

特 集 7
研 究 速 報

浮力を考慮した修正 k-ε モデルによる サーマルプルームの CFD 解析

CFD Analysis of Thermal Plume by Means of Modified k-ε Models

大 平 昇*・加 藤 信 介*・村 上 周 三**

Noboru OHIRA, Shinsuke KATO and Shuzo MURAKAMI

1. 序

大きな浮力の働く不安定流れの典型例であるサーマルプルームを、浮力による乱流フラックスの増幅・減衰を考慮した修正 k-ε モデル^{文1)}で解析し、標準 k-ε、WET モデル等による結果及び実験^{文2)}との比較により検討する。

浮力流れは一般に乱れの非等方性が強く、精密な解析を行うためにはこの効果を組み込んだ高次の乱流モデルを導入することが基本となる^{文3,4)}。筆者らは、標準 k-ε モデルによるサーマルプルームの解析結果は実験より非拡散的になること^{文6)}、また、既報^{文1)}で k-ε モデルに対し、浮力による乱れの非等方性効果を考慮する修正 k-ε モデル (以後 MKCO モデル、村上、加藤、近本、大平) の開発・検証例を報告している。このモデルは鉛直方向の乱流応力、乱流熱フラックスの浮力による増幅、減衰効果を、乱流エネルギーの浮力生産項と散逸率の比などを用いて簡易に表したもので、相応の精度を確保して浮力流れを再現できると考えられる^{文1)}。本報では、サーマルプルームを MKCO モデル、標準 k-ε、安倍・長野・近藤の k-ε モデル^{文7)} (以後 ANK モデル) と WET モデルで計算し、実験結果との比較検討結果を報告する。

2. 基礎式および解析概要

解析対象を Fig. 1 に示す。流れの対称性を考慮し、対象の 1/4 領域を 3 次元的に計算した。吹出口は一辺 1.772 m の正方形とし^{注2)}、吹出し風速は 1 m/s、吹出し温度は周囲温度よりも 30°C 高い。Fig. 1 中の M_0 、 F_0 、 L_M はそれぞれ流入運動量 (m^4/s^2)、流入浮力パラメータ (m^4/s^3)、Morton の長さスケール (m) であり^{注3)}、 $z/L_M > 5$ の領域で自己保存の成立するプルームの流れ性状になる^{文2,5)}。MKCO

モデル、WET モデルの主な基礎式を Table 1 に、計算ケースを Table 2 に示す。

3. 解析結果

3.1 平均風速分布

Fig. 2 に $z/D = 25$ 断面での、無次元速度分布 $WF_0^{-1/3}Z^{1/3}$ の計算値および Shabbir らの実験値^{文2)}を示す。実験結果は複数の鉛直距離断面の測定値である。図中、中心軸からの水平距離を r としている。

