

氷のクリープ脆性挙動に対する損傷力学モデルと有限要素解析

Damage Mechanics Model and Finite Element Analysis of Creep-Brittle Behaviors of Ice

都 井 裕*・門 脇 秀 樹**

Yutaka TOI and Hideki KADOWAKI

1. 序

氷はひずみ速度に依存してクリープから脆性に跨がる挙動（クリープ脆性挙動）を呈する。すなわち、低ひずみ速度域ではクリープ挙動、高ひずみ速度域では脆性挙動を呈し、クリープから脆性への遷移域で耐力がピーク値をとることが知られている⁽¹⁾。したがって、砕氷船、氷海構造物などが氷盤から受ける荷重はクリープ・脆性遷移域で最大となるため、このひずみ速度域の構成挙動のモデル化および氷盤の破壊解析に関心がもたれている。

近年、マイクロクラックあるいはマイクロボイドなどの微視的損傷を連続体力学の枠内で扱う理論体系である連続体損傷力学の発展が著しい⁽²⁾。氷のクリープ脆性挙動に対しては、Cocks が損傷力学に基づく構成式を定式化しているが⁽³⁾、この構成式によればひずみ速度の増加とともに氷の耐力値は単調に上昇し、前述のクリープ・脆性遷移域におけるピーク値は現れない。

本研究では、クリープ・脆性遷移域で耐力値がピーク値をとるように、現象論的立場から Cocks の構成式を若干改変する。すなわち、マイクロクラックの発生および完全な損傷に対する限界応力値をひずみ速度に依存して低減させることにより、クリープ・脆性遷移域における構成挙動を改良する。さらに、この構成式を既存の 2 次元有限要素解析プログラム⁽⁴⁾にインプリメントして、氷盤への剛体押込み問題⁽⁵⁾を解析し、計算結果を実験結果と比較することにより、本構成式の有用性について論ずる。

以下、2 章で Cocks の構成式の改変について述べ、3 章で氷盤への剛体押込み問題の有限要素解析を行なう。最後の 4 章は結言である。

2. 氷のクリープ脆性挙動の損傷力学モデル

氷のクリープ脆性挙動に対し Cocks は、次のような損傷力学に基づく構成式を定式化している⁽³⁾。すなわち、弾性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{ij}^e$ 、クリープひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{ij}^c$ および結晶粒界における転位の集積により生ずる逆応力（back stress）速度 \dot{s}_{ij} はそれぞれ次式により与えられる。

$$\dot{\epsilon}_{ij}^e = C_{ijkl}^e (d/dt) \{ \sigma_{ij} / (1 - \omega) \} \dots \dots \dots (1 a)$$

$$\dot{\epsilon}_{ij}^c = \alpha \Omega / \alpha_{ij} \dots \dots \dots (1 b)$$

$$\dot{s}_{ij} = -|E / (1 - \omega)| \alpha \Omega / \alpha_{ij} \dots \dots \dots (1 c)$$

ここに、 ω はマイクロクラッキングによる損傷の程度を表わす損傷変数であり、 Ω は次式により与えられるポテンシャル関数である。

$$\Omega = \{ \dot{\epsilon}_0 \sigma_0 (1 - \omega) / 2(n + 1) \} [\phi_2(\sigma_{ij}' / [1 - \omega] - s_{ij}') / \sigma_0]^{n+1} + \lambda [\phi_2(\sigma_{ij}' / [1 - \omega] + s_{ij}') / \sigma_0]^{n+1} \dots \dots \dots (2 a)$$

ここに、

$$\phi_2(\sigma_{ij}' / [1 - \omega] \pm s_{ij}') = [(3/2) (\sigma_{ij}' / [1 - \omega] \pm s_{ij}') (\sigma_{ij}' / [1 - \omega] \pm s_{ij}')]^{1/2} \dots \dots \dots (2 b)$$

ここに、 σ_{ij}' および s_{ij}' はそれぞれ応力および逆応力の偏差成分、 $\dot{\epsilon}_0$ 、 σ_0 、 n および λ はクリープ材料定数である。

以上の式からわかるように、Cocks の定式化においてはスカラー損傷変数が用いられている。すなわち、等方性損傷が仮定されている。損傷変数 ω の発展方程式は次式により与えられる。

