研 究 解 説

電場効果によるプラズマ乱流熱輸送の抑制

Suppression of Turbulent Heat Transport Due to Electric-Field Effects

横 井 喜 充*・吉 澤 徴*

Nobumitsu YOKOI and Akira YOSHIZAWA

電磁流体（MHD）近似に基づく統計理論的解析によって乱流熱輸送の抑制機構が調べられる．一流体のMHD方程式系に電荷密度の不均一性から生じる電場の効果が組み込まれる．その系で，マルコフ化された二スケールの方法を用いて，熱エネルギーの輸送率が計算される．径電場と電荷密度の不均一性との結合によって乱流熱輸送が抑えられることが円筒座標系で示される．この結果が，核融合トカマク装置の高閉じ込めモードにおける輸送障壁の形成との関連で議論され，観測事実と矛盾しないことが示される．

1. は じ め に

プラズマ電荷密度の準中性条件に基づく電磁流体（magnetohydrodynamic: MHD）近似は核融合プラズマや宇宙プラズマの解析に広く用いられ多くの成果を挙げてきた．通常のMHD近似において電場はOhmの法則を通して電流・磁場・速度場と関係づけられ，形式上は方程式系から消去することができる．さらに電荷密度がゼロであるという中性条件から方程式は簡単化され，その取り扱いが容易になっている．ところが現実のプラズマ中では電場が重要な役割を果たす場合がある．その代表例が核融合のトカマク装置での閉じ込め改善モードである．トカマク方式は逆転磁場ピンチ方式と同じく，トロイダル磁場とポロイダル磁場を組み合わせてトーラス状の装置内に高温プラズマを維持するという，磁気によるプラズマ閉じ込め装置の一型式である．装置内のプラズマは磁場・速度場・密度場などがその平均値からゆらぎ，乱流状態にあると考えられている．このプラズマの乱れを抑えることで通常よりも閉じ込め時間が改善された高閉じ込めのモードが発見され，Hモード（high-confinement mode）と呼ばれている[1]．このHモードでは通常の閉じ込めモード（Lモード：low-confinement mode）に比べ2～3倍の閉じ込め時間の改善が見られるため，さまざまなトカマク装置でHモードが発現する条件が精力的に調べられてきた[2,3]．その後，Hモードよりさらに2倍ほど閉じ込めが改善するVHモード（very-high-confinement mode）と呼ばれるモードも発見されている[4,5]．HモードやVHモードでは径方向の電場が重要な役割を果たすことが指摘されてきた[6-9]．電場の構造を決定するのはプラズマの温度・圧力分布と磁場および速度場の配位であるため，プラズマの回転運動の効果も調べられてきている．

実際のプラズマは電子と一種類またはそれ以上のイオン（さらには中性の不純物）とからなる二流体で構成されている．MHD近似ではこれを一流体と見做しており，二流体性，つまり電子とイオンの運動のずれが問題になるような場合には，この近似では捉えられない現象が起こる．プラズマ中の非一様電場はしばしばこの電子とイオンの運動や分布のずれが原因となって生じるが，電荷の中性を仮定したMHD近似ではこの電場効果をうまく扱えない．

本研究ではMHDを基礎とし，電気的中性からのずれを取り込むように拡張した方程式系を考える．そこに圧縮性や電磁流体などの複雑乱流の解析に適した乱流統計理論であるマルコフ化二スケール（Markovianized Two-Scale: MTS）の方法[10,11]を適用する．MTSによって乱流熱輸送率を計算し，電場の効果で熱輸送がどのように変化するかを調べる．解析結果をトカマクのHモードに適用して，電場効果による乱流輸送の抑制と実験で輸送障壁（transport barrier）と呼ばれる現象との間の関係を議論する．