Fig. 2 において、Case 1 の標準 k-ε による風速分布はプルーム中心部の $r/z = 0 \sim 0.07$ で実験よりも高めに計算さ

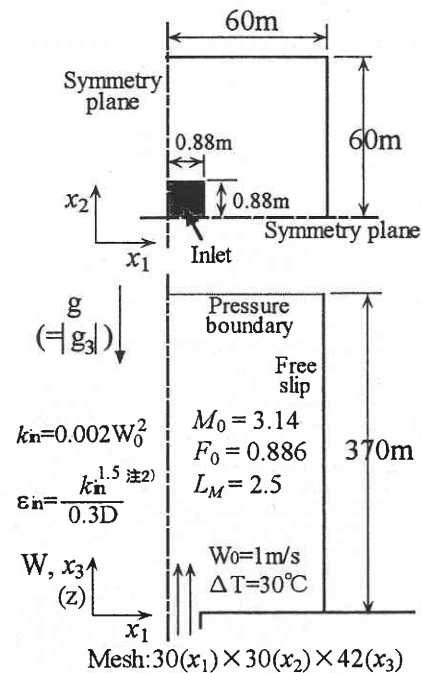


Fig. 1 Boundary conditions

*東京大学生産技術研究所 第5部

**東京大学生産技術研究所 附属計測技術開発センター

研究 速 報
 れ、非拡散的になっている。r/z > 0.07 の領域では、実験結果とほぼ一致した結果が得られている。

Case 2 (ANK) と Case 3 (MKCO) の結果を比較すると、 f_{BV} , $f_{B\theta}$ による乱流拡散の促進効果が見られるはずであるが、両者の結果はほぼ一致しており、促進効果の影響は顕著に見られなかった。また、両者の結果は Case 1 よりも更に非拡散的になっている。これは Table 2 に示す逸散率 ϵ 方程式 (乱れの長さスケールに影響) の数値定数の違いに大きな原因があると思われる。一方乱流フラックスに関し、より高次のモデルである Case 4 の WET モデルは Case 1 ~ 3 に比べ大幅に改善され、実験とよい対応を示している。

3.2 浮力分布

Fig. 3 に z/D = 25 断面での無次元浮力分布 $g (\Delta\rho/\rho_\infty)$

Table 1 Fundamental equations (MKCO & WET)

$$\frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(v + \frac{v_i}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k + G_k - \epsilon \quad (1)$$

$$\frac{D\epsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(v + \frac{v_i}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + \frac{\epsilon}{k} (C_{\epsilon 1} P_k + C_{\epsilon 2} G_k - C_{\epsilon 3} \epsilon) \quad (2)$$

$$\frac{D\bar{\theta}^2}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\alpha + \frac{\alpha_i}{\sigma_\theta} \right) \frac{\partial \bar{\theta}^2}{\partial x_j} \right] - 2\bar{u}_i \bar{\theta} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_j} - 2\epsilon_\theta \quad (3) \quad \epsilon_\theta = \frac{\epsilon}{k} \bar{\theta}^2 \quad (4)$$

MKCO model

$$-\bar{u}_i \bar{u}_j = v_i \left(f_{BV} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (5) \quad -\bar{u}_i \bar{u}_3 = v_i \left(f_{BV} \frac{\partial U_i}{\partial x_3} + \frac{\partial U_3}{\partial x_i} \right) \quad (6)$$

$$f_{BV} = C_{BV1} - C_{BV2} \frac{P_k}{\epsilon} + C_{BV3} \frac{G_k}{\epsilon} \quad (7)$$

$$-\bar{u}_3 \bar{\theta} = \alpha_i f_{B\theta} \left(\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_i} \right) \quad (8) \quad f_{B\theta} = C_{B\theta 1} - C_{B\theta 2} \frac{P_k}{\epsilon} + (C_{B\theta 3} + 2.5 C_v) \frac{G_k}{\epsilon} \quad (9)$$

$$0.1 \leq f_{BV} \leq 5.0, \quad 0.1 \leq f_{B\theta} \leq 5.0^{(note4)}$$

Other stresses and heat fluxes are estimated by EVM and EDM.

$$P_k = -\bar{u}_i \bar{u}_j \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) \quad (10) \quad G_k = -\bar{u}_i \bar{\theta} g_i \beta \quad (11)$$

$$C_v = \frac{\bar{\theta}^2}{\bar{\theta}_i^2} = \frac{(\bar{\theta}^2 - \bar{\theta}_i^2)}{\bar{\theta}_i^2} \quad (12) \quad \bar{\theta}_i^2 = -\bar{u}_i \bar{\theta} \left(\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_i} \right) \quad (13)$$

$$C_{BV1}: 1.36, C_{BV2}: 0.36, C_{BV3}: 0.72, C_{B\theta 1}: 1.37, C_{B\theta 2}: 0.37, C_{B\theta 3}: 3.23$$

