

# One Way Coupling によるチャンネル固気混相乱流の Dynamic LES

Dynamic LES of Particle-Laden Turbulent Channel Flow using One Way Coupling

雷 康斌\*・谷口伸行\*・小林敏雄\*\*

Kangbin LEI, Nobuyuki TANIGUCHI, Toshio KOBAYASHI

## 1. 緒 言

Large Eddy Simulation は非定常、高 Reynolds 数の乱流場に対する数値解析手法の最も有力な手法としてその重要性が益々大きくなりつつある。固気混相乱流解析においても単純粒子モデルを適用できる LES の利点は大きい。混相乱流は、単相乱流に比べて、相間の相互作用などスケールの多重性を持ち、分散相の存在による流動特性への影響が大きいことなど、現象が複雑である。この複雑な多重スケール性に対応するモデルとして LES の Dynamic SGS モデルは多くの示唆を与えてくれるものと思う。また、工業上の応用には、微細構造における粒子-乱流渦間の相互作用による乱流変調や粒子の滞留時間、乱流拡散、堆積量と粒子の半径、形状、密度分布等の関係解明が必要であり、LES による解析が有力な解析手法と考えられる。

混相乱流の数値解析における第一の目標は、粒子運動と流体の相互作用をどの様に定式化するかということである。混相流と乱れの関係は、二つの問題を提示する：一つは、粒子が乱れによって拡散する、いわゆる乱流拡散である。他の一つは、粒子による流体乱れ変化の問題である。本研究は、この定式化の第一 Step として One Way Coupling によるチャンネル固気混相乱流の Dynamic LES 計算を行い、十分発達した垂直チャンネル乱流場に混入した三種の種類の固体粒子に対するの LES 計算結果から、チャンネル内の乱流拡散によって固体粒子の数密度分布や粒子運動速度について調べた。

## 2. 基礎方程式

### 2.1 乱流中の固体粒子の運動方程式

仮定<sup>1)</sup>：

- ・稀薄粒子とする、つまり粒子間衝突など相互作用、粒

\*東京大学生産技術研究所 第 2 部

\*\*東京大学国際・産学共同研究センター

子の合体、分裂、相変化については、考慮しない。

- ・粒子の濃度拡散を無視する。
- ・粒子は、微小として回転運動を無視する。
- ・粒子のまわりの流体が Stokes の抵抗則に従うほどに粒子が小さな均一剛体球体である。
- ・粒子の直径が、乱流の最小長さスケール (Kolmogorov スケール) に比べて小さい。
- ・粒子に働く外力は、Stokes の抗力と重力のみを考える。つまり、流体-粒子の密度差が大きくて、付加慣性力、浮力、Basset 履歴力、Staffman 揚力、Magnus 力などを無視する。

以上の仮定を満足すると粒子の運動方程式は次式になる

$$\frac{dx_{pi}}{dt} = v_i \dots \dots \dots (1)$$

$$\frac{dv_i}{dt} = -\frac{\rho_f}{\rho_p} \frac{3}{4} \frac{C_D}{d_p} |v - u| (v_i - u_i) + g \delta_{ii} \dots \dots \dots (2)$$

流体運動方程式を無次元化して次式に書き換えられる：

$$\frac{dx_{pi}}{dt} = v_i \dots \dots \dots (3)$$

$$\frac{dv_i}{dt} = -\frac{f(v_i - u_i)}{\tau_p} + g_s \delta_{ii} \dots \dots \dots (4)$$

$$\tau_p = \frac{\rho_p}{\rho_f} \frac{d_p^2}{18\nu} \quad \text{粒子運動緩和時間} \dots \dots \dots (5)$$

$$f = 1 + 0.15 \text{Re}_p^{0.687} \quad \text{Stokes 近似修正係数} \dots \dots \dots (6)$$

$$\text{Re}_p = \frac{d_p |v - u|}{\nu} \quad \text{粒子 Re 数} \dots \dots \dots (7)$$

2.2 流体の運動方程式を、チャンネル半幅  $\delta$  と壁面摩擦速度  $u_\tau$  を用いて無次元化した非圧縮性流れの NS 方程式及び連続の式である。