*東京大学生産技術研究所 第 2 部
**三和銀行

研 究 速 報

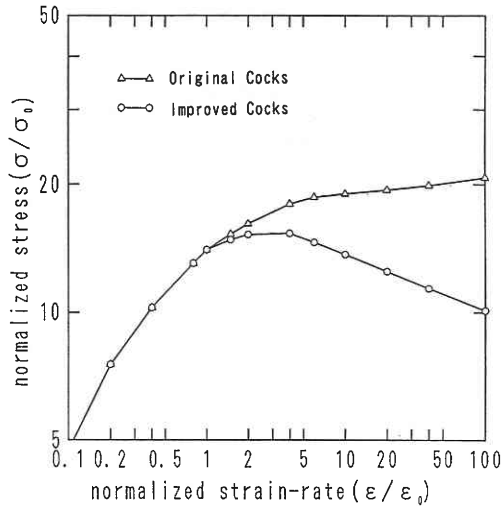


Fig. 1 Maximum strength vs. strain rate

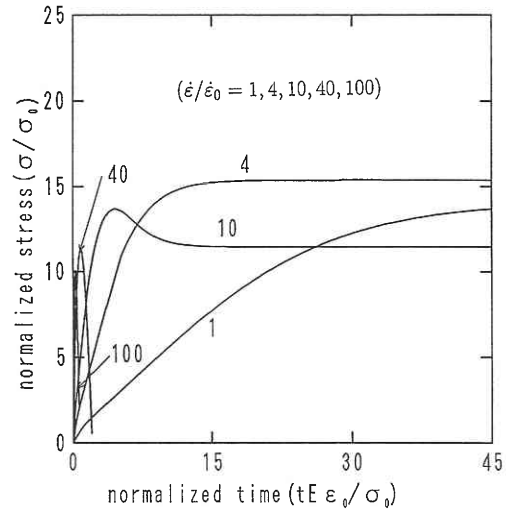


Fig. 2 Stress history

$$\omega = (R_{max} - R_n) / (R_f - R_n) \dots\dots\dots (3 a)$$

ここに、

$$R = s_e [1 + 1.6(\sigma_m/s_e) + 0.3(\sigma_m/s_e)] \quad \sigma_m > -0.75$$

$$R = 0 \quad \sigma_m \leq -0.75$$

$$\sigma_m = (1/3)\sigma_{kk}, s_e = [(3/2)s_{ij}s_{ij}]^{1/2} \dots\dots\dots (3 b)$$

すなわち、等価逆応力 s_e および静水圧 σ_m により時々刻々計算されるパラメータ R の最大値 R_{max} により、 ω の値が決定され、 R_n および R_f はそれぞれ、マイクロクラックの発生限界応力および完全損傷 ($\omega = 1$) の限界応力である。

以上の定式化により、定ひずみ速度下の単軸引張りおよび単軸圧縮の場合の応力・ひずみ関係を計算し、最大応力値(耐力値)をプロットすると図1に示すような結果となり、ひずみ速度の上昇とともに耐力値が単調増加していることがわかる。これは、Cocksも述べているように、構成関係のモデル化において高応力部におけるマイクロクラックの結合・伝播が無視されていることに起因する。したがって本研究では、(3a)式において定数として扱われている R_n および R_f を、ひずみ速度に依存する状態変数として、次のように仮定した。

$$R_n = R_{n0} - C_n \sigma_0 \log_{10} |\dot{\epsilon}_e / \dot{\epsilon}_0| \dots\dots\dots (4 a)$$

$$R_f = R_{f0} - C_f \sigma_0 \log_{10} |\dot{\epsilon}_e / \dot{\epsilon}_0| \dots\dots\dots (4 b)$$

ここに、

$$\dot{\epsilon}_e = [2/3\{\dot{\epsilon}_{11}^2 + \dot{\epsilon}_{22}^2 + \dot{\epsilon}_{33}^2 + (1/2)(\dot{\epsilon}_{12}^2 + \dot{\epsilon}_{23}^2 + \dot{\epsilon}_{31}^2)\}]^{1/2} \dots\dots\dots (4 c)$$