WET model

$$-\bar{u}_i \bar{u}_j = C' \frac{k}{\epsilon} \left(\frac{-\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} + \frac{2}{3} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \delta_{ij} \right) + C' \frac{k}{\epsilon} \left(g_i \beta u_i \bar{\theta} + g_j \beta u_j \bar{\theta} - \frac{2}{3} g_i \beta u_i \bar{\theta} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (14)$$

$$-\bar{u}_i \bar{\theta} = \frac{k}{\epsilon} \left(C_{\theta 1} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_i} + C_{\theta 2} \bar{u}_i \bar{\theta} \frac{\partial U_i}{\partial x_i} + C_{\theta 3} g_i \beta \bar{\theta}^2 \right) \quad (15)$$

$$C': 0.22, C_{\theta 1}: 0.25, C_{\theta 2}: 0.25, C_{\theta 3}: 0.25$$

- 備考 1) $f_{BV}, f_{B\theta}$ が浮力による乱流拡散の促進・減衰を考慮する関数⁴⁾。
 2) 空気の密度変化は、ブシネス近似を適用。
 3) k - ϵ 輸送方程式の移流項の差分は 1 次風上。
 4) (4) 式は速度と温度の乱れの時間スケール比 $R=0.5$ を仮定して導出。
 5) (14), (15) 式右辺の応力、熱流束成分は EVM, EDM 近似を代入。

Table 2 Simulated cases

Case No.	$f_{BV}, f_{B\theta}$	σ_k	σ_ϵ	$C_{\epsilon 1}$	$C_{\epsilon 2}$	$C_{\epsilon 3}$	Remarks
Case1	No	1.0	1.3	1.44	1.92	1.44	Standard k - ϵ
Case2	No	1.4	1.4	1.5	1.9	1.5	ANK ^(note1)
Case3	Yes	1.4	1.4	1.5	1.9	1.5	MKCO ^(note1)
Case4	No	1.4	1.4	1.5	1.9	1.5	WET

$F_0^{-2/3} z^{5/3}$ の計算値及び Shabbir らの実験値^{文2)}を示す^{注5)}。無次元浮力分布も、Fig. 2 とほぼ同様で、Case 1 の結果は $r/z = 0 \sim 0.07$ で実験よりも高めに算出されているが、それ以外では実験とほぼ一致している。Case 2, 3 についても速度分布と同様の性状で、実験結果、Case 1 よりも非拡散的になっている。Case 4 の WET モデルの結果は実験と非常によく一致している。

3.3 MKCO モデルの考察

Fig. 4 に同じく $z/D = 25$ 断面での f_{BV} , $f_{B\theta}$ の分布を示す。参考のため無次元速度分布の実験値、計算値 (Case 3) もあわせて示す。 f_{BV} は中心部で 1.4 程度のピークをとり、

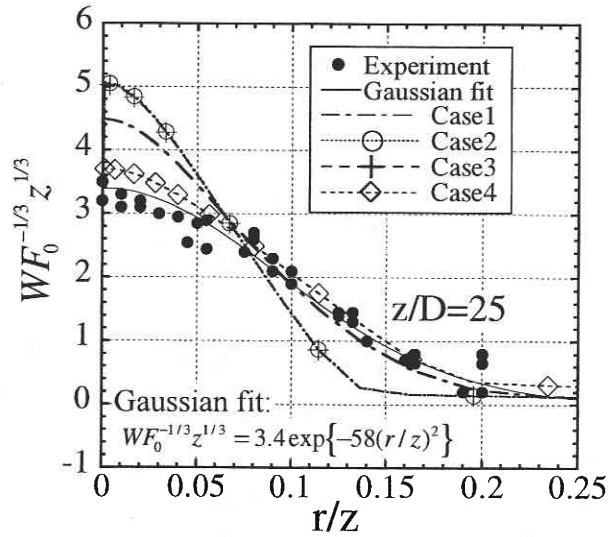


Fig. 2 Mean vertical velocity profile (z/D = 25)

