

修士論文

中長波帯電磁界パルスによる  
雷放電位置標定精度向上の研究

2007年2月2日提出

指導教官　：石井　勝教授

東京大学大学院工学系研究科

電気工学専攻

56395　川沼　岳明

中長波帯電磁界パルスによる  
雷放電位置標定精度向上の研究

川沼 岳明

Improvement of Location Accuracy in Lightning  
Detection by EMP of MF·LF Ranges

Abstract

Electromagnetic waves are observed for location of lightning discharges, however, electromagnetic waves in the frequency ranges of MF and LF suffer from the propagation effect dependent on geography and ground conductivity. If electromagnetic waveforms are affected by the propagation effect, the peak time and the rise time elongates, resulting in inaccurate estimation in the lightning location by the time-of-arrival (TOA) method. FDTD method is a numerical electromagnetic field calculation code capable of handling complex geography. There are three subjects in this research. The first is changes of electromagnetic field waveforms affected by the above causes. The second is on the determination of arrival time for lightning location. The last is trial of improvement of location accuracy by using a table of propagation delay.

## 目次

第 1 章 序論	6
1.1 研究の背景と目的	6
1.2 研究の概要	6
1.3 本論文の構成	7
第 2 章 FDTD 法	8
2.1 3次元 FDTD 法	8
2.2 円筒座標を用いた 2次元 FDTD 法	9
2.3 円筒中心での電流源の扱い	11
2.4 FDTD 法計算における安定条件	12
2.5 領域端の扱い	13
第 3 章 2次元 FDTD 法による電磁界計算と他の電磁界計算の比較	19
3.1 放電路を流れる電流	19
3.2 帰還雷撃モデル	22
3.3 大地が完全導体の場合の電磁界の伝搬	23
3.4 大地が不完全導体の場合の電磁界の伝搬	26
3.5 まとめ	28
第 4 章 導電率有限の大地による波頭部分の変化	29
4.1 電磁波減衰の距離依存性	29
4.2 導電率の違いによる電磁界波形への影響	31
4.3 電流の立ち上がり時間の違いによる電磁界波形への影響	33
4.4 まとめ	35
第 5 章 FDTD 計算高速化について	36
5.1 サブ cell 法	36
5.2 計算領域の限定化	43
5.3 計算コストの比較	44
5.4 まとめ	44

第 6 章 山間部の高さの電磁界への影響	45
6.1 山間部の高さによる電磁界波形への影響	45
6.2 導電率の違いによる電磁界波形への影響	47
6.3 放電路と山の距離の違いによる電磁界波形への影響	48
6.4 山の形の違いによる電磁界波形への影響	48
6.5 電流の立ち上がり時間の違いによる電磁界波形への影響	49
6.6 山々と雷放電路との距離が電磁界波形に及ぼす影響	51
6.7 山頂に落雷があった場合	53
6.8 まとめ	54
第 7 章 山の存在による波頭部分の変化	55
7.1 導電率の違いによる電磁界波形への影響	55
7.2 山の形の違いによる電磁界波形への影響	57
7.3 電流の立ち上がり時間の違いによる電磁界波形への影響	60
7.4 山の数が異なることによる電磁界への影響	62
7.5 まとめ	65
第 8 章 3 点外挿法による波形到達時刻の推定	66
8.1 3 点外挿法について	66
8.2 3 点の選び方	67
8.3 平地における 3 点外挿法の計算結果	69
8.3.1 観測点の距離と到達推定時刻遅れの関係	69
8.3.2 導電率と到達推定時刻遅れの関係	70
8.3.3 電流立ち上がり時間と到達推定時刻遅れの関係	71
8.3.4 導電率、立ち上がり時間の変化による線形近似式の変化	72
8.3.5 ピーク時刻誤差による線形近似式との比較	72
8.4 山を含む地形における 3 点外挿法の計算結果	74
8.4.1 観測点の距離と到達推定時刻遅れの関係	75
8.4.2 導電率と到達推定時刻遅れの関係	76
8.4.3 電流の立ち上がり時間と到達推定時刻遅れの関係	77
8.4.4 導電率、立ち上がり時間の変化による線形近似式の変化	78
8.4.5 ピーク時刻誤差による線形近似式との比較	78
8.5 定量的解釈以外の時刻誤差検討方法	80
8.6 山と観測点の距離	82
8.7 まとめ	83

第 9 章 実測された電磁界波形を用いた位置標定精度比較	84
9.1 測定方法	84
9.2 修正方法	85
9.3 測定された雷撃の修正結果	85
9.4 実測値に適用する上での検討事項	86
9.5 精度向上の検討	86
9.6 まとめ	87
第 10 章 結論	88
参考文献	92
付録 A Norton 解の式	93
付録 B 各パラメータにおける時刻遅れテーブル	95

# 第1章 序論

## 1.1 研究の背景と目的

雷は古くからある自然現象として、今も昔も人々の生活に大きな影響を与えている。特に雷による電力設備の事故は今尚多い。そのため雷害対策として、耐雷性向上に関する研究から雷観測まで幅広い研究がなされている。

その中の一つに雷放電位置標定がある。この雷放電位置標定は電力設備の保守、事故現場特定、事故原因分析等に広く活用されている。しかし更なる標定精度向上の必要性がある。

現在中長波帯の電磁界パルス(LEMP)を利用する雷放電位置標定に広く用いられている方法は到達時間差法と、到達時間差法に加えて交會法も用いる組み合わせ法である。到達時間差法とは、雷放電の放射する電磁波の到達時刻を多点で同時観測し、電磁界パルスの到達時間差により各点からの距離差を求めパルス発生源の位置を標定する方法である。交會法では雷放電により生じる電磁界信号を直交磁界ループアンテナで受信し落雷の信号を識別して、2つのループアンテナ出力の波高値の比から方位を算出する、磁界方向探知MDF(Magnetic Direction Finding)を利用する。

到達時間差法では電磁波の到達時刻を電磁界波形の立ち上がり部分や、ピーク時刻から推定する。また、落雷による電流のピーク値は観測された電磁界のピーク値から推定する。しかし、有限な導電率を持つ大地等といった地形による影響を受けて電磁界は減衰し、波形の立ち上がり時間や電磁界のピーク値などが変化してしまう問題がある[1]。この立ち上がりからピークにかけての波形の変化が位置標定の精度を落とす原因となっている。本研究ではこの位置標定での精度向上を目的としている。

## 1.2 研究の概要

電磁界解析ツールの一つである FDTD 法は、空間をセル状に切り分けることで、各セルに異なった誘電率、導電率、透磁率を設定できる。つまり、各セルに異なった物質を設定することができるので、複雑な境界条件を空間内に模擬することができる。しかし、空間を切り分けたセルの数が増えることで計算量が膨大になり、計算資源とセルの1辺の長さの制約により遠距離の電磁界の計算に大変な時間がかかるといった問題がある。本研究では2次元解析を行うことでセル数を減らし、より短時間に遠距離まで計算できるようにしている。これは、電磁界の遠距離伝搬時に生じる減衰等を調べるためには最も効率が良いと考えられるからである。本研究では FDTD 法の特長を用いて山等の地形を模擬して、波形にどのような影響を与えるかを検討する。また、どのような方法で位置標定することが最も精度が良いかを検討する。最終的に位置標定時に発生する誤差を修正しうる簡単な手法が存在するかを検討し位置標定精度向上を目指す。

### 1.3 本論文の構成

本論文は9章より構成されている。

第2章で、FDTD法の理論と本研究での適用方法を示す。

第3章で、FDTD法による計算と他の電磁界計算との結果を比較してFDTD法による計算の精度を検討する。

第4章で、導電率有限な大地を電磁波が伝搬することでどの程度波形に変歪が起こるかを検討する。

第5章で、FDTD法の計算速度の高速化について検討する。

第6章で、第7章での山による影響を考える前に山間部の高さがどの程度波形に影響を与えているかについて検討する。

第7章で、山の存在によりそこを電磁波が伝搬することでどの程度波形に変歪が起こるかを検討する。

第8章で、ピーク時刻以外の電磁波到達時刻の指標として3点外挿法を考え、その到達推定時刻としての有用性について議論する。

第9章で、これまでの検討を踏まえて実際の落雷データを使用して位置標定精度向上が見られるかを検討する。

第10章にて、本研究における結論を纏める。

## 第2章 FDTD 法

FDTD 法とは Yee の考案したアルゴリズムでマクスウェルの微分方程式を差分化し、時間領域で解く方法である。簡単に説明すると、ある解析領域において解析領域全体を波長よりも十分短い長さの微小セルに分割する。その全セルに対して電界と磁界を時間的に交互に計算していく( $E^{n-1}$ と $H^{n-1/2}$ から $E^n$ を計算、 $H^{n-1/2}$ と $E^n$ から $H^{n+1/2}$ を計算…( $n$ は時間ステップ数))というものである。

本章では基本となる 3次元 FDTD 法のアルゴリズムを説明しそれを基にして本研究で用いている 2次元円筒座標式 FDTD 法について説明する。

### 2.1 3次元 FDTD 法[2]

FDTD 法では下の 2つのマクスウェルの方程式を用いる。

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} \quad (2.2)$$

(2.1),(2.2)式の微分部分を中心差分に置き換えることで計算を行う。差分を行なった結果、電界と磁界を時間的に交互に配置し計算することで両式の結果を相互に反映させる。本研究では電界を  $t = (n-1)\Delta t$ ,  $t = n\Delta t$ ,  $t = (n+1)\Delta t$ , … の整数次の時刻に、磁界を  $t = (n-1/2)\Delta t$ ,  $t = (n+1/2)\Delta t$ , … の半奇数次の時刻に割り当てるとする。半奇数を用いることで 1つの時間ステップの間に電界と磁界を計算する。(2.1),(2.2)の微分部分を差分に直し、 $\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{J} = \sigma\mathbf{E}$  を用いて書き直すと、

$$\mathbf{H}^{n+1/2} = \mathbf{H}^{n-1/2} - \frac{\Delta t}{\mu} \nabla \times \mathbf{E}^n \quad (2.3)$$

$$\mathbf{E}^n = \frac{1 - \frac{\sigma\Delta t}{2\varepsilon}}{1 + \frac{\sigma\Delta t}{2\varepsilon}} \mathbf{E}^{n-1} + \frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon}}{1 + \frac{\sigma\Delta t}{2\varepsilon}} \nabla \times \mathbf{H}^{n-1/2} \quad (2.4)$$

と表せる。ここで  $\mu, \varepsilon, \sigma$  はそれぞれ透磁率、誘電率および導電率であり、計算している場所(セル)の係数であるとする。この 3つを様々な値にすることで空間中に様々な物を模擬することができるのが FDTD 法の特長である。

FDTD 法では空間をセル状に切り分ける。このセルはどんな形でも構わないが、本研究では最も扱いやすい正方形の形をしている。式(2.3),(2.4)より電界は磁界の回転、磁界は電界の回転から計算される。すなわち、図 2.1 のように磁界は電界を囲むように、電界は磁界を囲むように配置されなければならない。つまりセルの辺部分に電界を配置し、面の中心部分に磁界を配置する。磁界は面の各辺の電界を元に計算する一方、電界は自セルの磁界



と隣接セルの磁界を元にして計算する。この計算時に隣接するセルとの空間差分を用いることで、電磁波の伝搬を模擬していく。

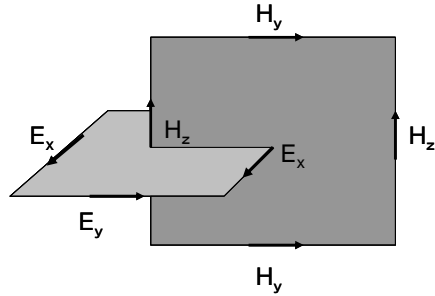


図 2.1 セルの 1 面における電磁界配置

## 2.2 円筒座標を用いた 2 次元 FDTD 法[3]

電磁界発生源を中心としてその発生源が空間的に対称(つまり  $z$  軸に平行)ならば、空間座標を電磁界発生源が中心軸となっている円筒座標とみなすことができる。電磁界は水平電界  $E_r$ 、垂直電界  $E_z$ 、水平磁界  $H_\phi$  の 3 つで表現できる。こうすることで、セル数を 1 次元分少なくすることが可能である。図 2.2 にその電磁界の配置を示す。

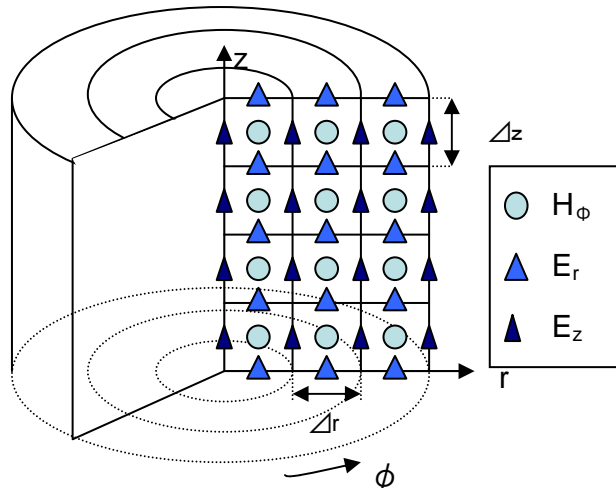


図 2.2 2次元円筒座標の概念図

計算手順は 3 次元 FDTD 法の場合と変わらないが、円筒座標を用いていることで回転の所の計算方法が若干変化する。(2.1)、(2.2)式を展開すると

$$\frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} - \frac{\partial H_\phi}{\partial z} = \epsilon \frac{\partial E_r}{\partial t} + \sigma E_r \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial H_r}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial r} = \epsilon \frac{\partial E_\phi}{\partial t} + \sigma E_\phi \quad (2.6)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r H_\phi) - \frac{1}{r} \frac{\partial H_r}{\partial \phi} = \epsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} + \sigma E_z \quad (2.7)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - \frac{\partial E_\phi}{\partial z} = -\mu \frac{\partial H_r}{\partial z} \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} = -\mu \frac{\partial H_\phi}{\partial t} \quad (2.9)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r E_\phi) - \frac{1}{r} \frac{\partial E_r}{\partial \phi} = -\mu \frac{\partial H_z}{\partial t} \quad (2.10)$$

円周方向  $\phi$  は 2 次元空間での計算のため  $\frac{\partial}{\partial \phi} = 0$  となる。また計算に使用する  $E_r$ 、 $E_z$ 、 $H_\phi$

のみに着目すると(2.5)~(2.10)は

$$-\frac{\partial H_\phi}{\partial z} = \varepsilon \frac{\partial E_r}{\partial t} + \sigma E_r \quad (2.11)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r H_\phi) = \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} + \sigma E_z \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} = -\mu \frac{\partial H_\phi}{\partial t} \quad (2.13)$$

この 3 式の微分部分を差分にして計算すると、

$$E_r^{n+1}(r + \frac{1}{2}, z) =$$

$$\frac{2\varepsilon - \sigma\Delta t}{2\varepsilon + \sigma\Delta t} E_r^n(r + \frac{1}{2}, z) - \frac{2\Delta t}{2\varepsilon + \sigma\Delta t} \frac{1}{\Delta z} [H_\phi^{n+\frac{1}{2}}(r + \frac{1}{2}, z + \frac{1}{2}) - H_\phi^{n+\frac{1}{2}}(r + \frac{1}{2}, z - \frac{1}{2})] \quad (2.14)$$

$$E_z^{n+1}(r, z + \frac{1}{2}) =$$

$$\frac{2\varepsilon - \sigma\Delta t}{2\varepsilon + \sigma\Delta t} E_z^n(r, z + \frac{1}{2}) + \frac{2\Delta t}{2\varepsilon + \sigma\Delta t} \frac{1}{\Delta r} [(1 + \frac{\Delta r}{2r}) H_\phi^{n+\frac{1}{2}}(r + \frac{1}{2}, z + \frac{1}{2}) - (1 - \frac{\Delta r}{2r}) H_\phi^{n+\frac{1}{2}}(r + \frac{1}{2}, z - \frac{1}{2})] \quad (2.15)$$

$$H_\phi^{n+\frac{1}{2}}(r + \frac{1}{2}, z + \frac{1}{2}) =$$

$$H_\phi^{n-\frac{1}{2}}(r + \frac{1}{2}, z + \frac{1}{2}) - \frac{\Delta t}{\mu\Delta z} [E_r^n(r + \frac{1}{2}, z + 1) - E_r^n(r + \frac{1}{2}, z)] + \frac{\Delta t}{\mu\Delta r} [E_z^n(r + 1, z + \frac{1}{2}) - E_z^n(r, z + \frac{1}{2})] \quad (2.16)$$

となる。

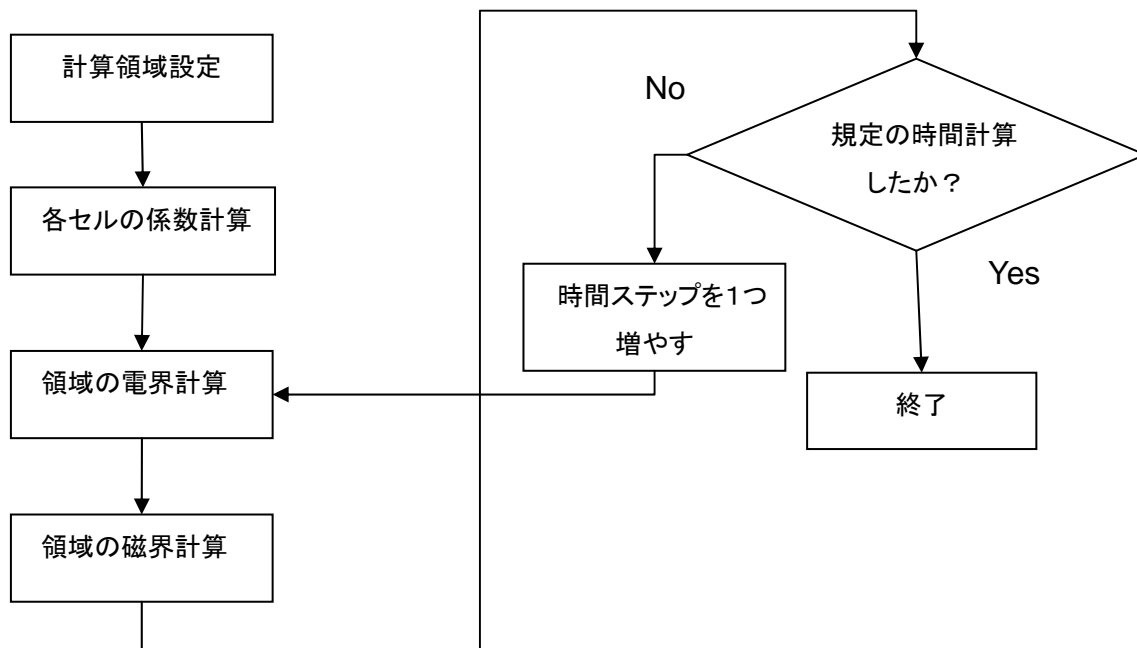


図 2.3 FDTD 法の計算アルゴリズム

### 2.3 円筒中心での電流源の扱い

$r=0$  のところでの電流を電磁界発生源とする場合、上で説明した方法とは異なった計算の工夫をしなければならない。また、 $r=0$  での  $E_z$  は空間微分をするための  $H_\phi$  が片方ない。つまり、空間微分を用いない  $\mathbf{H}$  と  $\mathbf{E}$  の関係式に電流を組み込む必要があるということである。これはアンペールの法則を面積分し、それにストークスの定理を適用することで解決する。

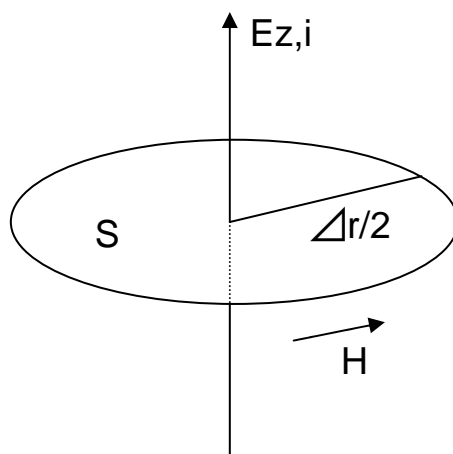


図 2.4 面積分図

アンペールの法則を面積分すると、

$$\int_s \text{rot} \mathbf{H} ds = \int_s \mathbf{i} ds + \epsilon \frac{\partial}{\partial t} \int_s \mathbf{E} ds \quad (2.17)$$

(2.17)式にストークスの定理を用いて計算すると、

$$\pi r \cdot \mathbf{H}_\phi = i\Delta s + \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} \Delta s \quad (2.18)$$

$\Delta s = \frac{r^2}{4}$  であることに注意して、微分を差分に変換すると

$$E_z^{n+1}(0, z + \frac{1}{2}) = E_z^n(0, z + \frac{1}{2}) + \frac{4\Delta t}{\varepsilon \Delta r} \mathbf{H}_\phi^{n+\frac{1}{2}}(\frac{1}{2}, z + \frac{1}{2}) - \frac{4\Delta t}{\varepsilon \pi \Delta r^2} i(0, z + \frac{1}{2}) \quad (2.19)$$

となる。

## 2.4 FDTD 法計算における安定条件

FDTD 法において重要な設定条件の一つにセルサイズがある。このセルサイズを大きくとることができれば遠方の電磁界を少ないセル数で計算することができるし、逆に小さくとれば複雑な形状のものを模擬することもできる。一般には問題とする最大周波数に対してセルの一辺を 1/10 波長程度以下にするようなので、本研究でもそれを踏まえる。

ただし、セルサイズと時間ステップ  $\Delta t$  は Courant の安定条件、

$$v\Delta t \leq \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{\Delta r}\right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta z}\right)^2}} \quad (2.20)$$

を満たさなくてはならない。この不等式は厳密にみたさないと計算は発散してしまう。また FDTD 法における経験的な観点からは等式を満たす  $\Delta t$  より少し小さく時間ステップを設定したほうが計算は安定する傾向がある。

## 2.5 領域端の扱い

解析領域が開放領域である FDTD 法では、メモリーの制約上無限遠方まで計算するわけには行かず、あるところで領域を打ち切ってしまわなくてはならない。しかし、ただ打ち切るだけではそこで反射が生じてしまい、計算結果に悪影響を及ぼしてしまう。そのため、電磁界を吸収して反射をなくしてくれる仮想的な境界で解析領域を閉じなくてはならない。本研究ではこの吸収境界として最も有効的とされている PML(Perfectly Matched Layer)を用いる。この PML を簡単に説明すると、導電率、時変伝導率を持った媒質層で解析領域端を囲み、媒質層内で十分に電磁波を減衰させて最外層を完全導体として反射するのを防ぐというものである。本研究は 2 次元空間を扱い  $r=0$  から電磁波が伝搬する。FDTD 法の計算特性から  $r=0$  より計算を始めるので吸収領域が必要なのは、 $z$  軸以外ということになる。ここで  $r$  軸の扱いだが、本研究では  $z=0$  が完全導体の場合と大地を想定した不完全導体の場合の計算を行なっている。大地を想定した不完全導体の場合、それによる反射は現実に起こることである。同時にある程度の厚みを持った大地はそれ自体が吸収領域と同等の働きを持つと考えられる。そこで、数百 m の厚みを大地に持たせ、地下数百 m の所を完全導体面とすることで  $r$  軸の部分は取り扱っている。

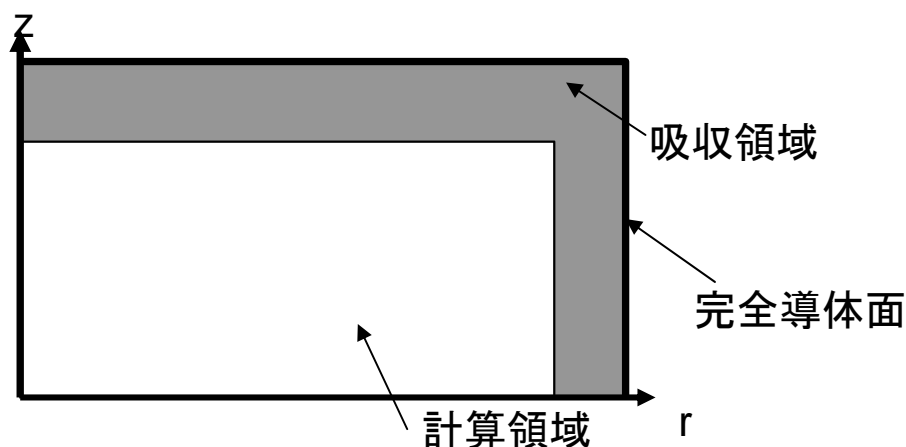


図 2.5 計算領域と吸収領域の関係

結局のところ、吸収領域が必要なのは  $z$  方向領域端と  $r$  方向領域端となる。また両方とも反射を考慮しなくてもいいほど計算領域を広く取ることで、吸収領域は必要なくなる。反射を考慮しなくてもいいほどの計算領域とはどの程度かを考える。先にも述べているように計算領域が大きくなるに従って、メモリーや計算回数が増大していく問題がある。ここでは波形を観測してから  $40 \mu\text{s}$  間のデータを信頼するとしよう。つまり  $40 \mu\text{s}$  後は反射による影響が出て構わないとする。

まず、 $r$  方向端を考える。観測地点と  $r$  方向端との距離を電磁波は往復してくるのだから、片道が  $20 \mu\text{s}$  分あれば十分である。つまり、6km 観測地点と  $r$  方向端が離れていれば良い。近距離の観測地点の場合、これは大きな計算量増加に繋がるが、100km オーダーの

観測地点を用いている場合、6km 余計に r 方向へ計算領域を拡張しても計算時間への影響はそれほど大差ない。

一方で z 方向端はどうだろうか。電磁界発生源から z 方向端で反射して観測地点に到達する最短距離は観測地点が遠方になるにつれて、発生源と観測地点の距離に近くなる。観測地点が 100km 先にある場合、40 μs 間反射を遅らすためには z 方向に 17.6km とる必要がある。雷放電路は 15km 程であるので、必要以上に取りることになると同時に、観測地点が遠方になるほど大きくなるのでは r 方向 z 方向共に領域が増大し悪循環を招いてしまう。そのため r 方向端の吸収境界に比べて、z 方向端の吸収境界は必要性が高いといえる。

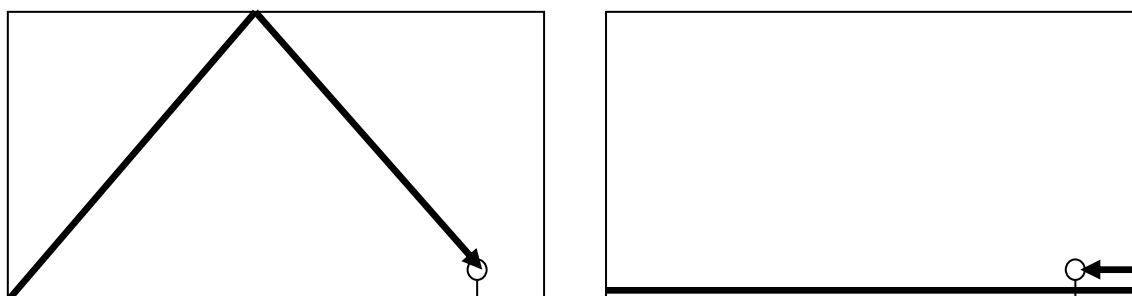


図 2.6 各領域端での反射の様子(左: z 方向端、右: r 方向端)

次に PML について説明する。ただし、PML 層と接する計算領域面は大気であるとする。真空中の波動インピーダンス  $Z_0$ 、媒質中の波動インピーダンス  $Z$  はそれぞれ(2.21)、(2.22)式で表される。ここで導電率に対して  $\sigma^*$  を磁気伝導率として設定する。

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \quad (2.21)$$

$$Z = \sqrt{\frac{\mu(1 + \frac{1}{j\omega \mu} \sigma^*)}{\epsilon(1 + \frac{1}{j\omega \epsilon} \sigma)}} \quad (2.22)$$

インピーダンスマッチング条件は  $Z_0=Z$  を満たす必要があるので、

$$\frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{\sigma^*}{\mu_0} \quad (2.23)$$

を満たせば周波数に無関係に反射係数は 0 になり、電磁波は反射なしに媒質へ浸透する。さらに  $\sigma$ 、 $\sigma^*$  を十分大きくすることで媒質内の電磁波を減衰させることができる。しかし、斜めに電磁波が入射している場合は反射係数が完全には 0 にならない。そのため、新たな導電率と磁気伝導率を導入して斜め入射に対してもマッチング条件式が満足されるような媒質を考案しなくてはならない。これが PML の考え方である。

PML 媒質中の斜めに入射した波を r 方向と z 方向に進む波とに分けて考えた場合、例えば r 方向端の PML 層内では z 方向はスネルの法則より真空と同じように伝搬すると考え

ることができる。一方で  $r$  方向にはインピーダンスマッチングがとれるような媒質を考えることになる。つまり  $r$  方向と  $z$  方向に別々の電磁波を考える必要がある。電波はすでに  $\mathbf{E}_r$ 、 $\mathbf{E}_z$  が考慮されているので、磁波を  $r$  方向と  $z$  方向に分けて考えればよい。 $\mathbf{H}_{\phi r}$ 、 $\mathbf{H}_{\phi z}$  と  $r$  方向に進む波、 $z$  方向に進む波を定義する。

まず  $r$  方向端での PML 層内での式を表すと、 $r$  方向に進む波の式は(2.13)式に磁気伝導率を導入して、

$$\frac{\partial \mathbf{E}_z}{\partial r} = \mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}_{\phi r}}{\partial t} + \sigma_r^* \mathbf{H}_{\phi r} \quad (2.24)$$

(2.12)式より

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \mathbf{H}_\phi) = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}_z}{\partial t} + \sigma_r \mathbf{E}_z \quad (2.25)$$

の2式で表せる。

同様に  $z$  方向に進む波の式は上記のスネルの法則より真空と同じと考えて  $\sigma = \sigma^* = 0$  となるので、(2.13)式より

$$\frac{\partial \mathbf{E}_r}{\partial z} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}_{\phi z}}{\partial t} \quad (2.26)$$

(2.11)式より

$$-\frac{\partial \mathbf{H}_\phi}{\partial z} = \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}_r}{\partial t} \quad (2.27)$$

となる。

この場合のインピーダンスマッチング条件は

$$\frac{\sigma_r}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma_r^*}{\mu_0} \quad (2.28)$$

となる。

一方  $z$  方向端での PML 層内での式は  $r$  方向に進む波が真空と同じように考えられるので、上とは逆になり

$$\frac{\partial \mathbf{E}_z}{\partial r} = \mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}_{\phi r}}{\partial t} \quad (2.29)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \mathbf{H}_\phi) = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}_z}{\partial t} \quad (2.30)$$

$z$  方向に進む波は

$$\frac{\partial \mathbf{E}_r}{\partial z} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}_{\phi z}}{\partial t} - \sigma_z^* \mathbf{H}_{\phi z} \quad (2.31)$$

$$-\frac{\partial \mathbf{H}_\phi}{\partial z} = \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}_r}{\partial t} + \sigma_z \mathbf{E}_r \quad (2.32)$$

と表される。

この場合のインピーダンスマッチング条件は

$$\frac{\sigma_z}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma_z^*}{\mu_0} \quad (2.33)$$

となる。

(2.24)~(2.27)、(2.29)~(2.32)式を解くと

$$\begin{aligned} E_r^{n+1}\left(r + \frac{1}{2}, z\right) = & \\ & \frac{2\varepsilon_0 - \sigma_z \Delta t}{2\varepsilon_0 + \sigma_z \Delta t} E_r^n\left(r + \frac{1}{2}, z\right) - \frac{2\Delta t}{2\varepsilon_0 + \sigma_z \Delta t} \frac{1}{\Delta z} \left[ H_\phi^{n+\frac{1}{2}}\left(r + \frac{1}{2}, z + \frac{1}{2}\right) - H_\phi^{n+\frac{1}{2}}\left(r + \frac{1}{2}, z - \frac{1}{2}\right) \right] \end{aligned} \quad (2.34)$$

$$\begin{aligned} E_z^{n+1}\left(r, z + \frac{1}{2}\right) = & \\ & \frac{2\varepsilon_0 - \sigma_r \Delta t}{2\varepsilon_0 + \sigma_r \Delta t} E_z^n\left(r, z + \frac{1}{2}\right) + \frac{2\Delta t}{2\varepsilon_0 + \sigma_r \Delta t} \frac{1}{\Delta r} \left[ \left(1 + \frac{\Delta r}{2r}\right) H_\phi^{n+\frac{1}{2}}\left(r + \frac{1}{2}, z + \frac{1}{2}\right) - \left(1 - \frac{\Delta r}{2r}\right) H_\phi^{n+\frac{1}{2}}\left(r + \frac{1}{2}, z - \frac{1}{2}\right) \right] \end{aligned} \quad (2.35)$$

$$\begin{aligned} H_{\phi r}^{n+\frac{1}{2}}\left(r + \frac{1}{2}, z + \frac{1}{2}\right) = & \\ & H_{\phi r}^{n-\frac{1}{2}}\left(r + \frac{1}{2}, z + \frac{1}{2}\right) + \frac{\Delta t}{2\mu_0 + \Delta t \sigma_r^*} \frac{1}{\Delta r} \left[ E_z^n\left(r + 1, z + \frac{1}{2}\right) - E_z^n\left(r, z + \frac{1}{2}\right) \right] \end{aligned} \quad (2.36)$$

$$\begin{aligned} H_{\phi z}^{n+\frac{1}{2}}\left(r + \frac{1}{2}, z + \frac{1}{2}\right) = & \\ & H_{\phi z}^{n-\frac{1}{2}}\left(r + \frac{1}{2}, z + \frac{1}{2}\right) - \frac{\Delta t}{2\mu_0 + \Delta t \sigma_z^*} \frac{1}{\Delta z} \left[ E_r^n\left(r + \frac{1}{2}, z + 1\right) - E_r^n\left(r + \frac{1}{2}, z\right) \right] \end{aligned} \quad (2.37)$$

