

共回転定式化による板圧延の有限変形弾塑性 FEM 解析

Elastic-Plastic FEM Simulation for Finite Deformation in Flat Rolling Using Corotational Formulation

柳 本 潤*・木 内 学*・王 飛 舟*・中 野 昌 則*

Jun YANAGIMOTO, Manabu KIUCHI, Feizhou WANG, Masanori NAKANO

1. 緒 言

弾塑性有限要素法では、応力速度または応力増分を変形速度または微小ひずみ増分と関係づけた構成式を使い、応力速度の釣合条件を解くという、いわゆる速度形の理論が採用されている。速度形の定式化では、ひずみと応力の変化率しか得られず、ひずみ増分・応力増分を求めるためには、これらの変化率を積分しなければならない。しかし、このような速度形の定式化による増分形解析には、

- 釣合条件、降伏条件の誤差の累積、
- 剛体回転をしている観測者に対する客観性を満足する応力速度の任意性による定式化の曖昧さ、
- ひずみ増分の客観性の欠如、
- 求められた速度場から変位、ひいては形状を求める際の誤差、

などの問題があることが指摘されている¹⁾。特に、増分サイズが大きくなると上述の誤差は大きくなる。誤差を許容範囲に押えるためには、増分サイズに様々な制限を与える必要があり、これが解析効率を低下させる主要因となっている。

このような問題に対し、共回転座標系でひずみを表し、回転を除いた変形に対して応力を計算する方法が提出されている¹⁻⁶⁾。共回転定式化では、1ステップでのひずみ増分を1~数%とすることが可能であるため、圧延等の実用的解析技術として極めて有効である可能性がある。本報では、共回転定式化を導く過程について簡単に触れ、それに基づいた2次元板圧延についての計算結果を検討し、本定式化の特性を確認した結果を示す。

2. 共回転定式化の概要

物体の変形前の配置(基準配置)から変形後の配置(現配置)に至る過程において、剛体回転を除いた純粋な変形

*東京大学生産技術研究所 第2部

のみにより構成される配置を共回転配置と呼ぶ。

本定式化では右極分解 $F = RU$ (F : 変形勾配, R : 回転テンソル, U : 右ストレッチテンソル) を用い各配置を定義する。

2. ひずみ増分の定義

ひずみ増分としては、回転の影響を受けない、次式によって定義されるものを利用する。

$$\Delta \epsilon = R \cdot \Delta \hat{\epsilon} \cdot R \dots \dots \dots (1)$$

$$\Delta \hat{\epsilon} = P \cdot \ln \Lambda \cdot P^T \dots \dots \dots (2)$$

ここで、 Λ は U の主ストレッチ、 P は U の主軸方向を表すテンソルである。 $\Delta \hat{\epsilon}$ を基準ひずみ増分、また現配置における $\Delta \epsilon$ を共回転ひずみ増分もしくは単にひずみ増分と呼ぶ。

$\Delta \hat{\epsilon}$ は観測不変量であり、 $\Delta \epsilon$ が客観性のあるテンソルであることは容易に証明される。

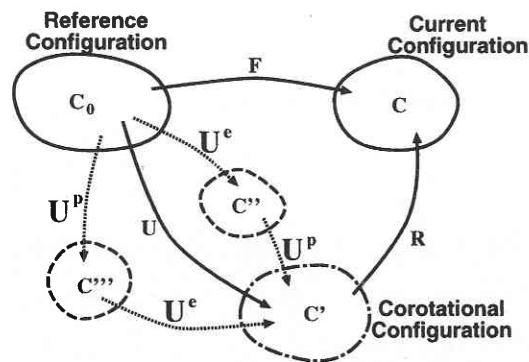


図1 共回転定式化 弾塑性分解概念図

2. ひずみ増分の弾塑性分解

本定式化では微小弾性有限塑性変形を仮定する。変形の弾塑性分解は、基準配置から共回転配置への変形について弾塑性分解を行えばよく、具体的には右ストレッチ U について次のように弾塑性分解される。

$$U = P \cdot \Lambda \cdot P^T \approx P \cdot \Lambda^e \cdot \Lambda^p \cdot P^T = U^e \cdot U^p \dots (3)$$

$$F = R \cdot U \approx R \cdot U^e \cdot U^p \approx R \cdot U^p \dots (4)$$

この U についての弾塑性分解式を基準歪み増分の定義式 (2) に代入すると、基準ひずみ増分の弾塑性分解式は、

$$\begin{aligned} \Delta \hat{\epsilon} &= P \cdot \ln \Lambda \cdot P^T \\ &\approx P \cdot \ln \Lambda^e \cdot \Lambda^p \cdot P^T \\ &= P \cdot (\ln \Lambda^e + \ln \Lambda^p) \cdot P^T \\ &= \Delta \hat{\epsilon}^e + \Delta \hat{\epsilon}^p \dots (5) \end{aligned}$$