2. 電場効果を取り入れたMHD

2.1 基礎方程式

電磁場を支配する方程式はMaxwellの方程式系

*東京大学生産技術研究所　第1部

$$\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{e}, \quad \cdots\cdots(1)$$

$$\nabla \times \mathbf{b} = \mu_0 \mathbf{j} + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial t}, \quad \cdots\cdots(2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{b} = 0, \quad \cdots\cdots(3)$$

$$\varepsilon_0 \nabla \cdot \mathbf{e} = \rho_C \quad \cdots\cdots(4)$$

である．ここで$\mathbf{b}$は磁場（磁束密度），$\mathbf{e}$は電場，$\mathbf{j}$は電流密度，ρ_Cは電荷密度である（ε_0：誘電率，μ_0：透磁率）．（2）式の発散をとって（4）式を代入すると電荷の保存則

$$\frac{\partial \rho_C}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{j} = 0 \quad \cdots\cdots(5)$$

が得られる．一方，電子とイオンそれぞれについての質量保存則，運動量保存則，エネルギー保存則からなる二流体の方程式[12]を，全体としての流体の質量密度ρ，流体速度$\mathbf{u}$，内部エネルギーq，圧力pを用いて一流体の方程式に書き換えると

質量保存則：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0, \quad \cdots\cdots(6)$$

運動量保存則：

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho u^\alpha + \frac{\partial}{\partial x^a}\rho u^a u^\alpha = -\frac{\partial p}{\partial x^\alpha} + \rho_C e^\alpha + (\mathbf{j} \times \mathbf{b})^\alpha + \frac{\partial}{\partial x^a}\mu s^{a\alpha}, \quad \cdots(7)$$

エネルギー保存則：

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (p\mathbf{u}) = -(\gamma - 1)p\nabla \cdot \mathbf{u} + \nabla \cdot \left(\frac{\kappa}{C_V}\nabla \frac{p}{\rho}\right) + (\gamma - 1)\phi \quad \cdots(8)$$

となる．ここでμとκはそれぞれ分子粘性率と熱拡散率，C_Vは定積比熱，γは比熱比である．また，$s^{\alpha\beta}$とϕは

$$s^{\alpha\beta} = \frac{\partial u^\beta}{\partial x^\alpha} + \frac{\partial u^\alpha}{\partial x^\beta} - \frac{2}{3}\nabla \cdot \mathbf{u}\delta^{\alpha\beta}, \quad \cdots\cdots(9)$$

$$\phi = \frac{1}{2}\mu\left(\left(\frac{\partial u^b}{\partial x^a} + \frac{\partial u^a}{\partial x^b}\right)^2 - \frac{4}{3}(\nabla \cdot \mathbf{u})^2\right) + \frac{1}{\sigma}\mathbf{j}^2 \quad \cdots\cdots(10)$$

で定義される速度歪みテンソルの非対角成分と散逸函数である（$\delta^{\alpha\beta}$：クロネッカーのデルタ，σ：電気伝導率）．

電子の運動方程式から一般化されたOhmの法則；

$$\mathbf{e} = \frac{1}{\sigma}\mathbf{j} - \mathbf{u} \times \mathbf{b} - \frac{1}{n_E e}\nabla p_E + \frac{1}{n_E e}\mathbf{j} \times \mathbf{b} + \mathbf{R}_T \quad \cdots\cdots(11)$$

が導かれる．ここでe，n_E，p_Eはそれぞれ電子の電荷，個数密度，圧力である．また$\mathbf{R}_T$は電子の慣性と電子間の衝突からくる項で通常は小さく，無視される．他の項は第1項がOhm項，第2項が流体の運動による項，第3項は両極性分極（ambipolar polarization）による項，第4項がHall項である．プラズマの二流体的性格は第3項と第4項を通して入ってくる．二流体の効果を無視する近似のもとで（11）式は通常のOhmの法則；

$$\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{e}_N + \mathbf{u} \times \mathbf{b}) \quad \cdots\cdots(12)$$

