

# クロスヘリシティダイナモによる降着円盤のトロイダル磁場

Toroidal Magnetic Field in the Accretion Disk Caused by the Cross-Helicity Effect

西 野 学\*・横 井 喜 充\*

Satoru NISHINO and Nobumitsu YOKOI

## 1. はじめに

降着円盤は、活動銀河中心核、連星 X 線源、激変星、原始星に存在すると考えられている。これらの4つのタイプの天体に存在する円盤は、しばられたジェットか双極流をともなっている。多くの降着円盤の理論は本質的には電磁流体力学よりも気体力学に基づいており、磁場の効果はしばしば  $\alpha$  粘性として理想化するか、内部の境界条件として扱われている。しかし、降着円盤はしばられたジェットをもつこと、観測されているジェットの速度はガス圧よりはるかに高くなりうる磁気圧を用いるほうが説明しやすいことを考えれば、磁場の効果は重要であり、その力学的な効果は直接、電磁流体力学 (Magnetohydrodynamics: MHD) 的に扱われるべきである<sup>1)</sup>。

磁場の起源および、ジェットの生成機構については諸説があるがそれぞれ問題点があり定説はない。

最近、Yoshizawa は、小さいスケールでの揺らぎと大きいスケールでのゆっくりした変動を同時に扱う乱流統計理論、TSDIA を MHD 乱流に適用することにより、乱流クロスヘリシティの重要性を指摘した (乱流クロスヘリシティとは速度と磁場の揺らぎの相関量である： $W \equiv \langle \mathbf{u}' \cdot \mathbf{b}' \rangle$ 、 $\langle \rangle$  : 統計平均)<sup>2), 3)</sup>。このクロスヘリシティをもちいた乱流ダイナモモデルでは、流体の回転運動が磁場の生成、維持と直接かかわっている。Hamba は数値実験により従来の  $\alpha$  ダイナモとクロスヘリシティダイナモを比較し、回転運動に対してはクロスヘリシティダイナモが磁場の生成に直接的に寄与していることを示した<sup>4)</sup>。本研究では、乱流エネルギー  $K$ 、散逸率  $\epsilon$ 、クロスヘリシティ  $W$  の輸送方程式と磁場の時間発展方程式を同時に扱い、クロスヘリシティダイナモにより生成される磁場を調べる。

## 2. 問題の設定

解析を簡単にするために、図1の円盤に対していくつかの仮定をする。第一に、統計平均量に対する軸対称性を仮定する：

$$\frac{\partial}{\partial \theta} = 0 \dots \dots \dots (1)$$

第二に、任意の極性ベクトル  $\mathbf{p}$  の統計平均  $\mathbf{P}$  の、 $z = 0$  平面に対する対称性を次のように仮定する：

$$P_r(z) = P_r(-z), \quad P_\theta(z) = P_\theta(-z),$$

$$P_z(z) = -P_z(-z) \dots \dots \dots (2)$$

これにより、任意の軸性ベクトル、スカラー、擬スカラーの統計平均量の対称性も決定することができる。たとえば、磁場はダイポール型の配位をとることになる。第三に、円盤上半面、下半面でそれぞれ鉛直方向の一様性を仮定する：

