

ダイナミック SGS の G 方程式燃焼モデルによる チャンネル内予混合乱流燃焼 LES

LES of turbulent premixed combustion with dynamic SGS model of G-equation in turbulent channel flow

朴 南 燮*・小林 敏 雄**・谷 口 伸 行*

Namseob PARK, Toshio KOBAYASHI, Nobuyuki TANIGUCHI

1. はじめに

近年、環境・エネルギー保存の観点から、低 NO_x 化、高効率燃焼の実現が重要課題となっている。特にガスタービン等の燃焼器では従来の拡散火炎燃焼方式から低 NO_x 化のため予混合燃焼方式が採られるところが多く、予混合燃焼場の解明は急務である。ところで近年のコンピュータ技術の進展に伴い、実験、理論的解明に加えて、新たな解析技術として数値シミュレーションが盛んになされており、Large-Eddy Simulation (LES) は特に乱流場の高精度の非定常解析手法として期待される。

燃焼場を数値解析する場合、解法の選択肢として LES, DNS, RANS が挙げられるが、工学上重要な、火炎の吹き飛びや消炎、燃焼振動等の燃焼の非定常挙動を解明するには、現在の計算機の能力を考慮すると、LES が最適と思われる。LES を乱流燃焼に適用するには、流れ場に対する subgrid scale (SGS) モデルに加えて、熱・化学種の輸送に対しても整合性のある SGS 燃焼反応モデルを与える必要がある。しかし、化学反応のモデリングに対してはその具体的な現象がまだ十分には解明されていない。現状では乱流中で火炎の存在を示す変数 G に対するの輸送方程式を解く G 方程式モデルが乱流燃焼の LES に適用可能なモデルとして考えられる。最近では G 方程式の SGS モデルがいくつか提案されており、一様等方性乱流場を対象にした計算例が行われているが、複雑な実用燃焼場への適用例はまだ報告されていない。

本研究では、実用燃焼に対する LES の計算手法の確立を目的として、 G 方程式の dynamic SGS モデルを用いてチャンネル乱流に対する予混合乱流燃焼の LES 計算を行い、解析手法の詳細および解析結果について示す。

2. 解析方法

2.1 G 方程式の基礎式

燃焼を含む流れは、火炎面において燃料と酸化剤または混合気の化学反応による急激な密度変化や熱生成を伴う複雑な現象であるが、原理的には各保存量の式に化学反応の関係式を連成することで解析できると考えられる。また、多くの実用燃焼流れでは、流れ変動に対して化学反応素過程の時間スケールが非常に小さい。また、火炎面の特性厚さスケールが、流れの Kolmogorov スケールに比べて非常に小さいので、乱流中でも火炎は層流火炎構造を保持しながら皺状火炎に変形するとみなす層流火炎片 (laminar flamelet regime) モデルが成り立つとされる。この場合、予混合燃焼の火炎面は未燃ガスと既燃ガスと分ける無限に薄い面として扱うことができ、火炎面は火炎面の垂直な方向に輸送する次の G 方程式によって表現できる。(Kerstein ら, 1988)¹⁾

$$\rho \frac{\partial G}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial G}{\partial x_j} = \rho S_L |\nabla G| \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 S_L は未燃混合気の層流火炎速度であり、 $G = G_0$ の等値面が火炎面を示し、 $G < G_0$ は未燃ガス、 $G > G_0$ は既燃ガスと定義する。

2.2 LES の支配方程式

本研究では、以下に示す非圧縮性流れに関する運動量保存式、質量保存式、エネルギー保存式、そして化学種の保存式の代わりに G 方程式を解く。空間フィルタリング操作を施した LES の支配方程式は以下に示す。

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \dots \dots \dots (2)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \dots \dots \dots (3)$$

*東京大学生産技術研究所 第2部

**東京大学国際・産学共同研究センター

$$\frac{\partial \bar{G}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{G} \bar{u})}{\partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial x_j} D^* \gamma_j + D^* S_L^0 |\nabla \bar{G}| + D^* D_G \frac{\partial^2 \bar{G}}{\partial x_j^2} \dots (4)$$