となる．ここで$\mathbf{e}_N$は電場$\mathbf{e}$のうち電荷中性条件

$$\rho_C = 0 \quad \cdots\cdots(13)$$

を充たす部分を表している．電場を$\mathbf{e}_N$とそれ以外に分けるこの取り扱いは，電荷中性からのずれが二流体効果と密接していることの反映でもある．以下では電気的中性条件（13）の破れが存在する場合（$\rho_C \neq 0$）を考慮し，電場のうち$\mathbf{e}_N$では表されない部分の効果をみていく．電荷中性からのずれ電場を支配する方程式を解くためには，（11）式の第3項，第4項からわかるように，電子の密度や圧力についての情報が必要となる．本研究ではこの電場がどのようにして生成されるかは問題にしない．むしろそのような電場が現に存在する場合にどのような効果が期待できるかについてのみ調べていく．

2.2　平均場

速度場，磁場など，場の量fを統計平均Fとそこからのずれであるゆらぎ部分f'に分ける；

$$f = F + f', \quad F = \langle f \rangle. \quad \cdots\cdots(14)$$

ただし

$$f = (\rho, \mathbf{u}, p, \mathbf{b}, \mathbf{j}, \mathbf{e}, \rho_C, s^{\alpha\beta}), \quad \cdots\cdots(15\,\mathrm{a})$$

$$F = (\bar{\rho}, \mathbf{U}, P, \mathbf{B}, \mathbf{J}, \mathbf{E}, \bar{\rho}_C, S^{\alpha\beta}), \quad \cdots\cdots(15\,\mathrm{b})$$

$$f' = (0, \mathbf{u}', p', \mathbf{b}', \mathbf{j}', \mathbf{e}', \rho_C', s'^{\alpha\beta}) \quad \cdots\cdots(15\,\mathrm{c})$$

である．ここで密度ゆらぎρ'は無視している．この点と関連して以下の解析ではρ'から生じる$\nabla \cdot \mathbf{u}'$の効果は無視している．粘性率，熱拡散率，圧力の平均部分をそれぞれ$\bar{\mu}$，$\bar{\kappa}$，$\bar{P}$として，μ，κなどのゆらぎを無視すると，平均場の方程式は，

平均密度$\bar{\rho}$：

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho}\mathbf{U}) = 0, \quad \cdots\cdots(16)$$

平均速度$\mathbf{U}$：

$$\frac{\partial}{\partial t}\bar{\rho}U^{\alpha}+\frac{\partial}{\partial x^{a}}\bar{\rho}U^{a}U^{\alpha}=-\frac{\partial}{\partial x^{\alpha}}\left(P+\left\langle\frac{\mathbf{b}'^{2}}{2\mu_0}\right\rangle\right)+\bar{\rho}_C E^{\alpha}+(\mathbf{J}\times\mathbf{B})^{\alpha}$$

$$+\frac{\partial}{\partial x^{a}}\left(-\bar{\rho}\left\langle u'^{a}u'^{\alpha}-\frac{1}{\bar{\rho}\mu_0}b'^{a}b'^{\alpha}\right\rangle\right)+\frac{\partial}{\partial x^{a}}\bar{\mu}s^{a\alpha}, \quad\cdots(17)$$

平均圧力P：

$$\frac{\partial P}{\partial t}+\nabla\cdot(P\mathbf{U})=\nabla\cdot(-\langle p'\mathbf{u}'\rangle)$$

$$-(\gamma-1)P\nabla\cdot\mathbf{U}+\nabla\cdot\left(\frac{\bar{\kappa}}{C_V}\nabla\frac{P}{\bar{\rho}}\right), \quad\cdots\cdots(18)$$

で与えられる．ただし

$$S^{\alpha\beta}=\frac{\partial U^{\beta}}{\partial x^{\alpha}}+\frac{\partial U^{\alpha}}{\partial x^{\beta}}-\frac{2}{3}\nabla\cdot\mathbf{U}\delta^{\alpha\beta} \quad\cdots\cdots(19)$$