$$\frac{\partial}{\partial z} = 0 \dots \dots \dots (3)$$

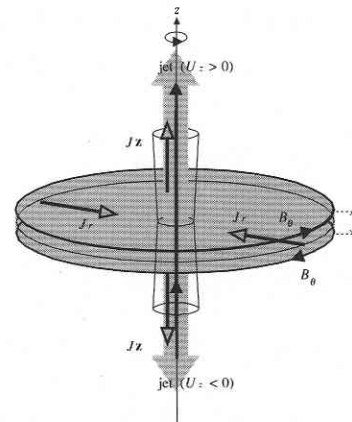


図1 降着円盤とジェット

\*東京大学生産技術研究所 第1部

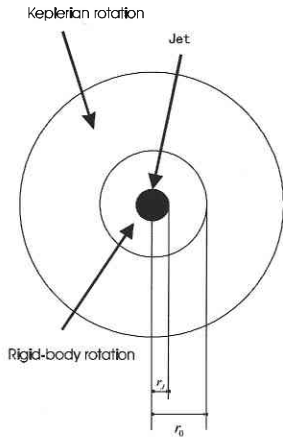


図2 降着円盤の速度構造

すなわち、ダイナモを考える際、 $z$ 方向の変化が本質的でない領域の存在を仮定する。第四に、速度場の構造をあらかじめ与える。すなわち、ジェットが発生している領域の外の領域で、降着ガスは内側で剛体回転をし、その外側でケプラー回転（遠心力と重力がつりあった回転）をするとする<sup>5)-7)</sup>。この与えられた速度場のもとで、磁場と乱流統計量  $K, \epsilon, W$  がどのように振る舞うかを考える。

上のような仮定を置くことにより、簡潔なモデルで普遍的な天体現象を説明することができる。これによって、磁場およびジェットの発生の因果関係を明確に理解することが可能となる。

### 3. 電磁流体乱流のモデル方程式

物理量  $f$  を統計平均  $F$  と揺らぎ  $f'$  に分解する：

$$f = F + f', \quad F = \langle f \rangle \quad (4)$$

非圧縮性の電磁流体の方程式（磁場と速度場が同じ単位をもつように電磁場を変換している）に平均操作を加えることにより

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (5)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mathbf{J} \quad (6)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E} \quad (7)$$

$$0 = \mathbf{E} + \mathbf{U} \times \mathbf{B} + \mathbf{E}_M \quad (8)$$

が得られる。ここで  $\mathbf{U}, \mathbf{B}, \mathbf{J}, \mathbf{E}$  はそれぞれ速度、磁場、電流密度、電場の統計平均であり、

$$\mathbf{E}_M \equiv \langle \mathbf{u}' \times \mathbf{b}' \rangle \quad (9)$$

である。乱流統計量として、 $K, \epsilon, W$  を用いる：

$$\mathbf{K} \equiv \langle \mathbf{u}' \cdot \mathbf{u}' + \mathbf{b}' \cdot \mathbf{b}' \rangle / 2 \quad (10)$$

$$\epsilon \equiv \left\langle \nu \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} + \lambda \frac{\partial b'_j}{\partial x_i} \frac{\partial b'_j}{\partial x_i} \right\rangle \quad (11)$$

$$\mathbf{W} \equiv \langle \mathbf{u}' \cdot \mathbf{b}' \rangle \quad (12)$$

ここで  $\nu, \lambda$  はそれぞれ分子粘性、分子磁気拡散率である。 $K, W$  の輸送方程式は、 $\int [(\mathbf{u} \cdot \mathbf{u} + \mathbf{b} \cdot \mathbf{b}) / 2] dV, \int \mathbf{u} \cdot \mathbf{b} dV$  が保存量であることから（ここで  $\mathbf{u}, \mathbf{b}$  はそれぞれ速度、磁場である）、生成項、散逸項、輸送項からなる方程式が構成できる：

$$\frac{DK}{Dt} = P_K - \epsilon + \nabla \cdot \mathbf{T}_K \quad (13)$$

$$\frac{DW}{Dt} = P_W - \epsilon_W + \nabla \cdot \mathbf{T}_W \quad (14)$$

生成項は

$$P_K \equiv -\mathbf{E}_M \cdot \mathbf{J} + R : \nabla \mathbf{U} \quad (15)$$

$$P_W \equiv -\mathbf{E}_M \cdot \boldsymbol{\Omega} + R : \nabla \mathbf{B} \quad (16)$$

となる（ $\boldsymbol{\Omega}$  は平均渦度）。ここで

$$R \equiv \langle -\mathbf{u}' \mathbf{u}' + \mathbf{b}' \mathbf{b}' \rangle \quad (17)$$