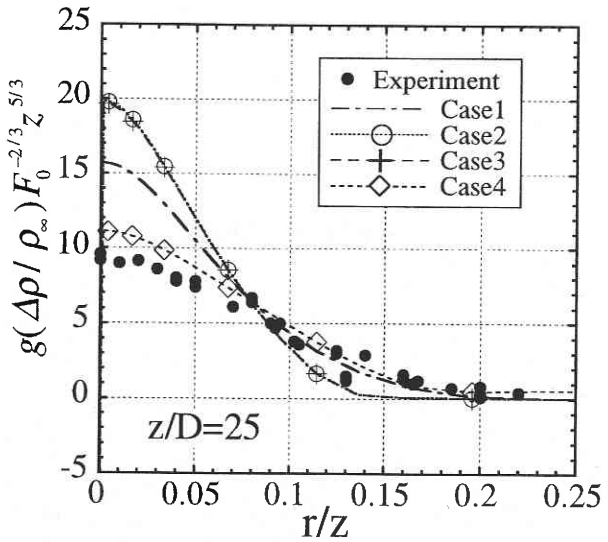


Fig. 3 Mean buoyancy profile (z/D = 25)

$r/z < 0.13$ の領域で中心部より離れるに従い単調に減少し、 $r/z = 0.13$ で $f_{BV} = 0.8$ 前後の最小値をとる。その後ゆるやかな増加に転じて、 $r/z > 0.2$ ではほぼ $f_{BV} = 1.0$ となる。

$f_{B\theta}$ は、 $r/z < 0.08$ で $f_{B\theta}$ の最大値 (打ち切り値) である 5.0 となり、この領域で乱流拡散が促進されることに意味している。しかし、それより離れた領域では最低値 (打ち切り値) の 0.1 となり、乱流フラックスが逆に減衰されている^{注6)}。 f_{BV} 、 $f_{B\theta}$ は重力 (浮力) の効果による鉛直方向のフラックスの増幅、減衰を主に表しており、水平方向のフラックスの増減に直接影響するわけではないが、乱れのエネルギーの生産を介して間接的に水平方向の輸送にも影響を及ぼす。しかし、今回の結果は、 f_{BV} 、 $f_{B\theta}$ の導入だけでは、浮力による水平方向のフラックス輸送の増幅効果を充分表現できないことを示している。

浮力効果を考慮した MKCO モデルは、2次元非等温室内気流の解析でよい結果を得ていたが、水平方向の乱流拡散が顕著で鉛直方向の速度、温度勾配が小さいサーマルプルームの乱流性状を十分再現できない。これは、フラックスの勾配拡散近似が結果として無視している他の方向の勾配項によるフラックス生産が無視できないことを意味している。

一方、MKCO モデル導出の出発点とした WET モデルでは、これらの項が評価されるため、実験結果をよく再現する。MKCO モデルは乱流熱フラックスの浮力による促進・減衰効果を鉛直方向に限定し、乱れの浮力生産項と剪断応力生産項の大きさのみにより表現している。そのため、各方向のフラックスが相互の生産、圧力再配分を介して影響しあう過程が無視され、この効果が相対的に重要となるサーマルプルームでは勾配拡散モデルの修正が不充分と

なる。サーマルプルーム等には、各方向の速度、温度勾配によるフラックス生産と圧力再配分を考慮したモデル (例えば ASM や WET 等の渦粘性表現モデル) が必要になると思われる。なお、Launder らは、このような流れでは非等方性効果を考慮して乱れの長さスケールを修正 (ϵ 方程式の消散項の定数を修正) することの必要性を論じている^{文8,9)}。しかし、ANK モデルのフラックス項を WET モデルで表現した Case4 は実験結果をよく再現しており、その必要性はあまり大きくないと思われる。

4. 結 論

- ①浮力プルーム流れに関し、浮力効果を考慮したモデル関数を導入した MKCO モデルの計算結果は、標準 k- ϵ モデルの結果と比較して改善されず、非拡散的な性状を示す。
- ②ANK モデルは標準 k- ϵ モデルとは ϵ 方程式の数値定数が異なるだけであるが、標準 k- ϵ より非拡散的となる。
- ③MKCO も ANK モデルとほぼ同じ性状を示す。これは、現状の MKCO が鉛直方向のノルマルストレス、乱流熱フラックスのみの直接的な修正に留まっているためと考えられる。
- ④しかし、MKCO モデリングの基礎とした WET モデルの解析結果は実験結果と大変良く対応する。
- ⑤サーマルプルームのように水平方向のフラックスが流れ性状を大きく支配する場合には、WET モデルを簡便にした MKCO モデルでは不充分であり、ASM、WET モデル等のモデルが有効となる。