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{T} \bar{u})}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \lambda^* \left(\frac{1}{\text{Re Pr}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} - \tau_j^o \right) + \varpi \dots (5)$$

$$\varpi = D^* S_L^0 |\nabla \bar{G}|$$

ここで、 u は速度、 p は圧力、 G は火炎面、 S_L^0 は層流火炎伝播速度 (undisturbed laminar flame speed)、 D_G はマークステイン拡散計数を示す。本研究では G. Bruneaux の DNS^[5] 結果と比較するため文献 [5] の計算手法に従い、一定密度の非圧縮性流れに対して、 $\tilde{\rho} D = \tilde{\rho} D_1 D^*$ 、 $D^* = (\bar{T}/\bar{T}_1)^b$ 、 $\lambda = \lambda_1 \lambda^*$ 、 $\lambda^* = D^*$ 、と仮定し、温度変化による拡散変動を考慮する。壁面摩擦速度 u_τ^0 、チャンネルの半幅 h 、レイノルズ数 $\text{Re} = \rho u_\tau^0 h / \mu$ 、乱流プラントル数 $\text{Pr} = \mu_1 C_p / \lambda_1$ 、 $T = (\bar{T} - \bar{T}_1) / (\bar{T}_2 - \bar{T}_1)$ で無次元化した。附字 1 は未燃ガス、2 は既燃ガス、 (\sim) は物理量を示す。ただし、 τ は SGS 応力、 τ^o 、 γ は SGS スカラー流束であり、モデリングする必要がある。また、 G 方程式の LES では (4) 式の右辺の火炎伝播項 $S_L^0 |\nabla \bar{G}|$ をモデリングする必要があり、本研究では dynamic SGS モデルを用いる。

2.3 dynamic SGS 燃焼モデル

本研究では (4) 式の右辺の SGS スカラー流束 γ に対しては Germano ら^[2] によって提案された方法と同様に Smagorinsky 型の渦粘性モデルを適用する。

$$\gamma_k = \overline{u_k \bar{G}} - \bar{u}_k \bar{G} = -C_G \Delta^2 |\bar{\Sigma}| \frac{\partial \bar{G}}{\partial x_k} \dots (6)$$

$$C_G \Delta^2 = -\frac{F_i H_i}{H_j H_j} \dots (7)$$

$$F_k = \bar{u}_k \hat{\bar{G}} - \hat{\bar{u}}_k \hat{\bar{G}} \dots (8)$$

$$H_k = \left(\frac{\hat{\Delta}}{\Delta} \right)^2 |\hat{\Sigma}| \frac{\partial \hat{\bar{G}}}{\partial x_k} - \hat{\Sigma} \frac{\partial \hat{\bar{G}}}{\partial x_k} \dots (9)$$

ただし、 $\bar{\Sigma}$ は応力ひずみテンソルであり、以下のように定義する。また、 (\sim) はグリッドフィルタ、 $(\hat{\sim})$ テストフィルタを示す。

$$|\bar{\Sigma}| = (2 \bar{\Sigma}_{ij} \bar{\Sigma}_{ij})^{1/2}, \quad \bar{\Sigma}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$$

また、火炎伝播項 $S_L^0 |\nabla \bar{G}|$ は H. G. Im (1997)^[3] によって提案された dynamic SGS モデルを用いる。

$$S_L^0 |\nabla \bar{G}| = \bar{S} |\nabla \bar{G}| \dots (10)$$

$$\bar{S} / S_L^0 = 1 + C_{sg} (q / S_L^0)^p \dots (11)$$

$$C_{sg} = (S_L^0)^p \frac{\left[\langle |\nabla \tilde{G}| \rangle - \langle |\nabla \hat{G}| \rangle \right]}{\left[\langle Q^p \rangle |\nabla \hat{G}| - \langle q^p \rangle |\nabla \hat{G}| \right]} \dots (12)$$