である。クロスヘリシティの散逸項は

$$\epsilon_W \equiv (\nu + \lambda) \left\langle \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \frac{\partial b'_j}{\partial x_i} \right\rangle = C_W \frac{\epsilon}{K} W \quad (18)$$

とモデル化する。 $K, W$  の輸送項も3次の部分をモデル化し、それぞれ

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_K &\equiv \mathbf{W} \mathbf{B} - \left\langle \left( \frac{\mathbf{u}' \cdot \mathbf{u}' + \mathbf{b}' \cdot \mathbf{b}'}{2} + p'_M \right) \mathbf{u}' + (\mathbf{u}' \cdot \mathbf{b}') \mathbf{b}' \right\rangle \\ &= \mathbf{W} \mathbf{B} + \nu_K \nabla \mathbf{t} \quad (19) \end{aligned}$$

$$\mathbf{T}_W \equiv \mathbf{K} \mathbf{B} - \left\langle (\mathbf{u}' \cdot \mathbf{b}') \mathbf{u}' - \left( \frac{\mathbf{u}' \cdot \mathbf{u}' + \mathbf{b}' \cdot \mathbf{b}'}{2} - p'_M \right) \mathbf{b}' \right\rangle$$

$$= \mathbf{K} \mathbf{B} + \frac{\mathbf{v}_K}{\sigma_w} \nabla \mathbf{W} \dots\dots\dots (20)$$

とする。ここで  $p'_M$  は

$$p_M = p + \frac{\mathbf{b}^2}{2} \dots\dots\dots (21)$$

で与えられる MHD 圧力  $p_M$  の揺らぎ部分である。ε の輸送方程式はモデル方程式である。以下のものを採用する：

$$\begin{aligned} \frac{D\varepsilon}{Dt} = & C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{K} P_K - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon}{K} \varepsilon \\ & + C_{\varepsilon 3} \frac{\varepsilon}{K} \nabla \cdot (\mathbf{W} \mathbf{B}) + \nabla \cdot \left( \frac{\mathbf{v}_K}{\sigma_D} \nabla \varepsilon \right) \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

方程式を閉じるためには、 $E_M, R, v_K$  のモデル化が必要である。TSDIA 理論を用いて、次のようにモデル化する：

$$\mathbf{E}_M = -\beta \mathbf{J} + \gamma \boldsymbol{\Omega} \dots\dots\dots (23)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{R} = & -\frac{2}{3} (\mathbf{u}^2 - \mathbf{b}^2) \mathbf{I} + \mathbf{v}_K \left[ \nabla \mathbf{U} + (\nabla \mathbf{U})^T \right] \\ & - \mathbf{v}_M \left[ \nabla \mathbf{B} + (\nabla \mathbf{B})^T \right] \dots\dots\dots (24) \end{aligned}$$

$$\mathbf{v}_K = C_{vK} \frac{K}{\varepsilon} \mathbf{K} \dots\dots\dots (25)$$

$$\mathbf{v}_M = C_{vM} \frac{K}{\varepsilon} \mathbf{W} \dots\dots\dots (26)$$

( $\mathbf{I}$  は 2 階の単位テンソル)。ただし

$$\mathbf{v}_K = \frac{7}{5} \beta \dots\dots\dots (27)$$

$$\mathbf{v}_M = \frac{7}{5} \gamma \dots\dots\dots (28)$$

である<sup>3), 8)</sup>。特に  $p, v_K$  はそれぞれ乱流抵抗, 乱流粘性である。モデル定数は

$$\begin{aligned} C_{vK} = 0.077, \quad C_{vM} = 0.059, \quad C_W = 1.1, \quad \sigma_w = 1, \\ C_{\varepsilon 1} = 1.5, \quad C_{\varepsilon 2} = 1.9, \quad C_{\varepsilon 3} = 1.5, \quad \sigma_D = 1.6 \quad \dots\dots\dots (29) \end{aligned}$$