のように弾性成分と塑性成分の和の形で表されることになる。これよりひずみ増分の弾塑性分解式も、

$$\Delta \epsilon \approx \Delta \epsilon^e + \Delta \epsilon^p \dots (6)$$

のように和の形で表され、ひずみ増分の累積であるひずみの弾塑性分解についても、同様に和の形の分解式を用いることができる。

この弾塑性分解についての概念図を図 1 に示す。

2.3 応用 (応用増分) の求め方

線形 Hooke 則、Von Mises 等方硬化則、結合流れ則を用いた return mapping を行い (radial return)、基準ひずみ増分 $\Delta \hat{\epsilon}$ を弾性成分 $\Delta \hat{\epsilon}^e$ と塑性成分 $\Delta \hat{\epsilon}^p$ に分解する。

$$\Delta \hat{\epsilon} = \Delta \hat{\epsilon}^e + \Delta \hat{\epsilon}^p \dots (7)$$

この弾性成分 $\Delta \hat{\epsilon}^e$ を用い、Hooke 則

$$\hat{\sigma} = C^e : \hat{\epsilon}^e \dots (8)$$

により共回転配置における基準応力増分 $\Delta \hat{\sigma}$ 、基準応力 $\hat{\sigma}$ を求める。

$$\begin{aligned} \hat{\sigma} &= \sigma^0 + \Delta \hat{\sigma} \\ &= C^e : (\epsilon^0 + \Delta \hat{\epsilon}^e) \dots (9) \end{aligned}$$

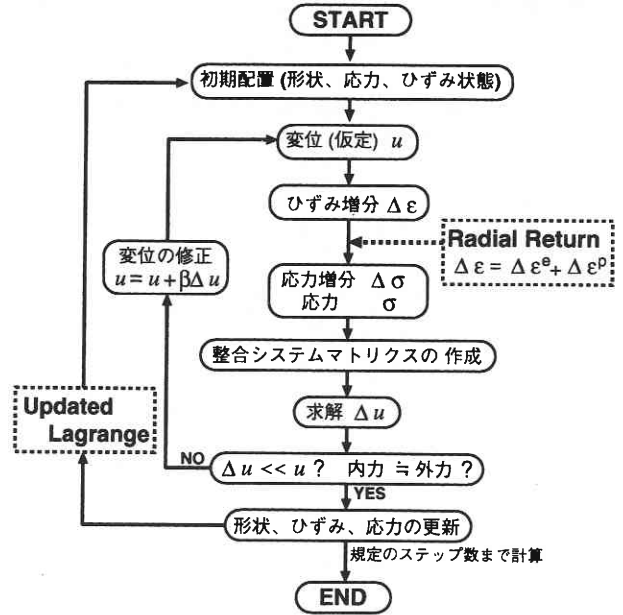


図 2 共回転定式化 弾塑性 FEM フローチャート

σ^0 増分前の応力
 ϵ^0 増分前のひずみ

基準応力 $\hat{\sigma}$ を

$$\hat{\sigma} = R^T \cdot \sigma \cdot R \dots (10)$$

のように定義し、応力 σ を求める。

2.4 仮想仕事の原理式

本定式化では、速度形の仮想仕事の原理式ではなく、有限変形理論による応力の平衡条件式そのものの弱形式である Lagrange 表示の仮想仕事の原理式を用いることができる。

$$\int_V \Pi^T : \left\{ \frac{\partial(\delta u)}{\partial X} \right\} dV = \int_{S_r} p \delta u dS \dots (11)$$

Π : 公称応力 p : 表面力

また、配置の更新は Updated Lagrange 法に基づいて実施するが、本定式化では共回転配置を用いて回転の影響を含まない純粋な変形に対応したひずみを定義して応力を求めており、また 1 増分ステップ後の応力も平衡条件式を満たすことができるので、比較的大きなひずみ増分 (1~数%) をとることができる。

