_i} - \overline{u_i' u_{pi}'}) + \overline{n' u_i} (U_i - U_{pi}) + \overline{n' u_i} (\overline{u_i} - \overline{u_{pi}}) \right]. \quad (10)$$

5.2 k 輸送方程式中の気流項をモデル化

$$-\overline{u_i u_j} \bar{s}_{ij} = 2v_T \bar{s}_{ij} \bar{s}_{ij} \dots \dots \dots (11)$$

$$-\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{1}{2} \overline{u_j u_i u_i} + \frac{1}{\rho_f} \overline{u_j p} - v \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(v + \frac{v_T}{\sigma_s} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \dots \dots \dots (12)$$

$$-v \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -C_\epsilon k^{3/2} \Delta^{-1} \dots \dots \dots (13)$$

5.3 粒子と気流との相互作用項のモデル化

$$\overline{n' u_i} = -v_{TS} \frac{\partial N}{\partial x_i} = -\frac{v_T}{\sigma_s} \frac{\partial N}{\partial x_i} \dots \dots \dots (14)$$

$\overline{u_i' u_{pi}'}$ はHinze¹⁰⁾が行った方法でモデル化する

$$\overline{u_{pi}' u_i'} = \frac{a T_{Li} + b}{a T_{Li} + 1} \overline{u_i' u_i'} = 2k \frac{a T_{Li} + b}{a T_{Li} + 1} \dots \dots \dots (15)$$

ただし, $a = f / \tau_p, b = \rho_f / \rho_p$

5.4 モデリングした運動エネルギー k 方程式

$$\frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial k}{\partial t} + U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = 2v_T \bar{s}_{ij} \bar{s}_{ij} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(v + \frac{v_T}{\sigma_s} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] - C_\epsilon k^{3/2} \Delta^{-1} - F \left[2Nk \frac{1-b}{a T_{Li} + 1} - \frac{v_T}{\sigma_s} \frac{\partial N}{\partial x_i} (U_i - U_{pi}) \right] \dots \dots \dots (16)$$

5.5 k に関する近似式

式(16)の生成項と散逸項,そして新たに考慮した粒子一流体の相互干渉項の三項が他の項に比べて圧倒的に大きく,それらが釣り合うと近似すると次式を得る

$$2v_T \bar{s}_{ij} \bar{s}_{ij} - C_\epsilon k^{3/2} \Delta^{-1} - 2NF \frac{1-b}{a T_{Li} + 1} k + F \frac{v_T}{\sigma_s} \frac{\partial N}{\partial x_i} (U_i - U_{pi}) = 0 \quad (17)$$

5.6 次元解析から k について整理すると次式を得る

$$A_1 k + A_2 k^{1/2} - A_3 - A_4 = 0 \dots \dots \dots (18)$$

$$k^{1/2} = \frac{-A_2 + \sqrt{A_2^2 + 4A_1(A_3 + A_4)}}{2A_1} \dots \dots \dots (19)$$

$$\begin{aligned}
 & \text{ただし } A_1 = C_v \Delta t^{-1}, A_2 = 2NF \frac{1-b}{aT_{Li} + 1} \\
 & A_3 = 2C_{vT} C_\epsilon^{1/3} \Delta \bar{s}_{ij} \bar{s}_{ij} \\
 & A_4 = FC_{vT} C_\epsilon^{1/3} \frac{\Delta}{\sigma_s} \frac{\partial N}{\partial x_i} (U_i - U_{pi})
 \end{aligned}$$

5.7 混相乱流渦粘性係数 ν_T を次式で表すことができる

$$\nu_T = C_{vT} C_\epsilon^{1/3} \Delta \left[\frac{-A_2 + \sqrt{A_2^2 + 4A_1(A_3 + A_4)}}{2A_1} \right] \dots \dots (20)$$