である．

また，平均磁場$\mathbf{B}$，平均電荷密度$\bar{\rho}_C$，および平均電場$\mathbf{E}$の方程式はそれぞれ

$$\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}=\nabla\times(\mathbf{U}\times\mathbf{B}+\langle\mathbf{u}'\times\mathbf{b}'\rangle)+\lambda\Delta\mathbf{B}, \quad\cdots\cdots(20)$$

$$\frac{\partial\bar{\rho}_C}{\partial t}+\nabla\cdot(\bar{\rho}_C\mathbf{U})=S_C+\nabla\cdot(-\langle\bar{\rho}_C{}'\mathbf{u}'\rangle), \quad\cdots\cdots(21)$$

$$\varepsilon_0\nabla\cdot\mathbf{E}=\bar{\rho}_C \quad\cdots\cdots(22)$$

と表される［λ（$=1/$［$\sigma\mu_0$］）：磁気拡散率］．ただし（21）式右辺のS_Cは，平均電荷密度$\bar{\rho}_C$の方程式を移流型に書いたときの残りの項であり，以下の解析では重要ではない．しかし，S_Cが流体全体ではなく電子自体の速度を含んでいるという意味で，ここで提示した方程式系は閉じていない点に注意が必要である．

密度ゆらぎを無視する近似のもとで（18）式中の$\langle p'\mathbf{u}'\rangle$は乱流による内部エネルギーの輸送$\langle q'\mathbf{u}'\rangle$と

$$\langle p'\mathbf{u}'\rangle=(\gamma-1)\bar{\rho}\langle q'\mathbf{u}'\rangle \quad\cdots\cdots(23)$$

で関係づけられる．この量と平均電場$\mathbf{E}$の関係を調べることが本研究の目的である．

平均場の方程式に対応してゆらぎ場の方程式は

速度ゆらぎ$\mathbf{u}'$：

$$\frac{Du'^{\alpha}}{Dt}+(\mathbf{u}'\cdot\nabla)u'^{\alpha}-\frac{1}{\bar{\rho}}\frac{\partial}{\partial x^{a}}\bar{\mu}s'^{a\alpha}+\frac{1}{\bar{\rho}}\frac{\partial p'}{\partial x^{\alpha}}$$

$$-\rho'_C\frac{E^{\alpha}}{\bar{\rho}}-\frac{1}{\bar{\rho}\mu_0}(\mathbf{B}\cdot\nabla)b'^{\alpha}=-(\mathbf{u}'\cdot\nabla)U^{\alpha}+\frac{1}{\bar{\rho}\mu_0}(\mathbf{b}'\cdot\nabla)B^{\alpha}, \quad\cdots(24)$$

圧力ゆらぎp'：

$$\frac{Dp'}{Dt}+(\mathbf{u}'\cdot\nabla)p'-\nabla\cdot\left(\frac{\bar{\kappa}}{C_V}\nabla\frac{p'}{\bar{\rho}}\right)=-(\mathbf{u}'\cdot\nabla)P+\gamma p'\nabla\cdot\mathbf{U}, \quad\cdots(25)$$

磁場ゆらぎ$\mathbf{b}'$：

$$\frac{Db'^{\alpha}}{Dt}+(\mathbf{u}'\cdot\nabla)b'^{\alpha}-(\mathbf{b}'\cdot\nabla)u'^{\alpha}-\lambda\Delta b'^{\alpha}-(\mathbf{B}\cdot\nabla)u'^{\alpha}$$

$$=-(\mathbf{u}'\cdot\nabla)B^{\alpha}+(\mathbf{b}'\cdot\nabla)U^{\alpha}-b'^{\alpha}\nabla\cdot\mathbf{U}, \quad\cdots(26)$$

電荷密度ゆらぎρ'_C

$$\frac{D\rho'_C}{Dt}+(\mathbf{u}'\cdot\nabla)\rho'_C=-(\mathbf{u}'\cdot\nabla)\bar{\rho}_C-\rho'_C\nabla\cdot\mathbf{U} \quad\cdots\cdots(27)$$

で与えられる．ただしここで$D/Dt=\partial/\partial t+\mathbf{U}\cdot\nabla$である．また（24）式中で

$$\bar{\rho}_C\mathbf{e}',\ \frac{1}{\bar{\rho}\mu_0}(\mathbf{b}'\cdot\nabla)\mathbf{b}' \quad\cdots\cdots(28)$$