以上の定式化による陰解法有限変形弾塑性 FEM 解析の

フローチャートを図2に示す。

3. 数値解析

本共回転定式化に基づく解析コードを作成し、表1に示す計算条件で2次元板圧延解析を行った。計算はあらかじめ被圧延材をロール真下まで噛み込ませた状態から開始し、圧延荷重が定常状態になるまで行った。1ステップ当りのひずみ増分は1%である。解析結果の比較検討のため、剛塑性FEM解析コードCORMILLを用いて同一条件の2次元定常板圧延解析を行い、比較・検討した。なお、CORMILLによる2次元圧延解析の精度については、Orowanの理論との比較により確認済みである⁷⁾

表1 2次元板圧延解析による圧延条件

ロール直径	500mm (剛体)
被圧延材板厚	2.5/5/10/20mm
圧下率	30%
摩擦係数	0.3
降伏応力	$k=(196+980 \epsilon)$ MPa ($\sigma_Y=196$ MPa, $E_T=980$ MPa)
弾性係数	$E=205.8$ GPa
張力	なし
ロール周速	10m/sec.(600m/min.)
ロールバイト内要素分割	(圧延方向 40 板厚方向 10

4. 解析結果および考察

共回転定式化による有限変形弾塑性解析 (a) とCORMILLによる剛塑性解析 (b) について、まず板厚20mmのケースについて (a) (b) の相当応力分布を図3, 4に示す。図中右側の垂直線はロールギャップ最下点の位置を表す。(a) では相当応力の高い部分がロール出口付近で広く分布しており、また圧延後の残留応力が計算されている。

(a) による弾性域・塑性域の分布を図5, 6に示す。ロール出口付近での弾性楔領域が計算されており、特に、図6では中立点付近での弾性回復が確認できる。

次に、圧延方向の圧延圧力、摩擦応力分布を各ケースについて図7~10に示す。圧延圧力、摩擦応力とも、傾向、大きさともほぼ同様な結果が得られているが、剛塑性解析と弾塑性解析という解析手法による違いが何点か確認できる。ロールバイト出口付近において (a) では被圧延材の弾性回復の影響が見られ、中立点位置が (a) の方がロール出側によっている。圧延圧力の極大点は (a) の方が大きくなっているが、これはロール入側、出側付近での

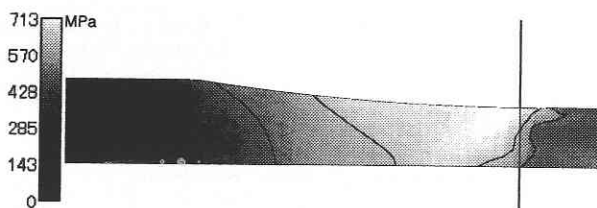


図3 共回転定式化 相当応力分布 (板厚 20 mm, 圧下率 30%)

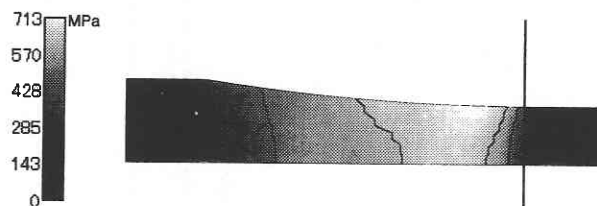


図4 CORMILL 相当応力分布 (板厚 20 mm, 圧下率 30%)

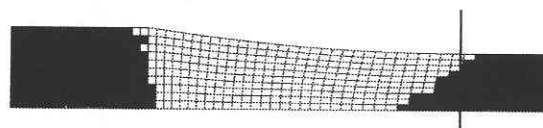


図5 共回転定式化 弾性域・塑性域分布 (白ぬきは塑性域) (板厚 20 mm, 圧下率 30%)

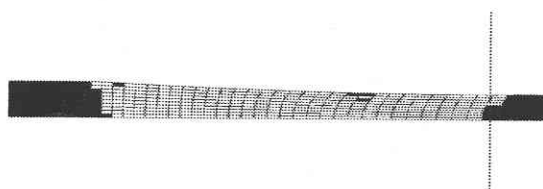


図6 共回転定式化 弾性域・塑性域分布 (白ぬきは塑性域) (板厚 2.5 mm, 圧下率 30%)

(a) (b) の圧延圧力の傾きはほぼ等しいのに対し (a) ではロール出口での弾性回復部分のオフセットがあるために、極大値としては大きな値として計算されていると考えられる。