6. 計算手法

6.1 流体運動方程式

流体の運動解析には、スタガード格子を用いて、空間には2次精度中心差分法、時間に関しては2次精度 Adams-Bashforth法を採用した。計算アルゴリズムには SMAC 法、圧力の修正値に対するポアソン式のソルバーは ICCG 法を採用した。

6.2 粒子運動方程式

粒子運動量の計算は、ラグランジュ追跡法により一つ一つ粒子に対して組込んで計算した。粒子位置での流体速度は、流体のGS成分に対して三次の代数補間法を用いて内挿した。粒子の変位式と速度式は2次精度 Adams-Bashforth法を用いて計算した。

粒子の追跡における流体 SGS 成分の影響については山本ら¹²⁾の考察した LES 空間解像度の指針によって本計算の条件では慣性の大きな粒子と見なし SGS 渦の粒子運動への影響は無視した。

7. 計算条件

解析対象は Kulick らの実験に従い垂直下向きのチャンネル内の流れ場とし、解析領域の大きさは主流方向×壁方向×スパン方向を $\pi\delta \times 2\delta \times \pi/2\delta$ とした。この領域の大きさは、当該レイノルズ数に対する Minimal Flow Unit の主流方向におよそ5倍、スパン方向におよそ10倍、体積ではおよそ50倍相当にあたる。格子点数は x, y, z 方向に対して $32 \times 64 \times 32$ とし、格子幅は Wall unit に対してそれぞれ $\Delta x^+ = 63$ $\Delta z^+ = 32$ $\Delta y^+ = 2 \sim 72$ である。この解像度は各方向当該レイノルズ数 DNS¹³⁾ 解像度のおよそ10倍のオーダーである。レイノルズ数は実験と同様に壁面摩擦速度 u_τ とチャンネル半幅 δ で定義して $Re = 644$ とした。時間進行刻みは $\Delta t = 4.082 \times 10^{-5}$ [sec] である。計算に用いた混入粒子の条件を表1に示す。

計算の境界条件として主流方向とスパン方向には流体と粒子両方も周期境界条件、壁方向には流体が No Slip、粒子が弾性衝突とする。壁は滑らかで、粒子の中心が壁より半径の距離にある時に衝突とみなす。初期条件として流体速度場には発達した乱流場を与え、粒子数密度は均一分布とする。粒子の初期速度には一様乱数を用いて0から流体の最大速度まで一様な分布を与える。また主流方向には壁

Table 1. Particle calculation parameters

Material	Copper		
Diameter d_p [μm]	70		
Density ρ_p [kg/m^3]	8800		
Relaxation time τ_p [ms]	130		
Mass loading ratio Φ_m	0.2	0.4	0.8
Volume fraction Φ_v [$\times 10^{-3}$]	2.73	5.45	10.1
Number of particles n_p	12000	24000	48000

面摩擦と粒子に働く重力の和に釣り合うように平均圧力勾配をかけて流れを維持する。解析は、表1に示す数ケースの質量混合比について行った。統計量の算出について速度場は壁平行面と時間方向に平均をとる。初期条件の影響が除くために、計算が粒子緩和時間の10倍以上 ($40\delta/u_\tau$) の時間が進んでから $20\delta/u_\tau$ 時間分のデータより統計量を取る。

8. 計算結果および考察

8.1 平均速度

Kulick ら⁶⁾の実験はいずれの粒子の場合も混合比0.4まで粒子の添加による平均速度分布の変化はないことが示されている。本研究では混合比0.2, 0.4の平均速度分布にも図1に示すようにほとんど変化はなく、単相の計算結果と同じく、Kulick らの実験と良く一致している。但し高混合比0.8において図1に示すように単相流速より緩和領域で若干減速しているが、これは混合比の増大に従って流れ場発達に至る時間が長くなるため、緩和計算時間が十分ではなかったことが疑われる。