但し、r 方向端では  $\sigma_z = \sigma_z^* = 0$ 、z 方向端では  $\sigma_r = \sigma_r^* = 0$  となる。

吸収領域内で十分に減衰させて、最外壁で完全導体による反射を起こさせないために、PML 層は何層か積層し、徐々に導電率、磁気伝導率を大きくして損失を大きくさせる。



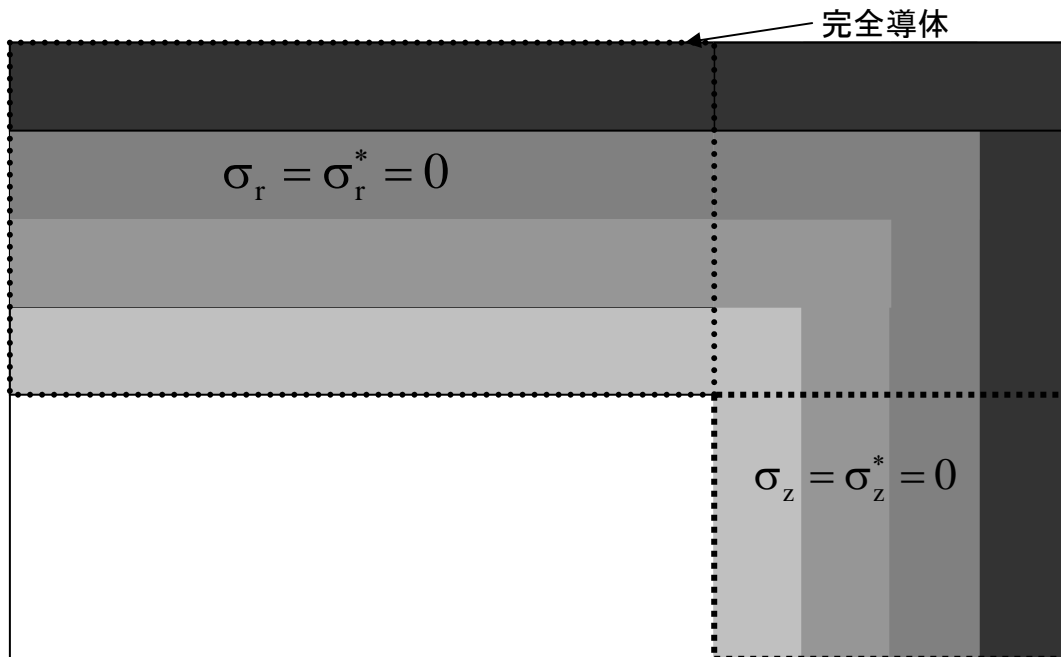


図 2.7 PML 吸収境界図

最外層の導電率は  $r$  方向端では

$$\sigma_{\max} = -\frac{(M+1)\epsilon_0 c}{2L\Delta r} \ln|R(0)| \quad (2.38)$$

となる。但し、 $M$  は導電率の分布を与える次数、 $L$  は PML の層数、 $\Delta r$  はセルサイズ、 $|R(0)|$  は計算上要求する反射係数の値である。 $z$  方向端では  $\Delta r$  を  $\Delta z$  に代えればよい。

本研究では  $M=4$ 、 $L=8$ 、 $|R(0)|=-120\text{dB}$  とする。

最外層の導電率を元に、その内側の導電率を決める。 $X$  枚目(最外層が 8 枚目)の導電率は

$$\sigma = \sigma_{\max} \left[ \frac{X}{L} \right]^M \quad (2.39)$$

となる。

実際に PML の効果がどの程度なのかを検証してみる。パターン A : 非常に広く計算領域を取って反射を気にしなくていい、パターン B : 計算領域端を PML で覆う、の 2 つで誤差がどの程度であるかを調べた。測定地点は PML 層から 150m 離れた地点としている。

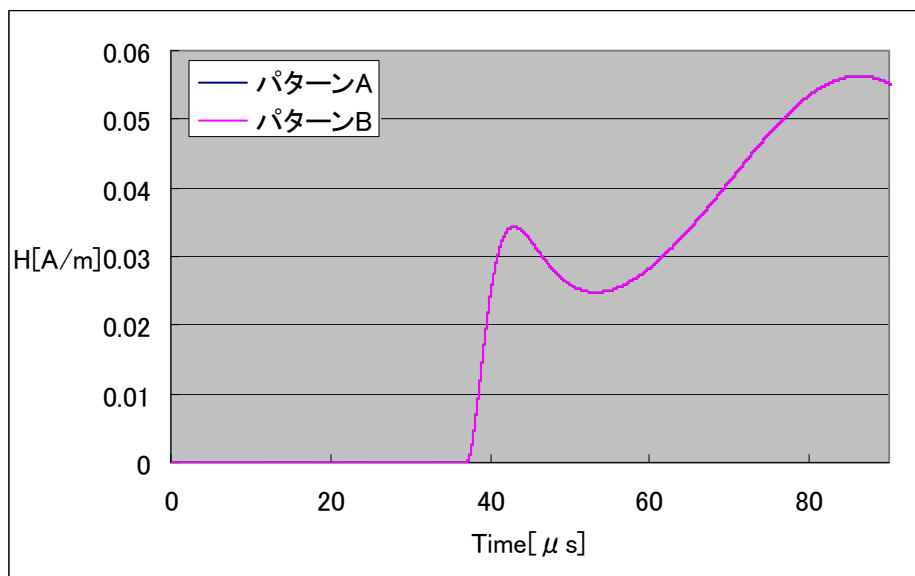


図 2.8 z 方向端での PML 層近傍の磁界波形

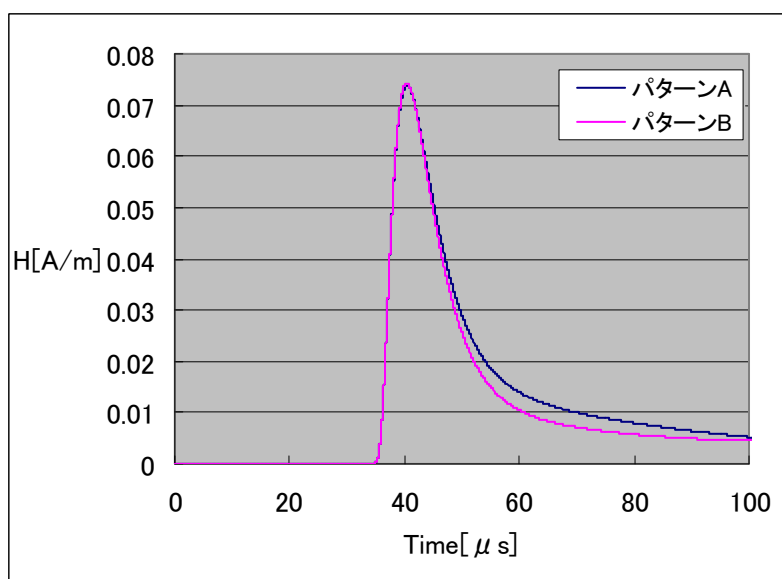


図 2.9 r 方向端の PML 層近傍の磁界波形

図 2.8、図 2.9 から見て分かる通り z 方向端では A と B が完全に一致していることから PML 層が極めて効果的に電磁波を吸収しているのに対して、r 方向端では若干反射していることが分かった。これがプログラムの問題かアルゴリズムの問題かは分からなかった。そのため代替案として r 方向端には計算領域を伸ばすことで反射が影響を及ぼす前に必要なデータを取るようにした。

## 第3章 2次元 FDTD 法による電磁界計算と他の電磁界計算の比較

落雷電流に伴って発生する電磁界の計算方法はいくつかある。例えば、M.A.Uman は大地が完全導体の場合、ある観測地点での電磁界を計算する簡単な計算方法を考案している。大地が不完全導体の場合も Norton が煩雑なゾンマフェルト積分を近似して比較的簡単な計算方法を考案している。しかしどちらも放電路と観測地点の間は一様、無損失なもの(大気、つまり導電率=0)の場合しか計算が出来ない。現実では放電路と観測地点の間には複雑な地形が存在する可能性は極めて高い。そのため、本研究では FDTD 法を用いて電磁波の伝搬解析を行なう。

それに先立ち、FDTD 法の精度を見極めなくてはならない。本章では大地が完全導体の場合 M.A.Uman の考案した式での比較、大地が不完全導体の場合 Norton の考案した式での比較を行なう。

### 3.1 放電路を流れる電流

雷撃電流としては Heidler が考案した電流波形の式[4]に立ち上がり時間を変更できるように改良を加えた物を用いている。

$$i(0, t) = \frac{I}{\eta} \frac{(t/\tau_1)^2}{(t/\tau_1)^2 + 1} e^{-t/\tau_2} \quad (3.1)$$

$$\eta = \exp\left[-\left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)\left(N \frac{\tau_2}{\tau_1}\right)^{1/N}\right], \quad N=2.0, \quad \tau_1 = \sqrt{\frac{\tau_f^3}{(2\tau_2 - \tau_f)}} [\mu\text{s}], \quad \tau_2 = 5.0 [\mu\text{s}] \text{ とする。}$$

I を色々な値に設定することで電流の最大値を決定できる。 $\tau_f$  は電流の立ち上がり時間(0-peak 時間)となる。 $\tau_f$  の最大値は $\tau_2$  に依存する。上の式では $\tau_f < 10.0 [\mu\text{s}]$ となるのでそれより大きい立ち上がり時間を定義したい場合、 $\tau_2$ をもっと大きな値にしなくてはならない。電流の最大値を10kA、立ち上がり時間を $5.0 \mu\text{s}$ とした時の電流波形を下図3.1に表す。

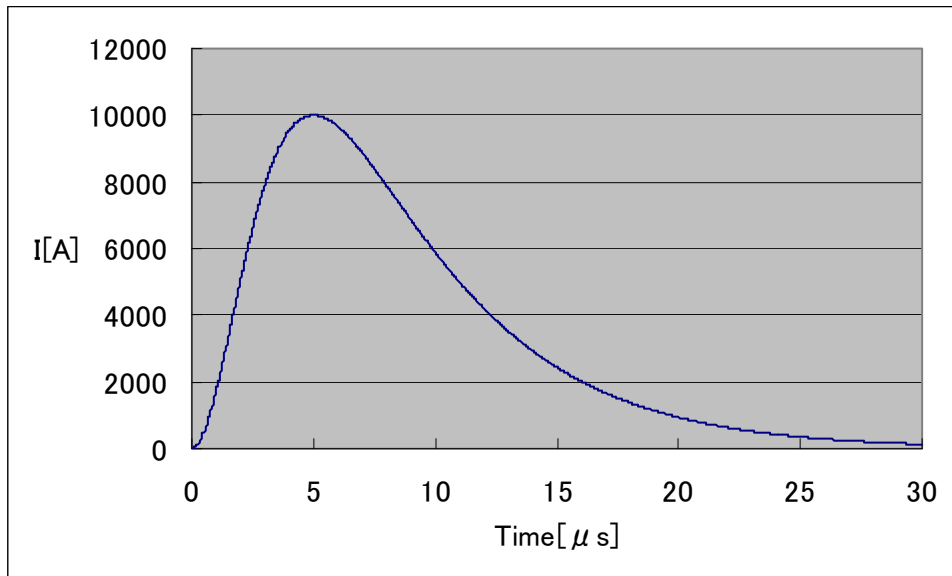


図 3.1 電流波形

FDTD 法に使うセルサイズを決定するために、電流波形をスペクトル解析した。それを図 3.2 に示す。

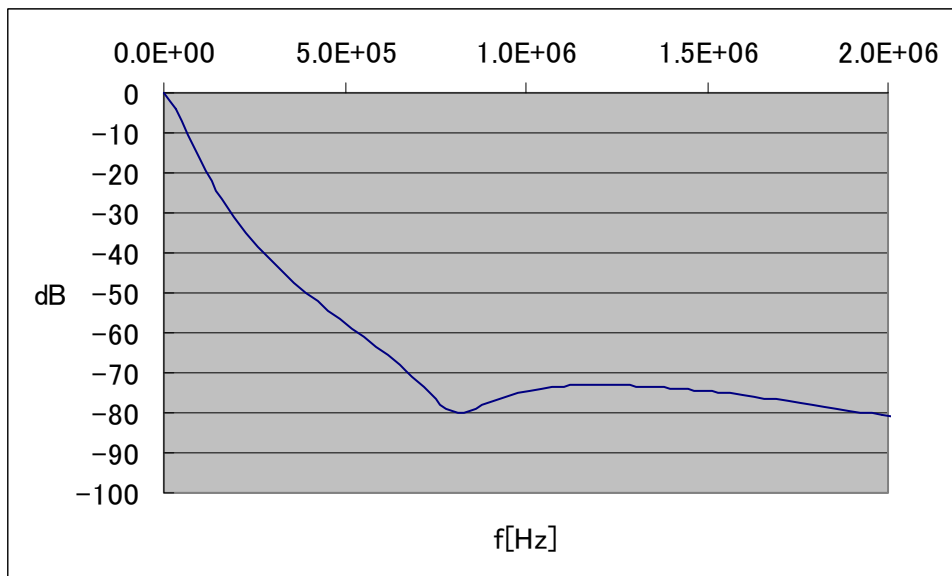


図 3.2 図 3.1 の電流のスペクトル解析

この結果、 $-50\text{dB}$  以下に下がった周波数を無視すると周波数はキリの良い所で  $1.0\text{MHz}$  まで計算するとする。これより波長は  $300\text{m}$  となる。1セルの長さは  $10\sim 20$  波長分で十分とされているので、セルサイズは  $30\text{m}$  までのサイズが大丈夫ということになる。ここで電流の立ち上がり時間をどの程度に設定する必要があるかを考える。

表 3.1 典型的雷撃の観測波形における立ち上がり時間(0-peak 時間) (単位は  $\mu\text{s}$ )

	95%	50%	5%
負極性第 1 雷撃	1.8	5.5	18
負極性後続雷撃	0.22	1.1	4.5
正極性雷撃	3.5	22	200

表 3.1 に文献[5]より抜粋した典型的雷撃の観測波形における立ち上がり時間の分布を示した。ほとんどの雷撃が負極性であること、を考慮して本研究では電流の立ち上がり時間は 1, 3, 5  $\mu\text{s}$  の 3 種類を用いることにした。

電流の立ち上がり時間が短いほうが高周波成分は多く含まれることが知られている。そのため、電流の立ち上がり時間が 1  $\mu\text{s}$  についてもスペクトル解析を行い、セルサイズを確定しなくてはならない。

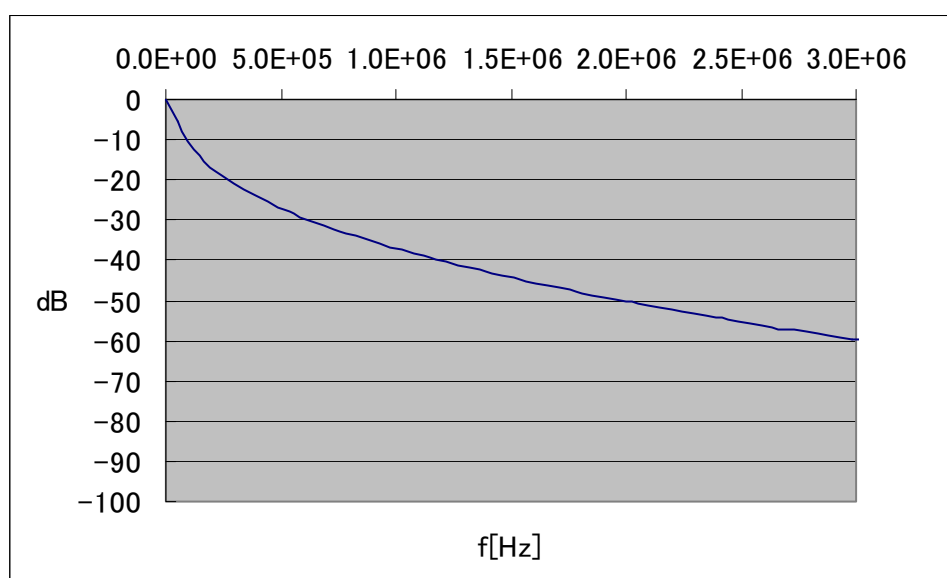


図 3.3 スペクトル解析(電流立ち上がり時間 1  $\mu\text{s}$ )

この結果、-50dB 以下に下がった周波数を無視すると周波数は 2.0MHz まで考慮して計算するとする。これより波長は 150m となる。よってセルサイズは 15m で十分である。

セルサイズが決まったことで(2.20)式より FDTD 法計算でのタイムステップを決定する。セルサイズを r 方向、z 方向ともに 15m で計算すると  $\Delta t \leq 0.0354 \mu\text{s}$  となる。しかし、実際計算した感覚では等号が成立する付近にタイムステップを設定すると計算が安定しないので、キリが良い数字にするために本研究ではセルサイズ 15m の時、タイムステップを 0.03  $\mu\text{s}$  とした。

### 3.2 帰還雷撃モデル

放電路は垂直で枝分かれのないものを仮定する。電流伝搬の工学モデルは TL(Transmission line)モデル[6]を用いる。これは、電流源は地表にあるとし、そこからでた電流波は変歪や減衰することなく伝搬していくというものである。また、この TL モデルは他の工学モデルに比べて取り扱いやすいうえに、電磁界ピーク値を計算することに関しては他のモデルと同等あるいはそれ以上の信頼性をもっている[7]。地表での電流を基にして任意の時間、場所の電流は次式のように表せる。

$$I(z, t) = I(0, t - z / v) \quad (3.2)$$

ただし  $z$  は高さ、 $v$  は電流の進展速度を表す。本研究では文献[4]より引用して  $v = 1.3 \times 10^8$  m/s とする。

### 3.3 大地が完全導体の場合の電磁界の伝搬

大地が完全導体で、垂直な雷放電路を TL モデルに従う電流が流れると仮定した場合、M.A.Uman らは垂直電界、水平磁界が(3.3)、(3.4)式のようになることを示した[8]。なお、右辺の電流の時間積分に比例する項は静電界成分、電流に比例する項は誘導成分、電流の時間微分に比例する項は放射成分である。

$$\begin{aligned}
 E_z(r, z, t) = & \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ \int_{-H}^H \frac{2R^2 - 3r^2}{R^5} \int_0^t I(z, \tau - R/c) d\tau dz \right. \\
 & + \int_{-H}^H \frac{2R^2 - 3r^2}{cR^4} I(z, t - R/c) dz \\
 & \left. - \int_{-H}^H \frac{r^2}{c^2 R^3} \frac{\partial I(z, t - R/c)}{\partial t} dz \right]
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

$$\begin{aligned}
 H_\phi(r, z, t) = & \frac{1}{4\pi} \left[ \int_{-H}^H \frac{r}{R^3} I(z, t - R/c) dz \right. \\
 & \left. + \int_{-H}^H \frac{r}{cR^2} \frac{\partial I(z, t - R/c)}{\partial t} dz \right]
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

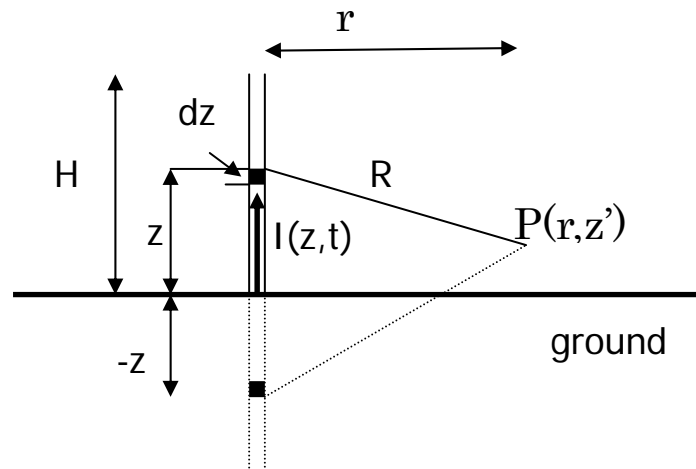
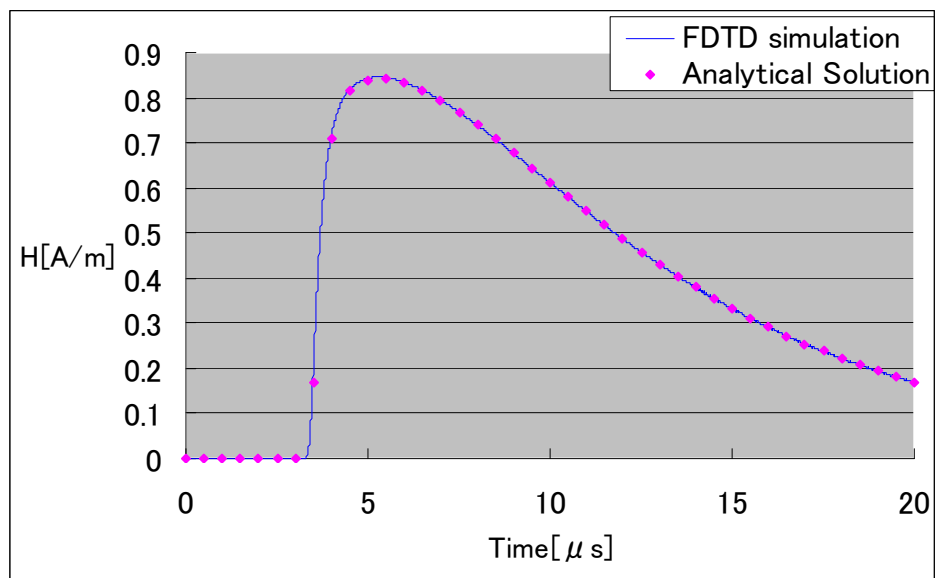
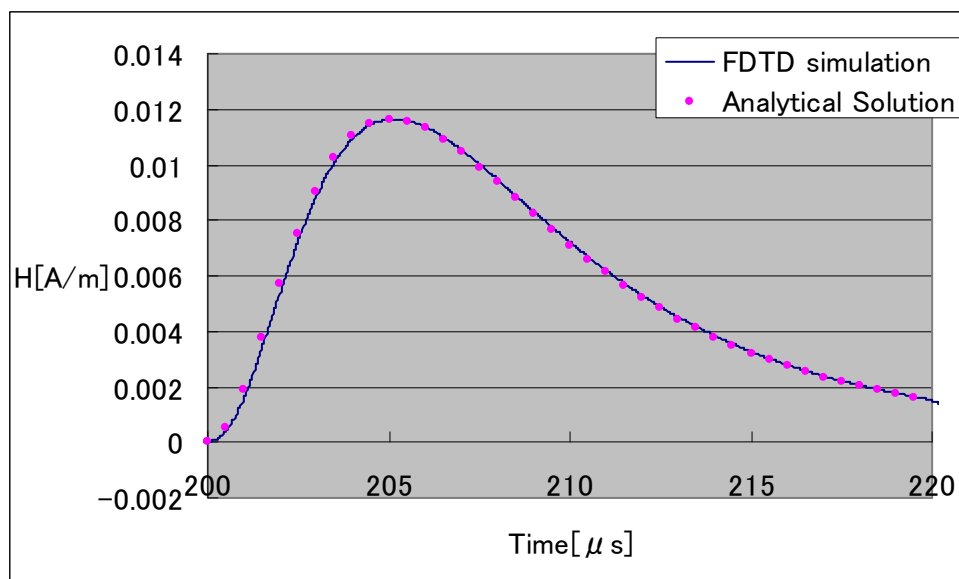


図 3.4 大地が完全導体時における電磁界計算の図 P が観測点

これによって計算された結果と FDTD 法によって計算された結果を比較したところ図 3.5 のようになった。



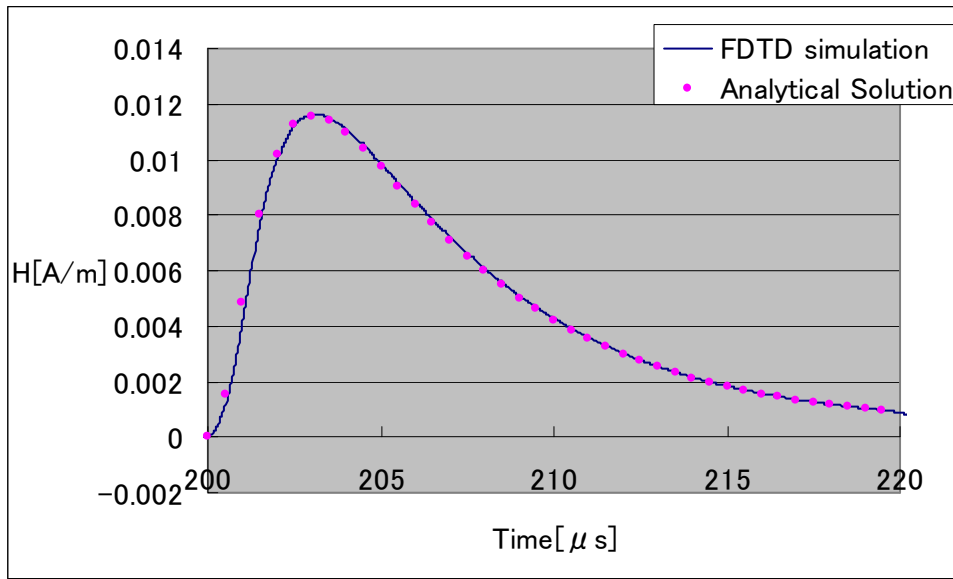
(a) 放電路から観測地点の距離 1km



(b) 放電路から観測地点の距離 60km

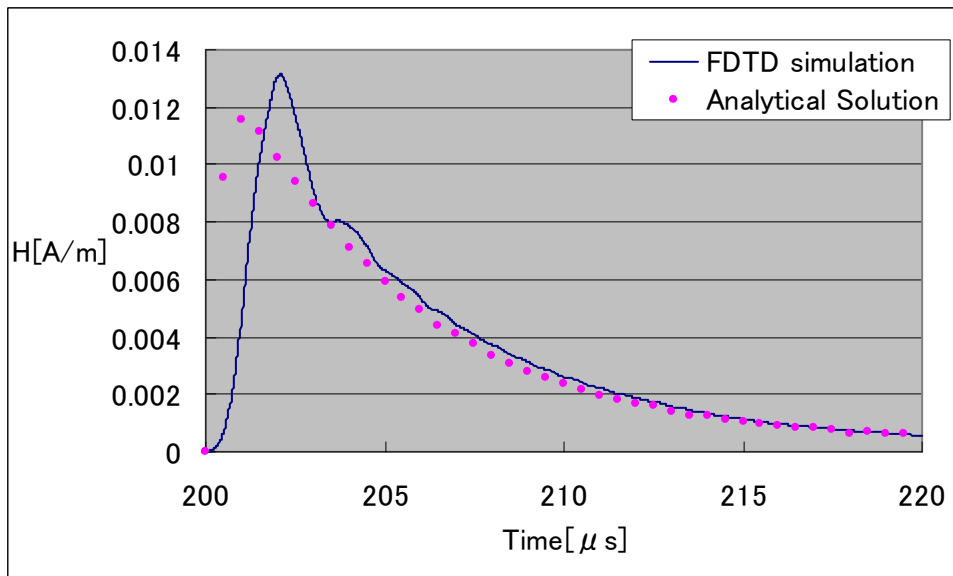
図 3.5 FDTD 法と(3.4)式での計算結果の比較(電流立ち上がり時間  $5 \mu$ s、 $\sigma = \infty$ )  
 近距離、遠距離共に両者の計算結果はよく一致している。  
 次に電流立ち上がり時間を変え計算結果が一致しているかどうかを検討する。





放電路から観測地点の距離 60km

図 3.6 FDTD 法と(3.4)式での計算結果の比較(電流立ち上がり時間  $3\mu\text{s}$ 、 $\sigma = \infty$ )



放電路から観測地点の距離 60km

図 3.7 FDTD 法と(3.4)式での計算結果の比較(電流立ち上がり時間  $1\mu\text{s}$ 、 $\sigma = \infty$ )

図 3.5~3.7 を見て分かるように、電流立ち上がり時間  $3, 5\mu\text{s}$  の時は結果が一致しているが  $1\mu\text{s}$  の時ではかなり異なっている。これはセルサイズが大きすぎてこのような結果が出たと考えられるが、この距離の計算をするのにこれ以上セルを細かくすると計算量が膨大になり非現実的なので、これ以降は電流立ち上がり時間が  $3, 5\mu\text{s}$  を中心に議論する。以上の結果から大地が完全導体の時、電流立ち上がり時間が  $3\mu\text{s}$  以上ならば 2次元 FDTD 法のシミュレーションの妥当性が確認された。

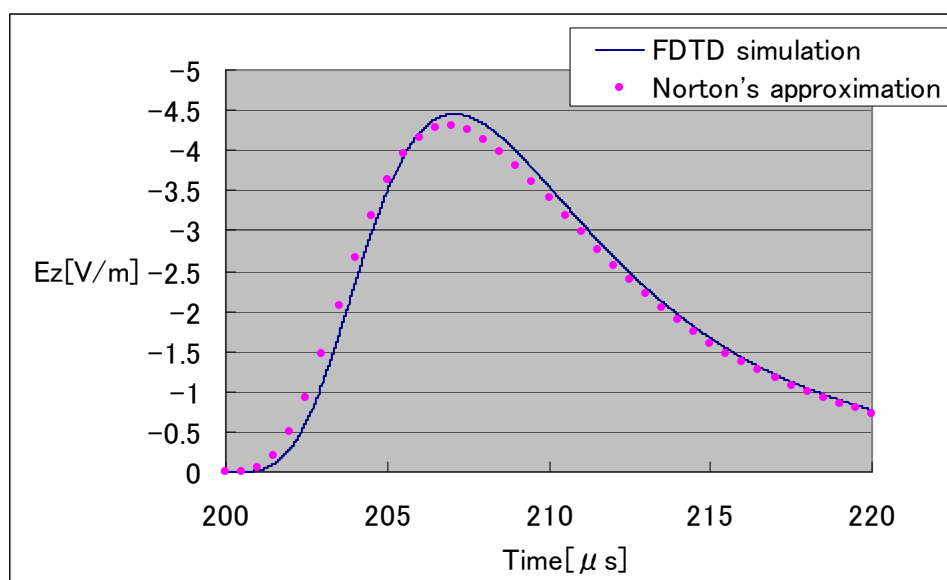
### 3.4 大地が不完全導体の場合の電磁界の伝搬

大地の導電率が有限の場合は、主に水平電界が影響を受ける。水平電界の値が変わるため、若干垂直電界にも影響が出る。大地は導電率  $\sigma = 0.001[\text{S/m}]$ 、比誘電率  $\epsilon_r = 10$  として地中 300m まで模擬した。また、地中 300m では十分電磁波は減衰すると考えられるので底辺の水平電界を 0 とし、そこから下は完全導体として扱った。

大地を不完全導体とした場合の FDTD 法を検証するために、Norton[9]の考案した Norton 解(付録 A)を用いて検証した。Norton 解は、電磁波が平面波とみなせるような遠方では非常によい近似となっている。

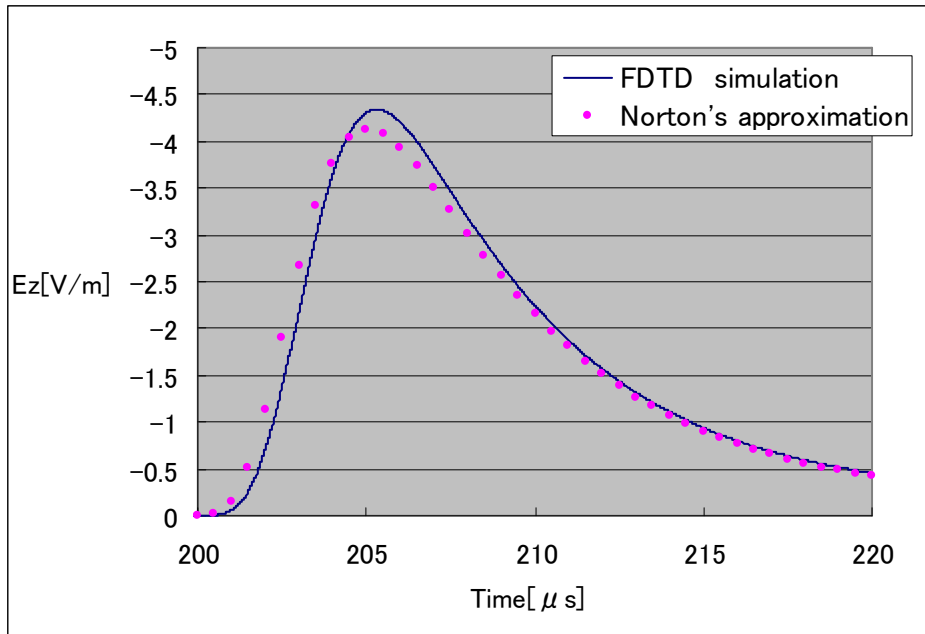
図 3.8、図 3.9、図 3.10 より比較の結果としては、 $0.1 \sim 0.2 \mu\text{s}$  程のピーク時刻ズレはあるものの十分一致していると言える。