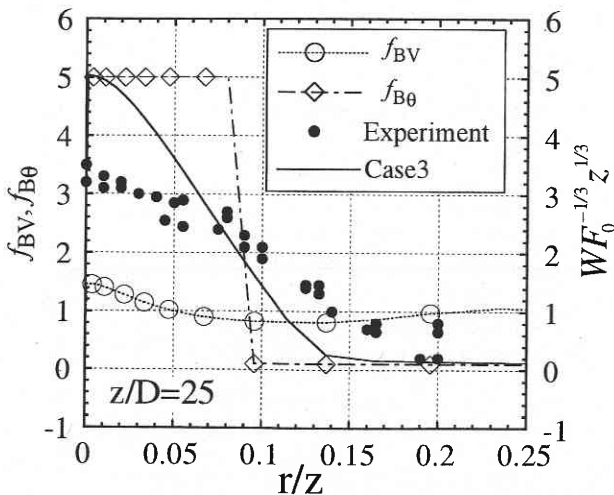


Fig. 4 f_{BV} , $f_{B\theta}$ profiles ($z/D = 25$)

注 1) ここでの ANK は温度場 2 方程式モデルではなく、ヒートフラックスは渦粘性とプラントル数で与えられるものを指す。また、MKCO、ANK モデルは低 Re 数型であるが、今回の計算はその効果は考慮していない。従って、今回の MKCO モデルは ANK モデルに f_{BV} 、 $f_{B\theta}$ を導入したモデル、ということになる。

注 2) この吹出し口面積は直径 $D = 2$ m の円孔と同じ面積^{文6)}。

注 3) それぞれの定義式を以下に示す。

$$M_0 = \int_y \int_x W^2 dx dy \dots\dots\dots (16)$$

$$F_0 = \int_y \int_x Wg (\Delta\rho / \rho_\infty) dx dy \dots\dots\dots (17)$$

研 究 速 報

$$L_M = M_0^{3/4} / F_0^{1/2} \dots\dots\dots (18)$$

ただし, ρ_∞ : 周囲空気の密度

注 4) MKCO モデルの $f_{B\theta}$ は WET モデルをベースにして導出されている^{文1)}. 以下に導出の過程を簡単に示す.

$\overline{u_3\theta}$ を (15) 式にしたがって表記し, 浮力による影響が大きいと考えられる項のみ考慮し, 次式のように簡略化する.

$$-\overline{u_3\theta} \cong \frac{k}{\varepsilon} \left(C_{\theta 1} \overline{u_3^2} \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x_3} + C_{\theta 3} g_3 \beta \overline{\theta^2} \right) \dots\dots\dots (19)$$

(19) 式右辺第一項については, 同じく WET モデル表記した $\overline{u_3^2}$ から, 浮力の影響の大きい項のみを残して下記の式を代入する.

$$-\overline{u_3^2} \cong \frac{2C'_k}{3} \frac{k}{\varepsilon} P_k + \frac{4C'_k}{3} \frac{k}{\varepsilon} g_3 \beta \overline{u_3\theta} - \frac{2}{3} k \dots\dots\dots (20)$$

$\overline{u_3\theta}$ を鉛直方向の温度勾配で表記するために, $f_{B\theta}$ を導入する.

$$\frac{\nu_t f_{B\theta}}{\sigma_\theta} \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x_3} = \frac{k}{\varepsilon} \left\{ C_{\theta 1} \left(-\frac{2C'_k}{3\varepsilon} P_k - \frac{4C'_k}{3\varepsilon} g_3 \beta \overline{u_3\theta} + \frac{2k}{3} \right) \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x_3} + C_{\theta 3} g_3 \beta \overline{\theta^2} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

ただし, 温度変動の分散は, (3) 式より求める.

