

移動格子における一般座標系 LES コードの検証

Moving Grids Used in Generalized Curvilinear Coordinates for Large Eddy Simulation

張 会 来*・小 林 敏 雄**・谷 口 伸 行*

Huilai ZHANG, Toshio KOBAYASHI and Nobuyuki TANIGUCHI

1. 緒 言

近年, 低燃費低公害と高出力を両立するエンジンの研究が盛んに行われてきた³⁾. エンジンシリンダーのような複雑形状を有する流れ場に対して適用できる一般座標系を用いた Large Eddy Simulation (LES) 数値解析コードを作成する上により効率良く, 実用化に近い解析手法が要求されつつある.

著者らはこのような背景から, より計算効率の高い LES 手法に着目した. 本報告では, 前報^{1), 2)} に報告した一般座標 co-located 格子系 LES 数値解析コードにより, さらに移動格子計算を加えて, 移動格子 (移動境界) チャネル乱流場を計算した結果を報告することである.

ここで LES 計算実用のため, 前報²⁾ に示した人工的壁面条件と壁面 no-slip 条件を用い, 移動格子チャネル乱流計算を試みて, その結果, 十分実用可能な精度が得ることができた. エンジンシリンダーような移動境界を持つ複雑形状流れ場を計算する可能性があることを表明した.

2. 移動座標系の座標変換基礎方程式

本研究においては, Smagorinsky Model を用いる. 非圧縮性 Navier-Stokes 方程式と連続的に filtering 操作を行う. 形状が変化した流れ場を有限体積法で解析する際には, 流れ場の形状に随従する計算格子を作る. そして, 物理空間 (x, y, z) 上で作られた移動格子を等間隔正規直交である計算空間 (ξ, η, ζ) 上の格子へ変換する必要がある. 物理空間から計算空間への変換は次のように行われる.

$$\begin{bmatrix} \phi_x \\ \phi_y \\ \phi_z \\ \phi_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_x & \eta_x & \zeta_x & 0 \\ \xi_y & \eta_y & \zeta_y & 0 \\ \xi_z & \eta_z & \zeta_z & 0 \\ \xi_t & \eta_t & \zeta_t & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_\xi \\ \phi_\eta \\ \phi_\zeta \\ \phi_\tau \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2-1)$$

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} y_\eta z_\zeta - y_\zeta z_\eta & y_\zeta z_\xi - y_\xi z_\zeta & y_\xi z_\eta - y_\eta z_\xi \\ x_\zeta z_\eta - x_\eta z_\zeta & x_\xi z_\zeta - x_\zeta z_\xi & x_\eta z_\xi - x_\xi z_\eta \\ x_\eta y_\zeta - x_\zeta y_\eta & x_\zeta y_\xi - x_\xi y_\zeta & x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2-2)$$

$$\begin{bmatrix} \xi_x & \eta_x & \zeta_x & 0 \\ \xi_y & \eta_y & \zeta_y & 0 \\ \xi_z & \eta_z & \zeta_z & 0 \\ \xi_t & \eta_t & \zeta_t & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} & 0 \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} & 0 \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} & 0 \\ -A_{1t} \frac{\partial x_i}{\partial \tau} - A_{2t} \frac{\partial x_i}{\partial \tau} - A_{3t} \frac{\partial x_i}{\partial \tau} & 1 & & \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2-3)$$

$$J = x_\xi y_\eta z_\zeta + x_\eta y_\zeta z_\xi + x_\zeta y_\xi z_\eta - x_\xi y_\zeta z_\eta - x_\eta y_\xi z_\zeta - x_\zeta y_\eta z_\xi \dots\dots\dots (2-4)$$

計算空間の一次微分は $\frac{\partial \phi}{\partial x_i} = \frac{1}{J} A_{ij} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_j}$ となる. この時, $\frac{\partial A_{ij}}{\partial \xi_j} = 0$ を用いることで, 有限体積法を用いる離散化するために必要な一次微分保存形は, $\frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{1}{J} \frac{\partial A_{ij} f}{\partial \xi_j}$ となる. これらの式を用いると, 時間項+対流項は式 (2-5) のように変形できる. 反変速度を式 (2-7) と定義する. $\frac{dx_i}{dt}$ は格子点の速度である.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial \phi u_j}{\partial x_j} = \frac{\partial \phi}{\partial \tau} + \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi_j} \left[\phi A_{ij} \left(u_i - \frac{\partial x_i}{\partial \tau} \right) \right] \dots\dots\dots (2-5)$$

$$\tau = t \dots\dots\dots (2-6)$$

*東京大学生産技術研究所 第2部
**東京大学国際・産学共同研究センター

研 究 速 報

$$F_j = A_{ij} \left(u_i - \frac{\partial x_i}{\partial t} \right) \quad (j=1,2,3) \quad (2-7)$$