といった項は他の項と比較して無視されている．

3. 二スケールマルコフ化解析

以下では，ゆらぎ場の方程式（24）－（27）に統計理論を適用し，熱エネルギーの輸送率$\langle p'\mathbf{u}'\rangle$を計算する．平均速度場を含む非一様乱流を解析する統計理論的手法のひとつに二スケール直接相互作用近似（two-scale direct-interaction approximation: TSDIA）[13]の方法がある．ここでは，Markov化を用いてTSDIAをさらに簡略化したMTSの方法を用いて，複雑なMHD乱流を解析する．

3.1 二スケールの導入

二スケール（TS）解析では空間変数$\mathbf{x}$と時間変数tについて，速い変動を記述する変数（ξ, τ）とゆっくりとした変動を記述する変数（$\mathbf{X}, T$）との二つのスケール；

$$\xi(=\mathbf{x}),\ \tau(=t);\ \mathbf{X}(=\delta\mathbf{x}),\ T(=\delta t) \quad\cdots\cdots(29)$$

を導入し，密度，速度，内部エネルギーといった流れ場の量fを平均部分$F=\langle f\rangle$とそこからのずれであるゆらぎ部分f'とに分ける；

$$f=F(\mathbf{X};T)+f'(\xi,\mathbf{X};\tau,T). \quad\cdots\cdots(30)$$

さらに微分展開の係数に対応するδによって流れ場のゆらぎ物理量を展開する；

$$f'=\sum_{n=0}^{\infty}\delta^{n}f'_n. \quad\cdots\cdots(31)$$

したがってf_0'など下付添え字0のつく場の量は最低次O（δ^0）の量であり，一様等方乱流場に対応する．

以下では乱流による熱エネルギーの輸送率$\langle p'\mathbf{u}'\rangle$に焦

点を絞る．(31) 式の展開から $\langle p'\mathbf{u}'\rangle$ は

$$\langle p'\mathbf{u}'\rangle = \langle p'_0\mathbf{u}'_0\rangle + \delta\left(\langle p'_0\mathbf{u}'_1\rangle + \langle p'_1\mathbf{u}'_0\rangle\right) + O\left(\delta^2\right) \quad \cdots (32)$$

と表すことができる．

3.2　乱れの特性時間

方程式系 (24) − (27) に (31) 式を代入すればわかるように，最低次 O (δ^0) の速度場 $\mathbf{u}_0'$，圧力場 p_0'，電荷密度場 ρ_{C0}' の方程式はお互いに結合しあっている．その数学的構造を見やすくするために O (δ^0) 場をさらに基本場 f_B' の周りで展開する；

$$f_0' = f_B' + f_{01}' + \cdots \quad \cdots (33)$$

基本場 f_B' は他の基本場とお互いに結合しあっていない簡単な統計的性質を持つ場である．

さて，一般に流れ場の量 f_m' の方程式は適当なオペレータ L_{fm} を用いて

$$L_{fm} f_m' = I_{fm} \quad \cdots (34)$$

と書くことができる．(34) 式を形式的に解くと

$$f_m' = L_{fm}^{-1} I_{fm} \quad \cdots (35)$$

となる．これは L_{fm} の逆写像 $L_{fm}{}^{-1}$ を表すグリーン函数（応答函数）G_{fm} を用いて

$$L_{fm}^{-1} I_{fm} = \int_{-\infty}^{\tau} G_{fm}(\tau - s) I_{fm}(s) ds \quad \cdots (36)$$

と書くことができる．

MTS の方法による解析では乱れの応答函数に替えて

$$\tau_T = \int_{-\infty}^{\tau} G_{fm}(\tau - s) ds \quad \cdots (37)$$

で定義される乱流の特性時間 τ_T を用い，(36) 式を

$$L_{fm}^{-1} I_{fm} = I_{fm}(\tau)\tau_T \quad \cdots (38)$$

と表現する．この方法では，波数空間でなく物理空間での解析が可能となり，解析は容易になるが τ_T の選び方が重要になる．

平均場とゆらぎの相互作用，特に平均電場 $\mathbf{E}$ と平均速度場 $\mathbf{U}$ の効果に焦点を当て，基本速度場，基本圧力場，基本電荷密度場それぞれについての特性時間，τ_{uB}，τ_{pB}，$\tau_{\rho_{cB}}$ を用いると，乱流熱輸送率は