ここに、 R_{n0} , R_{f0} , A および B は新たに導入された材料定数である。

上記のように改変した構成式により、定ひずみ速度下の単軸引張りの場合の応力・ひずみ関係を計算し、耐力値を求めた結果を図1に併記した。この結果からわかるように、耐力値はひずみ速度の上昇とともに増大してピーク値をとり、その後緩やかに減少している。これは実験的に得られている耐力・ひずみ速度関係と定性的に対応している。また、図2には代表的な数ケースにおける応力の時刻歴を示す。

3. 氷盤への剛体押込み問題の有限要素解析

3.1 有限要素定式化

前章の構成式の要点をマトリックス形で記述すると次のようになる。

$$(d/dt)|\sigma| (1 - \omega) = [D^e] |\dot{\epsilon}^e|$$

$$= [D^e] (|\dot{\epsilon}| - |\dot{\epsilon}^c|) \dots\dots\dots (5 a)$$

ここに、

$$|\dot{\epsilon}^c| = \{\dot{\epsilon}^c(\sigma, s, \omega)\} \dots\dots\dots (5 b)$$

$$\omega = \omega(R_{max}, \epsilon) \dots\dots\dots (5 c)$$

ある時刻におけるすべての状態変数値を既知とした上で、上式を前進差分近似により増分形に書き直すと、以下のように表わせる。

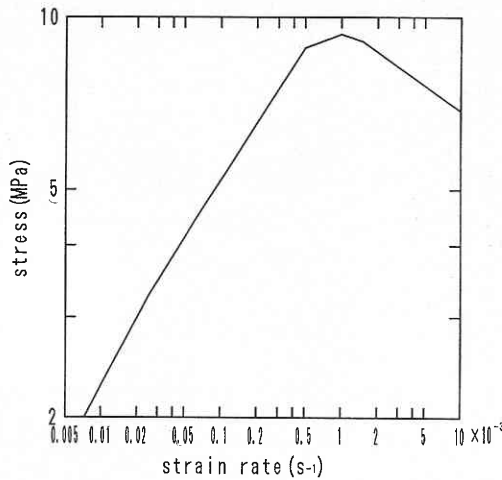


Fig. 3 Maximum strength vs. strain rate for S2 ice

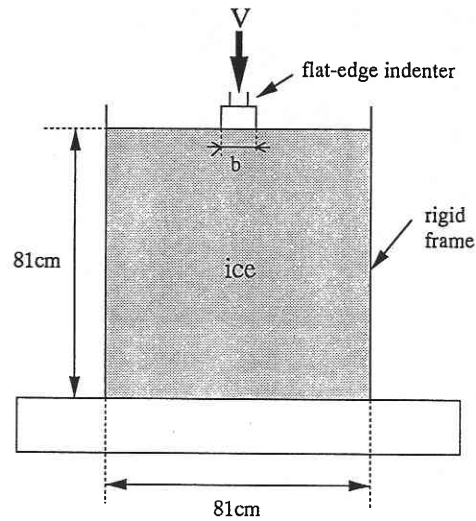


Fig. 4 Indentation tests for Ice (Michel)

Table 1 Experimental results (Michel)

Indenter width b (mm)	Ice thickness h (mm)	Indentation rate V (m/s)	Maximum strength (Mpa)
50.8	50.8	5.84×10 ⁻⁷	4.619
50.8	50.8	5.08×10 ⁻⁶	7.377
50.8	50.8	1.27×10 ⁻⁵	9.825
50.8	50.8	4.83×10 ⁻⁵	13.444
50.8	50.8	4.93×10 ⁻⁴	22.407
50.8	50.8	4.65×10 ⁻³	13.548

$$\begin{aligned} \Delta\sigma &= (1 - \omega)[D^e](\Delta\varepsilon - \Delta\varepsilon^c) \\ &\quad - \{\sigma / (1 - \omega)\} \Delta\omega \\ &= (1 - \omega)[D^e]\Delta\varepsilon \\ &\quad - (1 - \omega)[D^e]\Delta\varepsilon^c - \{\sigma / (1 - \omega)\} \Delta\omega \dots \dots \dots (6a) \end{aligned}$$