一般座標系における基礎方程式は以下のように与えられる。

$$\text{連続式: } \frac{1}{J} \frac{\partial F_j}{\partial \xi_j} = 0 \quad (2-3)$$

$$\text{運動式: } \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{1}{J} \frac{\partial F_j u_i}{\partial \xi_j} = \frac{1}{J} \frac{\partial A_{jk} P}{\partial \xi_j} + \frac{1}{J} \frac{\partial A_{mk} \phi_k}{\partial \xi_m} + f \dots (2-4)$$

$$\text{ただし: } \phi_k = (v + v_{SGS}) \left(\frac{1}{J} \frac{\partial A_{jk} u_i}{\partial \xi_j} + \frac{1}{J} \frac{\partial A_{jk} u_k}{\partial \xi_j} \right) \dots (2-5)$$

ここで f と A_{ij} はそれぞれ体積外力と一般座標系基礎方程式を演算する時に設置した中間係数である。本計算においては、チャンネル乱流を考慮して $C_k = 0.094$, $C_s = 0.1$ を採用することにする。Van Driest の減衰関数を C_s に乗じる、即ち $C_s = 0.1 \times [1 - \exp(-y^+/25)]$ である。

3. 移動格子を持つチャンネル流れ場

Fig. 1 に示すように、チャンネル格子を \sin 関数に従って変化させながら、移動格子を持つチャンネル乱流を計算する。格子は z 方向 (スパン方向) に振動する。振動開始の時、

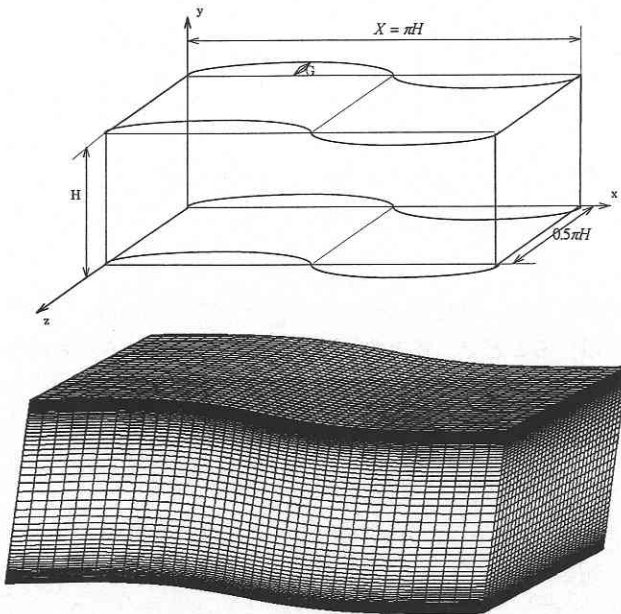


Fig. 1 configuration for moving grids channel flow CFD calculation

流れ場は正規直交格子を持つ、その時、各格子点座標は (x_0, y_0, z_0) であり、各格子点においては x_0 座標から、振動幅 G_{x_0} 、瞬時位置、瞬時速度を、それぞれ式 (3-1)、式 (3-2)、式 (3-3) により計算する。今回の計算では、流れ場の振動周期は $n_T = 1000$ time step (Δt) を取り、無次元時間間隔 Δt は 0.0005 とする。この時、流れ場の振動角速度 ω は 4π となり、振動幅 G はスパン方向幅の 1/5、即ち $G = 0.1\pi H$ を取ることにする。

$$G_{x_0} = G \sin \left(\frac{2\pi}{X} x_0 \right) \quad (3-1)$$

$$z = G \sin \left(\frac{2\pi}{X} x_0 \right) \cdot \sin(\omega t) + z_0 \quad (3-2)$$