$$\begin{aligned}\langle p'u'^{\alpha}\rangle = &-\tau_{pB}\langle u'^{\alpha}_B u'^{\alpha}_B\rangle \frac{\partial P}{\partial x^a} - \tau_{uB}\tau_{\rho cB}\langle p'_B u'^{\alpha}_B\rangle \frac{\partial \bar{\rho}_C}{\partial x^a}\frac{E^{\alpha}}{\bar{\rho}} \\ &+ \tau_{uB}\langle p'_B \rho'_{CB}\rangle \frac{E^{\alpha}}{\bar{\rho}} - \tau_{uB}\tau_{\rho cB}\langle p'_B \rho'_{CB}\rangle \frac{E^{\alpha}}{\bar{\rho}}\nabla\cdot\mathbf{U} \\ &-\tau_{uB}\langle p'_B u'^{\alpha}_B\rangle \frac{\partial U^{\alpha}}{\partial x^a} - \gamma\tau_{pB}\langle p'_B u'^{\alpha}_B\rangle \nabla\cdot\mathbf{U}\end{aligned} \quad \cdots (39)$$

と表される．

ここで，基本場 f_B' を本来の場 f' で置き換える「くりこみ」の操作

$$\langle u_B'^{\alpha} u_B'^{\beta}\rangle \rightarrow \langle u'^{\alpha} u'^{\beta}\rangle, \quad \cdots (40\,\mathrm{a})$$

$$\langle p_B' \mathbf{u}_B'\rangle \rightarrow \langle p'\mathbf{u}'\rangle \quad \cdots (40\,\mathrm{b})$$

を行うと (39) 式は

$$\begin{aligned}\langle p'u'^{\alpha}\rangle = &-\tau_p\langle u'^{\alpha} u'^{\alpha}\rangle \frac{\partial P}{\partial x^a} - \tau_u\tau_{\rho C}\langle p'u'^{\alpha}\rangle \frac{\partial \bar{\rho}_C}{\partial x^a}\frac{E^{\alpha}}{\bar{\rho}} \\ &-\tau_u\langle p'u'^{\alpha}\rangle \frac{\partial U^{\alpha}}{\partial x^a} - \gamma\tau_p\langle p'u'^{\alpha}\rangle \nabla\cdot\mathbf{U}\end{aligned} \quad \cdots (41)$$

となる．ただしここで特性時間についても

$$\tau_{uB} \rightarrow \tau_u; \quad \tau_{pB} \rightarrow \tau_p; \quad \tau_{\rho cB} \rightarrow \tau_{\rho C} \quad \cdots (42)$$

と置き換えた．

本研究では速度，圧力，電荷密度のそれぞれについて特性時間を最も簡単に

$$\left(\tau_u,\ \tau_p,\ \tau_{\rho C}\right) = \left(C_u,\ C_p,\ C_{\rho C}\right)\frac{K}{\varepsilon} \quad \cdots (43)$$

のように与える（C_u，C_p，C_{ρ_c} は定数）．ここで K，ε はそれぞれ

$$K = \left\langle \frac{\mathbf{u}'^2}{2} + \frac{\mathbf{b}'^2}{2\bar{\rho}\mu_0}\right\rangle, \quad \cdots (44)$$

$$\varepsilon = \left\langle \bar{\nu}\left(\frac{\partial u'^b}{\partial x}\right)^2 + \frac{\bar{\lambda}}{(\bar{\rho}\mu_0)^2}\left(\frac{\partial b'^b}{\partial x^a}\right)^2\right\rangle \quad \cdots (45)$$