ここに,

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon^c &= \Delta t \cdot \{\dot{\varepsilon}^c(\sigma, s, \omega)\} \dots \dots \dots (6b) \\ \Delta\omega &= \omega(\Delta R_{max}, \varepsilon) \end{aligned}$$

(6a)式および(6b)式の形の構成式は、通常の初期応力法により容易に有限要素解析プログラムにインプリメントすることができる。各時間ステップにおいて数回の反復計算を行なうことにより、平衡状態を満足した上で次のステップに計算が進行する。

3.2 氷の材料定数の決定

Michel と Toussaint の論文⁽⁵⁾より、本構成式に含まれる9つの材料定数を決定すると、以下のようになる。

$$\begin{aligned} E &= 9.5 \text{ [GPa]}, & \nu &= 0.3 \\ \sigma_0 &= 0.5 \text{ [MPa]}, & \varepsilon_0 &= 2.5 \times 10^{-4} \text{ [sec}^{-1}\text{]} \\ n &= 3, & \lambda &= 5 \times 10^{-5} \\ R_{n0} &= 6.5 \text{ [GPa]}, & R_{p0} &= 26.5 \text{ [GPa]} \\ C_n &= 6.0 \text{ [GPa]}, & C_f &= 11.5 \text{ [GPa]} \end{aligned}$$

上記のパラメータ設定後のひずみ速度・耐力値(単軸圧縮)の関係は図3のようになる。

3.3 有限要素解析結果

Michel と Toussaint による氷盤の剛体押し込み実験⁽⁵⁾の概

要を図4に示す。本解析では、多数の実験結果の中から、インデント幅 (b)、氷厚 (t) とともに 50.8 mm の6ケースを選んで解析し、実験結果と比較した。表1にこの6ケースの押し込み速度および実験で得られた耐力値を示す。

この種の実験は2次元解析が可能であり、b/t ≧ 1の場合は平面応力、b/t ≪ 1の場合は平面ひずみ近似が成り立つが⁽⁶⁾、上記のケースはb/t = 1であり厳密にはどちらにも該当しないが、本解析は平面応力の条件下で実施した。図5に解析に用いた有限要素メッシュを示す。図4と上下が逆であること、右半分の1/2解析であることに注意されたい。

図6に押し込み速度が0.1[mm/sec]の場合の平均押し込み圧の時刻歴および損傷発展を示す。損傷発展は、図5における押し込み箇所近傍の100要素におけるプロットである。

図7は、押し込み速度・耐力関係の有限要素解析結果と実験結果の比較である。本有限要素解析結果は実験結果と定性的には良好に対応しているが、定量的には平均で実験結果を20%程度下回っている。この理由として、本解析で仮定した平面応力条件が近似的なものであること、また前節で決定した諸材料定