以上の結果から大地が導電率を持っている時の 2 次元 FDTD 法のシミュレーションの実用性が確認された。



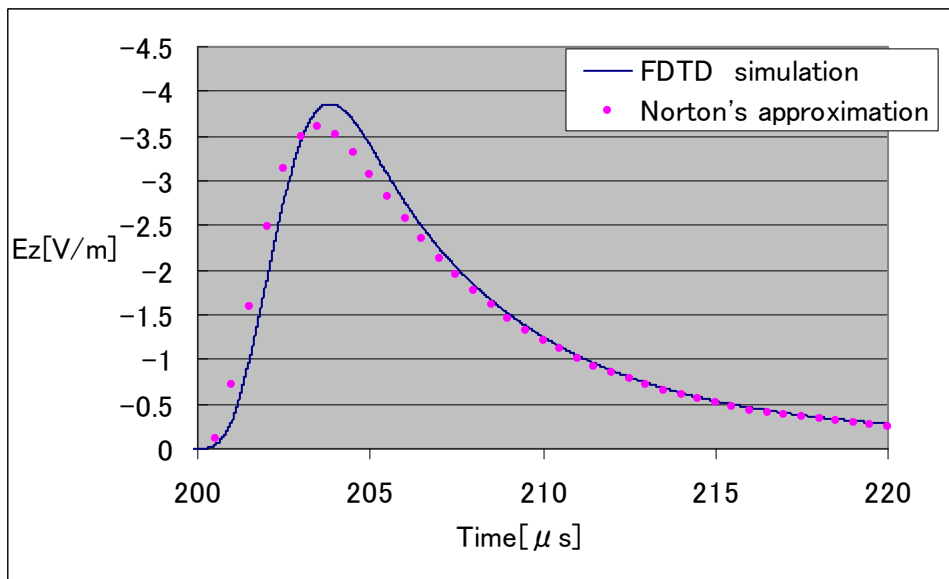
放電路からの距離 60km 観測地点での電界波形  $\sigma = 0.001\text{S/m}$

図 3.8 FDTD 法と Norton 解の計算結果の比較(電流立ち上がり時間  $5 \mu\text{s}$ )



放電路からの距離 60km 観測地点での電界波形  $\sigma = 0.001\text{S/m}$

図 3.9 FDTD 法と Norton 解の計算結果の比較(電流立ち上がり時間  $3 \mu$  s)



放電路からの距離 60km 観測地点での電界波形  $\sigma = 0.001\text{S/m}$

図 3.10 FDTD 法と Norton 解の計算結果の比較(電流立ち上がり時間  $1 \mu$  s)

### 3.5 まとめ

本章では、雷電流として使用する電流式を定義し、雷放電路の伝送線路モデルを用いて、FDTD法のシミュレーションとしての実用性について検討した。その結果、

大地が完全導体の場合、

- ・電流の立ち上がり時間が  $3\mu\text{s}$  以上ならば極めて良く一致している。

大地が不完全導体の場合、

- ・電流の立ち上がり時間が  $1\mu\text{s}$  でもある程度は一致する。

以上より、本研究では電流の立ち上がり時間を  $3\mu\text{s}$  以上で議論していくとする。また、有限な導電率を持つ場合の大地で  $0.2\mu\text{s}$  程度ピーク時刻差があることを念頭に精度の問題を議論しなくてはならない。

## 第4章 導電率有限の大地による波頭部分の変化

大地が有限な導電率を持つ場合、電磁波はその影響を受けて次第に減衰していく。この減衰により波頭部分に変歪し、これが位置標定誤差に大きく影響する。本章では完全導体大地と有限な導電率を持つ大地とでの波頭部分を比較して、その変歪の様子を定性的、定量的に議論できるかどうかを検討する。

本章での計算条件は特に明示されていない限り、観測地点 30~60km の区間のデータを取る場合、セルサイズ 10m、地中 200m、放電路長 10km、観測地点の高さは 15m。観測地点 60~96km の区間のデータを取る場合、セルサイズ 15m、地中 300m 放電路 15km、観測地点の高さは 22.5m。両者共に大地の比誘電率 10、比透磁率 1 としている。

### 4.1 電磁波減衰の距離依存性

はじめに大地の導電率を 0.001S/m、電流の立ち上がり時間を  $5\mu\text{s}$  として有限な導電率を持つ大地によって磁界最大値がどの程度減衰するか(磁界ピーク比)、磁界ピーク時刻がどの程度遅れるか(ピーク時刻遅れ)を距離による定性的な依存性があるかを 30~96km の範囲で調べた。それを図 3.1、3.2 に示す。なお、磁界ピーク比は(有限な導電率を持った大地での磁界ピーク値/完全導体の大地での磁界ピーク値)であり、ピーク時刻遅れは(有限な導電率を持った大地でのピーク時刻-完全導体の大地でのピーク時刻)としている。

その結果、両者とも距離依存性があることがわかった。今回の条件下では、30~96km の範囲において、

磁界ピーク比は、

$$(x-30) \times (-0.00058) + 0.991 = \text{Relative magnetic field peak} \quad (4.1)$$

ピーク時刻遅れは、

$$(x-30) \times (0.02046) + 1.3 = \text{peak delay} \quad (4.2)$$

と、1次線形近似することができる。但し、 $x$  は放電路と観測点までの距離(km)。

しかし、(4.1)、(4.2)式に  $x=0$  を代入しても(4.1)では磁界ピーク比が 1 に、(4.2)ではピーク時刻遅れが 0 にならないことに留意しなくてはならない。この理由は

- ① 30km よりももっと近い点に変曲点が存在し減衰率、時間遅れ率が変化している。
- ② 数百 km のオーダーで見ると 1次線形近似できず、減衰率、時間遅れ率は曲線近似する必要がある。

の 2 点が考えられる。

しかし、本研究では 30~100km の範囲を対象としているので 1次線形近似で十分と考えられる。

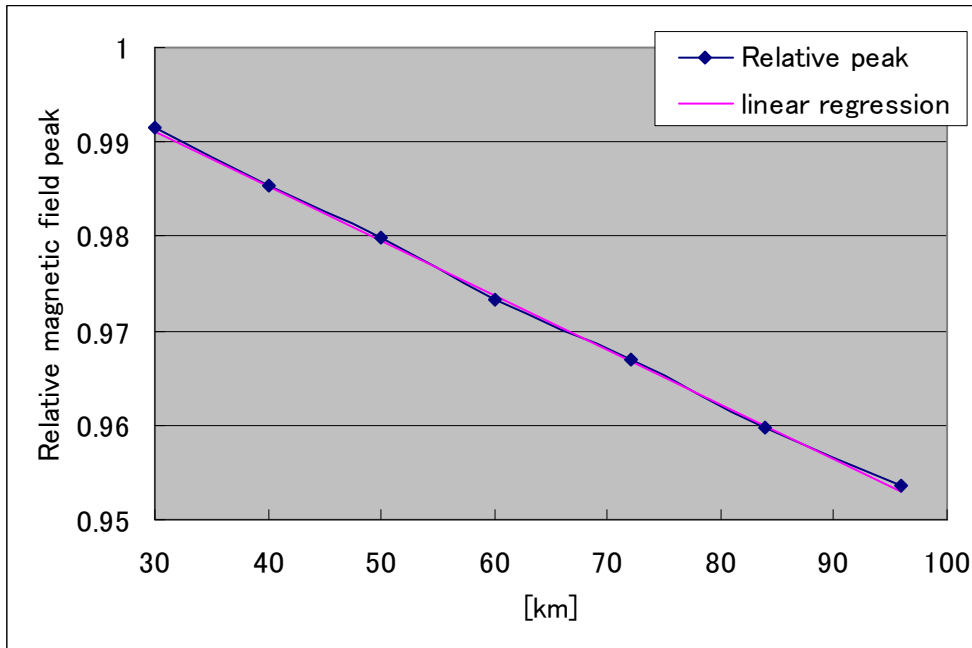


図 4.1 有限な大地導電率のもとでの磁界ピークの減衰  $\sigma=0.001\text{S/m}$

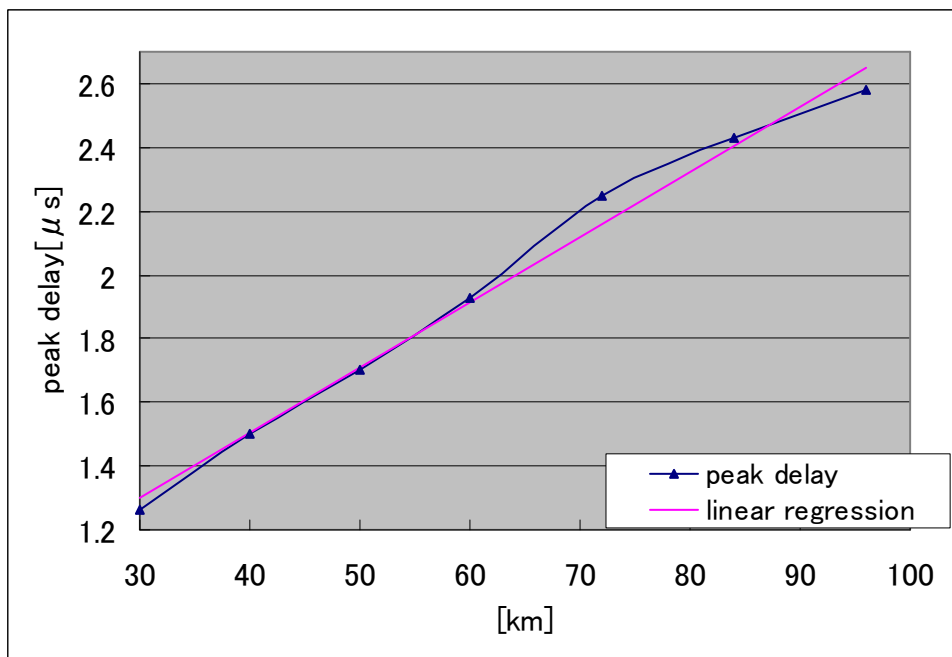


図 4.2 有限な大地導電率のもとでのピーク時刻遅れ  $\sigma=0.001\text{S/m}$

## 4.2 導電率の違いによる電磁界波形への影響

次に 4.1 の条件から大地の導電率を  $0.003\text{S/m}$  にした場合、距離が離れることでどのように変化するかを調べた。その結果を図 4.3、4.4 に纏める。

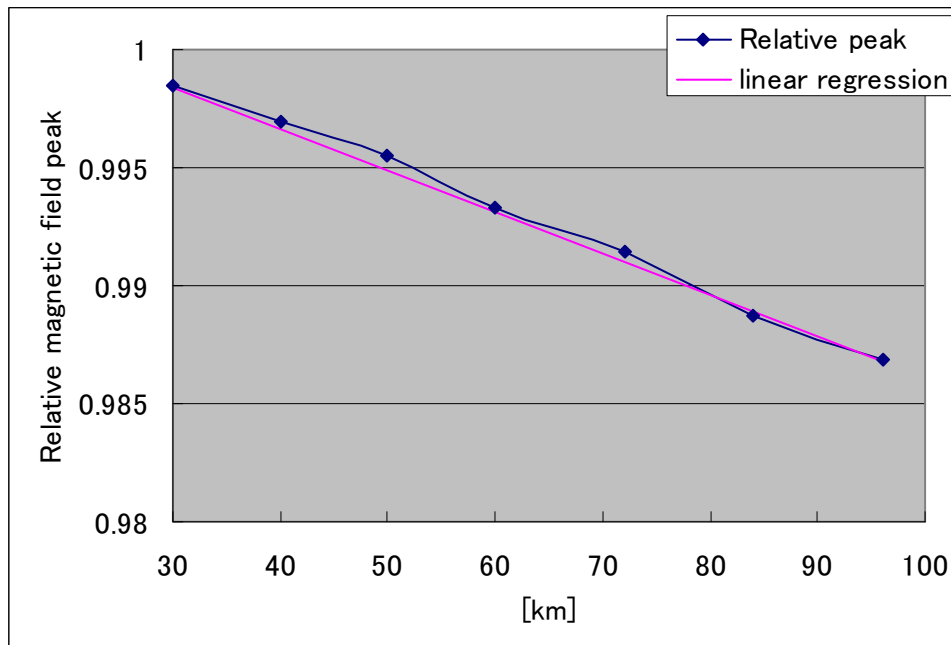


図 4.3 有限な大地導電率のもとでの磁界ピークの減衰  $\sigma=0.003\text{S/m}$

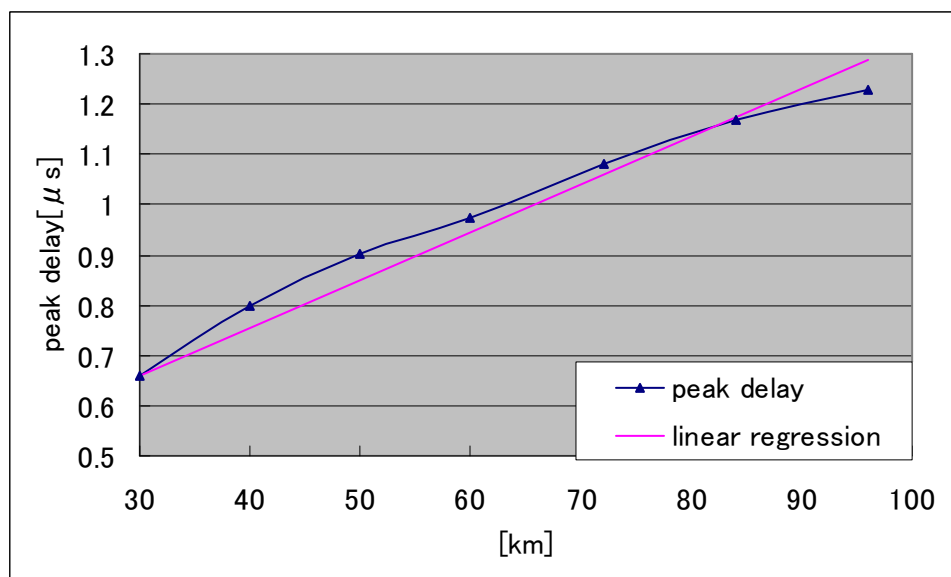


図 4.4 有限な大地導電率のもとでのピーク時刻遅れ  $\sigma=0.003\text{S/m}$

その結果、両者とも距離依存性があることがわかった。今回の条件下では、30～96km の範囲において、

磁界ピーク比は、

$$(x-30) \times (-0.00018) + 0.9985 = \text{Relative magnetic field peak} \quad (4.3)$$

ピーク時刻遅れは、

$$(x-30) \times (0.00955) + 0.66 = \text{peak delay} \quad (4.4)$$

と、1次線形近似することができる。但し、 $x$  は放電路と観測点までの距離(km)。

磁界ピーク比、ピーク時刻遅れともに大地の導電率が大きくなることで距離による変化は小さくなることが分かった。

4.1と同様に、(4.3)、(4.4)式に  $x=0$  を代入しても(3.3)では磁界ピーク比が1に、(4.4)ではピーク時刻遅れが0にならないことに留意しなくてはならない。



### 4.3 電流の立ち上がり時間の違いによる電磁界波形への影響

次に 4.1 の条件から電流の立ち上がり時間を  $3\mu\text{s}$  にした場合、距離が離れることでどのように変化するかを調べた。その結果を図 4.5、4.6 に纏める。

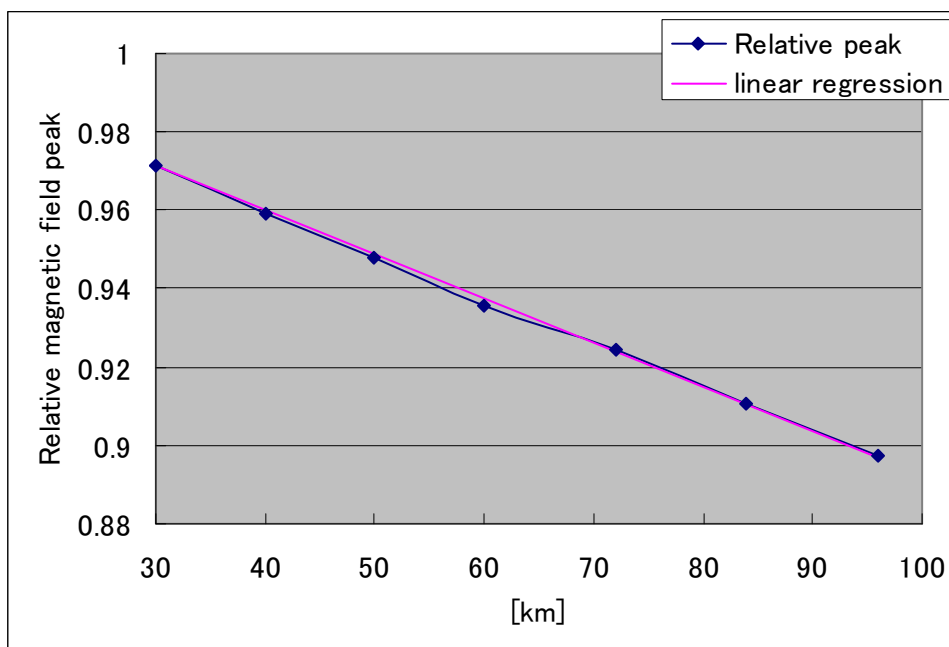


図 4.5 有限な大地導電率のもとでの磁界ピークの減衰  $\sigma=0.001\text{S/m}$

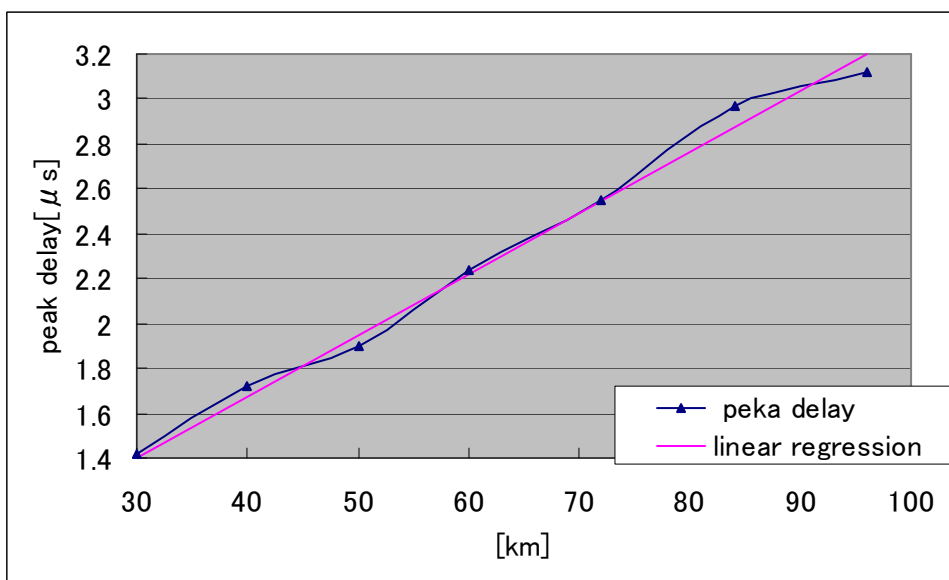


図 4.6 有限な大地導電率のもとでのピーク時刻遅れ  $\sigma=0.001\text{S/m}$

その結果、両者とも距離依存性があることがわかった。今回の条件下では、30～96km の範囲において、

磁界ピーク比は、

$$(x-30) \times (-0.00113) + 0.972 = \text{Relative magnetic field peak} \quad (4.5)$$

ピーク時刻遅れは、

$$(x-30) \times (0.0273) + 1.4 = \text{peak delay} \quad (4.6)$$

と、1次線形近似することができる。但し、 $x$  は放電路と観測点までの距離(km)。

磁界ピーク比、ピーク時刻遅れともに電流の立ち上がり時間が長くなることで距離による変化は小さくなることが分かった。

4.1と同様に、(4.5)、(4.6)式に  $x=0$  を代入しても(4.5)では磁界ピーク比が1に、(4.6)ではピーク時刻遅れが0にならないことに留意しなくてはならない。

#### 4.4 まとめ

4.1 から 4.3 まで出た結果をある程度線形近似した式を(4.1)から(4.6)式にしてある。この線形近似における傾きや切片にからなんらかの定量的な関係を見つけることができれば、一般的な条件下でのピーク減衰、ピーク時刻遅れを考えることが出来る。

表 4.1 各条件下での線形近似式の関係:ピーク比(傾き/切片)

	立ち上がり時間 $3\mu\text{s}$	立ち上がり時間 $5\mu\text{s}$	立ち上がり時間 変化による変化率
$\sigma=0.001$	-0.00113/0.972	-0.00058/0.991	0.513
$\sigma=0.003$	-0.00045/0.993	-0.00018/0.9985	0.4
$\sigma$ 変化による 傾き変化率	0.398	0.310	

表 4.2 各条件下での線形近似式の関係:ピーク時刻遅れ(傾き/切片)

	立ち上がり時間 $3\mu\text{s}$	立ち上がり時間 $5\mu\text{s}$	立ち上がり時間 変化による変化率
$\sigma=0.001$	0.02727/1.4	0.02046/1.3	0.750
$\sigma=0.003$	0.01970/0.6	0.00955/0.66	0.485
$\sigma$ 変化による 傾き変化率	0.722	0.467	

この結果から定量的な結果を出すことは極めて困難である。本論文では定性的結果を考慮するにとどめておく。

本章では大地の導電率、立ち上がり時間を変えることで磁界ピーク値の減衰、ピーク時刻遅れがどのような距離依存性を示すかを 30~96km の範囲で調べた。

その結果、

- どの条件下でも観測点の距離が遠くなることで、磁界ピーク値は減衰し、ピーク時刻遅れは大きくなっていく。この減衰及び遅れは距離との間には同じ電流波形に対しては十分な1次線形近似ができる程度の関係がある。
- 大地の導電率が大きくなることで、減衰及び遅れは小さくなる。
- 雷電流の立ち上がり時間が長くなることで、減衰及び遅れは小さくなる。但し、本研究では波尾部分を考慮していない。波尾部分によっては、立ち上がり時間が変化してもピーク値の変化はないと考えられる。
- 大地の導電率、雷電流の立ち上がり時間等の限られた数のパラメータから減衰及び遅れを簡単な実験式で表すことは難しい、ということが分かった。

## 第5章 FDTD法高速化について

本研究では様々な地形や電流波形の元で、一般的な雷放電位置標定の高精度化を実現することを目標としている。そのためには多量の計算を実施する必要がある。しかし本研究で必要とするのは落雷地点より数10km~100km程遠方の観測地点のデータである。FDTD法の特性として、観測地点が遠距離になるほど、計算 cell 数及び time step の繰り返し回数が増加することから計算時間が増加してしまう。これは膨大な時間になるので、効率よく多くのデータを集めるために、FDTD法の計算時間自体を短縮させることが必要となる。本研究では従来の3次元FDTD法の代わりに2次元円筒座標式FDTD法を用いることで、cell数を大幅に減らしている。しかし、これでも依然として計算時間は膨大である。本章ではさらに他の計算時間削減のアルゴリズムを提案し、この有用性を計算時間と誤差の観点から議論する。

### 5.1 サブ cell 法

これまでの cell サイズは、電流波形の周波数解析をして 50dB 以下になる高周波を無視することで、15m と設定してきた。ここで、電磁波は遠距離まで伝搬すると高周波成分は大地等の影響を受けて減衰することを考えれば、遠方ではより大きな cell サイズを取れると推測できる。立ち上がり時間  $5\mu\text{s}$  の電流を用いて、雷放電路より 30km 地点での電界を Norton 解で計算した。図 5.1 より周波数 0.6MHz 帯は 50dB を十分下回っている。周波数 0.6MHz の時、波長は 500m となり、cell サイズはその 1/10 の 50m で十分となる。そこで 15m cell の 3 倍の大きさである 45m サブ cell を落雷地点から 30km 以上遠距離の箇所より用いることで十分な計算精度を維持しつつ計算時間の短縮ができると考えられる。

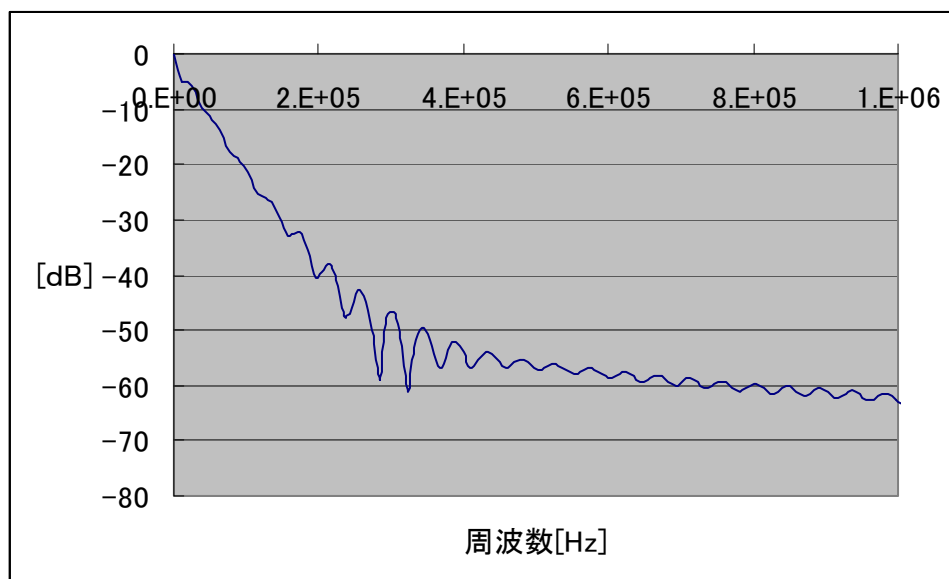


図 5.1 30km 地点での電界の周波数解析(Norton 解より計算)  $\sigma=0.001\text{S/m}$

サブ cell を用いることで cell 数を 1/9 に、時間 step を 3 倍にすることができ、単純計算でその区間の計算コストを 1/27 にできる。サブ cell をどのように導入するかは図 5.2 のようにしてある。一定区間は通常 cell とサブ cell が重なるように計算する。通常 cell での計算結果をサブ cell の方に取り込み、それを基にサブ cell 領域の計算を行う。

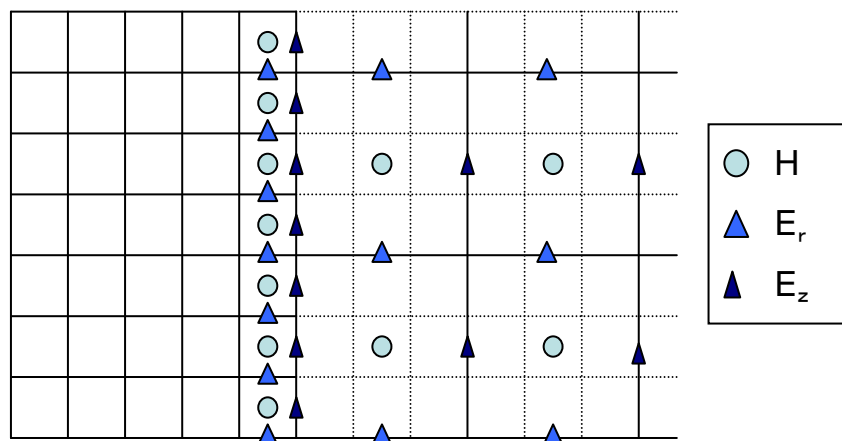


図 5.2 サブ cell 概念図

しかし、サブ cell による計算誤差がかなり大きいことも分かった。サブ cell を用いる場合と用いない場合の誤差を表 5.1 に示す。表の波形開始時間は固定閾値  $H=1.0[\mu A/m]$  を越えた時間をさす。

表 5.1 15m cell のみの場合とサブ cell を用いた場合の誤差(サブ cell 開始地点の違いによる比較)  $\sigma=0.001S/m$

(a)30km よりサブ cell				(b)60km よりサブ cell			
観測地点	ピーク値(%)	波頭( $\mu s$ )	波形開始( $\mu s$ )	観測地点	ピーク値(%)	波頭( $\mu s$ )	波形開始( $\mu s$ )
36km	3.6	0.09	0.18	66km	3.0	0.21	0.09
48km	8.3	0.12	0.09	78km	6.9	0.09	0.09
60km	10.7	0.27	0.27	90km	9.1	0.12	0.18
72km	11.8	0.51	0.18	102km	10.2	0.21	0.15

但し、15m cell では time step を  $0.03 \mu s$ 、拡張 cell では  $0.09 \mu s$  なので、 $0.09 \mu s$  の誤差は計算誤差と考えられる。観測地点はサブ cell 開始から 6,18,30,42km 地点を用いている。(a)と(b)を比べた結果、サブ cell を用いる地点が遠方になってもほとんど変わらないことが分かった。ある程度まで電磁波が伝搬するとそれ以上は高周波成分がほとんど減衰しないためだと思われる。

最大の時間誤差は  $0.51 \mu s$ 。これはサブ cell を用いた場合の方が遅くなっている。他の誤差の場合は遅くなっている場合、早くなっている場合と様々である。しかし、 $0.51 \mu s$  の誤差というのは、位置の誤差にして約 150m 程度である。この結果から、時間誤差は許容の

範囲内とするかどうかは使用目的による。

一方、ピーク値誤差は距離が進むに連れて大きくなっていく。この原因はサブ cell 領域を進行するほど大きくなっていることから、減衰しきっていない高周波成分がサブ cell 内で悪影響を及ぼしていると考えられる。

次に電流波形を変化させて誤差率を調べた。高周波は電流の立ち上がり時間が早まることで増大する。そのため  $1\mu\text{s}$  から  $17\mu\text{s}$  まで  $2\mu\text{s}$  ずつ調べた。

表 5.2 15m cell のみの場合とサブ cell を用いた場合の誤差  $\sigma = 0.001\text{S/m}$

(a) 電流立ち上がり時間  $1\ \mu\text{s}$

観測地点	ピーク値(%)	波頭( $\mu\text{s}$ )	波形開始( $\mu\text{s}$ )
36km	12.6	0.36	0.18
48km	12.7	0.75	0.15
60km	12.1	0.84	0.21
72km	11.6	1.05	0.21

(b) 電流立ち上がり時間  $3\ \mu\text{s}$

観測地点	ピーク値(%)	波頭( $\mu\text{s}$ )	波形開始( $\mu\text{s}$ )
36km	9.1	0.12	0.18
48km	12.7	0.51	0.18
60km	13.2	0.6	0.27
72km	13.2	0.81	0.15

(c) 電流立ち上がり時間  $5\ \mu\text{s}$

観測地点	ピーク値(%)	波頭( $\mu\text{s}$ )	波形開始( $\mu\text{s}$ )
36km	3.6	0.09	0.18
48km	8.3	0.12	0.09
60km	10.7	0.27	0.27
72km	11.8	0.51	0.18

(d) 電流立ち上がり時間  $7\ \mu\text{s}$

観測地点	ピーク値(%)	波頭( $\mu\text{s}$ )	波形開始( $\mu\text{s}$ )
36km	1.3	0.21	0.12
48km	3.1	0.63	0.12
60km	5.9	0.69	0.24
72km	7.9	0.39	0.15

(e) 電流立ち上がり時間  $9\ \mu\text{s}$

観測地点	ピーク値(%)	波頭( $\mu\text{s}$ )	波形開始( $\mu\text{s}$ )
36km	0.9	0.15	0.09
48km	1.8	0.09	0.12
60km	2.5	0.3	0.21
72km	3.5	0.54	0.15

(f) 電流立ち上がり時間  $11\ \mu\text{s}$

観測地点	ピーク値(%)	波頭( $\mu\text{s}$ )	波形開始( $\mu\text{s}$ )
36km	0.7	0.09	0.06
48km	1.3	0.09	0.09
60km	2.0	0.21	0.21
72km	2.4	0.15	0.12

(g) 電流立ち上がり時間  $13\ \mu\text{s}$

観測地点	ピーク値(%)	波頭( $\mu\text{s}$ )	波形開始( $\mu\text{s}$ )
36km	0.5	0.06	0.09
48km	1.0	0.03	0.06
60km	1.5	0.12	0.18
72km	1.8	0.12	0.12