ここで、 q と Q はグリッドフィルタとテストフィルタにおける各々の SGS 運動エネルギーであり、モデリングをする必要がある。本計算では、以下に示す Bardina^[4] のスケール相似モデルを用いて与える。また、指数 p は 1 とした。

$$q^2 = \bar{u}_i \bar{u}_i - \bar{\bar{u}}_i \bar{\bar{u}}_i \dots (13)$$

$$Q^2 = \hat{\bar{u}}_i \hat{\bar{u}}_i - \hat{\bar{\bar{u}}}_i \hat{\bar{\bar{u}}}_i \dots (14)$$

2.4 数値解法

解析はチャンネル乱流中で火炎が中心部から壁へ向かって伝播する乱流予混合燃焼流れを対象にしている。計算パラメータは、G. Bruneaux の DNS^[5] に合わせて $\text{Re} = 180$ 、 $\text{Pr} = 0.5$ 、 $S_L^0 = 0.363$ 、 $b = 1$ 、 $\bar{T}_2/\bar{T}_1 = 4$ とした。また、マークステイン拡散計数は $D_G = 4v_{\text{SGS}}$ とした。ここで、 v_{SGS} は SGS の動渦粘性である。staggered 格子を用いて、空間差分は 2 次精度中心差分、時間差分は 2 次精度 Adams-Bashforth スキーム、圧力の解法には SMAC 法を採用した。壁面による層流火炎消炎を考慮するため層流火炎伝播速度 S_L^0 に次のような壁面消炎減衰関数 f_Q をかけている。

$$f_Q = \left[1 + \exp \left\{ -0.5 (y^+ - y_Q^+) \right\} \right]^{-1} \dots (15)$$

ただし、 y^+ は壁座標、 y_Q^+ は層流火炎消炎距離で、 $y_Q^+ = 28$ とした。計算格子数は流れの主流方向 (x)、スパン方向 (k)、壁面垂直方向 (y) の各方向にそれぞれ $2\pi h$ 、 πh 、 $2h$ の解析領域に対して $(32 \times 32 \times 64)$ の格子点を用いた。

火炎の初期条件としては、壁に平行なチャンネル中心面 (x - z plan) の対称面を基準として上下の壁に向かってチャンネル中心の2つの格子面には $G = 1$, 3つ目の格子面には $G = 0.5$, 4つ目の格子面から壁面までには $G = 0$ とし, $G = 0.5$ のところを火炎面と見なした.

3. 解析結果

3.1 計算コードの検証

本計算における Dynamic LES によるスカラー輸送の再現精度を確認するため, まず温度場に対する LES 計算を行った. 計算は $Re = 180$, $Pr = 0.7$ のチャンネル乱流を対象とし, 計算条件としては, 壁面では温度, $\bar{T} = 0$, チャンネル内部では一様な熱生成率, $\omega = 2$ を与えた. このとき, 温度変化による拡散係数の変動は無いと見なした. 計算結果の平均温度分布と平均変動成分強度のそれぞれを図 1, 図 2 に示す. 解析結果は DNS 結果 (笠木, 1992)⁶⁾ とよく一致しており, この結果から本計算で用いた dynamic LES によるスカラー輸送の予測の解析手法は妥当であると考えられる.

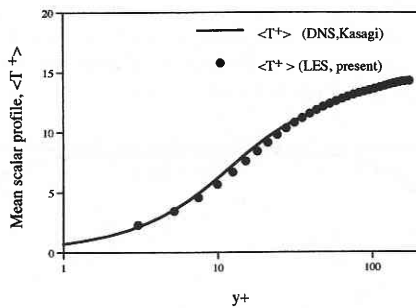


Fig. 1 Mean passive scalar profile (in wall units) (line; DNS of Kasagi, symbol; LES)