研 究 速 報

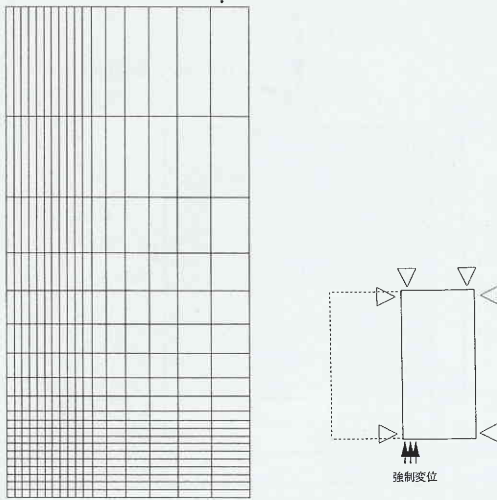


Fig. 5 Finite element mesh

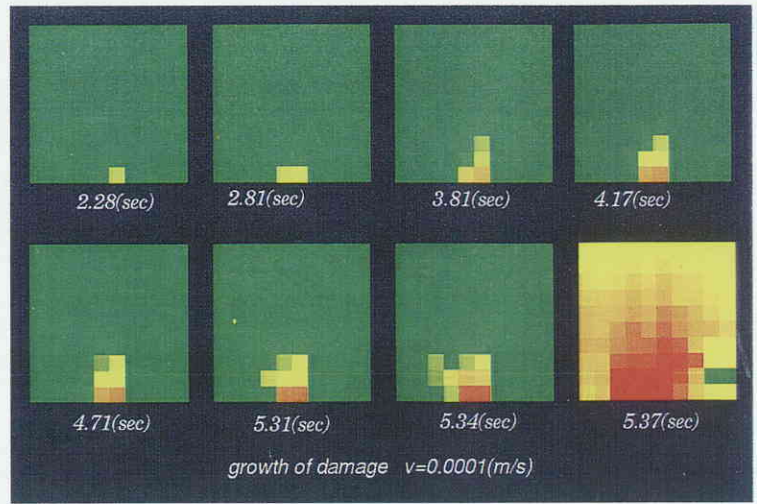


Fig. 6 Finite element analysis
(b) growth of damage

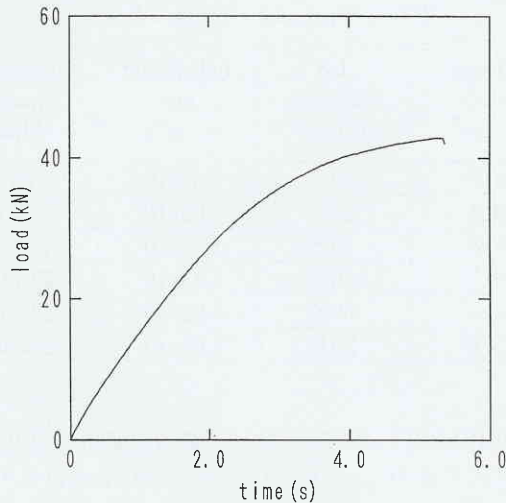


Fig. 6 Finite element analysis
(a) loading history

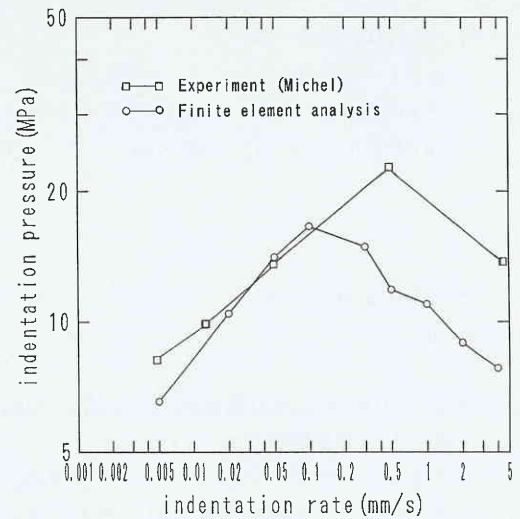


Fig. 7 Maximum indentation pressure vs. indentation rate

数は単軸圧縮下の値であり、等方性損傷力学理論では本実験のような多軸応力場を十分には再現し得ないことが挙げられる。

4. 結 言

氷のクリープ脆性挙動に対する Cocks の構成式 (損傷力学モデル) を現象論的立場から改変し、クリープ挙動から脆性挙動に移るひずみ速度域の応答を改良した。その結果、クリープ・脆性遷移域で氷の耐力のピーク値が現れた。さらに、2次元有限要素解析プログラムにインプリメントして氷盤の剛体押込み問題を解析し、実験結果との整合性を確認した。定量的な精度を高めるためには損傷変数をテンソルとした異方性損傷力学理論を導入する必要がある。

(1999年9月20日受理)

参 考 文 献

- 1) Mills, M. R. and Hallam, S. D., Mechanics of Creep Brittle Materials -1, Elsevier Applied Science, (1989), 152.
- 2) Kachanov, L. M., Introduction to Continuum Damage Mechanics, Martinus Nijhoff Publishers, (1986), 1.
- 3) Cocks, A. C. F., Mechanics of Creep Brittle Materials -1, Elsevier Applied Science, (1989), 213.
- 4) Owen, D. R. and Hinton, E., Finite Elements in Plasticity, Pineridge Press, (1980), 271.
- 5) Michel, B. and Toussaint, N., Mechanism and Theory of Indentation of Ice Plates, J. of Glaciology, 19-81, (1977), 285.
- 6) Sanderson, T. J. O., Ice Mechanics, Graham & Trotman, (1988), 97.