(h) 電流立ち上がり時間  $15\ \mu\text{s}$

観測地点	ピーク値(%)	波頭( $\mu\text{s}$ )	波形開始( $\mu\text{s}$ )
36km	0.4	0.03	0.06
48km	0.8	0.06	0
60km	1.2	0.12	0.15
72km	1.5	0.03	0.18

(i) 電流立ち上がり時間  $17\ \mu\text{s}$

観測地点	ピーク値(%)	波頭( $\mu\text{s}$ )	波形開始( $\mu\text{s}$ )
36km	0.4	0.03	0
48km	0.7	0	0.06
60km	1.0	0.15	0.18
72km	1.2	0.03	0.15

電流立ち上がり時間が  $1, 3 \mu\text{s}$  では時刻の誤差がかなり大きい。が、ここまで立ち上がり時間が早いと cell サイズが  $15\text{m}$  でも大きすぎる可能性はある。電流立ち上がり時間が  $9 \mu\text{s}$  を超えると誤差が  $5\%$  を切り、時間誤差も小さくなっている。このように立ち上がり時間を遅くすることで誤差は非常に小さくなることが分かった。しかし、負極性第一雷撃の  $50\%$  以上が立ち上がり時間  $5.5 \mu\text{s}$  以下、後続雷撃に至っては  $50\%$  以上が立ち上がり時間  $1.1 \mu\text{s}$  以下となっている。一方、正極性雷撃は  $50\%$  以上が立ち上がり時間  $22 \mu\text{s}$  以下となるのでこの時は十分活用できる

高周波数帯の電磁界は有限な大地導電率のもとで減衰するという事情から、山などの地形がある場合にはピーク値誤差は小さくなるのではないかと推測される。そのため複数の山を置いた場合誤差がどのようになるかを計算してみた。山は図 5.3 のように配置した。

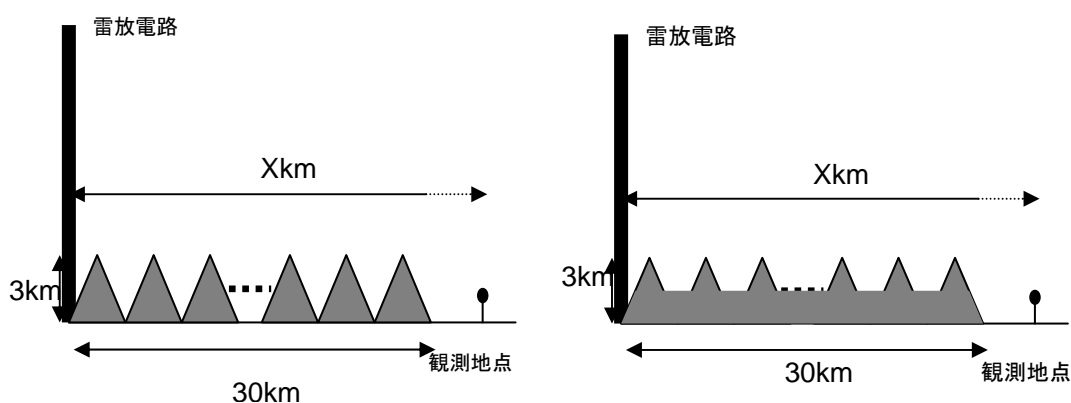


図 5.3 地形図(右は山間部を埋めている場合)  $\sigma = 0.001\text{S/m}$

大地と山の導電率は  $0.001\text{S/m}$  とした。高さ  $3\text{km}$ 、幅  $3\text{km}$  の山を  $10$  個並べた。その山間部を色々な高さで埋めて計算してみた。その結果を表 5.2 にまとめた。その結果、山間部分が高くなるほどピーク値誤差、時間誤差ともに小さくなっている。山間部分が一番低い  $0\text{m}$  の部分でピーク値誤差  $5\%$  と、山がない時に比べ大分小さくなっている。

一方、時間誤差は大きくなっている部分もある。それでも  $0.66 \mu\text{s}$  ということは  $200\text{m}$  程度の位置標定誤差となるので場合により許容範囲ともいえる。

同様の実験を電流の立ち上がり時間を  $1 \mu\text{s}$ 、 $3 \mu\text{s}$  の場合も試したところ、ほぼ同様の結果を得た。電流の立ち上がり時間が速いほど、電磁界は高周波を含む。

以上のことから、図 5.3 のような高く急峻な山を想定した場合ではサブ cell を用いての計算も立ち上がり時間  $1 \mu\text{s}$  までは使用に耐えうると言える。



表 5.3 15mcell のみの場合とサブ cell を用いた場合の誤差  $\sigma=0.001S/m$

(a) 山間部の高さ 0m

観測地点	ピーク値(%)	波頭( $\mu s$ )	波形開始( $\mu s$ )
36km	0.25	0.06	0.09
48km	1.03	0.3	0.21
60km	3.03	0.51	0.09
72km	4.97	0.66	0.15

(b) 山間部の高さ 750m

観測地点	ピーク値(%)	波頭( $\mu s$ )	波形開始( $\mu s$ )
36km	0.28	0	0.09
48km	0.90	0.24	0.21
60km	2.68	0.39	0.09
72km	4.50	0.63	0.15

(c) 山間部の高さ 1500m

観測地点	ピーク値(%)	波頭( $\mu s$ )	波形開始( $\mu s$ )
36km	0.33	0	0.09
48km	0.72	0.15	0.21
60km	1.92	0.3	0.09
72km	3.39	0.51	0.15

(d) 山間部の高さ 2250m

観測地点	ピーク値(%)	波頭( $\mu s$ )	波形開始( $\mu s$ )
36km	0.46	0.06	0.09
48km	0.77	0.12	0.18
60km	1.38	0.15	0.09
72km	2.20	0.39	0.15

(e) 山間部の高さ 3000m

観測地点	ピーク値(%)	波頭( $\mu s$ )	波形開始( $\mu s$ )
36km	0.37	0	0.03
48km	0.64	0.09	0.12
60km	1.14	0.15	0.03
72km	1.99	0.36	0

次に実際の形状の山を想定して誤差を検証する。そこで今度は大地と山の導電率を  $0.001S/m$  とし、幅  $10km$ 、高さ  $1.5km$  の山を 3 個並べ、山間部を色々な高さで埋めてみた。そこから誤差率を表 5.3 と同じように計算してみた。その結果、表 5.3 と比べてかなり大きな誤差が出るのが分かった。特に表 5.3, 5.4(e)の台形のような形を見比べると比較しやすいが、この誤差は山の標高もしくは傾斜によるものと考えられる。一方で山が高くなることでピーク時刻誤差が小さくなっているのに対して、波形開始時間誤差が大きくなっている。この時間誤差は一方では小さく、一方では大きくなっていることから、時間の誤差に関しては一概に標高の違いによるものではないと考えられる。

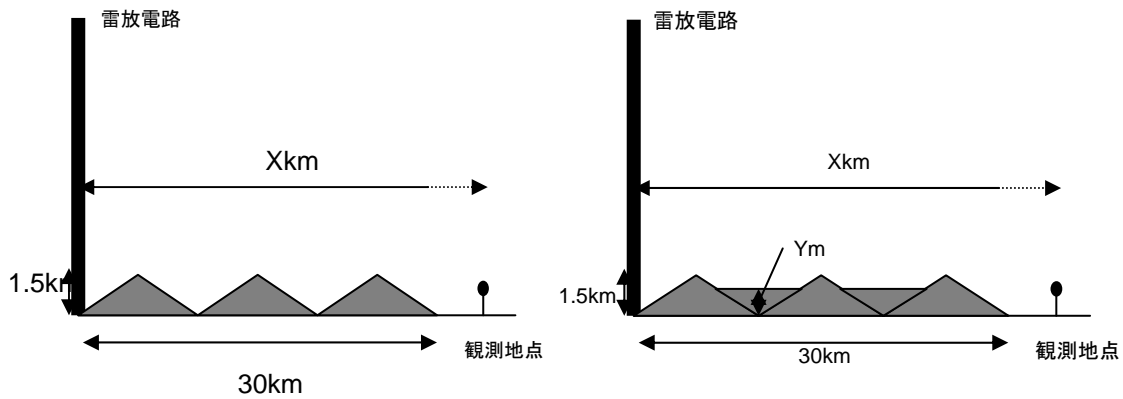


図 5.4 地形図(右は山間部を埋めている場合)  $\sigma = 0.001S/m$

表 5.4 15mcell のみの場合とサブ cell を用いた場合の誤差  $\sigma = 0.001S/m$

(a) 山間部の高さ 0m

観測地点	ピーク値(%)	波頭( $\mu s$ )	波形開始( $\mu s$ )
36km	1.85	0.15	0.15
48km	3.88	0.03	0.24
60km	5.68	0	0.45
72km	6.97	0.12	0.45

(b) 山間部の高さ 300m

観測地点	ピーク値(%)	波頭( $\mu s$ )	波形開始( $\mu s$ )
36km	1.95	0.09	0.15
48km	4.02	0.03	0.24
60km	5.74	0.06	0.45
72km	7.01	0.18	0.45

(c) 山間部の高さ 750m

観測地点	ピーク値(%)	波頭( $\mu s$ )	波形開始( $\mu s$ )
36km	1.60	0.03	0.12
48km	3.47	0.03	0.24
60km	5.34	0.03	0.48
72km	6.74	0.12	0.45

(d) 山間部の高さ 1200m

観測地点	ピーク値(%)	波頭( $\mu s$ )	波形開始( $\mu s$ )
36km	1.31	0.03	0.12
48km	2.91	0.06	0.21
60km	4.78	0.18	0.42
72km	6.28	0.03	0.48

(e) 山間部の高さ 1500m

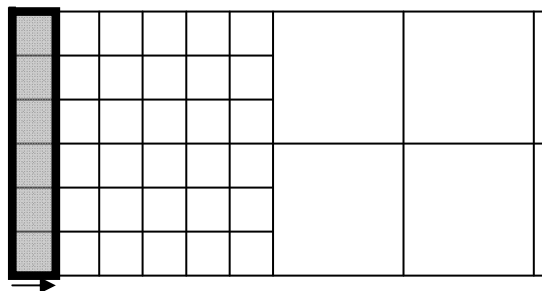
観測地点	ピーク値(%)	波頭( $\mu s$ )	波形開始( $\mu s$ )
36km	1.16	0.06	0.15
48km	2.64	0.03	0.3
60km	4.43	0.12	0.48
72km	5.89	0.03	0.51

結論として高周波成分が多く残っている場合にはかなりの誤差を許容しなければならないことが分かった。逆に言うと、高周波成分が元々少ない遅い立ち上がり時間の雷電流の場合や、伝搬している経路に高い山が多くある場合などはある程度高周波が少なくなり、大分誤差も減ることが分かった。

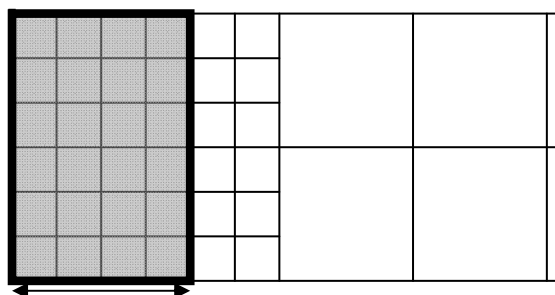
## 5.2 計算領域の限定化

FDTD 法では空間の cell 数が増えるほど計算コストが増加する。そこで計算する cell 数を限定すればそれだけ計算コストを減らすことができる。そのアルゴリズムを図 5.5 に示す。

①計算 cell を右方向に光速で拡大



②波形観測に必要な時間分計算 cell の横幅を確保



③確保した後、計算箇所を光速で右に移動させていく

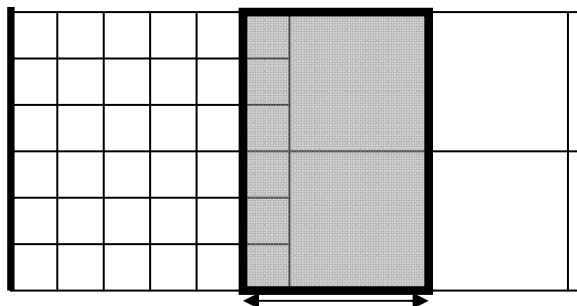


図 5.5 計算領域の限定化アルゴリズム

これによりどんな遠距離まで計算する場合でも、1 time step での計算コストはある程度限定される。

### 5.3 計算コストの比較

上記のサブ cell 法、計算領域の限定化を用いてどの程度計算時間が短縮されたかを測った。その結果は表 5.5 のようになった。なお、計算は放電路から 72km の観測地点での電磁界を観測するための十分な空間領域を確保した場合である。この比較のための計算領域の限定化では横幅を 24km(光速での 80  $\mu$ s 分)取っている。これは電磁波が観測地点に光速で伝搬した場合、その伝搬より 80  $\mu$ s 間の波形を計算するということである。つまり、例えば観測地点を放電路から 60km とした場合、落雷から 200  $\mu$ s $\sim$ 280  $\mu$ s 間のみこれまでの FDTD 法の計算と同じ波形を保証するといった意味である。

表 5.5 計算時間の比較

	計算時間
何も使用しない場合	5 時間 58 分
サブ cell 法を使用した場合	3 時間 30 分
計算領域を限定化した場合	2 時間 27 分
サブ cell 法を使用し計算領域を限定化した場合	1 時間 18 分

上記のように、サブ cell 及び、計算領域の限定化を用いた場合、何もしていないのに比べて、約 78%計算時間を短縮できることが分かった。しかし、誤差の大きさの問題もあるので本研究では電磁界波形の計算は計算領域の限定化のみを用いている。

### 5.4 まとめ

本章では FDTD 法の高速計算化について検討した。

サブセル法は、

- ・高周波成分が多く残っている場合にはかなりの誤差を許容しなければならないことが分かった。逆に言うと、高周波成分が元々少ない遅い立ち上がり時間電流や、伝搬している間に高い山が多くある場合などはある程度高周波が少なくなり、大分誤差も減ることが分かった。

一方、計算領域の限定化は特に問題が生じない合理的な計算方法である。

## 第6章 山間部の高さの電磁界への影響

4章の計算では雷放電路と観測地点の間には何もなかった。しかし実際には様々な地形があると考えられる。そこで本章では地形の代表例として山を伝搬経路に置いて観測される電磁界にどのような影響があるかを調べた。1つの山を置いた場合はすでに十分検討されている[10]ので、本研究では複数の山や文献[10]で網羅しきれないで、本研究に必要な部分を本章で検討していく。

### 6.1 山間部の高さによる電磁界波形への影響

これまでの研究では山々が連なっている間にもその間は完全に谷であった。しかし実際にそのような地形があるわけではなく、ある程度その谷は埋まっていると考えられる。実際、この谷の深さがどの程度の影響を及ぼすかを知ることで、山のモデリングでの精度を検証しなくてはならない。下図 6.1 のような地形を模擬した。

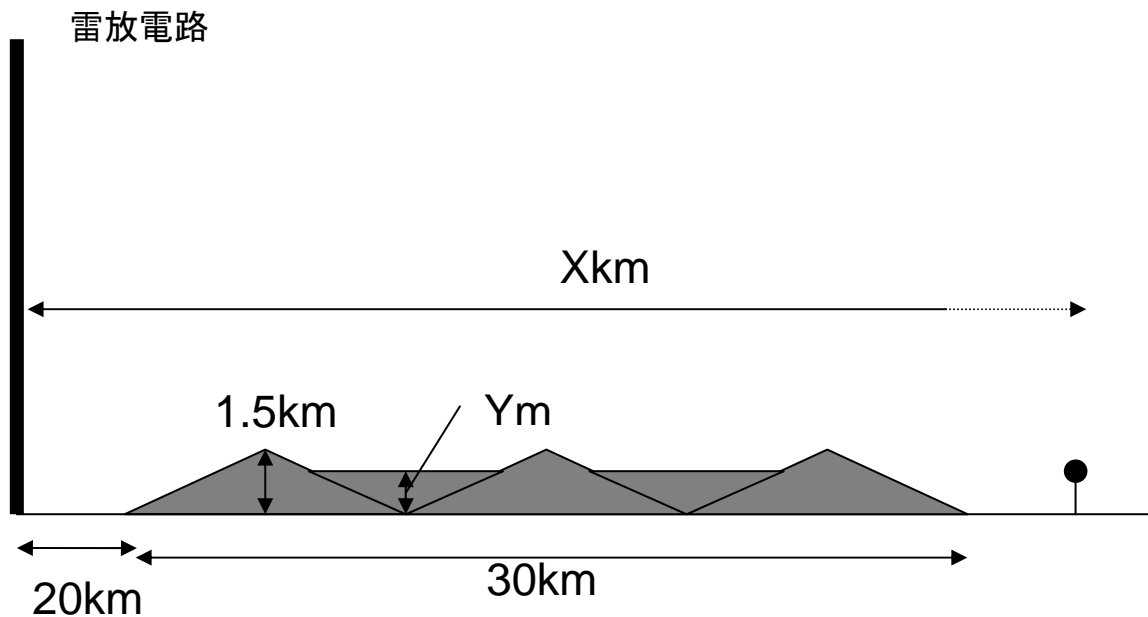


図 6.1 地形図

雷放電路から山までの距離を 20km とした。観測地点までの距離 X km を 60, 72, 84, 96km とし、山間部の谷の高さ Y m を 0, 300, 750, 1200, 1500m とした。山、大地の導電率を 0.001S/m とし、立ち上がり時間  $5\mu\text{s}$  にて計算した結果を下表 6.1 に纏める。また波形到達時刻は固定閾値で  $H=1.0\mu\text{A/m}$  を超えた時刻を測定している。

表 6.1 各観測点での波頭部分及び立ち上がり時刻の結果  
 ( $\sigma=0.001\text{S/m}$  立ち上がり時間  $5\mu\text{s}$ )

観測地点 60km

山間部の高さ	磁界ピーク値[A/m]	ピーク時刻[ $\mu\text{s}$ ]	波形到達時刻[ $\mu\text{s}$ ]
0m	0.01077	208.44	200.64
300m	0.0109	208.38	200.64
750m	0.01104	208.17	200.64
1200m	0.01099	208.05	200.67
1500m	0.01084	208.08	200.73
5つの平均	0.01091	208.22	200.66

観測地点 72km

山間部の高さ	磁界ピーク値[A/m]	ピーク時刻[ $\mu\text{s}$ ]	波形到達時刻[ $\mu\text{s}$ ]
0m	0.00906	248.49	240.57
300m	0.00917	248.43	240.57
750m	0.00929	248.25	240.57
1200m	0.00929	248.13	240.6
1500m	0.0092	248.13	240.63
5つの平均	0.0092	248.29	240.59

観測地点 84km

山間部の高さ	磁界ピーク値[A/m]	ピーク時刻[ $\mu\text{s}$ ]	波形到達時刻[ $\mu\text{s}$ ]
0m	0.00777	288.63	280.59
300m	0.00785	288.57	280.59
750m	0.00797	288.42	280.59
1200m	0.00798	288.3	280.59
1500m	0.00791	288.3	280.62
5つの平均	0.00789	288.44	280.6

観測地点 96km

山間部の高さ	磁界ピーク値[A/m]	ピーク時刻[ $\mu\text{s}$ ]	波形到達時刻[ $\mu\text{s}$ ]
0m	0.00678	328.8	320.61
300m	0.00685	328.74	320.61
750m	0.00695	328.59	320.61
1200m	0.00697	328.47	320.61
1500m	0.00691	328.47	320.64
5つの平均	0.00689	328.61	320.62

表 6.1 の結果を見るに山間部の高さによって波頭部分に差が出るのが分かった。次にこの差がどの程度の大きさかを計算した。

表 6.2 各観測点の最大差( $\sigma=0.001\text{S/m}$  の場合)

	磁界ピーク値差	ピーク時刻差[ $\mu\text{s}$ ]	波形到達時刻差[ $\mu\text{s}$ ]
60km 地点	2.4%	0.39	0.09
72km 地点	2.5%	0.36	0.06
84km 地点	2.7%	0.33	0.03
96km 地点	2.8%	0.33	0.03

この結果、

磁界ピーク値差は距離が遠くなるにつれて大きくなる

時刻ピーク値差は距離が遠くなるにつれて小さくなる

と定性的に距離依存で差が変化することが分かった。しかし、差はかなり小さいので計算誤差の範囲とも言える。これ以降も同じ定性的な傾向が出れば上記の距離依存性は正しいと言える。

表 6.2 程度の最大差を許容するならば、山間部の高さは気にしなくてもよいということになる。

また 5 つの平均値に最も近いのは磁界ピーク値が山間部の高さは 300m の時、ピーク時刻、波形到達時刻は 750m の時(最大誤差は  $0.05\mu\text{s}$ )となった。この後に位置標定について議論するならば、時刻により焦点があたる。よって、山の高さの代表例として標高の半分程度を埋めればよいということになる。

## 6.2 導電率の違いによる電磁界波形への影響

次にこの結果が他の場合でも成り立つかどうかを検証してみる。

まず導電率が変わった場合を考える。大地と山の導電率を  $0.003\text{S/m}$  とした時、

表 6.3 各観測点の最大差( $\sigma=0.003\text{S/m}$  の場合)

	磁界ピーク値差	ピーク時刻差[ $\mu\text{s}$ ]	波形到達時刻差[ $\mu\text{s}$ ]
60km 地点	2.8%	0.45	0.09
72km 地点	2.4%	0.45	0.06
84km 地点	2.6%	0.45	0.03
96km 地点	2.7%	0.43	0.03

この結果、上記で述べた距離依存性は疑わしく計算誤差と考えられる。つまり距離による変化はほとんどないと考えられる。

また導電率が変わることで磁界ピーク値差はほとんど変わらないが、ピーク時刻差は  $0.1\mu\text{s}$  程大きくなるのが分かった。

また今回も 5 つの平均値に最も近いのは磁界最大値が山間部の高さは 300m の時、ピーク時刻、波形到達時刻は 750m の時(最大誤差は  $0.07\mu\text{s}$ )となった。

以上の結果から現実的な導電率では山間部の高さによる波頭部分の変化は最大値で 3%程度、時刻は  $0.5 \mu s$  以下となることがわかった。

### 6.3 放電路と山の距離の違いによる電磁界波形への影響

次に山と放電路の距離が変えることで波頭部分が山間部の影響を受けてどのように変化するかを調べた。山と放電路の距離を 8km にし、6.1 と同じ条件で計算した。なお、観測地点は 48, 60, 72, 84km となっている。今回の検証では定量的結果を求めているのではなく、定性的結果から距離依存性やどの程度の誤差かを調べているのでこの観測地点までの距離の違いは問題にならない。この結果を表 6.4 にまとめると、

表 6.4 各観測点の最大差( $\sigma = 0.001 S/m$ )

	磁界ピーク値差	ピーク時刻差[ $\mu s$ ]	波形到達時刻差[ $\mu s$ ]
48km 地点	2.9%	0.42	0.12
60km 地点	2.5%	0.39	0.12
72km 地点	2.5%	0.36	0.09
84km 地点	2.5%	0.36	0.09

表 6.2 と結果を比べたところほとんど変化がない事が分かった。放電路と山の距離はこの程度では変化しないことがわかった。放電路と山の距離に関する問題は後述する。

また今回も 5 つの平均値に最も近いのは磁界最大値が山間部の高さは 300m の時、ピーク時刻、波形到達時刻は 750m の時(最大誤差は  $0.07 \mu s$ )となった。

### 6.4 山の形の違いによる電磁界波形への影響

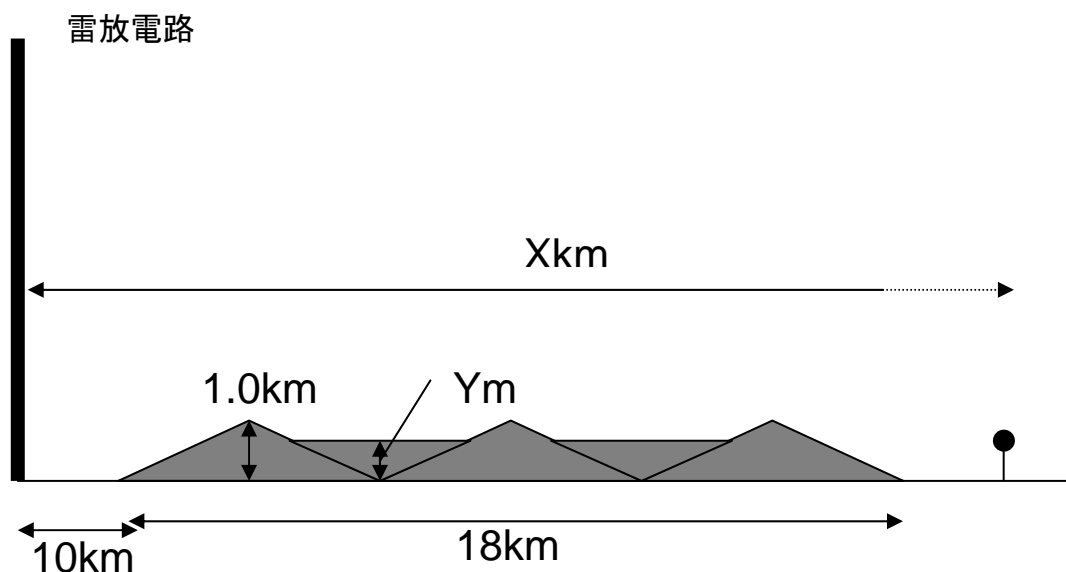


図 6.2 地形図



次に山の形や観測点の距離を変えることで波頭部分が山間部の影響を受けてどのように変化するかを調べた。6.3の検証から放電路と山の距離をこの程度に縮めても問題がないと分かったので、雷放電路から山までの距離を10kmとして、X=30, 40, 50, 60km、Y=0, 300, 500, 700, 1000mとした。山、大地の導電率を0.001、電流立ち上がり時間を $5\mu\text{s}$ とした結果、表6.5のようになった。

表 6.5 各観測点の最大差( $\sigma=0.001\text{S/m}$ 、立ち上がり時間  $5\mu\text{s}$ )

	磁界ピーク値差	ピーク時刻差[ $\mu\text{s}$ ]	波形到達時刻差[ $\mu\text{s}$ ]
30km 地点	3.0%	0.24	0.1
40km 地点	1.6%	0.24	0.04
50km 地点	1.7%	0.24	0.04
60km 地点	1.7%	0.22	0.04

30km 地点は山の終わりから2kmしか離れていないので山の影響が強く出ていて誤差が大きくなった可能性は否めない。表6.2と比べて差はかなり小さくなっている。これは山の大きさ(高さ)の影響であると考えられる。

また今回は5つの平均値に最も近いのは磁界最大値が山間部の高さは300mの時、ピーク時刻、波形到達時刻は500mの時(最大誤差は $0.04\mu\text{s}$ )となった。

### 6.5 電流の立ち上がり時間の違いによる電磁界波形への影響

次に地形の違いではなく、雷電流の立ち上がり時間を変えることで波頭部分が山間部の影響を受けてどのように変化するかを調べた。6.4と同じ地形で電流の立ち上がり時間を $3\mu\text{s}$ とした。その結果、表6.6のようになった。

表 6.6 各観測点の最大差( $\sigma=0.001\text{S/m}$ 、立ち上がり時間  $3\mu\text{s}$ )

	磁界ピーク値差	ピーク時刻差[ $\mu\text{s}$ ]	波形到達時刻差[ $\mu\text{s}$ ]
30km 地点	3.0%	0.34	0.08
40km 地点	3.1%	0.28	0.04
50km 地点	3.2%	0.26	0.04
60km 地点	3.1%	0.24	0.02

さらに表6.5と比べて差は大きくなっている。つまり立ち上がり時間が短くなることで差が大きくなることが分かった。

また今回は5つの平均値に最も近いのは磁界最大値が山間部の高さは300mの時、ピーク時刻、波形到達時刻は500mの時(最大誤差は $0.04\mu\text{s}$ )となった。

以上の結果から、山間部の高さによる波頭部分の変化は

- ・ 距離依存性はかなり小さい。遠方に行くほど差は小さくなるが、計算誤差の可能性もある。
- ・ 山と大地の導電率は大きくなるほうがピーク時刻差は大きくなる。磁界最大値差は概ね小さくなる。
- ・ 放電路と山の距離の変化では磁界ピーク値差、ピーク時刻差はほとんど変わらない。
- ・ 山の標高が高くなるほど磁界ピーク値差、ピーク時刻差は大きくなる。
- ・ 電流の立ち上がり時間が短くなるほど磁界ピーク値差、ピーク時刻差は大きくなる。

ということがわかった。今回調べた範囲では磁界ピーク値差は 3%強、ピーク時刻の差は  $0.5 \mu\text{s}$  程度が最大ということになった。日本での山、大地の導電率、山の大きさ、雷電流の立ち上がり時間分布具合を考えると、これからかけ離れた大きな値はでないと思われる。

上記の磁界ピーク値差、ピーク時刻差を許容するのならば、山間部の高さはどの高さでも関係ないことになる。これ以上の精度を追求するのならば、詳細の山の形を模擬しなくてはならない。しかし、本研究では FDTD 法の計算精度、一般的な山による波形への影響を検討しているのでそこまでの精度を求めていない。よってどの高さでもかまわない。

どの場合でも山間部の 5 種類の高さの平均値には、磁界最大値は山の標高の  $2/10 \sim 3/10$  程度埋めた場合が、ピーク時刻は山の標高の半分を埋めた場合が最も近かった。本研究ではピークの減衰よりも、時刻に焦点があたっているので、どの高さを用いるかあえて選ぶとするならば、山の標高の半分の高さまで埋めた場合を計算することで十分であろうと考える。

これ以降、特に山間部の高さに関して明記が無い場合は山の標高の半分の高さまで埋めているとする。

## 6.6 山々と雷放電路との距離が電磁界波形に及ぼす影響

前節の 6.3 でも触れているが、放電路と山の距離を短くしても山間部の高さの波頭部分に与える影響はほとんど変化がない事が分かった。

さらに文献[10]では雷放電路と単体の山の距離を 10km~30km の範囲で動かし、距離が十分長い場合はほとんど影響が無いと結論付けているが、実際ではもっと山の近くに落ちる場合や山の中腹、山頂に落ちる場合も考えられる。2次元 FDTD 法は雷放電路を中心に空間的条件が対称であることを用いて計算しているので、山の中腹に落雷した場合は計算できないが、雷放電路と山の距離をもっと近づけた場合、及び山頂に落ちた場合の計算は可能である。

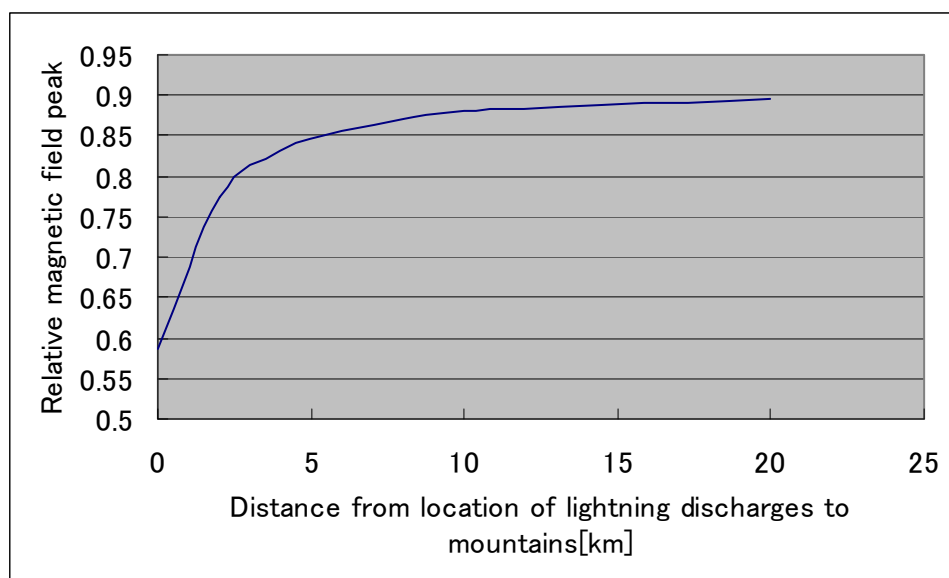
しかし、前章の FDTD 法的高速化で検証用に用いた地形でのデータを見ると、地形による影響を受けてか、現実的ではない減衰をしている風にも見受けられる。そのため、本節と次節では 2次元 FDTD 法として計算できる限界を議論する。