研究速報

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \dots\dots\dots (8)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + \delta_{li} \dots\dots\dots (9)$$

3. Dynamic SGS Model

粒子の乱流拡散を考察する目的として、粒子から流体の運動に与える影響を無視するいわゆる One Way Coupling を仮定しているため、流体については単相のチャンネル乱流と同じ LES Dynamic SGS Model を用いて計算した。

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} + \delta_{li} \dots\dots\dots (10)$$

$$\tau_{ij} = \bar{u}_i \bar{u}_j - \bar{u}_i \bar{u}_j \dots\dots\dots (11)$$

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \tau_{kk} = -2 (C_s \Delta)^2 |\bar{S}| \bar{S}_{ij} \dots\dots\dots (12)$$

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad |\bar{S}| = (2 \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij})^{1/2} \dots\dots\dots (13)$$

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tilde{u}_i \tilde{u}_j) = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} + \delta_{li} \dots\dots\dots (14)$$

$$T_{ij} = \tilde{u}_i \tilde{u}_j - \tilde{u}_i \tilde{u}_j \dots\dots\dots (15)$$

$$L_{ij} = T_{ij} - \tilde{\tau}_{ij} = \tilde{u}_i \tilde{u}_j - \tilde{u}_i \tilde{u}_j \dots\dots\dots (16)$$

$$T_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} T_{kk} = -2 \tilde{C} \tilde{\Delta}^2 |\tilde{S}| \tilde{S}_{ij} \dots\dots\dots (17)$$

$$L_{ij}^* = L_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} L_{kk} = -2 \tilde{C} \tilde{\Delta}^2 |\tilde{S}| \tilde{S}_{ij} + 2 C \Delta^2 |\tilde{S}| \tilde{S}_{ij} \dots\dots\dots (18)$$

$$L_{ij}^* = L_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} L_{kk} = -2 C \Delta^2 M_{ij} \dots\dots\dots (19)$$

$$M_{ij} = \alpha^2 |\tilde{S}| \tilde{S}_{ij} - |\tilde{S}| \tilde{S}_{ij} \quad \alpha^2 = \frac{\tilde{C} \tilde{\Delta}^2}{C \Delta^2} \dots\dots\dots (20)$$

$$C \Delta^2 = -\frac{1}{2} \frac{\langle L_{ij}^* M_{ij} \rangle}{\langle M_{ij} M_{ij} \rangle} \dots\dots\dots (21)$$

4. 離散化手法

4.1 流体運動方程式

格子配置に関してはスタガード格子を用いて、空間に関しては2次精度中心差分法、時間に関しては2次精度 Adams-Bashforth 法を採用した。LES Dynamic SGS Model における Test Filter 計算の差分式は谷口が提案した粗い格子上での Aliasing 誤差を抑える定式化手法<sup>2)</sup>を用いた。

すなわち： $\tilde{\Delta} = 2\Delta \quad \gamma = \tilde{\Delta} / h$

$$F_i^n = -\frac{\delta(\tilde{u}_i^n \tilde{u}_j^n)}{\delta x_j} + \frac{\delta}{\delta x_j} \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\delta \tilde{u}_i^n}{\delta x_j} + \frac{\delta \tilde{u}_j^n}{\delta x_i} \right) - \frac{\delta}{\delta x_j} \tau_{ij}^n + \delta_{li} \dots\dots\dots (22)$$

$$\tilde{u}_i^{n+1} = \tilde{u}_i^n + \Delta t \left( 1.5 F_i^n - 0.5 F_i^{n-1} - \frac{\delta \tilde{p}^n}{\delta x_i} \right) \dots\dots\dots (23)$$

$$\tilde{u}_i = \bar{u} + \frac{1}{4} (\tilde{u}_{i+1} - 2\tilde{u}_i + \tilde{u}_{i-1}) + \frac{\gamma^2 - 6}{96} (\tilde{u}_{i+2} - 2\tilde{u}_i + \tilde{u}_{i-2}) \dots\dots\dots (24)$$