$$z_t = G \cdot \omega \cdot \sin \left(\frac{2\pi}{X} x_0 \right) \cdot \cos(\omega t) \quad (3-3)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (3-4)$$

$$T = n_T \cdot \Delta t \quad (3-5)$$

4. チャンネル流れ場の計算と検証,

移動格子を持つ一般座標系 LES コードを検証するために、Fig. 1 に示すように移動曲線格子チャンネル流れ場を作成し、数値解析を行った。対象とするチャンネル流れ場においては、チャンネル幅 H 、流れ方向 πH 、スパン方向 $0.5\pi H$ としている。流れ方向圧力勾配 -2 が陽的に与えられている。流れ方向、スパン方向には、それぞれ周期境界条件を与える。壁面上の境界条件に対してはケースによって Fig. 2 に示した no-slip 条件と wall-law 条件²⁾ を課した (表 1)。ここで、 $u_i|_{wall} = 0$ を取り、物理的な意味については、移動格子 (境界) の壁面速度がチャンネル乱流の特性に従い、流れ場への影響を与えないようにすることである。レイノルズ数は Kim⁴⁾ らの条件に合わせて、壁面摩擦速度 u_τ とチャンネル幅 H を用いて、無次元化し 360 を用いている。流れ方向とスパン方向に対して格子は等間隔に、壁面方向は表 1. に示すように配置する。格子分割数、統計量をとる無次元時間と無次元時間 step をそれぞれ表 1 に示す。

5. 計 算 結 果

Fig. 3 から Fig. 6 まではそれぞれ主流速度分布、主流乱

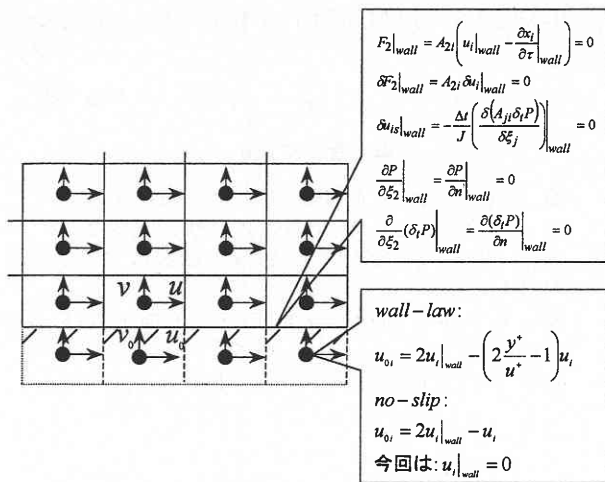


Fig. 2 moving boundary condition in co-located grids system

表1 計算parameter

| | 格子形状 | 壁面境界条件及び壁方向格子配置 | 格子数 | Δt^* | 助走時間 | 平均時間 |
|-------|------|-----------------|----------|--------------|------|------|
| mv-40 | 移動格子 | Wall-law 等間隔 | 32*40*15 | 0.0005 | 70 | 15 |
| mv-66 | 移動格子 | No-slip 非等間隔 | 40*65*33 | 0.0005 | 20 | 15 |
| BW-40 | 固定曲線 | Wall-law 等間隔 | 30*38*15 | 0.0005 | 35 | 15 |
| C | 固定曲線 | No-slip 非等間隔 | 40*64*33 | 0.0005 | 20 | 15 |