本項では大地が完全導体の場合と比較して、

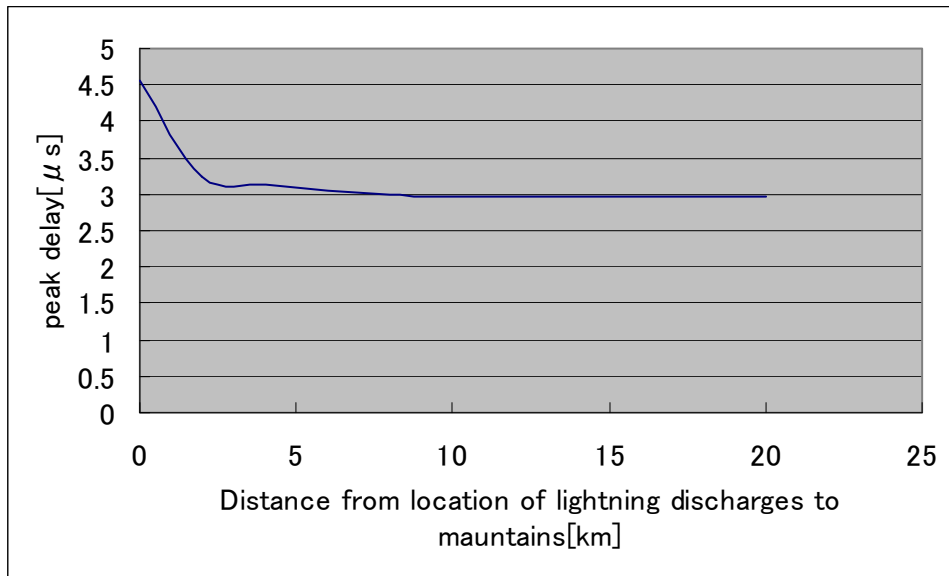
- ①磁界ピーク値の減衰率
- ②磁界ピーク時刻遅れ

が山と放電路の距離にどのように変化するかを検討する。

6.1 と同じように、高さ 1.5km 幅 10km の山を 3 個放電路と観測点の間に置き、観測地点は放電路から 60km の地点とした。山と放電路の距離は 0,2,4,6,8,10,20km とし、大地の導電率を 0.001S/m、電流の立ち上がり時間を  $5\mu\text{s}$  とした。その結果を図 6.3 に纏めた。



(a) 磁界最大値比(各場合の磁界最大値/完全導体平地の磁界最大値)  
( $\sigma=0.001\text{S/m}$ 、立ち上がり時間  $5\mu\text{s}$ )



(b) ピーク時刻遅れ(各場合の磁界ピーク時刻－完全導体大地の磁界ピーク時刻)  
 $(\sigma=0.001\text{S/m}$ 、立ち上がり時間  $5\mu\text{s}$ )

図 6.3 山と放電路の距離と磁界ピーク比、ピーク時刻遅れ計算値の関係

文献[10]では山と放電路の距離が 20km と 10km の変化では最大値では 2%の減衰、ピーク時刻はほとんど変化がないとなっている。図 6.3 でもその様子は確認されている。一方で山と放電路の距離が 10km を切ってからは磁界最大値の減衰、ピーク時刻の遅れが極端に大きくなっている。つまり山による影響が極めて大きくなっていると言える。しかし、この計算結果には非常に疑問が持たれる。そのため、3次元 FDTD 法を用いた検証が必要だと考えられる。本研究では 3次元 FDTD 法での検証ができなかったため、この結果を踏まえ山と放電路の距離を 10km 以上とる。

### 6.7 山頂に落雷があった場合

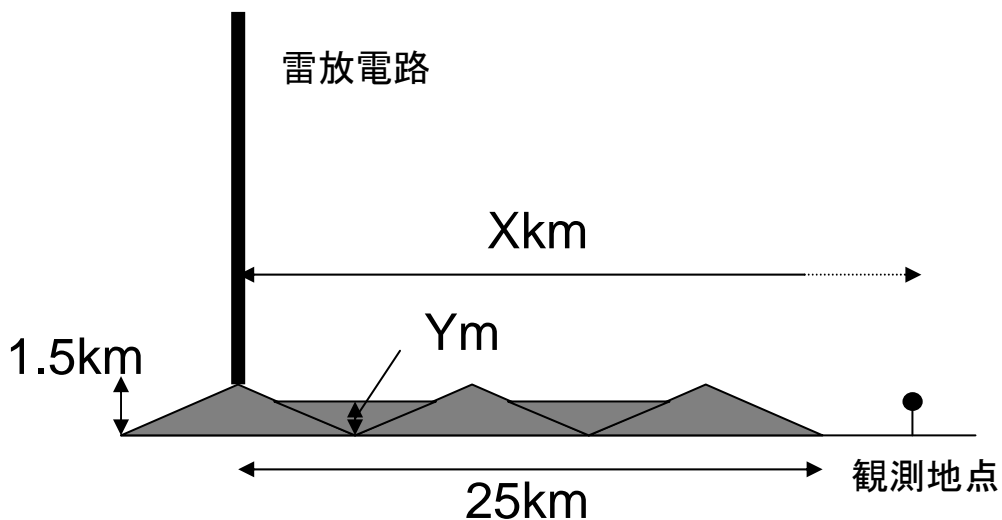
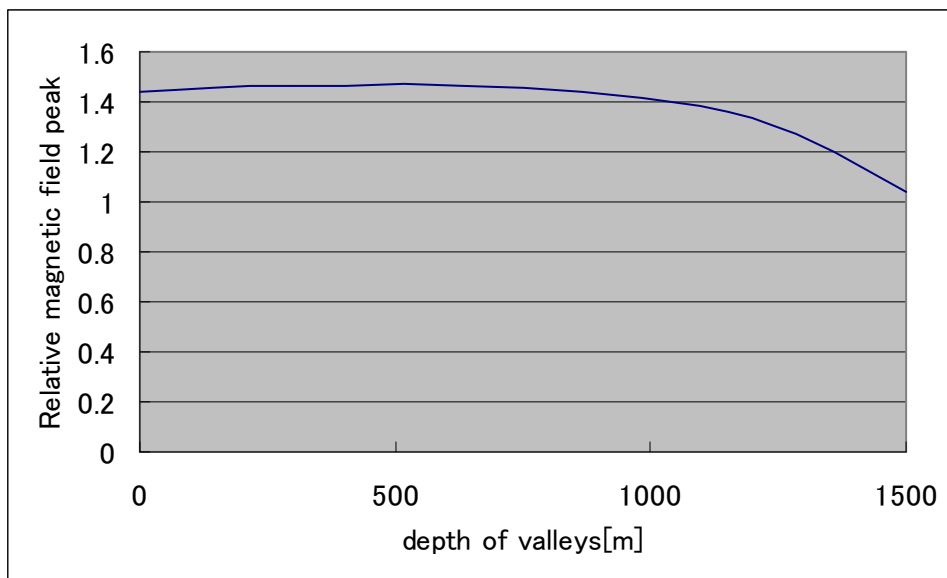
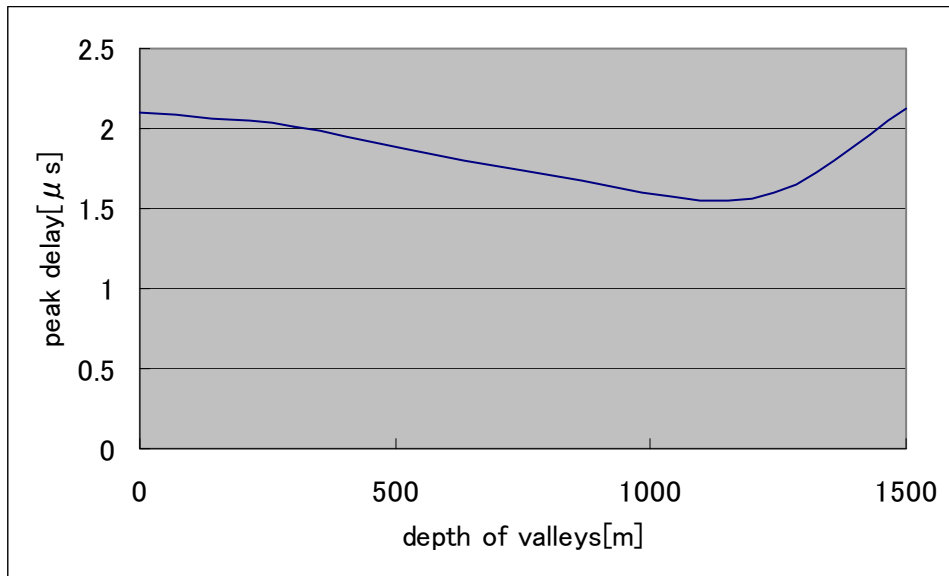


図 6.4 地形図

次に図 6.4 の場合のように山頂に落雷があった場合の計算結果について議論する。電流の立ち上がり時間を  $5\mu\text{s}$ 、導電率を  $0.001\text{S/m}$  とし、 $X=60\text{km}$ 、 $Y=0, 300, 750, 1200, 1500\text{m}$  とし、 $Y$  を変化させた結果を完全導体平地での同じ観測地点で求められた磁界波形と比較している。結果は図 6.5 に纏めた。



(a) 磁界ピーク比(各場合の磁界最大値/完全導体平地の磁界最大値)  
 $(\sigma=0.001\text{S/m}$ 、立ち上がり時間  $5\mu\text{s}$ )



(b) ピーク時刻遅れ(各場合の磁界ピーク時刻－完全導体大地の磁界ピーク時刻)  
 ( $\sigma=0.001\text{S/m}$ 、立ち上がり時間  $5\mu\text{s}$ )

図 6.5 山間部の高さや磁界ピーク比、ピーク時刻遅れ計算値の関係

ここで特に問題となるのが(a)の結果である。ピーク比が 1 を超えているということは大地が完全導体の場合よりも磁界最大値が極端に大きくなってしまっているということである。山間部が埋まっていないことによる空中伝搬のために大地による減衰が少ないとは考えられるが、それでも大地が完全導体の場合より大きくなることは考えられない。この計算結果には明らかに問題がある。モデリングの問題という可能性もあるが、この事例に関しても 3次元 FDTD 法による検証を試みてみるべきではない。

## 6.8 まとめ

本章では、山間部の高さの波頭部分へ与える影響、2次元 FDTD 法で信用しうる計算するための地形条件を検討した。

この結果、

- ・ 山間部の変化では、磁界最大値の差は 3%強、ピーク時刻の差は  $0.5\mu\text{s}$  程度が最大
- ・ 高さが同じ山を連なって模擬する場合、その山間部は半分程度埋めれば十分
- ・ 放電路と山の間は 10km 程度離す必要がある

ということが分かった。

## 第7章 山の存在による波頭部分の変化

雷放電位置標定システム(LLS)において、初期の段階では波形到達時刻をピーク時刻で計測していた。しかし、前章でも述べたように電磁界波形の波頭部分は山や大地導電率の影響を受けて変化する。その変化による影響の大きさを本章では検討する。

### 7.1 導電率の違いによる電磁界波形への影響

大地と山の導電率を変えることで波頭部分がどのように変化するかを調べた。山は図 7.1 のように放電路から 20km の距離に幅 10km、高さ 1.5km の山を 3 つ、山間部の高さを 0.75km とした。大地と山の導電率を 0.001S/m、0.003S/m、無限大の 3 種類とした。用いた電流は立ち上がり時間  $5\mu\text{s}$  である。各観測地点での磁界ピーク比(各場合の磁界最大値/完全導体平地の磁界最大値)とピーク時刻遅れ(各場合の磁界ピーク時刻-完全導体平地の磁界ピーク時刻)を計算した。その結果を図 7.2、7.3 に纏めた。

完全導体の山の結果を見るに、山からの距離が遠くなるにつれて差は小さくなる。つまり山による波頭部分の変化が遠方に行くにつれて小さくなることを示唆している。

一方、導電率有限の結果を見るに、距離が離れるにつれて弓なりとなる結果がでてくる。これは山から近距離の場合は山の影響が弱くなることで差は小さくなっていくが、ある程度の距離を行くと大地の導電率による影響で差は大きくなっていくためだと考えられる。

導電率が小さくなるほど差は大きくなる、という導電率の変化に対する定性的な結果は出ているものの、距離の変化に対する結果は弓なりになるという漠然とした定性的な結果がでるものの簡単な実験式で表現することは極めて難しいことが分かった。

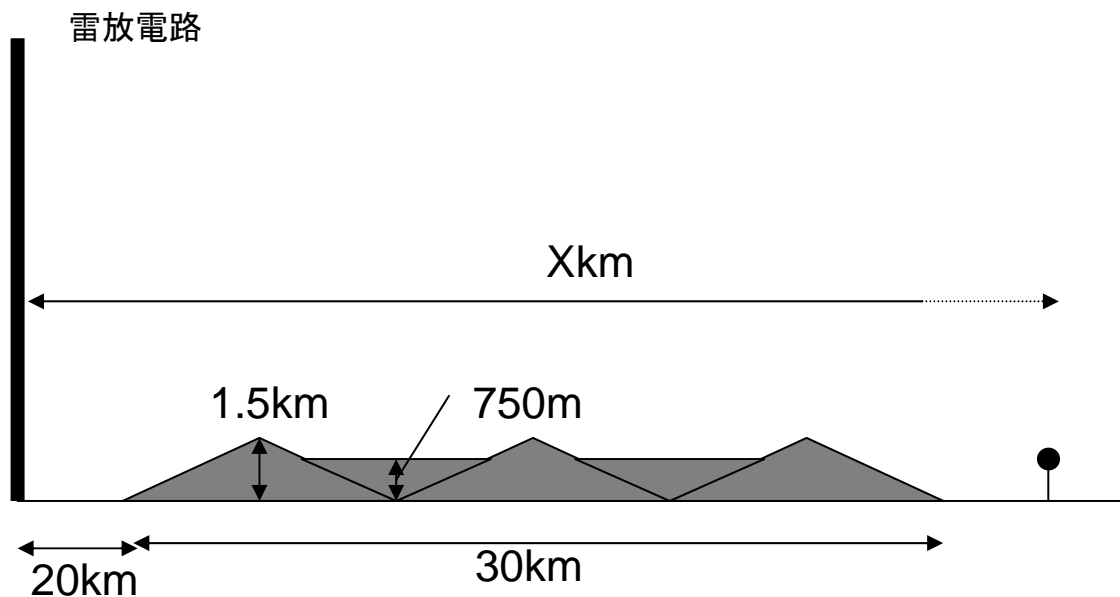


図 7.1 地形図

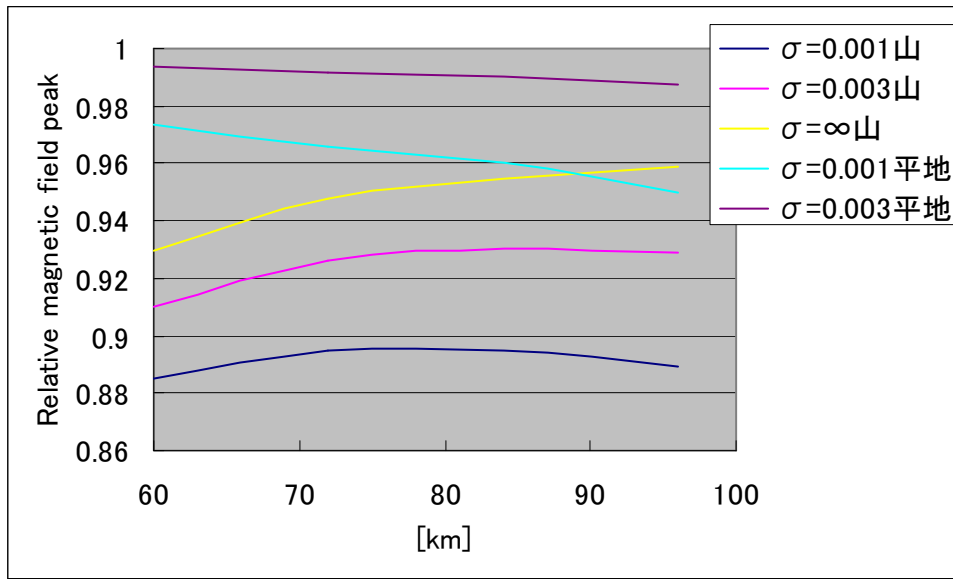


図 7.2 磁界ピーク比

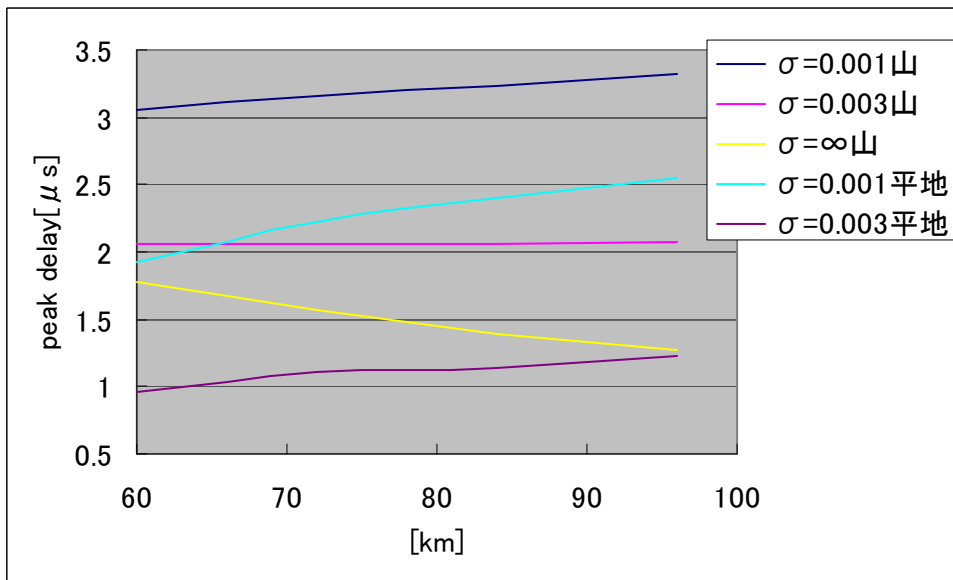


図 7.3 磁界ピーク時刻遅れ

本項から次のことが分かった。

- 山からの距離が遠くなるにつれて山による影響の差は小さくなる。
- 導電率が小さくなるほど山による影響の差は大きくなる。しかしこの差は山による影響ではなく、導電率有限な大地による影響の可能性もある。



## 7.2 山の形の違いによる電磁界波形への影響

次に山を小さくした場合にどのようになるかを検討した。図 7.1 の地形図と比べて山のサイズである高さを 1.5km→1km、幅を 10km→6km、山間部の高さを 0.75km→0.5km、と小型にした。そして放電路から 20km の距離に 3 つ置いた。大地と山の導電率を 0.001S/m、0.003S/m、無限大の 3 種類を計算した。用いた電流は立ち上がり時間  $5\mu\text{s}$  である。各観測地点での磁界最大値比(各場合の磁界ピーク値/完全導体平地の磁界ピーク値)とピーク時刻遅れ(各場合の磁界ピーク時刻-完全導体平地の磁界ピーク時刻)を計算した。その結果を図 7.5、7.6 に纏めた。

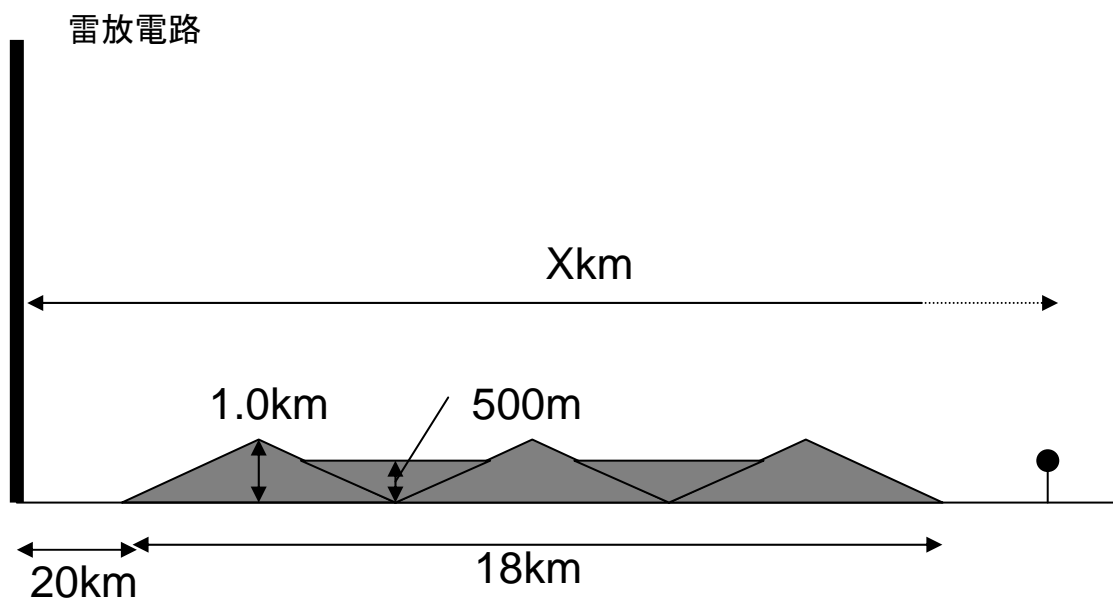


図 7.4 地形図

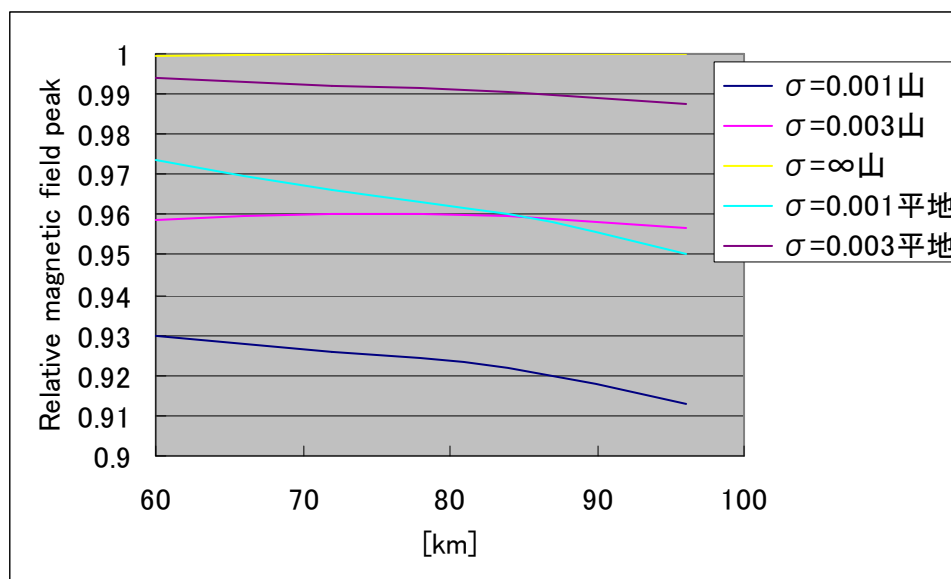


図 7.5 磁界最大値比

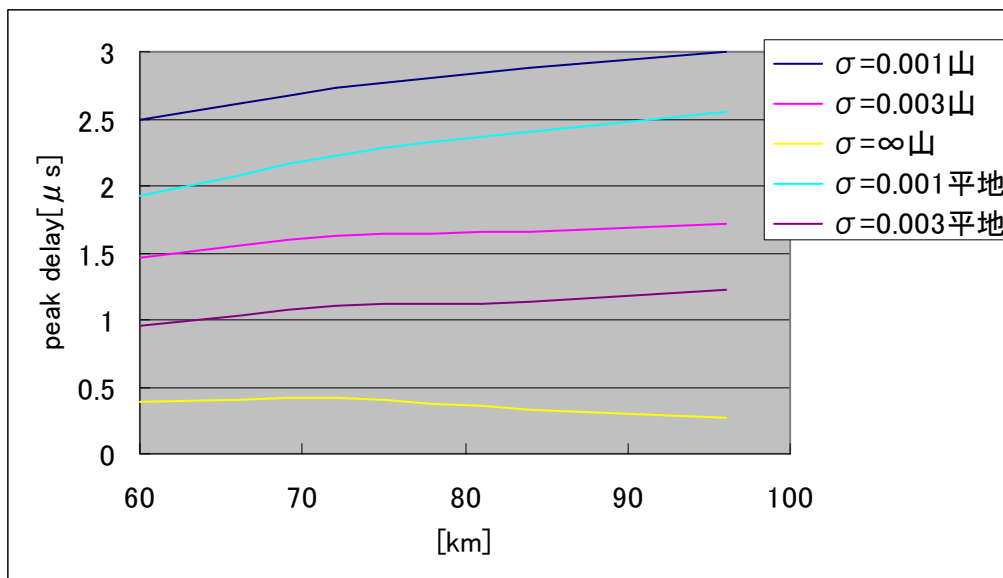


図 7.6 磁界ピーク時刻遅れ

今回の事例では山が 7.1 に比べて小さいこと、さらに山が小さいことによって山と観測点の距離が 7.1 に比べて大きく開いていることが特徴である。そのためか、弓なり状の結果ではなくほぼ山がなく大地のみの場合と同じような結果を出している。つまり山からある程度遠くなると、山からの影響での急激な減衰や遅れは起こらないということである。

観測地点の距離が 60km から 96km に遠くなることで山がある場合とない場合のピーク時刻遅れの差は  $\sigma = 0.001\text{S/m}$  では  $0.15\ \mu\text{s}$ 、 $\sigma = 0.003\text{S/m}$  では  $0.03\ \mu\text{s}$  縮まる。特に  $\sigma = 0.003\text{S/m}$  では距離が遠くなっても山による影響はほとんど変わっていない。7.1 では観測地点の距離が 60km から 96km に遠くなることで山の有無の場合と無い場合のピーク時刻遅れの差が  $\sigma = 0.001\text{S/m}$  では  $0.35\ \mu\text{s}$ 、 $\sigma = 0.003\text{S/m}$  では  $0.25\ \mu\text{s}$  縮まることに比べると、7.2 では山の影響からの回復がかなり弱まっていることが分かる。これは観測地点が山から離れているから、山の大きさが小さいことが理由だと考えられる。同時に山の影響としてある程度の固定値が残ることが分かった。この固有値は山の高さ、個数、電流の立ち上がり時間に影響されると考えられる。電流の立ち上がり時間、個数の影響に関しては後節で検討する。

表 7.1 観測地点が 60km から 96km になることによる山の有無のピーク時刻遅れの差の変化

	$\sigma = 0.001$	$\sigma = 0.003$
6.2 の場合(山が大きい)	$0.35\ \mu\text{s}$ 短縮	$0.25\ \mu\text{s}$ 短縮
6.3 の場合(山が小さい)	$0.15\ \mu\text{s}$ 短縮	$0.03\ \mu\text{s}$ 短縮

7.1 と 7.2 より山が終わってからの距離が進むにつれて山による影響でのピーク遅れや最大値の減衰は小さくなることが分かった。そして、小さくなるといっても、7.2 の  $\sigma$

=0.003S/m のピーク時刻遅れはどの観測地点でも約  $0.5 \mu\text{s}$  差があるようにある程度は差が残ることが分かった。

どの程度の高さの山でどの程度の距離を山からとった観測点で影響が出なくなるかは次章以降で議論する。

本項から次のことが分かった。

- ・山が小さくなることで、山の与える影響は小さくなった。
- ・山からの距離が遠くなるにつれて山による影響の差は小さくなるが、一定値よりは小さくならない。この一定値は放電路と山の距離、山の大きさ、山の個数、電流の立ち上がり時間、山と大地の導電率に起因するものと考えられた。しかし、導電率による影響は本節の検討から軽微もしくはほとんどないと考えられる。電流の立ち上がり時間の影響があるかどうかは次節で検討する。

### 7.3 電流の立ち上がり時間の違いによる電磁界波形への影響

次に電流の立ち上がり時間を変化させた場合にどのようなになるかを検討した。

山は図 7.4 を用いている。放電路から 20km の距離に幅 6km、高さ 1.0km の山を 3 つ、山間部の高さを 0.5km とした。大地と山の導電率を 0.001S/m とし、雷電流の立ち上がり時間  $3\mu\text{s}$  と  $5\mu\text{s}$  の場合を比較した。各観測地点での磁界ピーク比(各場合の磁界ピーク値/完全導体平地の磁界ピーク値)とピーク時刻遅れ(各場合の磁界ピーク時刻-完全導体平地の磁界ピーク時刻)を計算した。その結果を図 7.7、7.8 に纏めた。

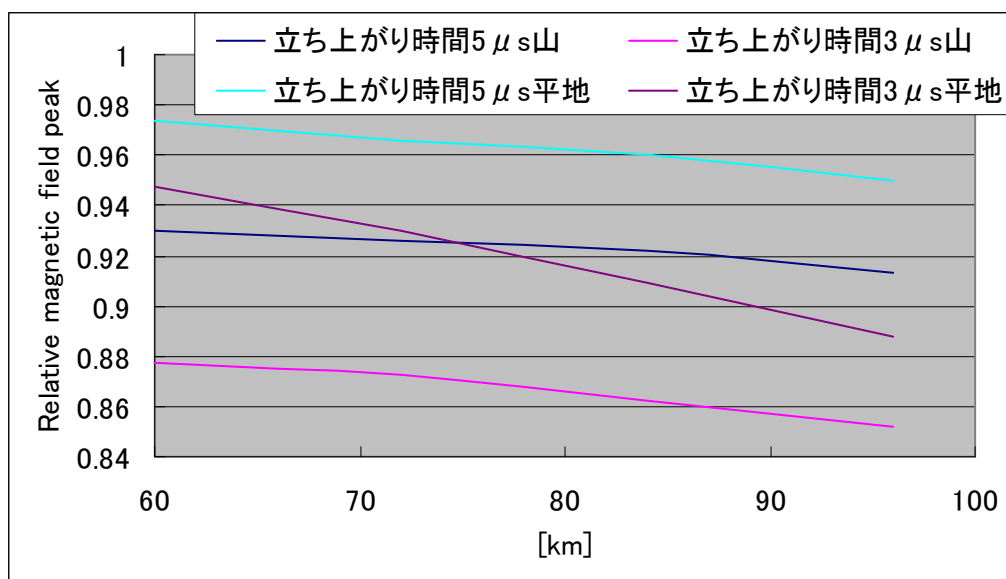


図 7.7 磁界ピーク比  $\sigma=0.001\text{S/m}$

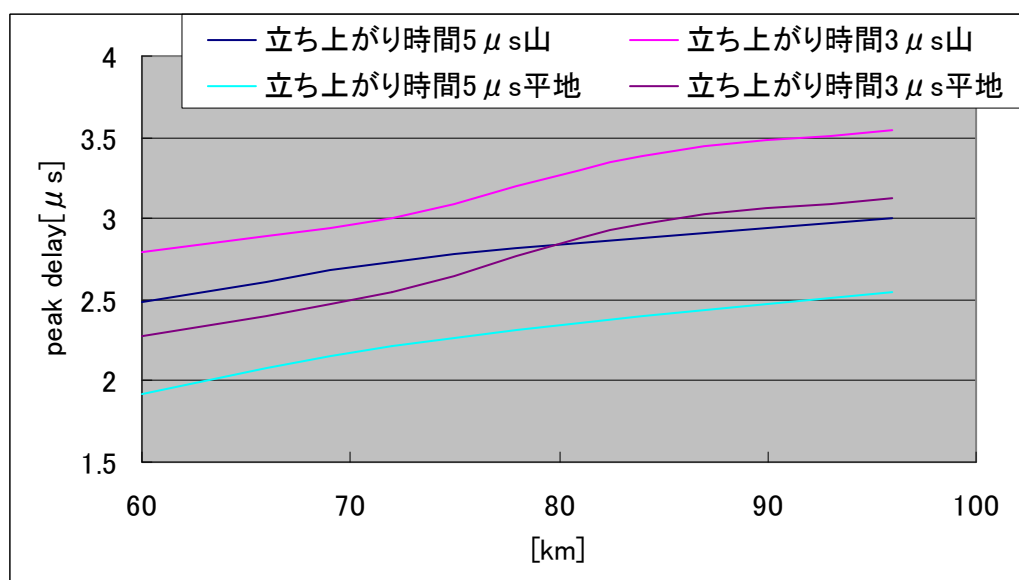


図 7.8 磁界ピーク時刻遅れ  $\sigma=0.001\text{S/m}$

電流の立ち上がり時間を短くすることで減衰率、時刻遅れ自体は大きくなっているように見える。

ピーク値の減衰具合は立ち上がり時間の短い方がより減衰していることから山の影響が出ていると考えられる。

ピーク遅れ自体は電流の立ち上がり時間が短いほうが大きくなっているが、山の有無によるピークの時刻差の方はほとんど変わらない、むしろ立ち上がり時間が長いほうがわずかながら大きくなっている。この点から考えて影響は非常に小さいと考えられる。

表 7.2 山の有無によるピーク時刻の差

	60km	96km
立ち上がり時間 $3 \mu s$	$0.51 \mu s$	$0.42 \mu s$
立ち上がり時間 $5 \mu s$	$0.57 \mu s$	$0.45 \mu s$

距離を進むことで立ち上がり時間の違いによるピーク遅れの差は大きくなる。

表 7.3 山がある場合の立ち上がり時間の違いによるピーク遅れの差

60km	72km	84km	96km
$0.3 \mu s$	$0.3 \mu s$	$0.51 \mu s$	$0.54 \mu s$

このため山がある場合も、立ち上がり時間の違いを考慮したピーク遅れを考察する必要があるように見えるが、上記の山の有無によるピーク時刻の差はほとんど変わらないということを見ると、第 3 章で考察した立ち上がり時間が短くなるほど差が大きくなるということが起きている。つまり表 7.3 の差が大きくなるのは山の影響ではなく大地の影響と考えられる。