計算アルゴリズムには SMAC 法で、圧力の修正値に対するポアソン式のソルバーは ICCG 法を採用した。

4.2 粒子運動方程式

粒子運動量の計算は、ラグランジュ追跡法により、各粒子に対して組込んで計算した。粒子位置での流体速度の内挿法は三次の代数補間法を用いて、粒子の変位式と速度式は2次精度 Adams-Bashforth 法を用いて計算した。

すなわち：

$$F_i^n = \frac{f_i^n}{\tau_p^n} [u_i^n - v_i^n] + g^n \delta_{li} \dots\dots\dots (25)$$

$$x_{pi}^{n+1} = x_{pi}^n + \Delta t (1.5 v_i^n - 0.5 v_i^{n-1}) \dots\dots\dots (26)$$

$$v_i^{n+1} = v_i^n + \Delta t [1.5 F_i^n - 0.5 F_i^{n-1}] \dots\dots\dots (27)$$

5. 計算条件

解析対象としてチャンネル内の流れ場とし、解析領域の大きさは主流方向×壁方向×スパン方向を  $2\pi\delta \times 2\delta \times \pi\delta$  とした。格子点数は x, y, z 方向に対して  $32 \times 64 \times 32$  を、格子幅は Wall unit に対してそれぞれ  $\Delta x^+ = 35.3 \quad \Delta z^+ = 17.6 \quad \Delta y^+ = 1.98 \sim 12.4$  である。計算 Re 数は、壁面摩擦速度  $u_\tau$  とチャンネル半幅  $\delta$  で定義した  $\text{Re}_\tau = 180$ 、Dynamic SGS Model における Filter パラメータ  $\alpha^2 = 4$ 、 $\gamma^2 = (\tilde{\Delta}/h)^2 = 6$ 、時間進行 Step の  $\Delta t = 0.0005$  である。計算3ケースの粒子の直径と緩和時間を壁面摩擦速度  $u_\tau$  とチャンネル半幅  $\delta$  で無次元化して表1に示す。

$\text{Re}_\tau = 180$  の時、Kolmogorov のマイクロスケールは、 $200\mu\text{m}$  位で、計算粒子の直径は、それより十分小さいことが分かる。よって、粒子と流体との相互作用は、主に分

Table 1 Particle calculation parameters

Case	28 $\mu\text{m}$ Lycopod.	50 $\mu\text{m}$ Glass	70 $\mu\text{m}$ Copper
$d_p^*$	0.0014	0.0025	0.0035
$\tau_p^*$	0.048	0.65	4.50