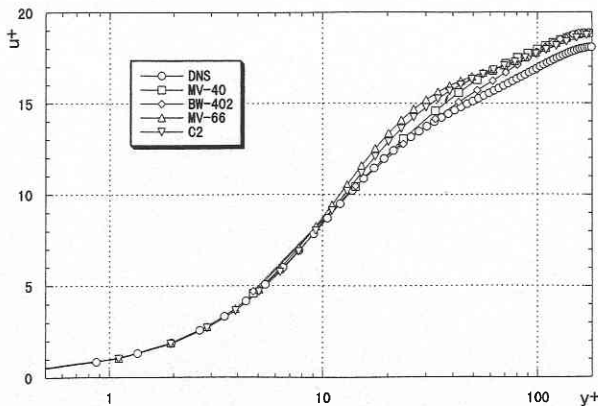


Fig. 3 Main flow velocity profile at Re = 360

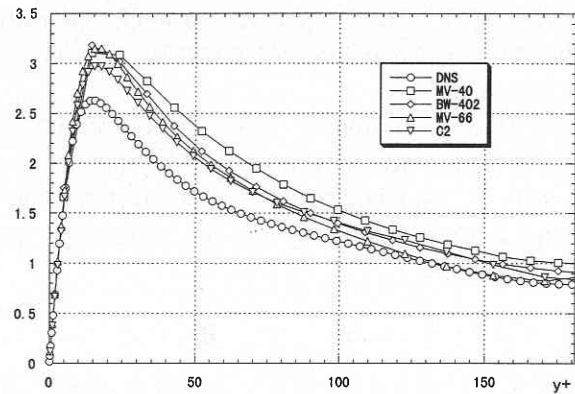


Fig. 4 Intensity of stream wise direction Re = 360

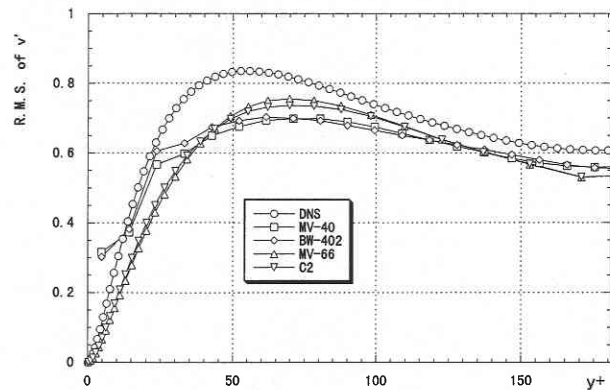


Fig. 5 Intensity of normal-wall direction Re = 360

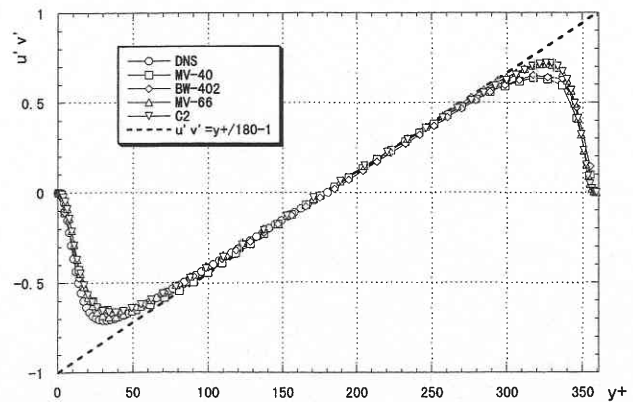


Fig. 6 GS Reynolds stresses at Re = 360

れ強さ、壁方向乱れ強さ、GS成分のレイノルズ応力を順に示す。各時間ステップにおいて、平均壁面摩擦速度は壁法則条件と no-slip 条件ともに 1.00 ± 0.04 の間に変化した。本計算結果により、次のことが分かった。

Case MV-66 と case C の格子数はほぼ同じであり、両方とも no-slip 条件を用いる。移動境界を持つ Case MV-66 は、曲線固定格子を持つ case BW-C と比べると、二つケースの

研究速報

主流方向の速度分布, 乱れ強さ及びGSレイノルズ応力は極めて近いことが分かった。移動境界の取り扱い方の正しさを確認できた。

Case.MV-40 と case BW-402 の違いは, case MV-40 は移動境界を持ち, case BW-402 は曲線固定格子を持つことである。両ケースの格子数はほぼ同じであり, 壁法則を使用する。計算結果は比べると, 壁法則を正しく移動境界に応用することが分かった。

6. 結 論

本研究に行う検証計算結果から, 開発した一般座標系における co-located 格子系 LES コードに対して, 移動境界の

取り扱い方法が工学的に実用性を有することが確認できた。

(1998年1月26日受理)

参 考 文 献

- 1) 張 会来等, 生産研究, 50巻1号 (1998.1) pp 49.
- 2) 張 会来等, 生産研究, 50巻2号 (1998.2) pp 13.
- 3) 内藤 健等, 日本機械学会論文集, 59-559, B, 92-1042 (1993).
- 4) Kim, J., Moin, P. and Moser, R., (1987). J. Fluid Mech., Vol. 177, pp 133-166.
- 5) 坪倉 誠, 博士論文, 東京大学, (1997.3).