本項から次のことが分かった。

立ち上がり時間の違いによる山が波頭部分に与える影響は

- ・立ち上がり時間が短くなるほど山が磁界ピーク値に与える影響は大きくなる。但し、本研究では波尾部分を考慮していない。波尾部分によっては、立ち上がり時間が変化してもピーク値の変化はないと考えられる。
- ・ピーク時刻に与える影響の違いはほとんどないことが分かった。各観測地点による違いは平地の与える影響と考えられる。

#### 7.4 山の数異なることによる電磁界への影響

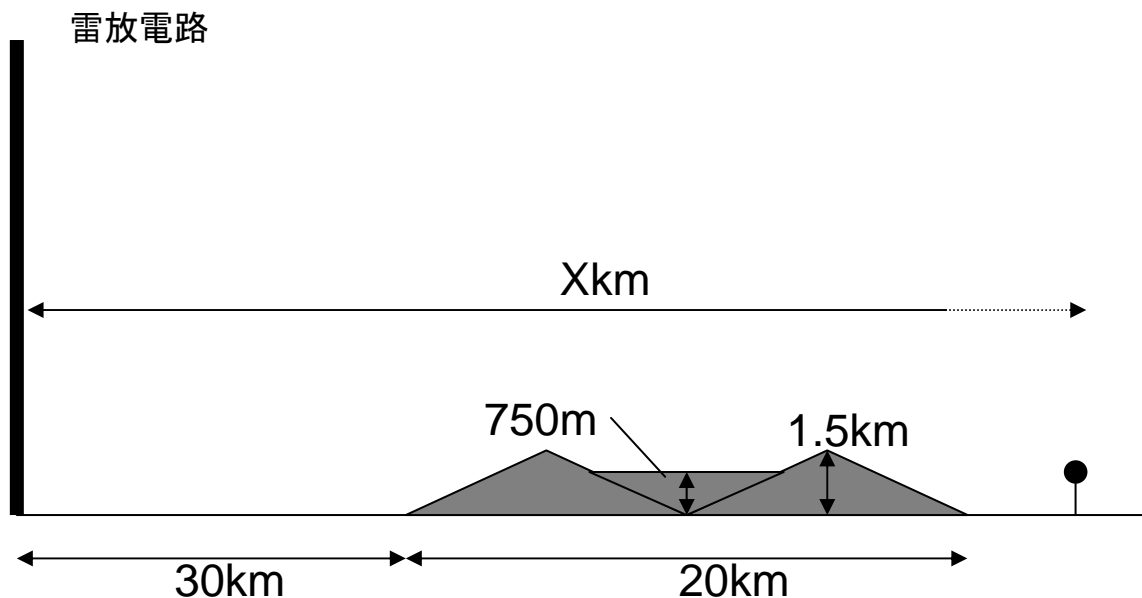


図 7.9 地形図

これまででは図 7.1 のように三つの山を基本として計算してきた。本項ではこの山の数が増えることで波頭部分に与える影響がどのようになるかを検討する。放電路と観測地点の距離の関係性が変わらないように、放電路に近い側から山を取り除いていき、図 7.9 のような山が 2 個の場合、さらに放電路側の山を取り除いて山が 1 個の場合と比較した。電流の立ち上がり時間は  $5 \mu\text{s}$ 、導電率は  $\sigma = 0.001\text{S/m}$  となっている。放電路と山の距離が 10km 以上に伸びても観測結果にほとんど変化がないことは本論文 6.6 項で言及している。計算結果を図 7.10、7.11 に纏めた。

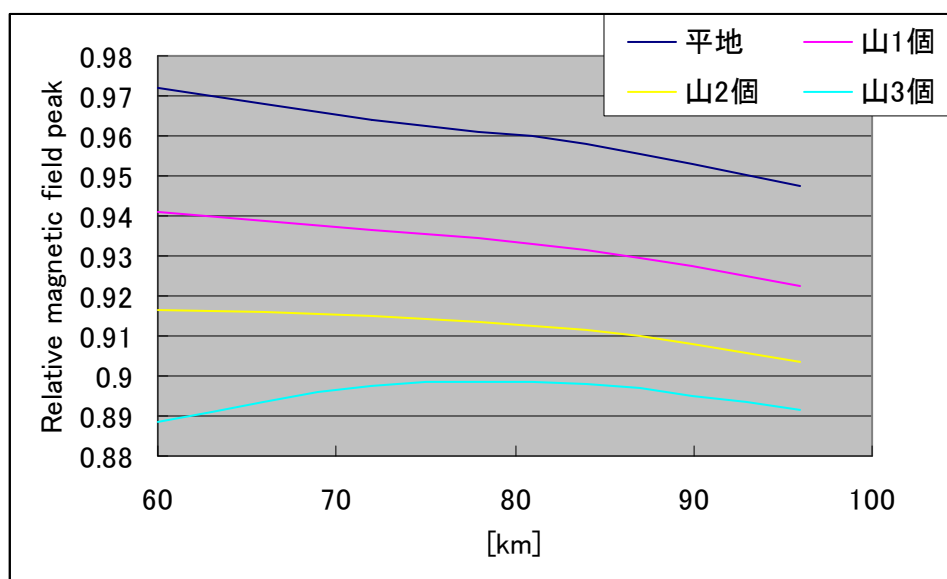


図 7.10 磁界ピーク比  $\sigma = 0.001\text{S/m}$

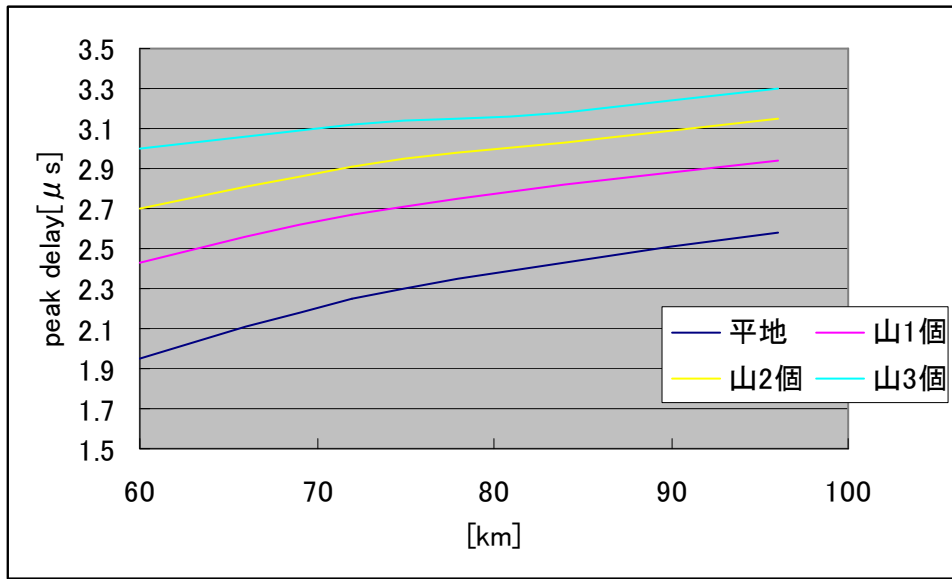


図 7.11 ピーク時刻遅れ  $\sigma=0.001\text{S/m}$

図 7.10 を見ると山が 1,2 個の時は弓なりの結果を見せていないことが分かった。山の数が増えた分単調に減衰しているように見える。それは図 7.11 においても同様のように見える。

次に 7.2 の山の与える影響が遠方に行っても 0 にはならず一定値残るという予想を裏付けるために、有限な導電率を持った平地とのピーク時刻遅れの比較を行なった。その結果が図 7.12 である。図では分かりづらいが、山がいくつの時も観測点が 84km から 96km に伸びてもピーク時刻遅れは  $0.03\mu\text{s}$  しか縮まっていないことがわかった。つまりある程度の距離(今回は 4~50km)を行くとピーク時刻遅れはそれ以上縮まらない、そこで生じる差は山の数に起因するということが分かった。

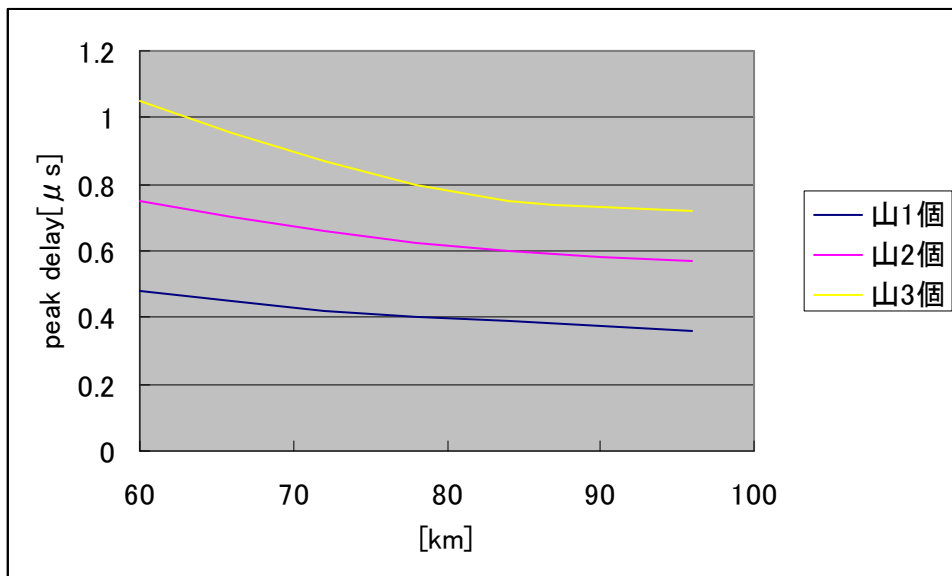


図 7.12  $\sigma=0.001\text{m/S}$  の平地と比べたピーク時刻遅れ

表 7.4  $\sigma=0.001\text{S/m}$  の平地と比べたピーク時刻遅れ(図 7.11 の値)

	山 1 個	山 2 個	山 3 個
60km	0.48 $\mu\text{s}$	0.75 $\mu\text{s}$	1.05 $\mu\text{s}$
72km	0.42 $\mu\text{s}$	0.66 $\mu\text{s}$	0.87 $\mu\text{s}$
84km	0.39 $\mu\text{s}$	0.6 $\mu\text{s}$	0.75 $\mu\text{s}$
96km	0.36 $\mu\text{s}$	0.57 $\mu\text{s}$	0.72 $\mu\text{s}$

表 7.4 から見るに、例えば、

- ・ 60km 地点において、山 1 個で 0.45  $\mu\text{s}$  遅れ、それ以降は 1 つ増えるごとに 0.3  $\mu\text{s}$  ずつ遅れる。
- ・ 96km 地点において、山 1 個で 0.35  $\mu\text{s}$  遅れ、それ以降は 1 つ増えるごとに 0.2  $\mu\text{s}$  ずつ遅れると。

つまり、山が全く無い場合と 1 つある場合で  $X \mu\text{s}$  遅れると言っても、2 つある場合に  $2 \times X \mu\text{s}$  遅れるわけではないということである。さらにこの遅れ幅はこれ以上距離を進めてもほとんど変化しないと予想される。

本項から次のことが分かった。

- ・ 放電路と観測点の間の山の数が増えることで減衰率、ピーク時刻遅れは大きくなる。
- ・ 山の数が増えることで有限な大地と比較した場合のピーク時刻遅れは比例して大きくなるが、山が 0→1 個と増える場合はその限りではない。山 0→1 個と増える場合が最も大きく遅れる。
- ・ 山の形、サイズによるピーク時刻遅れパラメータを作ることによって特定の立ち上がり時間、導電率、山からの距離下ではある程度のピーク時刻遅れを予想することは可能になる。しかし、これを簡単な実験式にして一般的に議論するには、4 章での結果と合わせて考えるえと困難である。



## 7.5 まとめ

本章では放電路と観測地点の間に山がある場合、様々な条件を変えることで観測される磁界波形がどのように変化するかを検討した。定性的な意見をまとめる。定量的な知見については次章以降で言及する。

- 山からの距離が遠くなるにつれて山による影響の差は小さくなる。
- 山が小さくなることで、山の与える影響は小さくなった。
- 山からの距離が遠くなるにつれて山による影響の差は小さくなるが、一定値よりは小さくならない。この一定値は放電路と山の距離、山の大きさ、山と大地の導電率、電流の立ち上がり時間に起因するものと考えられる。
- 導電率が小さくなるほど山による影響の差は大きくなる。
- 立ち上がり時間が短くなるほど山が磁界ピーク値に与える影響は大きくなる。但し、本研究では波尾部分を考慮していない。波尾部分によっては、立ち上がり時間が変化してもピーク値の変化はないと考えられる。ピーク時刻にはほとんど影響を与えない。無論、結果的には立ち上がり時間が短い方がピーク時刻は遅れる。しかし、これは平地の影響が主因だと思われる。
- 放電路と観測点の間の山の数が多くなることで減衰率、ピーク時刻遅れは大きくなる。
- 山の数が増えることでピーク時刻遅れはほぼ一定に大きくなるが、山が 0→1 個と増える場合はその限りではない。山 0→1 個と増える場合が最も大きく遅れる。
- 山の形、サイズによるピーク時刻遅れパラメータを作ることで特定の立ち上がり時間、導電率、山からの距離下ではある程度のピーク時刻遅れを予想することは可能になる。しかし、これを定量的に議論するには膨大なデータ量が必要であり、それを完全導体平地と比較するとなると、4章で述べたようにそれもまた難しい。

## 第 8 章 3 点外挿法による電磁波到達時刻の推定

第 6 章では波形到達時刻を固定閾値  $H=1.0[\mu\text{ A/m}]$  で取った。閾値を低くすると波頭部分の変化にほとんど影響を受けないという利点がある一方で、実用的にはノイズが酷くて閾値を低く設定しても観測できないという問題と、遠方の観測地点では立ち上がりがずれるので、どうしても波形到達時刻が遅くなってしまいう問題がある。

また初期の雷位置標定システム(LLS)ではピーク時刻をとっていた[11]が、これまでの結果から見て分かるとおり、電磁波伝搬に伴う地形のピーク時刻への影響はかなり大きいことが分かった。

本章ではこれまでの固定閾値とは違う方法で波形到達時刻を推定する方法を研究する。

### 8.1 3 点外挿法について

3 点外挿法は、例えば磁界ピーク値の 20%、50%、80%の時刻を測定してそこから磁界波形を 2 次関数で近似して磁界ピーク値の 0%の部分つまりは波形到達時刻を推定するというやり方である。

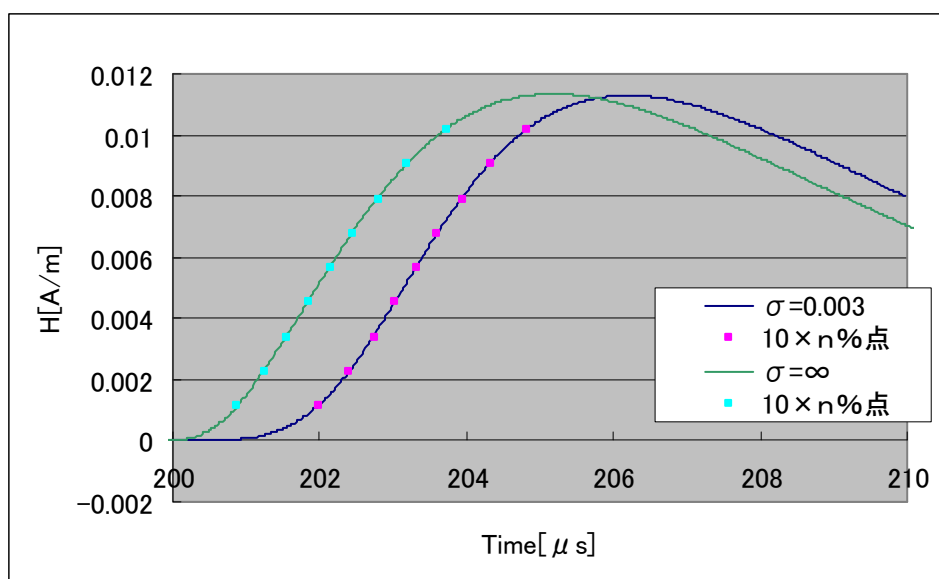


図 8.1 ピーク値を正規化した磁界波形

(立ち上がり時間  $5\mu\text{ s}$ 、観測地点は放電路から  $60\text{ km}$  地点。平地、導電率  $0.003\text{ S/m}$ 、 $\infty$  点の部分は磁界ピーク値の 10%~90%まで 10%刻み)

この方法にもいくつか問題がある。図 8.1 に電流立ち上がり時間  $5\mu\text{ s}$  で観測地点が放電路から  $60\text{ km}$  にある時の磁界波形を表した。まずはこの波形を例にして本章ではその問題の提示とそれに関する解決方法を研究していく。なお、この議論は本研究で用いている Heidler 関数の電流波形にのみ適用される。他の電流波形においてはこの限りではない。

## 8.2 3点の選び方

まず第1に3点をどこで取るかの問題がある。図8.1を見ても分かるとおり、波形の立ち上がり開始とピーク直前に鈍化していることが分かる。このことからより低い値(より早い時刻)の点を参照することが精度向上に必要であり、より高い値(より遅い時刻)の点を参照しないこともまた精度向上に必要だということが分かる。しかし、低い部分はノイズのせいで正確な数値を取ることが困難である。そのため、ある程度大きな値を用いなくてはならない。本研究ではピーク値の10%以上の値でノイズに影響されず正確な時刻が測定できるとする。

また、高い値を用いることが得策ではない理由がある。図8.2は図8.1と同じ条件で、観測地点の後ろに幅10km高さ1.5kmの山があると想定して計算した場合である。

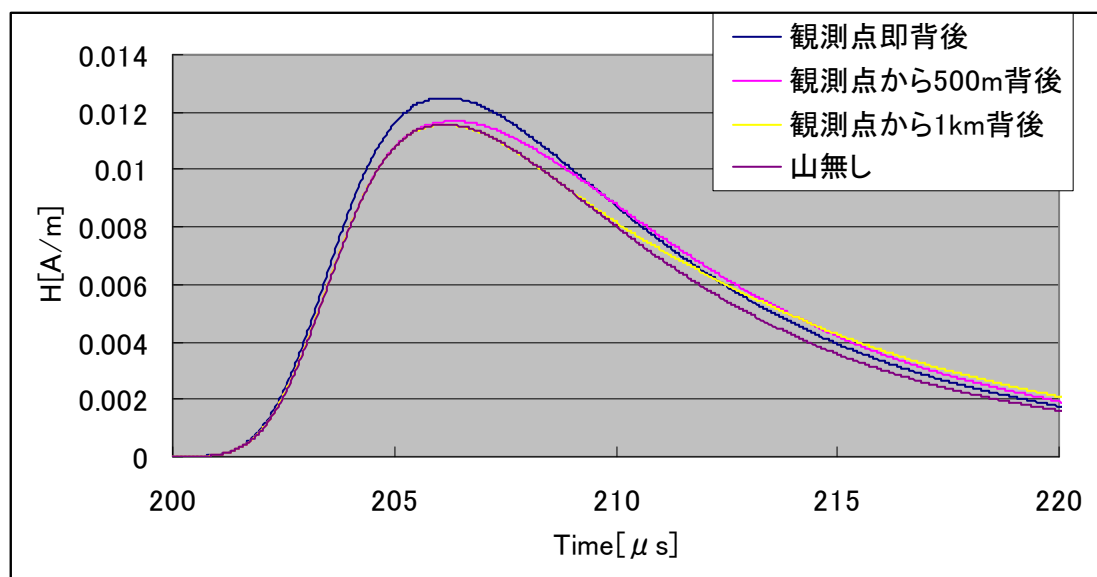


図 8.2 観測点背後に山があった場合の磁界波形

(観測地点は放電路から60km地点。平地、導電率0.003S/m)

図8.2を見ると、山の影響を受けて波頭部分及び波尾部分が変化している。3点外挿に用いるところではほとんど差がないが、山の無い場合と比べてピーク値の90%の部分では $0.06\mu\text{s}$ 程の差が出た。この差は当然、下に行くほど小さくなる。この $0.06\mu\text{s}$ の差は一見小さく見えるが、2次関数に近似した場合大きな差となる場合がある。

以上のことを踏まえて本研究では10%、40%、70%の3点より到達時刻の推定を行なう。図8.1の結果より3点外挿法の計算結果を表8.1、8.2に纏めた。

表 8.1 3点外挿法と固定閾値の比較  $\sigma = \infty$

(参考に(1)10%,20%,30%、(2)20%,40%,70%、(3)30%,60%,90%での3点外挿法での計算結果を表示)

	固定閾値	3点外挿法	3点外挿法(1)	3点外挿法(2)	3点外挿法(3)
到達時刻[ $\mu$ s]	200.01	200.64	200.40	200.65	200.81

表 8.2 3点外挿法と固定閾値の比較  $\sigma = 0.003\text{S/m}$

(参考に(1)10%,20%,30%、(2)20%,40%,70%、(3)30%,60%,90%での3点外挿法での計算結果を表示)

	固定閾値	3点外挿法	3点外挿法(1)	3点外挿法(2)	3点外挿法(3)
到達時刻[ $\mu$ s]	200.3	201.70	201.29	201.95	202.24

固定閾値は  $H=1.0 \times 10 [\mu \text{A/m}]$  が超えた時間を示している。

固定閾値では  $\sigma = 0.003\text{S/m}$  になっても到達時刻差は  $0.3 \mu \text{s}$  程度だが、3点外挿法を用いると、 $0.9 \sim 1.4 \mu \text{s}$  程到達時刻差がでる。一見、到達時刻差が大きいことは問題であるが、この差が観測点の距離、大地の導電率、電流の立ち上がり時間等のパラメータによってあまり変わらない、もしくは簡単な実験式で表せられるのなら問題はない。後節で、この到達時刻差がパラメータによってどのように変化するかを検討する。

### 8.3 平地における3点外挿法の計算結果

位置標定の場合、完全導体大地の結果からの遅れが誤差の原因となる。しかし表 8.1, 8.2 の結果を見て分かる通り、山がない平地の場合でも  $1\mu\text{s}$  以上の遅れが出るのが分かった。これは図 8.1, 8.2 を見ても分かる通り、大地導電率の影響を受けた立ち上がりの変歪具合が影響している。そのため導電率や電流の立ち上がり時間が変わることで、3点外挿法での計算結果にどのような影響が出るかを調べ、本項ではまず平地の場合において定性的に解析し、定量的な結果を出すことができないかを検討する。

#### 8.3.1 観測点の距離と到達推定時刻遅れの関係

まず放電路から観測点の距離が変わることでどのように変化するかを検討する。本項では  $30\sim 96\text{km}$  領域を検討する。有限の導電率を持つ平地の到達推定時刻—完全導体平地の到達推定時刻ではどうなるかを図 8.3 に示す。

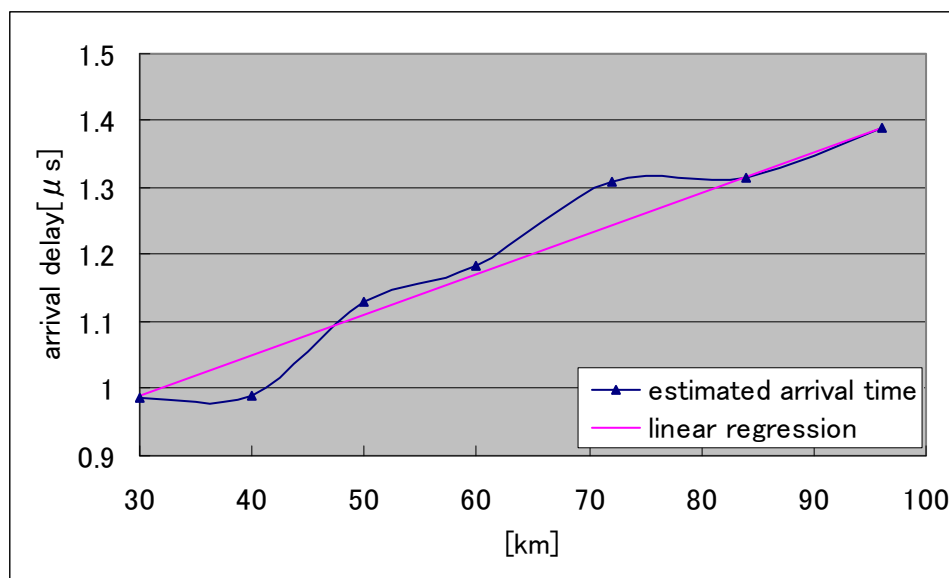


図 8.3 到達推定時刻の遅れ(電流立ち上がり時間  $5\mu\text{s}$ 、導電率  $0.001\text{S/m}$ )

以上の結果よりある程度の誤差を許容するならば、到達時刻推定値の遅れを 1 次近似で表すことが可能だということが分かった。図 8.3 の 1 次近似では、

$$0.006061 \times (x - 30) + 0.99 = \text{arrival delay} \quad (8.1)$$

という式でなりたつ。但し  $X(\text{km})$  は  $30\sim 96\text{km}$  の範囲。また、この 1 次近似では  $0.06\mu\text{s}$  までの誤差を許容している。

### 8.3.2 導電率と到達推定時刻遅れの関係

次に大地の導電率を変えることで式(8.1)がどのように変化するかを調べる。

大地の導電率を 0.003 として、8.3.1 と同様のことを行ったところ図 8.4 のようになった。

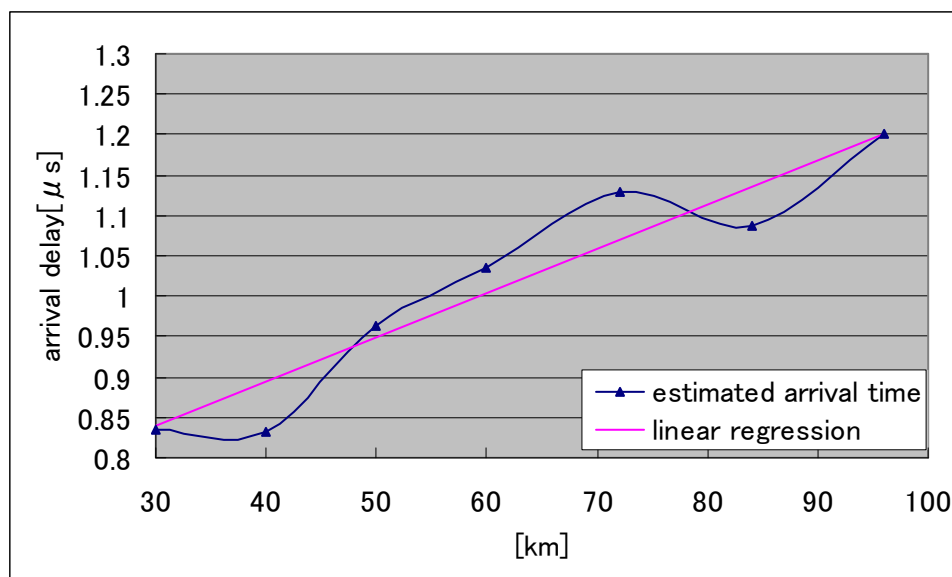


図 8.4 到達推定時刻の遅れ(電流立ち上がり時間  $5 \mu s$ 、導電率  $0.003 S/m$ )

ある程度の誤差を許容するならば、到達時刻推定値の遅れを 1 次近似で表すことが可能だということが分かった。図 8.4 の 1 次近似では、

$$0.005455 \times (x - 30) + 0.84 = \text{arrival delay} \quad (8.2)$$

という式でなりたつ。但し  $X(km)$  は  $30 \sim 96 km$  の範囲。また、この 1 次近似では約  $0.06 \mu s$  までの誤差を許容している。

### 8.3.3 電流立ち上がり時間と到達推定時刻遅れの関係

次に電流の立ち上がり時間を変えることで式(8.1)がどのように変化するかを調べる。電流の立ち上がり時間を  $3\mu\text{s}$  として、8.3.1 と同様のことを行ったところ図 8.5 のようになった。

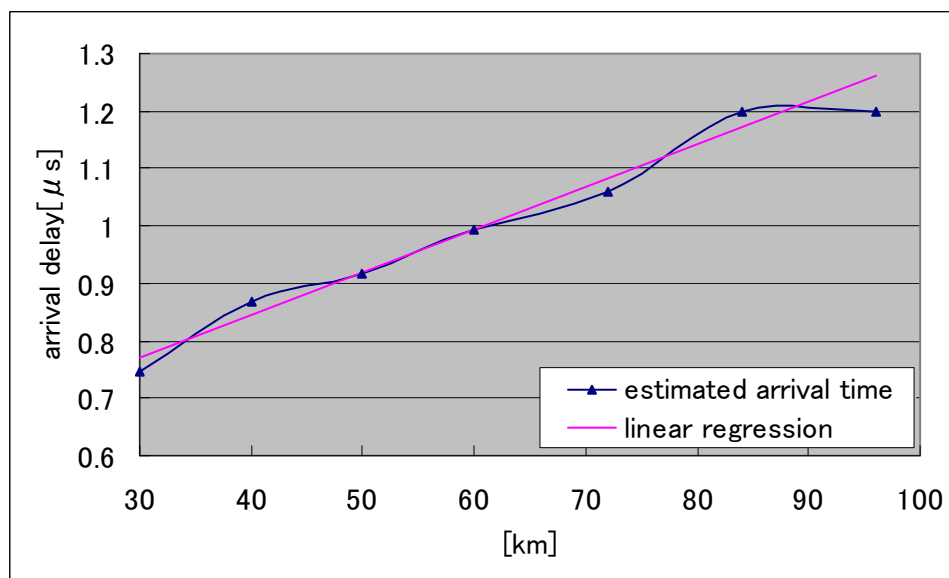


図 8.5 到達推定時刻の遅れ(電流立ち上がり時間  $3\mu\text{s}$ 、導電率  $0.001\text{S/m}$ )

ある程度の誤差を許容するならば、到達時刻推定値の遅れを 1 次近似で表すことが可能だということが分かった。図 8.5 の 1 次近似では、

$$0.007424 \times (x - 30) + 0.77 = \text{arrival delay} \quad (8.3)$$

という式でなりたつ。但し  $X(\text{km})$  は  $30 \sim 96\text{km}$  の範囲。また、この 1 次近似では約  $0.06\mu\text{s}$  までの誤差を許容している。

### 8.3.4 導電率、立ち上がり時間の変化による線形近似式の変化

8.3.2 から導電率、電流の立ち上がり時間を変化させて、線形近似式がどのようになるかを調べた。ここではその線形近似式に何かしらの共通点がないかを検討する。

表 8.3、8.4 にこれまでの線形近似式の傾きと切片を纏めた。

表 8.3 線形近似式の係数(傾き)

	立ち上がり時間 $3\mu\text{s}$	立ち上がり時間 $5\mu\text{s}$
$\sigma=0.001\text{S/m}$	0.007424	0.006061
$\sigma=0.003\text{S/m}$	0.008485	0.005455

表 8.4 線形近似式の係数(切片)

	立ち上がり時間 $3\mu\text{s}$	立ち上がり時間 $5\mu\text{s}$
$\sigma=0.001\text{S/m}$	0.77	0.99
$\sigma=0.003\text{S/m}$	0.64	0.84

表 8.4 の切片では共通性が見られるが、表 8.3 の傾きでは立ち上がり時間が長くなると、傾きは小さくなる一方で、導電率との関係性が全く逆のものになっている。

よって、定量的に解釈することが出来ないと考えられる。

### 8.3.5 ピーク時刻差による線形近似式との比較

本項では 4 章のピーク時刻差推定との精度の違いについて検討する。表 4.2 より線形近似式の係数を抜粋して表 8.5、表 8.6 に纏めた。また比較として分かりやすいように図 8.6 に図 4.2(左)と図 8.3 (右)を表示した。

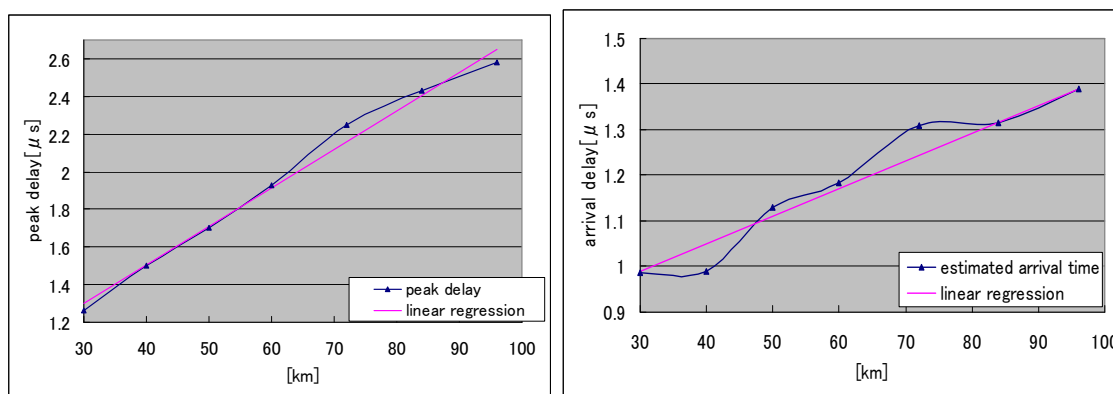


図 8.6 左:ピーク時刻差右:3 点外挿法による到達時刻差  
( $\sigma=0.001\text{S/m}$ 、立ち上がり時間  $5\mu\text{s}$ )