のように評価または最適化されている<sup>4), 9)</sup>。以下では、このモデル方程式に対して、第 2 節の仮定を適用して磁場を解析する。

4. クロスヘリシティダイナモによる磁場の生成

第 2 節の仮定のもとで、クロスヘリシティダイナモモデ

ルにおける磁場の時間発展方程式は

$$\frac{\partial B_\theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial r} (\beta J_z - \gamma \Omega_z) \dots\dots\dots (30)$$

となる。右辺第 1 項は乱流拡散を表す。右辺第 2 項は磁場生成と関連した項である。この項の寄与により、トロイダル磁場  $B_\theta$  は、星間磁場のような小さい磁場から十分な磁場へと生長しうる。メカニズムは

$$\begin{aligned} B_\theta \rightarrow \nabla B = r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{B_\theta}{r} \right) \\ \rightarrow P_w \equiv R : \nabla B \\ \rightarrow W \rightarrow \gamma = \frac{5}{7} C_{vM} \frac{K}{\varepsilon} W \\ \rightarrow -\gamma \frac{\partial \Omega_z}{\partial r} \rightarrow B_\theta \end{aligned}$$

となる。すなわち、「磁場が存在することによりクロスヘリシティの生成項が発生しクロスヘリシティが生じる」、 「差動回転領域でクロスヘリシティが存在すると磁場が増大する」、 「増大した磁場によりさらなるクロスヘリシティが生じる」という過程の繰り返しにより磁場は十分な大きさまで増大する。

5. 定常状態におけるトロイダル磁場

まず、ケプラー回転領域でのトロイダル磁場の大きさを評価する。ケプラー回転領域では  $K, W$  の生成と散逸が釣りあっているとするとする：

$$P_K \equiv \varepsilon, \quad P_W \equiv \varepsilon_w \dots\dots\dots (31)$$

詳細は略すが、これを用いてケプラー回転領域での磁場の大きさを評価することができて、その結果、

$$B_\theta \equiv C_w \frac{C_{vM}}{C_{vK}} \frac{\gamma}{\beta} U_\theta = 1.54 \frac{\gamma}{\beta} U_\theta \dots\dots\dots (32)$$

となる。ここで、物理的考察から

$$C_w > 1 > \frac{C_{vM}}{C_{vK}} \dots\dots\dots (33)$$

となることに注意する。

次に、剛体回転領域での磁場の振る舞いを考える。定常状態においては  $E_M = 0$  となり、(23) より

$$J_z \equiv \frac{\gamma}{\beta} \Omega_z \dots\dots\dots (34)$$

となる。これを積分して

研究速報

$$rB_{\theta} \cong r_0 \left\{ B_{\theta}(r_0) - \frac{\gamma}{\beta} U_{\theta}(r_0) \right\} \\ = r_0 O(B_{\theta}(r_0)) \dots\dots\dots (35)$$

を得る (rは中心からの距離, r<sub>0</sub>は図2参照). つまり剛体回転領域での磁場は

$$B_{\theta} = O\left(\frac{1}{r}\right) \dots\dots\dots (36)$$

のように振る舞うことになり, 中心領域できわめて大きくなりうる.

6. 数値シミュレーション

本モデルの数値シミュレーション結果を示す. 図3はトロイダル磁場の時間発展, 図4はトロイダル磁場と重力ポテンシャルの空間分布である. 図4において, 横軸の0.1から1までは剛体回転領域で, 1から10まではケプラー回転領域である.