8.2 気流乱れ強度

図2～図4は、混合比の増大(0.2, 0.4, 0.8)順の主流方向の乱れ強度を示す。Kulick らの実験では粒子混入比の増大に従って乱れ強度が大幅に減衰するが、本研究では粒子混入比0.8において若干乱れ減衰幅が見られるものの、同じ混合率において実験の10%未満しか減衰が再現できていない。これには本計算では考慮していない影響(例えば静電気など⁶⁾)も疑われる。気流の壁方向、スパン方向乱れ強度及びレイノルズ応力の変化は主流方向と同じ傾向となった。計算結果の壁方向乱れ強度のみを図5に示す。

8.3 エネルギーのスペクトル分布

図6は壁付近 ($y^+ = 5$)、図7はチャンネル中央 ($y^+ = 600$) での主流方向のエネルギースペクトル分布を示す。壁近傍では全ての波数に亘ってエネルギーが減衰し、混入比が大きいほど減衰幅も大きい。しかしながら、チャンネル中央では粒子混入比との関係が弱くなり、スペクトルのほぼ全域において主流方向の乱れエネルギーがほとんど減衰しない。

図8は、チャンネルに渡って粒子混入比0.4の主流方向の

研 究 速 報

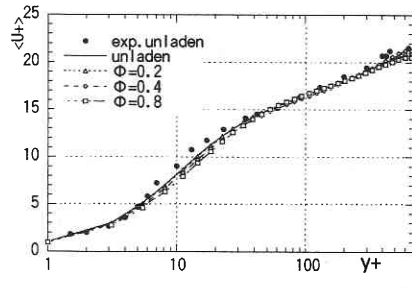


Fig.1 Profile of streamwise mean velocity

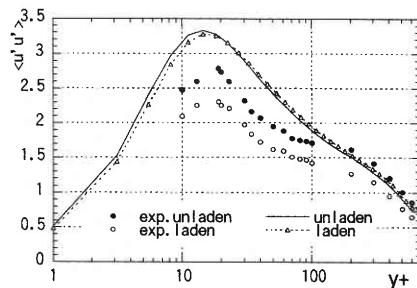


Fig.2 Turbulence intensity in streamwise $\phi=0.2$

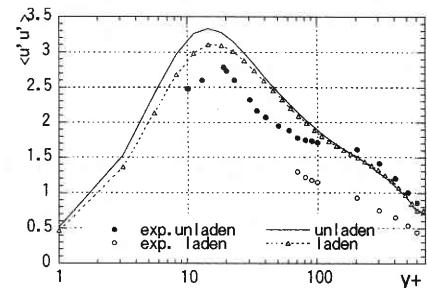


Fig.3 Turbulence intensity in streamwise $\phi=0.4$

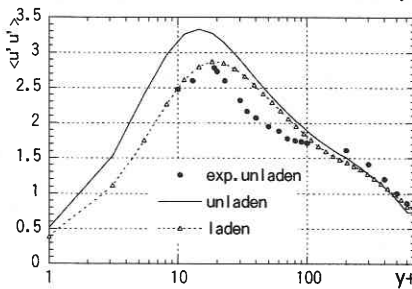


Fig.4 Turbulence intensity in streamwise $\phi=0.8$

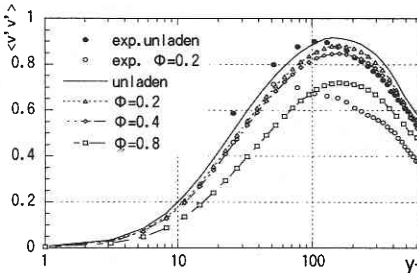


Fig.5 Turbulence intensity in wall normal

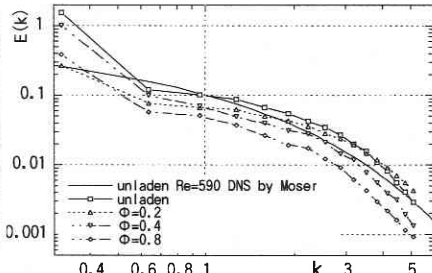


Fig.6 Steamwise spatial spectra of fluctuation energy at $y^+=5$

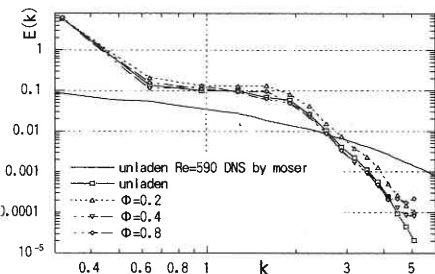


Fig.7 Steamwise spatial spectra of fluctuation energy at $y^+=600$

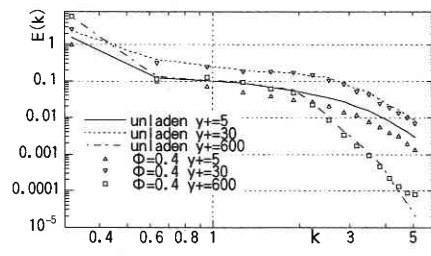


Fig.8 Steamwise spatial spectra of fluctuation energy as $\phi=0.4$

の波数に対して乱流エネルギーの変化が小さくなる。

本研究は、Two Way Coupling における粒子から乱流への影響に特に注目して考察したため、Two Way Coupling における粒子運動に関する考察は次報で報告する。(1999年11月17日受理)