で定義される乱流 MHD エネルギーとその散逸率である．

3. H モードの輸送障壁

トカマクの H モードでは，プラズマ端の内側に輸送障壁と呼ばれる領域が形成され，障壁の内側から外側へのエネルギー流出が抑えられると考えられている．この輸送障壁の形成が閉じ込めの改善に大きな役割を担う．前節の計算結果をトカマクの H モードに適用し，電場効果と輸送障壁の関連を調べてみよう[14]．

ここでは簡単のため，トカマクの理論的研究でしばしば行われるようにトーラスを円筒 (r, θ, z) で近似する．また，通常トカマクではプラズマのポロイダル回転 U^{θ} やトロイダル回転 U^z に比べて動径方向の運動 U^r は無視できるほど小さいことを考慮に入れると，(41) 式右辺第3・4項からの動径方向輸送への寄与は無視できる．したがって (41) 式は

$$\langle p'u''\rangle = -\frac{2}{3}\tau_p K_u \frac{dP}{dr} - \tau_u \tau_{\rho C} \langle p'u''\rangle \frac{d\bar{\rho}_C}{dr} \frac{E^r}{\bar{\rho}} \quad \cdots\cdots (46)$$

と表せる．これはまた

$$\langle p'u''\rangle = -\lambda_T \frac{dP}{dr} \quad \cdots\cdots (47)$$

の形に書くことができる．ここで乱流輸送係数λ_Tは

$$\lambda_T = \frac{\lambda_{T0}}{1+\Lambda} \quad \cdots\cdots (48)$$

である．ただし

$$\lambda_{T0} = \frac{2}{3}\tau_p K_u, \quad \cdots\cdots (49)$$

$$\Lambda = \frac{\tau_u \tau_{\rho C}}{\bar{\rho}} E^r \frac{d\bar{\rho}_C}{dr} \quad \cdots\cdots (50)$$

である．λ_{T0}［(49) 式］は電場がないときの乱流熱拡散係数である．(48) 式から，径電場と電荷密度の非一様性とが存在し，Λ［(50) 式］が正の場合に乱流熱輸送が抑えられる可能性があることがわかる．電荷密度についての (22) 式を用いると (50) 式は電場のみを用いて

$$\Lambda = \frac{\varepsilon_0 \tau_u \tau_{\rho C}}{\bar{\rho}} \left(E^r \frac{d^2 E^r}{dr^2} + \frac{1}{r} E^r \frac{dE^r}{dr} - \frac{1}{r^2} E^{r2} \right) \quad \cdots\cdots (51)$$

と書き直せる．

トカマクのHモードではLモードに比較してプラズマ端近傍で強い負電場が生じていることが観測から知られている（図1）[9]．図2は径電場の観測値を用いて (51) 式の括弧内の各項