以上のように、(a) ではこれまで剛塑性解析ではできなかったより詳細な計算が行われており、弾塑性解析として定性的には妥当な結果が得られている。ただし、未だこのような弾塑性解析の計算例は少ないこともあり、今後さらなる検討が必要である。

5. 結 言

共回転定式化に基づいた弾塑性FEM解析コードを作成

Contact Pressure by Corotational Method ---
 Contact Pressure by CORMILL ———
 Friction Stress by Corotational Method - - -
 Friction Stress by CORMILL - - -

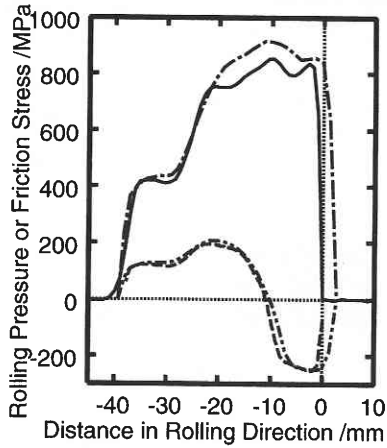


図7 圧延圧力, 摩擦応力分布 (板厚 20 mm)

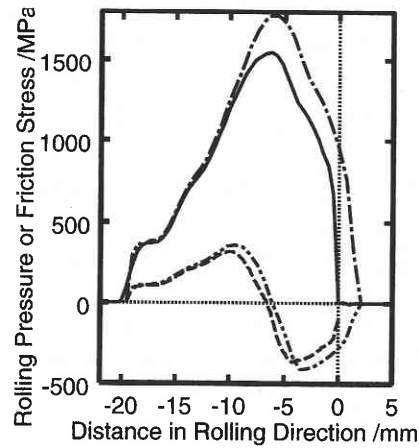


図9 圧延圧力, 摩擦応力分布 (板厚 5 mm)

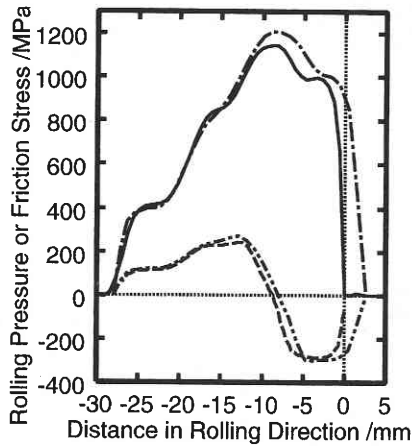


図8 圧延圧力, 摩擦応力分布 (板厚 10 mm)

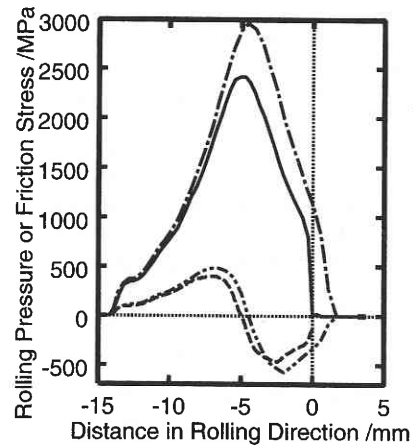


図10 圧延圧力, 摩擦応力分布 (板厚 2.5 mm)

し, その2次元板圧延解析を行った. 剛塑性解析との比較の結果, 妥当な解が得られることが明らかとなった. 本手法による計算時間は90分程度 (2211 節点, AlphaCPU 600 MHz 使用) であり有限変形弾塑性問題の実用的解析手法として有用である.

今後, スキンパス圧延等の解析への本定式化の適用を進め, その有効性・問題点を確認する予定である. なお, 弾塑性分解等についての理論的な検討の詳細については別報⁸⁾にて報告する予定である.

(1998年12月10日受理)

参 考 文 献

- 1) 松本紘美ほか: 40回塑加連講論 (1989), 425.
- 2) 小川茂ほか: 39回塑加連講論 (1988), 139.
- 3) 小川茂ほか: 39回塑加連講論 (1988), 143.
- 4) 小川茂ほか: 平元春塑加講論 (1988), 1.
- 5) 小川茂ほか: 40回塑加連講論 (1989), 421.
- 6) 松本紘美ほか: 41回塑加連講論 (1990), 571.
- 7) 柳本: 第70回塑性加工工学講座テキスト (1998), 29.
- 8) 王飛舟ほか: 塑性と加工, (投稿予定).