参 考 文 献

エネルギースペクトル分布を示す。この図から粒子の乱流構造への影響が壁からの距離によって異なることが示される。つまり、乱流場に粒子混入によって壁近傍では乱流エネルギーを減衰するが、壁乱流の緩和領域からチャンネル中央付近においては乱流エネルギーの変化が小さくなる。

9. 結 言

本研究では Yuu らの提案した Two Way Coupling SGS モデルを用いて Kulick らの $Re = 644$ 垂直下向きチャンネルの固気混相流実験を対象として LES 解析を行った。

Two Way Coupling SGS モデルで低混合比の固気混相乱流の平均速度については実験結果と矛盾しないが、乱れ強度の変調については実験結果を再現できなかった。

粒子混入によって、チャンネル近傍では主流方向の全ての波数空間に渡って乱流エネルギーが減衰し、またその減衰幅は粒子混入比の増大に従って増幅される。緩和領域から中央付近においては粒子混入比との関係が弱くなり、全て

- 1) Rouson, D.W.I., Eaton, J.K., ASME/FED Numerical Methods in Multiphase Flows, (1994), 47-56.
- 2) Wang, Q., Squires, K.D., Phys. Fluids, 8(5), (1996).
- 3) 山本・Potthoff・田中・梶島・辻, 機論, 65-629 B, (1999).
- 4) Portela, L.M., Oliemans, R.V.A., Nieuwstadt, F.T.M., 3rd ASME/JSME Joint Fluids Engineering Conference, (1999), FEDSM 99-7890, (CD-ROM).
- 5) Yuu, S., ISAC'97 High Performance Computing on Multiphase Flows, (1997), 67-73.
- 6) Kulick, J.D., Fessler, J.R., Eaton, J.K., J. Fluid Mech., 277, (1994), 109-134.
- 7) Elghobashi, S., Appl. Sci. Res. Vol.52, (1994), 309-329.
- 8) Schiller, V.L., A.Naumann, Z. Vereines Ingenieure, (1933).
- 9) Crowe, C.T., Sharma, M.P., Stock, D.E., ASME J. Fluids Eng., 99, (1977), 325-332.
- 10) Hinze, J.O., Turbulence, McGraw-Hill, New York, (1975).
- 11) Corrsin, S., J. Atoms. Sci., 20, (1963), 115.
- 12) 山本・田中・辻, 機論, 65-630 B, (1999), 80-86.
- 13) Moser, R.D., Kim, J., Mansour, N.N., Phys. Fluids, Vol.11, (1999), 943-945.