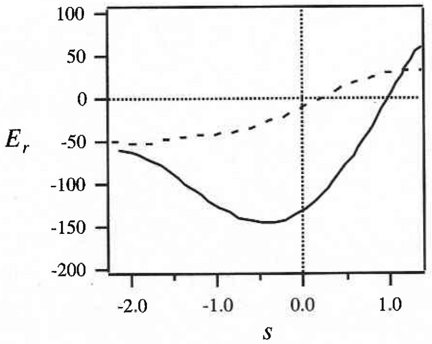

図1　セパラトリックス近傍での径方向電場の分布（文献9）；実線；Hモード；波線，Lモード（単位：E_r，V cm^{-1}；s，cm）．

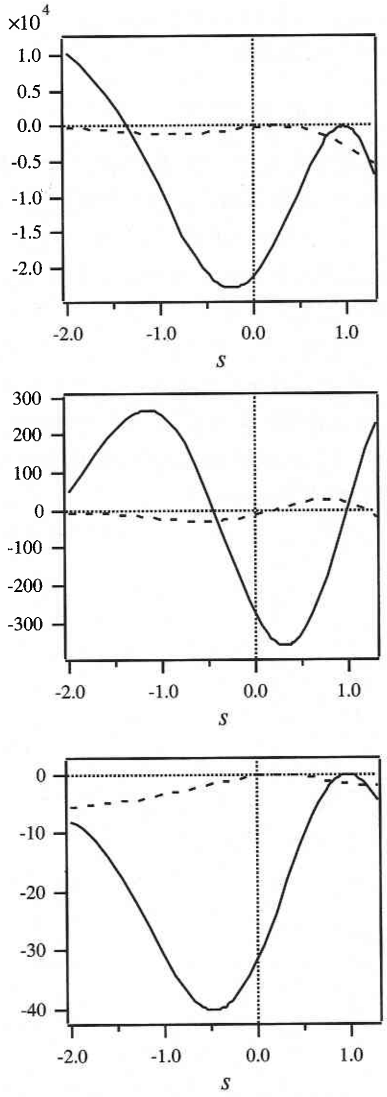

図2　セパラトリックス近傍でのΓ_n［(52) 式］の評価；実線；Hモード；波線，Lモード（単位：Γ_n，V cm^{-3}；s，cm）．

$$\Gamma_1 = E^r \frac{d^2 E^r}{dr^2}, \quad \cdots\cdots (52\,a)$$

$$\Gamma_2 = \frac{1}{r} E^r \frac{dE^r}{dr}, \quad \cdots\cdots (52\,b)$$

$$\Gamma_3 = -\frac{1}{r^2} E^{r2} \quad \cdots\cdots (52\,c)$$

を評価したものである．プラズマ端近傍という狭い領域に局在する電荷分布においては電場曲率の項Γ_1［(52 a) 式］が支配的である．セパラトリックスの内側約1.5 cmよりも中の領域でΓ_1が正となり，その結果，(48) 式中のΛが正となる，つまり乱流熱輸送が抑えられる領域が生じていることがわかる．このことはセパラトリックスの内側2～

3 cm のところに輸送障壁が生じるという H モードの観測結果と矛盾しない．図2からわかるようにこのような電場効果は L モードでは現れない．

4. ま と め

電場効果を取り入れた一流体 MHD モデルを構成し，MTS 理論を用いて乱流熱輸送係数を計算した．その結果，径電場が存在し，なおかつ電荷密度に非一様性がある場合には乱流熱輸送が抑えられる可能性があることが示された．理論解析の結果をトカマクの H モードで観測されている電場分布に適用した．その結果，プラズマ端近傍で負の径電場が局在する H モードでは，プラズマ端で乱流熱輸送が抑えられる領域が生じることが示された．このことはセパラトリックス内側で輸送障壁が形成されるという H モードに特有の観測事実と一致している．

（1998年10月16日受理）

参 考 文 献

1) F. Wagner, G. Fussmann, and T. Grave, et al., Phys. Rev. Lett. **49**, 1408 (1982).
2) D. Stambaugh, S. M. Wolfe, and R. J. Hawryluk, et al., Phys. Fluids B**2**, 2941 (1990).
3) R. J. Groebner, Phys. Fluid B**5**, 2343 (1993).
4) G. L. Jackson, J. Winter, T. S. Taylor, et al., and DIII-D Team, Phys. Rev. Lett. **67**, 3098 (1991).
5) C. L. Rettig, W. A. Peebles, and K. H. Burrell, et al., Phys. Fluids B**5**, 2428 (1993).
6) S. -I. Itoh and K. Itoh, Phys. Rev. Lett. **60**, 2276 (1988).
7) K. C. Shaing and E. C. Crume, Jr., Phys. Rev. Lett. **63**, 2369 (1989)
8) K. Itoh and S. -I. Itoh, Plasma Phys. Control. Fusion **38**, 1 (1996).
9) K. Ida, Plasma Phys. Control. Fusion **40**, 1429 (1998).
10) A. Yoshizawa, Phys. Plasmas **3**, 3105 (1995).
11) A. Yoshizawa, W. W. Liou, N. Yokoi, and T. -H. Shih, Phys. Fluids **9**, 3024 (1997).
12) K. Miyamoto, *Plasma Physics for Controlled Fusion* (MIT Press, Cambridge, 1989).
13) A. Yoshizawa, Phys. Fluids **27**, 1377 (1984).
14) A. Yoshizawa and N. Yokoi, Phys. Plasmas, **5**, 2911 (1998).