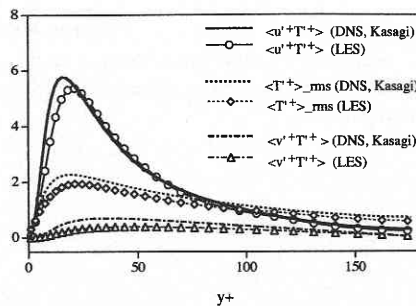


Fig. 2 Passive scalar flux and intensities (in wall units) (lines; DNS of Kasagi, symbols; LES)

3.2 乱流予混合燃焼場の解析結果

$G = 0.5$ の火炎面における, 層流火炎伝播速度に対する乱流火炎伝播速度比 (\bar{S}/S_L^0) の時間変化の履歴を図 3 に示す.

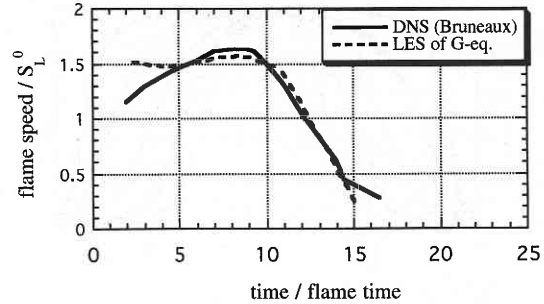


Fig. 3 Evolution of normalized turbulent flame speed

す.

火炎は層流火炎速度の 1.5 倍前後の値で壁近傍まで広がり, 火炎が壁面消炎距離 ($y_0^+ = 28$) に到着 (燃焼時間, $t/t_f = 12.1$) すると層流火炎速度となり, 火炎は消え始める. ただし, 燃焼時間に対しては, t は流れの無次元時間, $t_f = d/S_L^0 = \lambda_i/\rho C_p (S_L^0)^2$, d は代表火炎厚さと定義する. 本計算では $d = 0.03^5$ を与えた.

図 3 で本計算結果と DNS では, 初期の火炎伝播速度の様子が異なる. これは G. Bruneaux の計算は G 方程式の DNS ではなく, 反応率に基づく燃料の質量分率に関する輸送方程式を解いていることから, 初期の火炎速度は温度の上昇と共に大きくなるのに対して, 本計算は初期から SGS モデルで火炎伝播速度を与えているからである. しかし, $t/t_f > 5$ 以降の火炎速度変化の様子はよく一致しており, また, 火炎が壁面消炎距離 ($y_0^+ = 28$) に到着するまでの時間は G. Bruneaux の結果が $t/t_f = 12.8$ に対して本計算では 12.1 で 5% 程度の誤差範囲でよく再現している. 図 4 に時間発展に伴う火炎面と温度の伝播の様子を示す. 図 5 (a) に $t/t_f = 12.1$ の時の G と温度の分布とそれぞれの計算における dynamic モデル係数を示す. (b) にはグリッドフィルタとテストフィルタにおける各々の SGS 運動エネルギーと G の勾配を示す. 図 6 には比較のため G. Bruneaux の結果中 $t/t_f = 12.8$ の温度分布を示す.

4. まとめ

LES 燃焼の基礎研究として, G 方程式燃焼モデルの有効性を検証するため dynamic SGS 燃焼モデルを用い, チャンネル内予混合乱流燃焼の LES を行った. その結果, 乱流火炎速度は層流火炎速度の 1.5 倍位, 火炎が壁近傍で消え始める時の燃焼時間は 12.1 で G. Bruneaux の DNS に近い結果を予測した. 本計算では, DNS 結果と比較のため非圧縮性流れの計算を行なったが, 今後は G 方程式燃焼モデルの実用燃焼器流れへの応用を考え, 密度変化と消炎機構を考慮したモデルの開発等を行う予定である.