表 8.5 ピーク時刻遅れ線形近似式の係数(傾き)(表 4.2 より)

	立ち上がり時間 $3 \mu s$	立ち上がり時間 $5 \mu s$
$\sigma = 0.001 S/m$	0.02727	0.02046
$\sigma = 0.003 S/m$	0.01970	0.00955

表 8.6 ピーク時刻遅れ線形近似式の係数(切片)(表 4.2 より)

	立ち上がり時間 $3 \mu s$	立ち上がり時間 $5 \mu s$
$\sigma = 0.001 S/m$	1.4	1.3
$\sigma = 0.003 S/m$	0.6	0.66

表 8.4 と表 8.6 を比べると切片の大きさでは 3 パターンにおいて、3 点外挿法の方が小さくなっている。さらに傾きにおいても表 8.3 と表 8.5 を比べると、3 点外挿法の方が小さくなっている。これより、3 点外挿法の方がより小さい値で、値がぶれにくい時刻差を出していると言える。この小さい値で、値がぶれにくい時刻差を利用することに関しては後述する。

本項では様々なパラメータによる 3 点外挿法の計算を行なった。その結果、

- ・誤差  $0.06 \mu s$  以内で線形近似できうる計算結果となっている。
- ・時刻差は小さい値で、値のブレも少ないので、概ね 3 点外挿法の方が Hidler 関数については精度がよい。
- ・但し、現状では特定のパラメータに対してだけの線形近似式であり、線形近似式の係数を変えることで一般的な結果を求めることは出来ない。

ということが分かった。

#### 8.4 山を含む地形における3点外挿法の計算結果

次に放電路と観測地点の間に山があった場合、3点外挿法による計算結果がどうなるかを検討する。地形は下図 8.7 のように、放電路と山の距離を 10km とし、高さ 1000m 幅 6km の山を 3 個置き、山間部の高さを 500m とした。放電路と山の距離を短くし、山を小さくすることで 7 章よりも長い距離で観測点を取りより詳細な定性的評価を行なう。観測点は 30km から 96km の範囲としている。

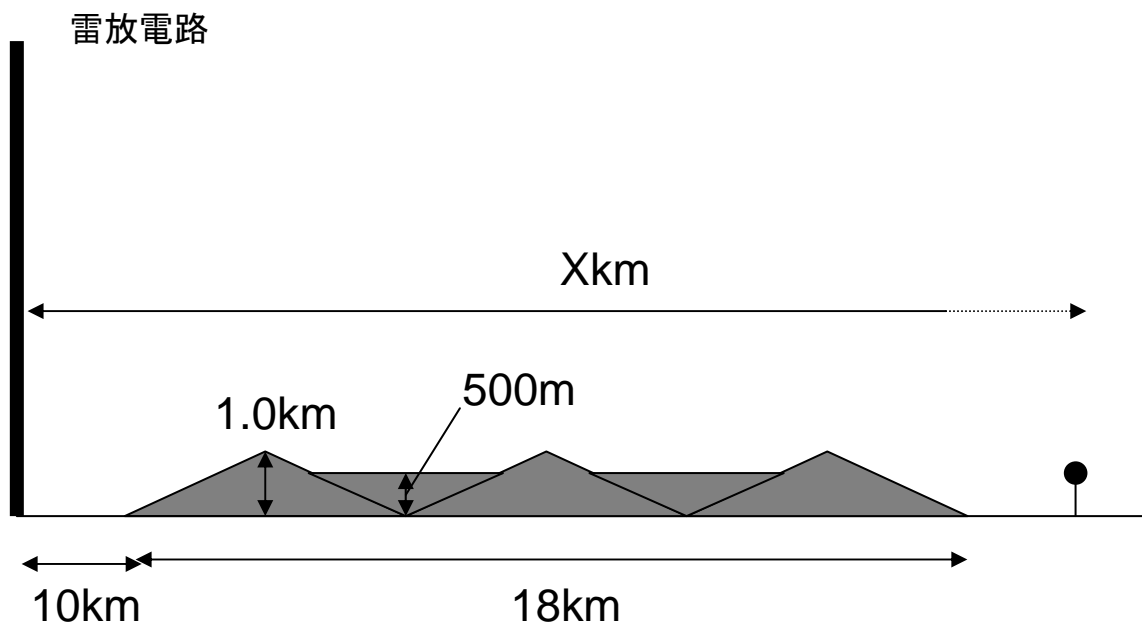


図 8.7 地形図

#### 8.4.1 観測点の距離と到達推定時刻遅れの関係

まず放電路から観測点の距離が変わることによってどのように変化するかを検討する。有限の導電率を持つ山地の到達推定時刻—完全導体平地の到達推定時刻ではどうなるかを図 8.8 に示す。

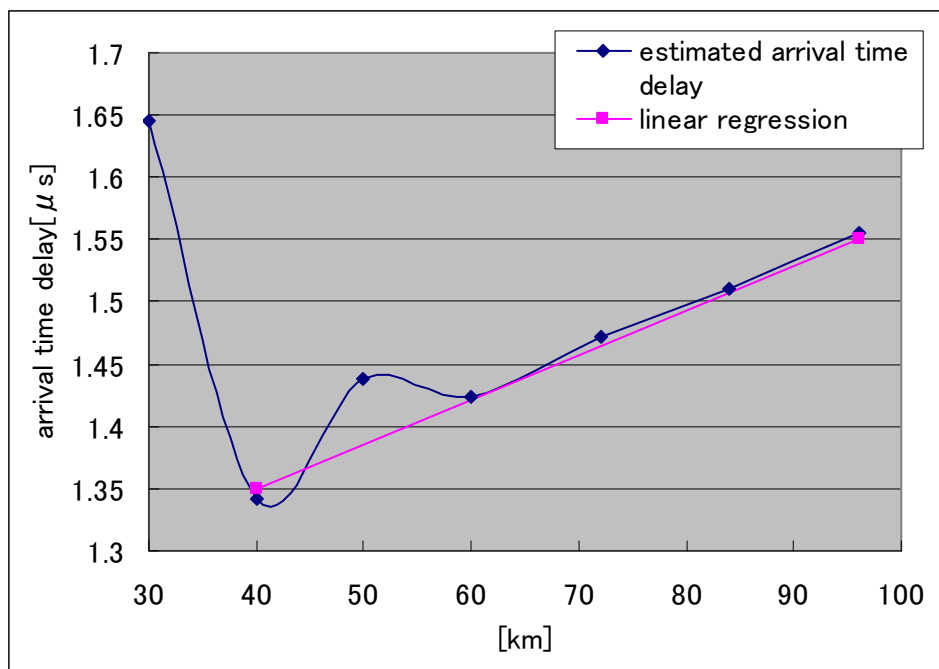


図 8.8 到達推定時刻の遅れ(電流立ち上がり時間  $5 \mu$ s、導電率  $0.001$ S/m)

30km 地点のデータのみが回帰直線からずれている。これは山地の終わりが 28km 地点であり、観測地点が山に近すぎるために起こる計算の誤差が原因と考えられる。山と観測地点の距離による影響については後述する。

40km 以遠の地点である程度の誤差を許容するなら、到達時刻推定値の遅れを 1 次近似で表すことが可能だということが分かった。図 8.8 の 1 次近似では、

$$0.003571 \times (x - 40) + 1.35 = \text{arrival delay} \quad (8.4)$$

という式でなりたつ。但し  $X(\text{km})$  は 40~96km の範囲。また、この 1 次近似では約  $0.06 \mu$ s までの誤差を許容している。

### 8.4.2 導電率と到達推定時刻遅れの関係

次に 8.4.1 の条件から導電率を 0.003 にして式(8.4)がどのように変化するかを調べる。有限の導電率を持つ山地の到達推定時刻－完全導体平地の到達推定時刻ではどうなるかを図 8.9 に示す。

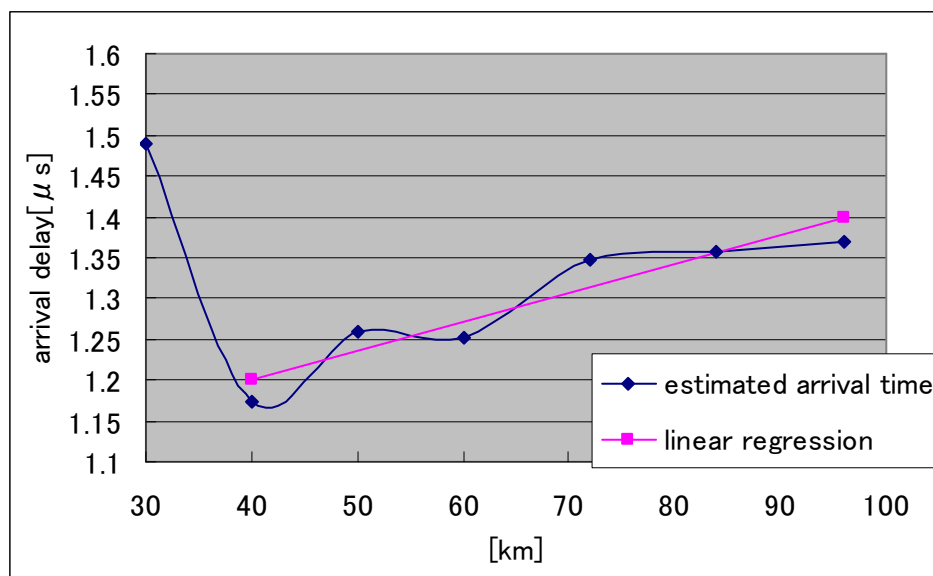


図 8.9 到達推定時刻の遅れ(電流立ち上がり時間  $5 \mu$ s、導電率 0.003S/m)

グラフには誤差範囲として各点で  $0.06 \mu$ s を上下に取った。同時にこの誤差範囲内を通るような 1 次関数を考えた。

図 8.8 同様 30km 地点のデータのみがずれている。これもまた山地の終わりが 28km 地点であり、観測地点が山に近すぎるために起こる影響と考えられる。

40km 以遠の地点である程度の誤差を許容するなら、到達時刻推定値の遅れを 1 次近似で表すことが可能だということが分かった。図 8.9 の 1 次近似では、

$$0.003571 \times (x - 40) + 1.2 = \text{arrival delay} \quad (8.5)$$

という式でなりたつ。但し X は 40～96km の範囲。また、この 1 次近似では約  $0.06 \mu$ s までの誤差を許容している。

### 8.4.3 電流の立ち上がり時間と到達推定時刻遅れの関係

次に 8.4.1 の条件から電流の立ち上がり時間を  $3\mu\text{s}$  にして式(8.4)がどのように変化するかを調べる。有限の導電率を持つ山地の到達推定時刻—完全導体平地の到達推定時刻ではどうなるかを図 8.10 に示す。

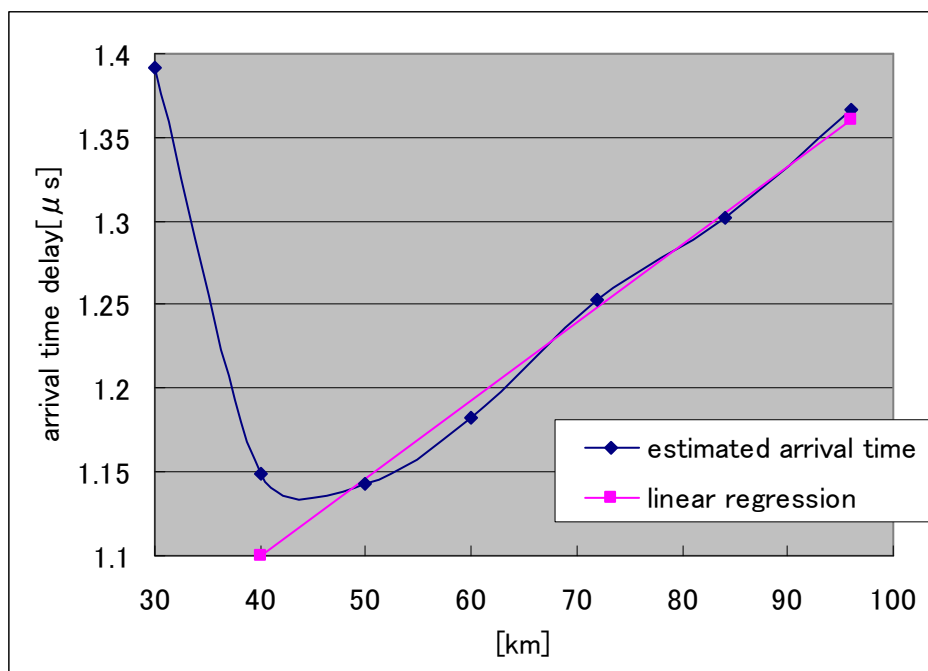


図 8.10 到達推定時刻の遅れ(電流立ち上がり時間  $3\mu\text{s}$ 、導電率  $0.001\text{S/m}$ )

図 8.8、図 8.9 では 30km 地点のデータのみがずれていたが、図 8.10 では 40km 地点でも若干山の影響が出ているように見えるが、3 点外挿ではこの程度計算結果がずれる可能性は十分あるとも言える。

40km 以遠の地点である程度の誤差を許容するなら、到達時刻推定値の遅れを 1 次近似で表すことが可能だということが分かった。図 8.10 の 1 次近似では、

$$0.00464 \times (x - 40) + 1.1 = \text{arrival delay} \quad (8.6)$$

という式でなりたつ。但し  $X(\text{km})$  は 40~96km の範囲。また、この 1 次近似では約  $0.06\mu\text{s}$  までの誤差を許容している。

#### 8.4.4 導電率、立ち上がり時間の変化による線形近似式の変化

8.4.2 から導電率、電流の立ち上がり時間を変化させて、線形近似式がどのようなになるかを調べた。ここではその線形近似式に何かしらの共通点がないかを検討する。

表 8.7、8.8 にこれまでの線形近似式の傾きと切片を纏めた。

表 8.7 線形近似式の係数(傾き)

	立ち上がり時間 $3 \mu s$	立ち上がり時間 $5 \mu s$
$\sigma = 0.001 S/m$	0.00464	0.00357
$\sigma = 0.003 S/m$	0.00232	0.00357

表 8.8 線形近似式の係数(切片)

	立ち上がり時間 $3 \mu s$	立ち上がり時間 $5 \mu s$
$\sigma = 0.001 S/m$	1.1	1.35
$\sigma = 0.003 S/m$	1.05	1.2

表 8.8 の切片では導電率が大きくなると切片は小さくなる、立ち上がり時間が短くなると切片は小さくなるといったある程度の共通性が見られる。一方で表 8.7 の傾きではあまり共通性が見られない。よって、定量的に解釈することが出来ないと考えられる。しかし、傾きに関しては値が小さすぎて共通性が出ないといった理由も考えられる。

#### 8.4.5 ピーク時刻差による線形近似式との比較

本項では 4 章のピーク時刻差推定との精度の違いについて検討する。ピーク時刻差でも同じように 1 次線形近似を行い、表 8.9、表 8.10 に纏めた。また比較として分かりやすいように図 8.11 に両方の場合を表示した。

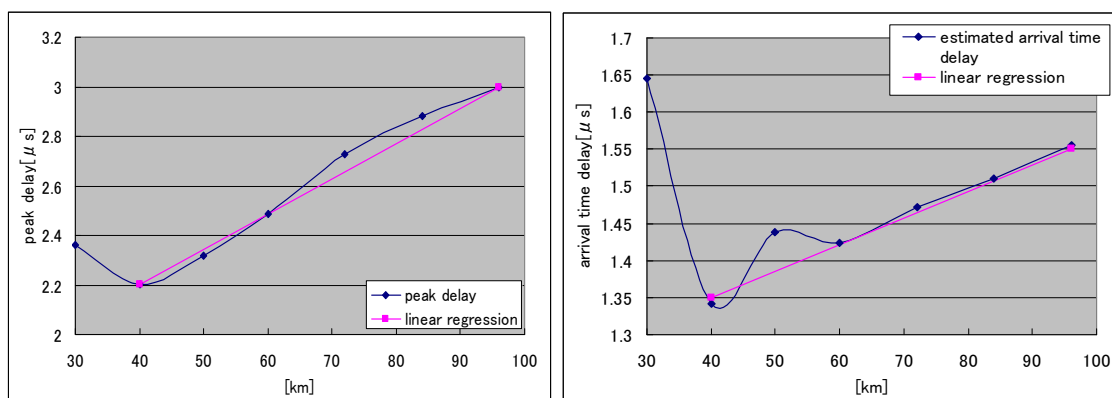


図 8.11 左:ピーク時刻差右:3 点外挿法による到達時刻差  
( $\sigma = 0.001 S/m$ 、立ち上がり時間  $5 \mu s$ )

表 8.9 線形近似式の係数(傾き)

	立ち上がり時間 3 $\mu$ s	立ち上がり時間 5 $\mu$ s
$\sigma = 0.001$ S/m	0.0204	0.0143
$\sigma = 0.003$ S/m	0.0145	0.00429

表 8.10 線形近似式の係数(切片)

	立ち上がり時間 3 $\mu$ s	立ち上がり時間 5 $\mu$ s
$\sigma = 0.001$ S/m	2.4	2.2
$\sigma = 0.003$ S/m	1.46	1.46

切片の大きさ、傾き両者において、3点外挿法の方が小さくなっている。これより、3点外挿法の方がより小さい値で、値がぶれにくい時刻差を出していると言える。この小さい値で、値がぶれにくい時刻差を利用することに関しては後述する。

本項では様々なパラメータによる3点外挿法の計算を行なった。その結果、

- 誤差 0.06  $\mu$  s 以内で線形近似できうる計算結果となっている。
- 時刻差は小さい値で、値のブレも少ないので、3点外挿法の方が Heidler 関数においては精度がよい。
- 但し、現状では特定のパラメータに対してだけの線形近似式であり、線形近似式の係数を変えることで一般的な結果を求めることは出来ない。

ということが分かった。

## 8.5 定量的解釈以外の時刻誤差検討方法

これまでの検討で特定パラメータにおいてある程度の精度で線形近似はできるが、一般パラメータも実験式化することは極めて困難なことが分かった。

そもそも 3 点外挿法での 2 次関数近似は妥当かという問題がある。図 8.9 を見ても分かるとおり単調に増加しているかどうかも怪しいほどである。しかしその一方で注目すべきことは表 8.3、表 8.7 を見て分かるように傾きの小ささである。図 8.10 においても、3 点外挿法では 40~96km の範囲において約  $0.2\mu\text{s}$  しか到達推定時刻遅れが変化していない。同じ条件でピーク時刻遅れだと約  $0.8\mu\text{s}$  も変わってしまう。

つまり 3 点外挿法の利点に、観測地点が変化しても完全導体の場合からの時刻遅れ変化が極めて小さいという点が上げられる。これは位置標定時に大きな利点となる。但し、これは本研究で用いている電流波形の Heidler 関数に対してであり、他の電流波形に対してはこの限りではない。

そこで考えられるのが、特定の距離、特定のパラメータに対して一意的に到達推定時刻遅れを出すのではなく、ある程幅の距離、パラメータに対して、到達推定時刻遅れを出すといったことである。距離、各パラメータにセンシティブに時刻遅れが変化する場合は誤差が大きくなってしまいが、あまりセンシティブに変化しないのならこれによって位置標定における時刻遅れテーブルを作ることが出来る。

時刻遅れテーブルを作るに当たって、どのパラメータに対して作るか、パラメータをどの程度の値の範囲にするか、どの程度の値刻みにするかといった問題がある。本研究では次章で行なう実測値における適用も考えて、

- ・立ち上がり時間 3~7 $\mu\text{s}$  まで 0.5 $\mu\text{s}$  刻み。
- ・放電路から観測点までの距離は 10~100km まで 10km 刻み。
- ・導電率は日本においては平均 0.003S/m とし差し支えない。

以上のことから 2 次元テーブルで立ち上がり時間と観測点距離のパラメータによって変化するピーク時刻差、3 点外挿法による到達推定時刻差、さらに実用的に用いられる可能性があるケースとしてピーク値の 50% 値、80% 値での時刻差を計算した。

平地、高さ 500m 幅 3km の山が 3 個ある場合、高さ 1000m 幅 6km の山が 3 個ある場合、高さ 1500m 幅 10km の山が 3 個ある場合の 4 つの場合にて計算を行った。山がある場合は放電路から 10km より山が続く。テーブルは巻末付録 B にまとめてある。

その結果、以下のことが分かった。

- ・電流立ち上がり時間が 5 $\mu\text{s}$  より長い場合、ピーク時刻差も比較的小さくなり、3 点外挿法とそれほど大きな差はなくなる。
- ・ピークの 50% 値や 80% 値の方が、ピークの場合より時刻差が小さいように直感的には感じるがむしろピーク時刻差が一番小さいことがほとんどである。



しかし実測では、ピークにはノイズがのることや、波尾部分の影響を受けて正確な時刻を測ることは難しい。そのためピークの 80%、50%値を使った場合の方が精度は良いとも考えられる。そのため、本研究ではこの値も用いて現実のデータにおける有用性を次章にて検討する。

## 8.6 山と観測点の距離

8.2 で観測点の後ろ山がある場合について検討した。8.3 以降で山のすぐそばにある観測点では、観測値が山による特殊な影響を受けることが分かった。本項では観測点の前に山がある場合、どの程度離しておけば問題がないかについて検討する。

図 8.7 の地形図を用いて、立ち上がり時間  $5\mu\text{s}$ 、導電率  $0.001\text{S/m}$  として  $30\sim 40\text{km}$  の範囲で観測地点を  $1\text{km}$  刻みにして、ピーク時刻差、到達推定時刻差をグラフにした。

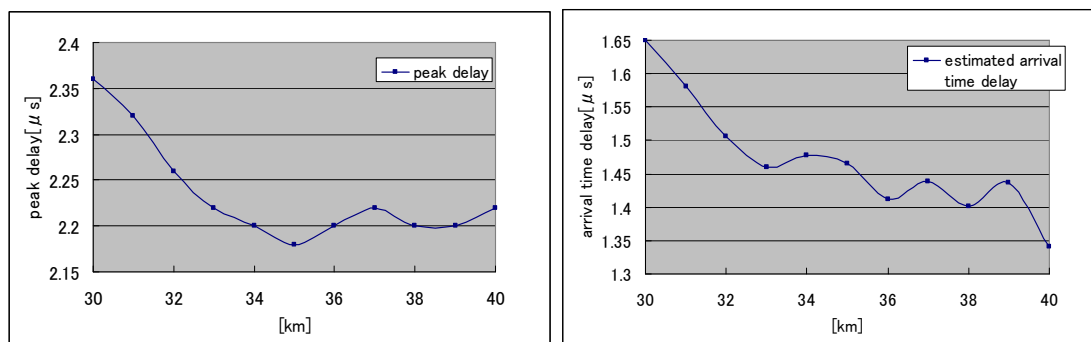


図 8.12 左:ピーク時刻差 右:3 点外挿法による到達時刻誤差

( $\sigma=0.001\text{S/m}$ 、立ち上がり時間  $5\mu\text{s}$ )

左図では大体  $35\text{km}$  あたりで山の近接的な効果がなくなっている。右の 3 点外挿法でははっきりとは分かりづらいが、 $33$ 、 $34\text{km}$  あたりで影響がなくなっている感がある。

上記から見て、山の高さ  $1000\text{m}$  の時は  $7\text{km}$  程観測地点を離せば、山による特殊な影響は大分軽減されると考えられる。

本節では山の近接的な効果の影響が、観測地点と山の距離をどの程度離すかで軽減されるかを検討した。

その結果、

- ・高さ  $1000\text{m}$  の山の近傍では、観測地点は山の終わりから  $7\text{km}$  程度以上離しないと、計算された電磁界波形に山の近接効果が残る。

ことが分かった。この影響は山の高さによって変わることは容易に予想される。また、山の斜面の角度によっても変わる可能性がある。本研究ではこれ以上の言及はしないが、この分野の検討は観測点の設置において必要な検討だと考えられる。

## 8.7 まとめ

本章では3点外挿法による電磁波到達時刻について検討した。その結果、

- ・ピーク値の10%、40%、70%の3点を用いての到達時刻推定では、本研究で用いている電流波形のHeidler関数においてはピーク時刻遅れよりも遅れ時間は小さく、距離による変化も小さい。
- ・3点外挿法によって特定パラメータ下では到達時刻遅れの十分な線形近似ができるが、パラメータを変更した場合の一般的な結果は得られなかった。

簡単な実験式を求めることは出来ない反面、パラメータ変動による時刻遅れの変動も小さい点を考慮し、大まかな時刻遅れ補正ができるようなテーブルを作成した。その結果、

- ・電流立ち上がり時間が $5\mu\text{s}$ より長い場合、ピーク時刻差も比較的小さくなり、3点外挿法とそれほど大きな差はなくなる。
- ・ピークの50%値や80%値の方が、ピークの場合より時刻差が小さいように直感的には感じるがむしろピーク時刻差が一番小さいことがほとんどである。

山の後ろに観測地点がある場合を検討したところ、

- ・高さ1000mの山では観測地点は山の終わりから7km程以上離さないと、波形に山の近接効果が残る。

とのことが分かった。

## 第9章 実測された電磁界波形を用いた位置標定精度比較

8章での検討により一般的なパラメータを変数にした簡単な実験式では時刻遅れを実用的な精度で推定できないことがわかり、代表的なパラメータに対して時刻遅れテーブルを作るに至った。付録Bがそのテーブルである。このテーブルの有用性を確かめるために、実測された電磁界波形データを用いて位置標定精度が上がるかどうかを調べた。

### 9.1 測定方法

観測地点は図9.1のように栃木県内の5点となっている。

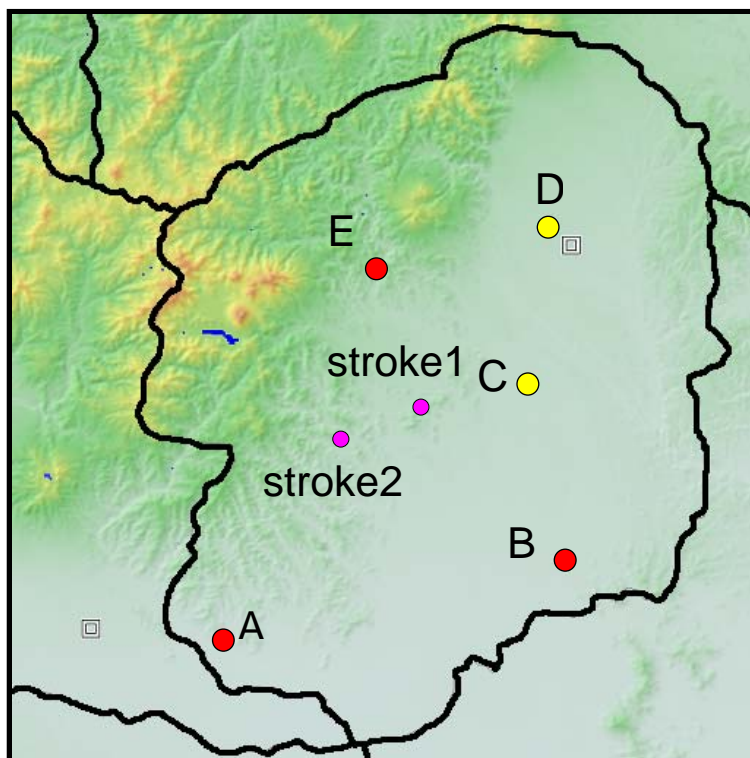


図9.1 電磁界波形観測地点

この5点で雷放電に伴う電磁界波形の同時観測を行い、電磁波の各点への到達時間差から距離一定となる点の軌跡の交点を求める方法(TOA法)により位置標定を行なう。

実際の計算では観測領域全体をメッシュ状に切り分け、各メッシュ点での誤差評価を行い誤差評価値関数の最小化を行なって最適解を求める。この誤差評価関数として、(9.1)式を用いる。

$$X^2 = \frac{\sum_{i=1}^5 (t_0 - t_i)^2}{(\Delta t)^2} \quad (9.1)$$

$\Delta t$ : 観測タイムステップ、 $t_0$ : 当該メッシュ点とi点の距離で決まる電磁波到達予想時刻、 $t_i$ : 実測された波形観測時刻

## 9.2 修正方法

計算方法と修正方法は以下のようにした。

- ①観測された 5 点の時刻データから計算された落雷点の最適解から各観測点までの距離を求める。同時に観測された波形から、時刻遅れテーブルに使用するために立ち上がり時間を測定する。
- ②求められた立ち上がり時間と距離より時刻遅れテーブルから予想される時刻遅れを求め、その値によって到達時刻差を修正して、新たに最適解を求めなおす。

## 9.3 計算された評定位置の修正結果

今回用いたのは鉄塔に落ちて、落雷地点が予め分かっている 2 つの雷撃である。従来のように位置標定をした場合、2 種類の時刻遅れテーブルを用いて修正した場合の実際との標定誤差を求めた。なお、時刻遅れテーブルは平地の場合と 500m の山が 3 個ある場合のテーブルを用いた。その結果を表 9.1、9.2 に纏めた。1000, 1500m の山がある場合のテーブルを用いると、解が得られないケースが多く、このデータに適用するのは不適切と判断した。

なお、雷撃 1 は観測地点からの距離が 10~30km 程で雷撃 2 は観測地点からの距離が 40~50km となっている。両者共に立ち上がり時間は  $5\mu\text{s}$  程度となっている。

表 9.1 時刻遅れテーブルによる位置標定修正結果(雷撃 1)

	ピーク 50%値	ピーク 80%値	ピーク値
補正無し	10.9m	42.2m	120.3m
平地補正	15.6m	35.6m	107.7m
500m 山補正	42.2m	23.8m	108.2m

表 9.2 時刻遅れテーブルによる位置標定修正結果(雷撃 2)

	ピーク 50%値	ピーク 80%値	ピーク値
補正無し	76.7m	92.0m	222.1m
平地補正	64.0m	85.4m	231.9m
500m 山補正	64.0m	85.4m	222.1m

この結果、6 ケース中、4 ケースで 1 割程の精度向上が見られた。

ピーク値での位置標定は補正のあるなしに関わらず大きな誤差が残る。ピーク部分に重畳するノイズの影響が大きく、ピーク時刻の決定に困難が伴うためである。

次に距離ではなく、誤差評価関数により時刻修正の効果を検討する。この誤差評価関数は統計的に  $X^2$  と同じ性質を持つため、それがおおむね 1 より大きい値をとるならば、系統的誤差が残っていると判断される。

表 9.3 各場合の標定地点の誤差関数値(雷撃 1)

	ピーク 50%値	ピーク 80%値	ピーク値
補正無し	0.066	0.098	7.413
平地補正	1.895	0.013	2.831
500m 山補正	2.163	0.430	8.557

表 9.4 各場合の標定地点の誤差関数値(雷撃 2)

	ピーク 50%値	ピーク 80%値	ピーク値
補正無し	0.301	0.301	0.823
平地補正	0.062	0.230	1.943
500m 山補正	0.001	0.162	1.247

この結果、表 9.1、表 9.2 で位置標定精度が上がっている部分では誤差関数値が減少していることが分かる。雷撃 1 では平地補正が、雷撃 2 では 500m 山補正が、より評価関数を減少させ、測定時刻に含まれる系統的誤差を補正する効果があったと推測される。

#### 9.4 実測値に適用する上での検討事項

9.3 では 3 点外挿法の計算結果を載せていない。これは実測の磁界波形から 3 点を取って 2 次関数で近似して到達推定時刻を出そうとすると、解が得られないためである。シミュレーション時にも極稀にあったが、実測波形ではこれが極めて多いため、今回は計算を断念した。これより、2 次関数近似以外の方法、例えば 1 次近似してから何らかの補正をかける等の到達推定時刻算出を考える必要がある。

ピーク時刻を使用することは、前節に述べた理由で高精度の位置標定においては実用的ではない。

今回は 5 地点における観測で、標定解の最適化計算が行われているため、位置標定誤差で見ると見かけ上大きな改善は見られない。これが位置標定に最低限必要な 3 地点のみでしかデータが得られない場合などでは、最適化計算が行えないので精度向上に有効と考えられる。

#### 9.5 計算精度について

計算値には第 2 章での Norton 解との一致具合から見て  $0.2 \mu\text{s}$  程、距離にして 60m 程の誤差が含まれている可能性がある。このため、誤差が 100m 以内になっていればそれ以上の極端な精度向上はそれほど見込めない可能性もある。これ以上の精度向上を考えるならば、どの程度詳細に地形を模擬するかも考えなくてはならない。今回は 4 種類の地形でテーブルを作ったが地形による差でも各々で  $0.1 \sim 0.2 \mu\text{s}$  ほどは差が出てしまう。数十 m の精度を要求する場合、この差すら問題になる可能性もある。また本研究では 2 次元 FDTD 法を用いているが、3 次元では地形による電磁界の回り込みが計算できるので、これがどの程度影響を与えるかも検討しなくてはならない。