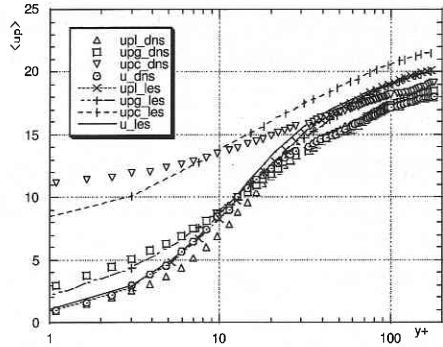


Fig. 1 Mean stream wise velocity profile

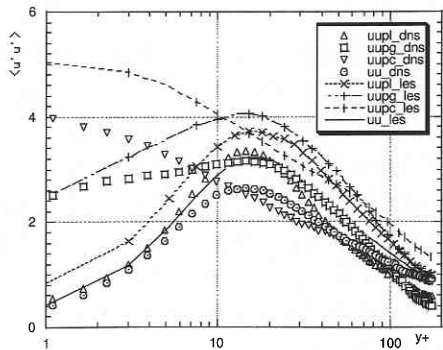


Fig. 2 RMS velocity fluctuations in stream wise

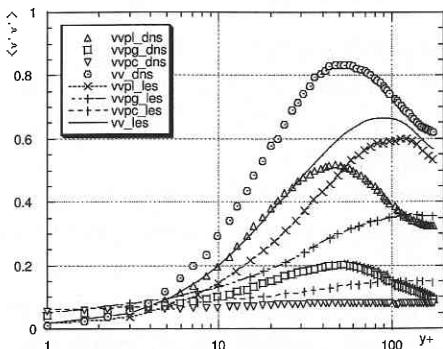


Fig. 3 RMS velocity fluctuations in span wise

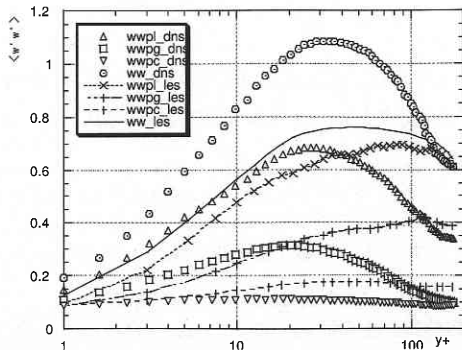


Fig. 4 RMS velocity fluctuations in wall-normal

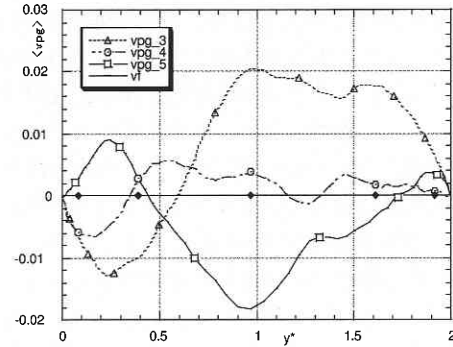


Fig. 5 Mean wall-normal velocity profile (LES)

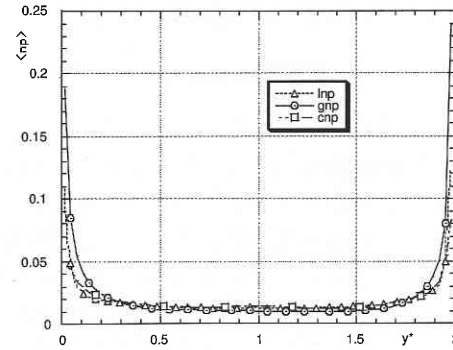


Fig. 6 Distribution of particle number density (LES)

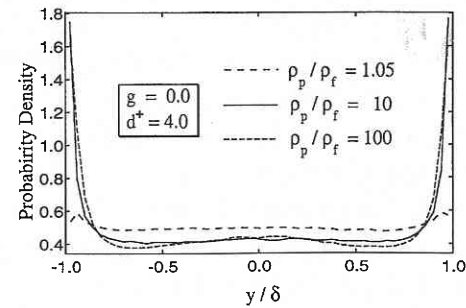


Fig. 7 Distribution of particle number density (DNS)

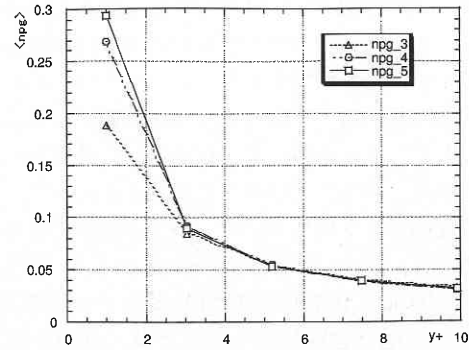


Fig. 8 Distribution of particle number density near wall

## 研究速報

子粘性によるものと考えられる。計算の境界条件として、主流方向とスパン方向には流体と粒子両方も周期境界条件とし、壁方向には粒子が弾性衝突とする。壁は滑らかであり、粒子の中心が壁より一半径の距離にある時に衝突とみなす。流体は No Slip 条件とした。初期条件として流体速度場は任意の発達した乱流場で、粒子は 65536 個で均一分布とし体積数密度は  $1660/\delta^3$  である。粒子の初期速度は各粒子の重心位置での流体瞬時速度と等しく与えた。統計量の算出について、速度場は Homogeneous 方向と時間方向に平均をとる。初期条件の影響がなくなる後に統計量を取り始めるため、計算を  $10\delta/u_c$  の時間が進んでから  $5\delta/u_c$  時間分のデータより統計量を取る。