以上より, $f_{B\theta}$ が以下のように導出できる.

$$f_{B\theta} = C_{B\theta 1} - C_{B\theta 2} \frac{P_k}{\varepsilon} + \left(C_{B\theta 3} + 2.5C_v \right) \frac{G_k}{\varepsilon} \dots\dots\dots (22)$$

1.0 < $f_{B\theta}$ の時に浮力による促進効果があることを意味している.

注 5) 浮力分布は密度差分布, 温度差分布に対応する. 熱量保存則によりプリューム断面方向の積分値は各高さで等しくなる.

注 6) $r/z > 0.09$ の領域で $f_{B\theta} = 0.1$ となる理由は, C_v の評価の不適切さによっている. ①この領域で, 値は小さいが温度勾配が正 (すなわち $G_k < 0$) となっている.

② (13) 式から, $\overline{\theta_e^2}$ は鉛直方向温度勾配の 2 乗で評価しているため, $\overline{\theta_e^2}$ は非常に小さくなる. ③その結

果, (12) 式より C_v を算出すると C_v は非常に大きくなる. ④そのため (9) 式右辺第 3 項は, G_k の負の値と C_v を乗ずることにより非常に大きな負の値となり, 結果的に $f_{B\theta}$ が最低保証値の 0.1 となる. このように, $\overline{\theta_e^2}$ が非常に小さい場合は C_v の評価が不適切となるため, $f_{B\theta}$ は最大値の 5.0 か最低保証値の 0.1 のどちらかの値となる. $\overline{\theta_e^2}$ が小さい場合には C_v の値を零とするなどの措置が必要となる.

(1997 年 11 月 7 日受理)

参 考 文 献

- 1) 大平, 村上, 加藤, 日本建築学会大会梗概集, pp. 519-520, 1996.
- 2) Shabbir, A. and George, W.K., J. Fluid Mech. 275, pp. 1-32, 1994.
- 3) 加藤, 村上, 近藤, 日本建築学会計画系論文報告集, 443, pp. 15-20, 1993.
- 4) Murakami, S., Kato, S. and Ooka, R., Proc. of ASHRAE annual meeting, 1994.
- 5) Rodi, W., Vertical turbulent buoyant jets, Proc. Intl Symp. on Buoyant Flows, 1986.
- 6) 加藤, 大平, 村上, 日本建築学会大会梗概集, pp. 517-518., 1996.
- 7) 安倍, 長野, 近藤, 機論 (B), pp. 3003-3010, 1992.
- 8) Launder, B. E. and Tselepidakis, D. P., Proc. of 8 th Symp. on Turbulent Shear Flows, 1991.
- 9) Launder, B. E., J. of Heat Transfer, Vol. 110, pp. 1112-1128, 1988.

記 号

- \overline{U}_i : i 方向平均風速
- u_i : i 方向風速変動
- $\overline{\theta}$: 平均温度
- θ : 温度変動
- ν_t : 渦動粘性係数
- ν : 分子粘性
- α_t : 熱の渦拡散係数
- α_h : 乱流拡散のモデル定数 (= 1.6)
- β : 体膨張率
- $\overline{\theta_e^2}$: $\overline{\theta^2}$ 方程式で局所平衡仮定時の $\overline{\theta^2}$
- $\overline{\theta_e^2}$: $\overline{\theta^2}$ 方程式を解いて求めた $\overline{\theta^2}$ と $\overline{\theta_e^2}$ の偏差
- f_{Bv} : $\overline{u_i u_j}$ に対する減衰, 促進を表す関数
- $f_{B\theta}$: $\overline{u_i \theta}$ に対する減衰, 促進を表す関数
- $\sigma_k, \sigma_\varepsilon$: k, ε の乱流プラントル数
- g_i : i 方向重力加速度 ($g_3 = 9.8 \text{ m/s}^2$)
- g : 重力加速度の大きさ ($g = |g_3|$)