初期条件として, 星間磁場から期待できる程度の磁場を与える:

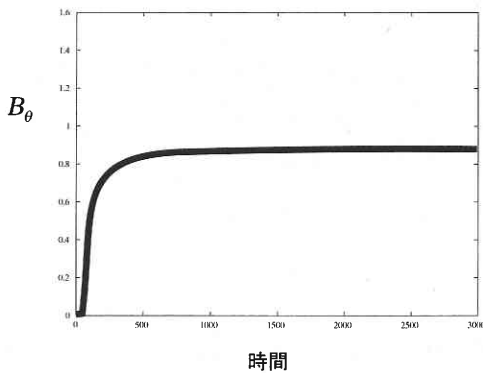


図3 降着円盤のトロイダル磁場の時間発展

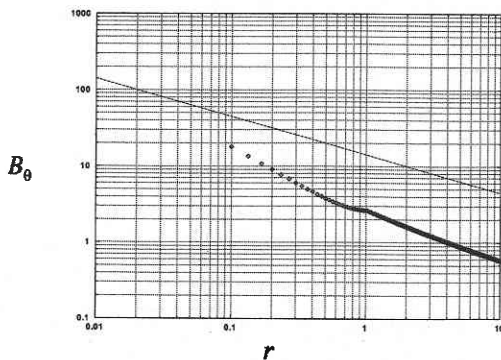


図4 降着円盤のトロイダル磁場の空間分布 (点線は重力ポテンシャルを表す)

$$\frac{B_{\theta}}{U_{\theta}} \approx 10^{-10}, \quad W = 0 \dots\dots\dots (37)$$

図3が示すように, クロスヘリシティのダイナモ効果により磁場, クロスヘリシティが増加し, 定常状態では

$$\frac{B_{\theta}}{U_{\theta}} \approx \frac{W}{K} \approx 20\% \dots\dots\dots (38)$$

となる. また, 図4から特に NGC 4258 の活動銀河中心核のジェットの速度  $U_j$  を, 観測されている速度構造<sup>7)</sup>

$$r_0 = 2700AU, \quad U_{\theta}(r_0) = 1000km / s \dots\dots\dots (39)$$

とシミュレーション結果から見積もると (図4では横軸の1が  $r = r_0$  に対応し, 縦軸の10が 1000 km/s に対応する),

$$U_j \approx B_{\theta}(r_j) \approx 10000 km / s \dots\dots\dots (40)$$

が得られる. これは Plante らの評価<sup>10)</sup> と一致する.

7. ま と め

クロスヘリシティダイナモモデルを用いて, 降着円盤のトロイダル磁場を調べた. その結果, 星間磁場程度の小さな磁場からでも速度場の数割程度の大きさの磁場が生成されることがわかった. さらに, 中心近傍でのトロイダル磁場の挙動は  $O(r^{-1})$  であることもわかった. この磁場により中心近傍においては重力エネルギーを超える磁気エネルギーが生じることになる. この磁場はジェットのエネルギー源として期待される. それから評価されるジェットの速度は観測と矛盾しない.

(1997年10月9日受理)

参 考 文 献

- 1) R. D. Blandford, 1989, F. Meyer et al.(eds.) Theory of Accretion Disks, 37 (Kluwer Academic Publishers).
- 2) A. Yoshizawa, 1984, Phys. Fluids 27, 1377.
- 3) A. Yoshizawa, 1990, Phys. Fluids B2, 1589.
- 4) F. Hamba, 1992, Phys. Fluids A4, 441.
- 5) S. V. W. Beckwith, 1994, W. J. Duschl et al. (eds.) Theory of Accretion Disks-2, 1 (Kluwer Academic Publishers).
- 6) T. Murayama, Y. Taniguchi, 1997, Publ. Astron. Soc. Jpn. 49, L13.
- 7) M. Miyoshi et al., 1995, Nature 373, 127.
- 8) A. Yoshizawa, 1996, J. Phys. Soc. Jpn. 65, 124.
- 9) N. Yokoi, 1996, J. Phys. Soc. Jpn. 65, 2353.
- 10) R. L. Plante et al., 1991, Astrophys. J. 381, 110.
- 11) A. Yoshizawa and N. Yokoi, 1993, Astrophys. J. 407, 540.