## 6. 計算結果および考察

粒子の主流方向平均速度分布を図 1 に示す。upl, upg, upc は別々 Lycopodium, Glass, Copper 粒子の平均速度を記す。LES 計算結果は、DNS<sup>3)</sup> 計算結果と同じように、緩和時間が大きい Copper 粒子は、チャンネル全領域をわたって流体速度より大きい、特に壁近傍に急劇に増大する。Copper 粒子より緩和時間が小さい Glass 粒子の平均速度は、壁近傍と中心部分では流体を越えるが、緩和層 (buffer region) において流体より減速する。さらに緩和時間の小さい Lycopodium 粒子は緩和層で粒子速度は流体速度と比べ鮮明に遅いが、壁近傍と中央部分では流体に追従する。これは軽い Lycopodium 粒子が壁付近の低速 streaks 構造に集中することに関係があるのではないと思われる。

粒子の乱れ強度分布を図 2, 図 3, 図 4 に示す。LES 計算結果は、DNS 結果を定性的に再現する。即ち、すべてのケースで粒子の主流方向の乱れ強度は、チャンネルの全領域にわたって流体より大きく、これは主流方向平均速度勾配と重力の影響によって起因すると考える。逆に、重力と平均速度勾配のないスパン方向と壁方向には、粒子の乱れ強度は流体より小さくなる。粒子同士乱れ強度については、主流方向には緩和時間の大きい粒子は、乱れ強度が小さい。これと反して、スパン方向と壁方向の場合には緩和時間の大きい粒子は、乱れ強度も大きい。いずれにしても、緩和時間の大きい粒子ほど、流体側からの影響が小さくなる傾向が見られるにもかかわらず、粒子の乱れ強度分布は、流体の乱れ強度と相関していることが分かる。

乱れ強度のピーク値について、LES の計算結果は、DNS と同じように、Glass 粒子と Lycopodium 粒子の乱れ強度ピークの位置は、流体の乱れ強度ピークの位置に近い、Copper 粒子の乱れ強度ピークの位置は、壁面にある。この点から、Copper 粒子運動に対して壁との衝突が支配的であると思われる。

粒子の乱流拡散について、粒子の数密度分布は最も重要である。三ケース粒子の数密度分布を図 6 に示すように、粒子が壁へ寄り集積し、すべて粒子の数密度ピーク値は壁面にあることが分かる。特に粒子の緩和時間に対して、図 6 の LES 計算結果は、図 7 の DNS<sup>4)</sup> 結果と定性的に一致して、両方とも中位ぐらいの粒子は、最高の集積現象のあることが再現された。

LES の計算結果は、定量的に見ると、DNS との差がかなりある。これは主に LES において乱れ成分表現が十分に解像されていないと考えられ、またその影響は緩和時間の大きい粒子の速度予測において、増幅される傾向がある。

本研究は、十分発達したチャンネルの中に微細粒子の統計平均的状态を予測する目的として行ったが、実際の計算結果から、粒子の主流方向平均速度及び三方向の乱れ強度には安定な平均値を取られて平均時間は十分であると言えるが、粒子の壁方向平均速度成分と粒子の平均数密度分布は、図 5, 図 8 に示すように、\*pg\_3, \*pg\_4, \*pg\_5 は別々時間進行の 3 万, 4 万, 5 万 step までの Glass 粒子平均量である。これらの統計量はなかなか安定していき、統計時間は十分長いとは言えない。

## 7. 結 語

壁面乱流における固体粒子の運動を LES による数値解析を行った。LES の計算結果は、DNS の計算結果と比べ定性的に一致することが分かり、固気混相乱流における LES の有効性が確認された。

乱流中の固体粒子が特有領域に集積するため、希薄流においても、数値計算する時に、局所的な粒子間の衝突など相互作用が生じる可能性がある。

微細粒子混入による固気混相乱流に対して、流体と粒子の乱れ成分が互いに影響が大きい、固気混相乱流の LES における SGS 成分のモデリングが重要となる。

## 謝 辞

本研究における Dynamic LES 計算は、本研究室の特別研究員坪倉 誠博士からいろいろご助言を頂いた。ここに記して謝意を表する

(1998 年 11 月 24 日受理)

## 参 考 文 献

- 1) Hinze J.O. 1975 Turbulence. McGraw-Hill.
- 2) 谷口伸行, 生産研究, 49-1, 11-18 (1997).
- 3) D.W.I. Rouson and J. K. Eaton, Ph. D. thesis Stanford University, (1997).
- 4) 水矢 亨, 修士論文, 東京大学, (1998).