## 9.6 まとめ

本章では、これまでの研究を踏まえて、実際の位置標定でどの程度精度向上するかを検討した。その結果、

- ・今回用いた 2 発の雷撃においては 1 割程度の位置標定精度向上が見られた。しかし位置標定の最適化計算と組み合わせると、見かけ上は大きな精度向上とはなっていない。限られた数の観測点からのデータしか得られない場合に、時刻遅れテーブルはより有用になってくると見られる。
- ・実際の波形において 3 点外挿法での 2 次関数近似では答えが出ない可能性がある。これはとる点によるものとも考えられるので、計算結果が安定して出る方法を検討する必要がある。
- ・100m より高い精度の位置標定を目指すならば、FDTD 法による計算精度の向上、3 次元計算による細かい地形の影響の評価を行なうことが望ましい。

## 第 10 章 結論

本研究では 2 次元 FDTD 法による数値計算を用いて、雷放電に伴って発生する電磁界に導電率有限の大地が与える影響、FDTD 法の高速度化、山間部の高さが電磁界波形に与える影響、山の存在が電磁界に与える影響、位置標定のためのより精度の高い電磁波到達時刻を求めるための 3 点外挿法、電磁界波形の実測データを用いての位置標定精度向上について検討した。

1. 導電率有限な大地では、大地の導電率、雷電流立ち上がり時間を変えることで、磁界ピーク値の減衰、ピーク時刻遅れがどのような距離依存性を示すかを 30~96km の範囲で調べた結果、

- 大地の導電率が大きくなることで、磁界ピーク値の減衰及びピーク時刻遅れは小さくなる。
- 雷電流の立ち上がり時間が長くなることで、磁界ピーク値の減衰及びピーク時刻遅れは小さくなる。ただし、本研究では電流波形の波尾部分の影響は考慮していない。波尾が長くなるとピーク値は減衰しにくくなると考えられる。
- どの条件下でも観測点の距離が遠くなることで、磁界ピーク値は減衰し、ピーク時刻遅れは大きくなっていく。この減衰及び遅れは特定の条件下では距離との間に線形近似が成立する。
- 大地の導電率、雷電流の立ち上がり時間等の外部パラメータが変わると、磁界ピーク値減衰及びピーク時刻遅れを簡単な実験式で表すことは難しい、ということが分かった。

2. FDTD 法の高速度化では、

サブセル法は、

- 電磁界に高周波成分が多く残っている場合にはかなりの誤差を覚悟しなければならないことが分かった。逆に言うと、高周波成分が元々少ない遅い立ち上がり時間の電流波形を雷電流に使う場合や、伝搬経路に山が多くある場合などは、ある程度高周波成分が少なくなり、誤差も減ることが分かった。
- 計算領域を限定化しても特に問題は生じない。

このことから本研究では計算領域の限定化のみを高速度化に用いた。

3. 山間部の高さの変化により

- 磁界最大値の差は 3% 強、ピーク時刻の差は  $0.5 \mu\text{s}$  程度が最大。
- 上記の誤差を問題にしなければ、山間部を気にする必要はない。あえて決めるとすれば高さが同じ山を連ねて地形を模擬する場合、平均的な結果となる半分程度埋めればよい。
- 山の存在そのものが 2 次元 FDTD 計算の精度に影響する可能性があるため、放電路と山



の距離を 10km 以上離すこととした。また、山と放電路を 10km 以内に近づけた場合や、山頂に落雷があった場合の結果がどうなるかといった検討事項が生じた。

4. 導電率有限な大地に加え、山が存在する場合に、大地と山の導電率、雷電流立ち上がり時間を変えることで磁界ピーク値の減衰、ピーク時刻遅れがどのような距離依存性を示すかを、主に 60~96km の範囲で調べた結果、

- ・山が小さくなることで、その影響は小さくなる。
- ・山からの距離が遠くなるにつれて山による影響は小さくなるが、ある程度より小さくはない。この一定値は山の大きさ、数によるものと考えられる。
- ・導電率が小さくなるほど山による影響の、それが無い場合とのピーク値の減衰は大きくなる。ピーク時刻の差には影響がないように思われる。導電率が小さいことでピーク時刻は遅れるが、これは有限な大地導電率による。
- ・雷電流波形の立ち上がり時間が変わっても、ピーク時刻の差にはほとんど影響しない。立ち上がり時間が短い方がピーク時刻は遅れるが、これは有限な大地導電率による。
- ・放電路と観測点の間の山の数が多くなることで差は大きくなる。
- ・山の数が増えることでピーク時刻遅れはほぼ一定の割合で大きくなるが、山が 0→1 個と増える場合はその限りではない。山が 0→1 個と増える場合が最も大きく遅れる。

有限な導電率の平地のみの場合でも、ピーク時刻遅れの簡単な実験式を求めるのは困難と分かっていたことから、本研究では山がある場合は定性的な結果のみをまとめ、定量的解釈については行っていない。特定のパラメータ下ではピーク時刻遅れの線形近似が出来る程度の関係性はある。

5. 3点外挿法を検討した結果、

- ・ピーク値の 10%、40%、70%の 3 点を用いての電磁波到達時刻推定では、本研究で用いている Heidler 関数の雷電流波形においては、ピーク時刻遅れよりも推定遅れ時間が小さくなり、距離による変化も小さい。
- ・3点外挿法によって、特定条件下では到達時刻遅れの線形近似ができるが、簡単な実験式で一般化することは困難である。

一方でパラメータ変動による時刻遅れの変動も小さい点を考慮し、代表的なパラメータの組み合わせにより時刻遅れ補正ができるようなテーブルを作成した。その結果、

- ・電流立ち上がり時間が  $5\mu\text{s}$  より長い場合、ピーク時刻差も比較的小さくなり、3点外挿法とそれほど大きな差はなくなる。

山のすぐ後ろに観測地点がある場合を検討したところ、

- ・高さ 1000m の山の近傍では、観測地点は山の終わりから 7km 程度以上離さないと、計算された電磁界波形に山の近接効果が残る。

以上の 3 点外挿法に関する結果は Heidler 関数の雷電流波形に対するもので、他の電流

波形の場合には適用できない可能性がある。

本研究では高さ 1000m の場合でしか山の影響の計算を行っていないが、それが山の高さ、傾斜によってどのように変化するかを定量的に解釈できれば、山の近傍に観測点を設置する際の指針となる。これは今後の検討事項の 1 つである。

6. 実測された帰還雷撃に伴う電磁界波形に時刻遅れテーブルを適用し、位置標定精度向上の可能性を検討した結果、

- ・ 検討事例の 2 度の雷撃については、1 割程度の位置標定精度向上が見られた。しかし位置標定の最適化計算も同時に行っているため、見かけ上は精度が大幅には向上していない。最適化計算が行えないような、限られた数の観測点からのデータしか得られない場合に、時刻遅れテーブルはより有用になると見られる。
- ・ 実際の波形においては、3 点外挿法での 2 次関数近似では答えが出ない可能性がある。異なる関数形も検討する必要がある。
- ・ 100m より高い精度の位置標定を目指すならば、FDTD 法による計算精度の向上、3 次元計算による細かい地形の影響の評価を行なう必要がある。

本研究では数十～百 km 程度の範囲での検討を行なった。これを数百 km 範囲に拡張した場合や、観測時刻の最適化計算が行われない場合で時刻遅れテーブルがどの程度有用なのかを議論することでその有用性がより見えてくる。

また、より高い位置標定の精度を求めるならば、FDTD 法自体の計算精度向上や 3 次元での細かい地形による電磁界回り込みの検討が必要となる。

今後の研究課題として、

- ・ 外挿法による電磁波到達時刻推定法の改良
- ・ 最適化計算が行われない場合の時刻遅れテーブルの有用性の検討
- ・ 2 次元 FDTD 法の計算精度向上、3 次元 FDTD 法との比較等があげられる。

## 謝辞

本研究を進めるに当たり多くの方々のご助力を頂きました。

石井勝教授には研究に関して様々なことを教えていただき、時には方向性を示していただきました。また、輪講、論文作成時にも懇切丁寧な指導で添削をしていただきました。先生のお力でこの論文を完成することができました。深く御礼申し上げます。

技術職員の藤居文行様にはソフト面において様々な手助けをしていただき、充実した研究環境整備をしていただきました。また同じく技術職員の斉藤幹久様には、研究に関する助言を与えてくださったのと同時に、実測データを使用した位置標定精度向上の計算までしていただきました。おかげで意味ある結果と意味ある課題を残すことが出来ました。技術職員のお 2 人に様々な側面から研究をサポートしていただきました。深く御礼申し上げます。

昨年まで博士課程で在籍されていた宮寄悟博士には雷に関する基礎知識とそれに関する多くの参考文献をいただきました。また、研究で躓いている時にも多くの助言をしていただき、研究を進める上での大きな助力となりました。深く御礼申し上げます。

最後に、修士課程の波田隆氏には時に研究とは関係の無い話をして貴重なリフレッシュの時間を提供していただき研究生活を楽しく過ごすことができました。深く御礼申し上げます。

平成 19 年 1 月末日

## 参考文献

- [1] 下堀友数 ”大規模位置標定ネットワークによる雷観測” 東京大学修士論文,2001
- [2] 宇野亨 「FDTD 法による電磁界およびアンテナ解析」 コロナ社, 1998
- [3] K.S.Kunz and R.J.Luebbers, “The finite difference time domain method for electromagnetics”, CRC Press, Boca Raton, Ann Arbor, London, Tokyo, 1992
- [4] C.A. Nucci, G. Diendorfer, M.A. Uman, F. Rachidi, M. Ianoz, and C. Mazzetti “Lightning return stroke current models with specified channel-base: a review and comparison” ,J. Geophys. Res., vol.95, pp. 20 395-20 408, 1990
- [5] K. Berger, R.B. Anderson, H. and Kroninger, ”Parameters of lightning flashes” CIGRE Electra, No.41, 1975
- [6] M.A. Uman and D.K. McLain, ”Magnetic field of the lightning return stroke” ,J. Geophys. Res., vol. 74, pp. 6899-6910, 1969
- [7] V. A. Rakov, and M. A. Uman, ”Review and evaluation of lightning return stroke models including some aspects of their application” ,IEEE Trans. on Electromagn. Compat., vol. 40, pp. 403-426, 1998
- [8] M.A. Uman, D. K. McLain, and E. P. Krider, “The electromagnetic radiation from a finite antenna” ,Ame. J. Phys., no. 43, pp. 33-38, 1975
- [9] K.A. Norton, “The propagation of radio waves over the surface of the earth and in the upper atmosphere Part II : the propagation from vertical, horizontal and loop antennas over a plane earth of finite conductivity” ,Proceedings of the Institute of Radio Engineers, Vol. 25, No. 9, pp.1203-1240, 1937
- [10] 林 敏、”帰還雷撃により生じる電磁波波形への伝搬経路の影響” 東京大学修士論文, 2003
- [11] T. Shioda, N.Fukiyama, A.Mochizuki, E.Zaima, M.Ishii, and K. L. Cummins, “Performance evaluation of new generation LPATS at TEPCO”, Proc. 24<sup>th</sup> ICLP, Birmingham, 2a.4, 1998

## 発表文献

- [1]川沼 岳明、石井勝、”雷放電に伴って発生する電磁界伝搬の 2 次元 FDTD 法による解析” 平成 19 年電気学会全国大会、K215-A3、2007 年 3 月(発表予定)

## 付録 A Norton 解

大地に有限な導電率を考慮した場合、大地に垂直な放電路を分割して各々を微小な双極子と見立てそこより発生する電磁界の厳密界を解こうとすると、数値計算量の多いゾンマフェルト積分を含み、計算コストが非常に大きくなってしまう。Norton は大地に垂直な双極子が発生する垂直方向の電界を下式で近似している。Norton 解は電磁波が平面波と見なせるような遠距離では非常によい近似となっている。

高さ  $z$  にある双極子が放電路より距離  $d$ 、高さ  $z'$  の所に形成する電界は下式の Norton 式によって求められる。

$$E_z^v = C_1 \left[ \cos^2 \psi' \frac{\exp(jkR_1)}{R_1} + R_v \cos^2 \psi'' \frac{\exp(jkR_2)}{R_2} \right. \\ \left. + (1 - R_v)(1 - u^2 + u^4 \cos^2 \psi'') \frac{\exp(jkR_2)}{R_2} \right. \\ \left. - 2u\sqrt{1 - u^2 \cos^2 \psi''} \sin \psi'' \frac{\exp(jkR_2)}{jkR_2^2} \right. \\ \left. - (1 - 3\sin^2 \psi') \left( \frac{1}{jkR_1} + \frac{1}{(jkR_2)^2} \right) \frac{\exp(jkR_1)}{R_1} \right. \\ \left. - (1 - 3\sin^2 \psi'') \left( \frac{1}{jkR_2} + \frac{1}{(jkR_2)^2} \right) \frac{\exp(jkR_2)}{R_2} \right]$$

$$R_1 = \sqrt{d^2 + (z - z')^2}$$

$$R_2 = \sqrt{d^2 + (z + z')^2}$$

$$\sin \psi' = \frac{z - z'}{R_1}$$

$$\sin \psi'' = \frac{z + z'}{R_2}$$

$$R_v = \frac{\sin \psi'' - u\sqrt{1 - u^2 \cos^2 \psi''}}{\sin \psi'' + u\sqrt{1 - u^2 \cos^2 \psi''}}$$

$$u = \frac{k}{k_2}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$k_2^2 = k^2 \left( \epsilon_r + \frac{j\sigma}{\omega\epsilon_0} \right)$$

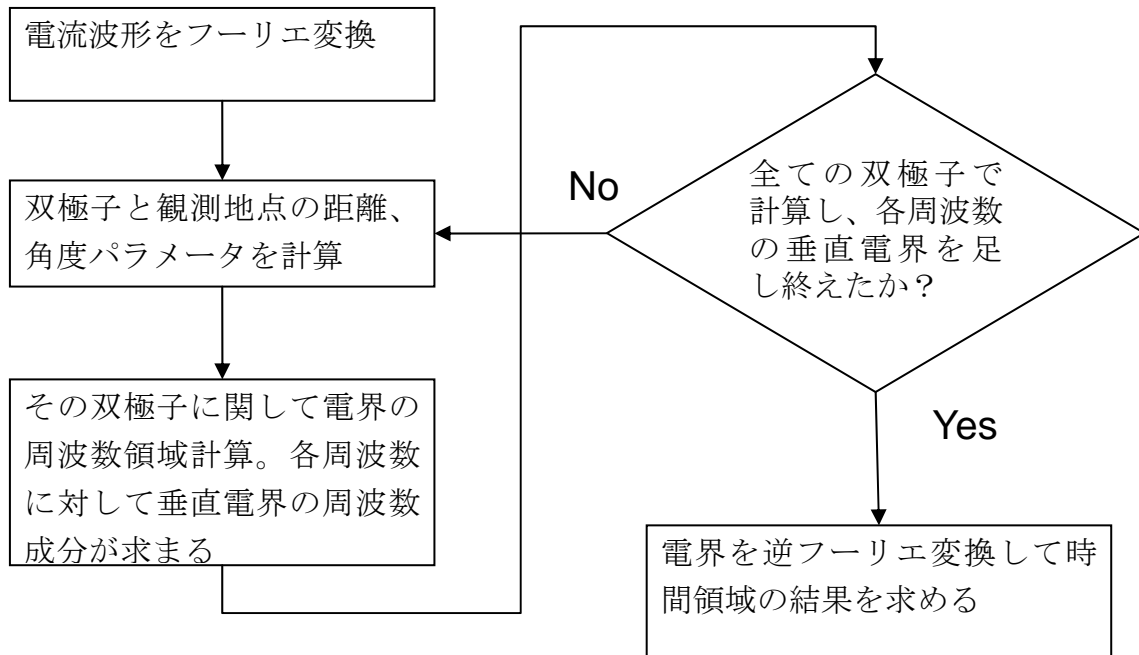
$$w = \frac{2jkR_2 u^2 (1 - u^2 \cos^2 \psi'')}{(1 - R_v)^2}$$

$$F = 1 + j\sqrt{\pi w} \exp(-w) \operatorname{erfc}(-jw)$$

$$\operatorname{erfc}(x) \equiv \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty \exp(-u^2) du \equiv j \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{j\infty}^{jx} \exp(u^2) du$$

$$C_1 = j \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{Idz}{2\lambda} \exp(-j\omega t)$$

計算アルゴリズムは下記のようなになる。



## 付録 B 各パラメータにおける時刻遅れテーブル

山、大地の導電率は 0.003S/m である。横のパラメータが電流の立ち上がり時間、縦のパラメータが放電路から観測地点までの距離。時刻遅れの単位は全て  $\mu\text{s}$ 。例えば、立ち上がり時間  $5\mu\text{s}$ 、距離 100km で観測したならば右から 5 列目の一番下の段の値を時刻遅れとして参照する。

平地の場合

①ピーク時刻遅れ( $\sigma=0.003\text{S/m}$ )

km \ $\mu\text{s}$	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6	6.5	7
10	-0.03	0.33	0.33	0.36	0.33	0.3	0.33	0.36	0.3
20	0.3	0.27	0.57	0.51	0.51	0.51	0.57	0.51	0.51
30	0.63	0.48	0.51	0.69	0.72	0.63	0.66	0.72	0.66
40	0.99	0.78	0.66	0.72	0.84	0.84	0.78	0.78	0.78
50	1.11	0.87	0.75	0.75	0.87	0.96	0.96	0.87	0.87
60	1.23	1.2	1.02	0.93	0.93	0.99	1.02	0.99	0.99
70	1.41	1.35	1.11	0.99	1.02	1.11	1.14	1.14	1.11
80	1.74	1.47	1.23	1.23	1.14	1.11	1.17	1.17	1.2
90	1.89	1.53	1.47	1.35	1.2	1.17	1.29	1.29	1.29
100	1.98	1.65	1.65	1.44	1.29	1.35	1.32	1.32	1.32

②ピーク値 80%の時刻遅れ( $\sigma=0.003\text{S/m}$ )

km \ $\mu\text{s}$	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6	6.5	7
10	0.45	0.39	0.39	0.39	0.42	0.42	0.39	0.39	0.39
20	0.81	0.66	0.63	0.63	0.6	0.63	0.63	0.63	0.6
30	1.08	0.93	0.84	0.81	0.78	0.75	0.75	0.75	0.75
40	1.26	1.17	1.05	0.96	0.93	0.9	0.9	0.9	0.87
50	1.44	1.32	1.23	1.14	1.08	1.02	1.02	1.02	0.99
60	1.59	1.47	1.41	1.26	1.2	1.14	1.11	1.11	1.11
70	1.77	1.59	1.53	1.41	1.32	1.26	1.23	1.23	1.2
80	1.86	1.74	1.65	1.56	1.47	1.41	1.35	1.32	1.29
90	1.98	1.89	1.74	1.65	1.56	1.5	1.44	1.41	1.38
100	2.07	1.98	1.86	1.77	1.68	1.59	1.56	1.5	1.47

③ピーク値 50%の時刻遅れ( $\sigma=0.003\text{S/m}$ )

km \ $\mu\text{s}$	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6	6.5	7
10	0.6	0.57	0.51	0.48	0.48	0.45	0.45	0.45	0.45
20	0.9	0.84	0.78	0.75	0.72	0.69	0.69	0.63	0.63
30	1.11	1.08	0.99	0.96	0.9	0.9	0.87	0.84	0.81
40	1.26	1.23	1.17	1.14	1.08	1.05	1.02	0.99	0.96
50	1.41	1.35	1.32	1.26	1.23	1.2	1.17	1.14	1.11
60	1.53	1.5	1.44	1.41	1.35	1.32	1.29	1.23	1.2
70	1.62	1.62	1.56	1.53	1.44	1.41	1.38	1.35	1.35
80	1.71	1.71	1.68	1.62	1.59	1.53	1.5	1.47	1.44
90	1.8	1.77	1.77	1.74	1.68	1.62	1.59	1.56	1.53
100	1.89	1.86	1.86	1.83	1.8	1.71	1.68	1.65	1.62

④3点外挿法での時刻遅れ( $\sigma=0.003\text{S/m}$ )

km \ $\mu\text{s}$	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6	6.5	7
10	0.47	0.56	0.67	0.61	0.70	0.61	0.41	0.61	0.60
20	0.60	0.65	0.72	0.71	0.81	1.02	0.56	0.87	0.87
30	0.73	0.81	0.94	0.87	0.85	0.99	0.90	1.02	1.06
40	0.76	0.86	0.82	0.94	0.83	1.04	1.07	1.09	1.22
50	0.83	0.92	0.96	0.95	1.05	1.08	1.16	1.14	1.20
60	0.94	0.94	0.91	1.05	1.11	1.14	1.16	1.24	1.41
70	1.00	1.04	1.15	1.06	1.08	1.25	1.22	1.29	1.33
80	0.98	0.98	1.08	1.09	1.15	1.20	1.23	1.26	1.38
90	1.08	1.15	1.14	1.20	1.21	1.23	1.31	1.37	1.38
100	1.18	1.06	1.21	1.22	1.30	1.37	1.34	1.40	1.70



高さ 500m 幅 3km の山が 3 個放電路から 10km よりある場合

この時距離 10km、20km のパラメータの信頼度は下がる。

①ピーク時刻遅れ( $\sigma=0.003S/m$ )

km \ $\mu s$	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6	6.5	7
10	0	0.36	0.36	0.36	0.36	0.33	0.36	0.39	0.33
20	0.9	0.99	1.17	1.11	1.17	1.17	1.26	1.23	1.23
30	0.96	0.84	0.84	0.96	1.02	0.96	0.96	1.02	0.96
40	1.26	1.08	0.99	1.02	1.08	1.11	1.05	1.05	1.05
50	1.38	1.14	1.05	1.05	1.11	1.2	1.2	1.14	1.14
60	1.47	1.44	1.29	1.2	1.17	1.2	1.23	1.23	1.23
70	1.62	1.59	1.38	1.23	1.26	1.32	1.35	1.38	1.35
80	1.95	1.71	1.47	1.47	1.38	1.35	1.38	1.41	1.41
90	2.07	1.77	1.71	1.56	1.44	1.41	1.5	1.5	1.5
100	2.19	1.86	1.86	1.65	1.53	1.59	1.56	1.53	1.56

②ピーク値 80%の時刻遅れ( $\sigma=0.003S/m$ )

km \ $\mu s$	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6	6.5	7
10	0.45	0.42	0.42	0.42	0.45	0.45	0.42	0.42	0.42
20	1.26	1.17	1.14	1.17	1.14	1.17	1.2	1.2	1.2
30	1.32	1.2	1.11	1.08	1.05	1.02	1.02	1.02	1.02
40	1.47	1.38	1.26	1.2	1.17	1.14	1.14	1.14	1.11
50	1.62	1.53	1.44	1.35	1.29	1.23	1.26	1.23	1.2
60	1.77	1.65	1.59	1.47	1.41	1.35	1.32	1.32	1.32
70	1.92	1.77	1.71	1.59	1.53	1.47	1.44	1.44	1.41
80	2.01	1.92	1.83	1.74	1.65	1.59	1.53	1.5	1.5
90	2.13	2.04	1.92	1.83	1.77	1.68	1.62	1.62	1.56
100	2.22	2.13	2.01	1.95	1.86	1.77	1.74	1.71	1.65

③ピーク値 50%の時刻遅れ( $\sigma=0.003S/m$ )

km \ $\mu s$	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6	6.5	7
10	0.63	0.57	0.51	0.48	0.48	0.48	0.45	0.48	0.48
20	1.32	1.26	1.23	1.23	1.2	1.2	1.2	1.17	1.17
30	1.29	1.26	1.2	1.2	1.14	1.14	1.11	1.11	1.08
40	1.41	1.41	1.35	1.32	1.26	1.23	1.23	1.2	1.17
50	1.53	1.5	1.5	1.44	1.41	1.38	1.35	1.32	1.29
60	1.65	1.65	1.59	1.56	1.5	1.47	1.47	1.44	1.38
70	1.74	1.74	1.71	1.68	1.62	1.59	1.56	1.53	1.53
80	1.83	1.83	1.8	1.77	1.74	1.71	1.68	1.65	1.59
90	1.92	1.92	1.89	1.86	1.83	1.8	1.74	1.71	1.71
100	2.01	1.98	1.98	1.95	1.92	1.86	1.83	1.8	1.8

④3点外挿法での時刻遅れ( $\sigma=0.003S/m$ )

km \ $\mu s$	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6	6.5	7
10	0.50	0.56	0.65	0.61	0.70	0.66	0.42	0.65	0.65
20	0.96	0.93	1.08	1.07	1.19	1.37	1.20	1.15	1.21
30	0.88	0.92	1.05	0.99	1.04	1.14	1.01	1.14	1.16
40	0.88	0.97	0.90	1.05	0.94	1.12	1.12	1.20	1.29
50	0.96	0.96	1.07	1.10	1.13	1.16	1.24	1.23	1.29
60	0.95	1.07	1.03	1.13	1.17	1.25	1.29	1.36	1.50
70	1.01	1.13	1.17	1.18	1.20	1.30	1.33	1.36	1.42
80	1.14	1.08	1.20	1.21	1.26	1.31	1.34	1.37	1.44
90	1.12	1.16	1.27	1.28	1.30	1.27	1.43	1.50	1.45
100	1.15	1.26	1.30	1.30	1.35	1.49	1.45	1.47	1.71

高さ 1000m 幅 6km の山が 3 個放電路から 10km よりある場合

この時距離 10km、30km のパラメータの信頼度は下がる。

また、20km のパラメータは存在しない。

①ピーク時刻遅れ( $\sigma=0.003S/m$ )

km \ $\mu s$	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6	6.5	7
10	0	0.36	0.36	0.36	0.36	0.33	0.36	0.39	0.33
20									
30	1.71	1.62	1.62	1.74	1.77	1.74	1.77	1.83	1.8
40	1.74	1.59	1.47	1.44	1.47	1.5	1.47	1.47	1.47
50	1.77	1.59	1.47	1.44	1.47	1.53	1.53	1.47	1.47
60	1.83	1.83	1.68	1.56	1.5	1.53	1.53	1.53	1.53
70	1.98	1.95	1.74	1.62	1.62	1.62	1.65	1.65	1.65
80	2.31	2.04	1.8	1.83	1.71	1.65	1.65	1.68	1.71
90	2.4	2.1	2.04	1.92	1.77	1.71	1.77	1.77	1.77
100	2.49	2.16	2.19	1.98	1.86	1.89	1.83	1.8	1.8

②ピーク値 80%の時刻遅れ( $\sigma=0.003S/m$ )

km \ $\mu s$	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6	6.5	7
10	0.45	0.42	0.42	0.42	0.45	0.45	0.42	0.42	0.42
20									
30	1.98	1.86	1.8	1.77	1.77	1.74	1.74	1.74	1.74
40	1.86	1.77	1.68	1.62	1.59	1.56	1.53	1.53	1.5
50	1.92	1.86	1.77	1.71	1.65	1.59	1.59	1.56	1.53
60	2.07	1.95	1.89	1.8	1.74	1.68	1.65	1.62	1.62
70	2.19	2.04	2.01	1.89	1.83	1.77	1.74	1.71	1.68
80	2.28	2.19	2.1	2.01	1.95	1.89	1.83	1.8	1.77
90	2.37	2.28	2.19	2.1	2.04	1.98	1.92	1.89	1.86
100	2.46	2.37	2.28	2.22	2.13	2.07	2.04	1.98	1.92

③ピーク値 50%の時刻遅れ( $\sigma=0.003\text{S/m}$ )

km \ $\mu\text{s}$	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6	6.5	7
10	0.63	0.57	0.51	0.48	0.48	0.48	0.45	0.48	0.48
20									
30	1.92	1.89	1.86	1.83	1.8	1.8	1.8	1.77	1.77
40	1.77	1.74	1.71	1.68	1.65	1.62	1.62	1.59	1.56
50	1.8	1.8	1.8	1.74	1.71	1.71	1.68	1.65	1.62
60	1.92	1.89	1.86	1.83	1.8	1.77	1.74	1.71	1.68
70	1.95	1.98	1.95	1.92	1.89	1.86	1.83	1.8	1.8
80	2.07	2.04	2.04	2.01	1.98	1.95	1.92	1.89	1.86
90	2.13	2.13	2.13	2.1	2.04	2.04	2.01	1.98	1.98
100	2.19	2.19	2.19	2.19	2.16	2.1	2.07	2.04	2.04

④3点外挿法での時刻遅れ( $\sigma=0.003\text{S/m}$ )

km \ $\mu\text{s}$	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6	6.5	7
10	0.50	0.56	0.65	0.61	0.70	0.66	0.42	0.65	0.65
20									
30	1.41	1.48	1.60	1.54	1.54	1.69	1.59	1.72	1.72
40	1.22	1.15	1.22	1.31	1.20	1.36	1.40	1.48	1.58
50	1.13	1.17	1.20	1.29	1.33	1.37	1.46	1.45	1.47
60	1.20	1.21	1.20	1.29	1.42	1.44	1.47	1.50	1.69
70	1.23	1.33	1.30	1.38	1.36	1.47	1.51	1.58	1.57
80	1.22	1.26	1.30	1.35	1.49	1.45	1.49	1.47	1.60
90	1.31	1.34	1.38	1.42	1.43	1.48	1.57	1.64	1.59
100	1.34	1.36	1.47	1.51	1.53	1.63	1.59	1.64	1.90

高さ 1500m 幅 9km の山が 3 個放電路から 10km よりある場合

この時距離 10km、40km のパラメータの信頼度は下がる。

また、20km、30km のパラメータは存在しない。

①ピーク時刻遅れ( $\sigma=0.003S/m$ )

km \ $\mu s$	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6	6.5	7
10	-0.03	0.36	0.36	0.36	0.36	0.3	0.33	0.39	0.3
20									
30									
40	3.24	3.15	3.12	3.18	3.24	3.27	3.24	3.27	3.33
50	2.37	2.16	2.04	2.01	2.04	2.07	2.1	2.04	2.04
60	2.31	2.31	2.16	2.04	1.98	1.95	1.95	1.98	1.98
70	2.4	2.4	2.16	2.04	2.04	2.04	2.01	2.04	2.04
80	2.7	2.46	2.22	2.22	2.1	2.04	2.01	2.01	2.04
90	2.79	2.46	2.43	2.31	2.13	2.07	2.1	2.1	2.1
100	2.85	2.55	2.58	2.37	2.22	2.25	2.16	2.13	2.1

②ピーク値 80%の時刻遅れ( $\sigma=0.003S/m$ )

km \ $\mu s$	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6	6.5	7
10	0.45	0.39	0.39	0.42	0.45	0.42	0.42	0.39	0.42
20									
30									
40	3.15	3.09	3.03	3.03	3.03	3.03	3.06	3.09	3.09
50	2.46	2.4	2.31	2.25	2.19	2.13	2.13	2.1	2.07
60	2.46	2.37	2.34	2.22	2.16	2.13	2.07	2.04	2.04
70	2.55	2.43	2.4	2.28	2.22	2.16	2.13	2.1	2.07
80	2.61	2.52	2.46	2.37	2.31	2.25	2.19	2.16	2.13
90	2.67	2.61	2.52	2.43	2.37	2.31	2.25	2.22	2.19
100	2.76	2.67	2.58	2.52	2.46	2.4	2.34	2.31	2.25

③ピーク値 50%の時刻遅れ( $\sigma=0.003\text{S/m}$ )

km \ $\mu\text{s}$	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6	6.5	7
10	0.6	0.57	0.51	0.48	0.48	0.45	0.45	0.45	0.48
20									
30									
40	2.97	2.97	2.97	2.97	2.94	2.97	2.97	2.97	2.97
50	2.31	2.28	2.28	2.25	2.22	2.22	2.19	2.16	2.16
60	2.28	2.28	2.25	2.22	2.19	2.16	2.16	2.13	2.1
70	2.28	2.31	2.28	2.28	2.22	2.22	2.19	2.16	2.16
80	2.34	2.34	2.34	2.31	2.31	2.28	2.25	2.22	2.19
90	2.4	2.4	2.4	2.4	2.34	2.34	2.31	2.28	2.28
100	2.46	2.46	2.46	2.46	2.43	2.4	2.37	2.34	2.34

④3点外挿法での時刻遅れ( $\sigma=0.003\text{S/m}$ )

km \ $\mu\text{s}$	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6	6.5	7
10	0.45	0.56	0.64	0.61	0.70	0.66	0.41	0.65	0.65
20									
30									
40	2.18	2.32	2.28	2.39	2.38	2.51	2.57	2.62	2.74
50	1.57	1.54	1.68	1.70	1.74	1.83	1.86	1.91	1.94
60	1.46	1.57	1.56	1.64	1.71	1.73	1.71	1.79	1.99
70	1.49	1.53	1.60	1.61	1.66	1.70	1.75	1.84	1.83
80	1.49	1.53	1.57	1.54	1.63	1.74	1.72	1.75	1.87
90	1.48	1.58	1.61	1.65	1.70	1.74	1.82	1.85	1.86
100	1.54	1.57	1.64	1.68	1.72	1.86	1.82	1.85	2.10