(1998 年 11 月 17 日受理)

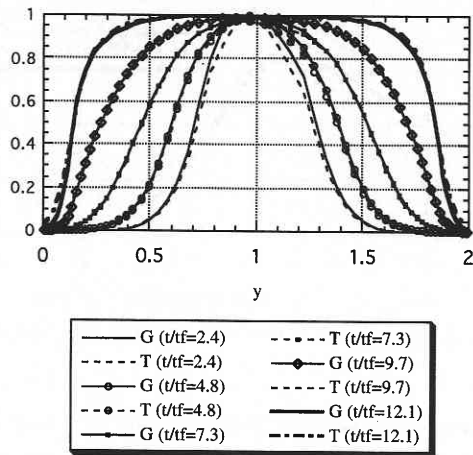


Fig. 4 Profiles of flame and temperature propagation. (G = flame, T = temperature, t/t_f = time/flame time)

参考文献

- 1) Kerstein, A. R., Ashurst, Wm. T. & Williams, F. A., 1988 Field equation for interface propagation in an unsteady homogeneous flow field. *Phys. Rev. A*, 37, 2728.
- 2) M. Germano, U. Piomelli, p. Moin, and W.H. Cabot, A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model, *Phys. Fluids A* 3, pp. 1760, (1991).
- 3) H. G. Im & T. S. Lund, 1997 Large eddy simulation of turbulent front propagation with dynamic subgrid models, *Phys. Fluids* 9 (12), pp. 3826-3833.
- 4) J. Bardina, J.H. Ferziger, and W.C Reynolds, Improved subgrid-scale models for laege eddy simulation, AIAA Paper No. 80-1357, AIAA 13 th Fluid & Plasma Dynamic Conferences, 14-16 July 1980.
- 5) G. Bruneaux, K. Akselvoll, T. J. Poinso, & J. H. Ferziger, Simulation of a turbulent flame in a channel, Center for Turbulent Research Proceedings of the Summer Program 1994, pp. 157-174, Stanford University.
- 6) Kasagi, N., Tomita, Y. & Kuroda, A. (1992) Direct numerical simulation of passive scalar field in a turbulent channel flow. *ASME J. Heat Trans.* 114, 598-606.

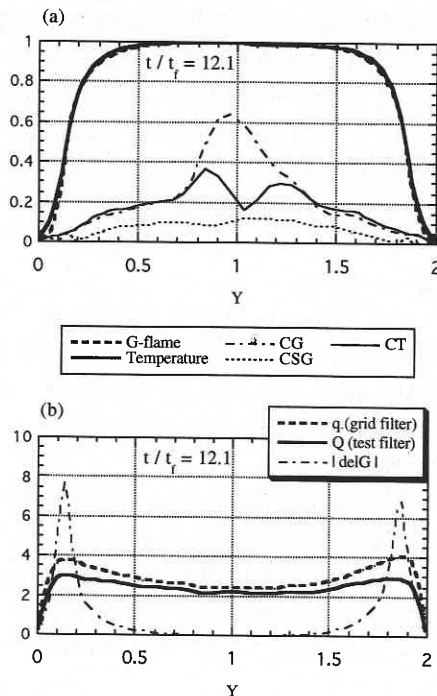


Fig. 5 Mean values of flame propagation properties at $t/t_f = 12.1$, $G = 0.5$ -isurface reached wall quenching distance ($y^+ = 28$). (a) Profiles of G, temperature and SGS dynamic model constants (b) Profiles of subgrid scale kinetic energies, q , Q and filtered gradient of G

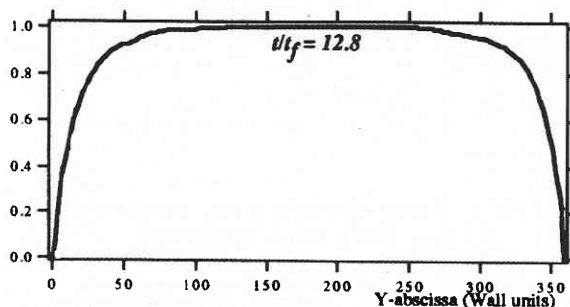


Fig. 6 Mean temperature profile of the DNS of G. Bruneaux with flame reached wall quenching distance $y^+ = 28$ at $t/t_f = 12.8$. (for comparison)