

ダイナミック SGS モデルを用いたチャンネル乱流の有限要素 LES

Numerical Simulation of a Turbulent Channel Flow Using the Finite Element LES with the Dynamic SGS Model

大島 まり*・小林 敏雄**・谷口 伸行*

Marie OSHIMA, Toshio KOBAYASHI and Nobuyuki TANIGUCHI

工学的な流れ問題として複雑な形状内の乱流場を計算する際に、有限要素法に代表される非構造格子を用いた LES は有効な解析手法と考えられる。本報では LES の SGS モデルとして、複雑乱流場への拡張性が高いと考えられるダイナミック SGS モデルを適用する。ダイナミック SGS モデルは異なるフィルタ幅を課して空間的に唯一のモデル定数である C_s を求めるため、フィルタ操作は複雑で煩雑になりやすい。そこで、有限要素法の特徴を生かしたダイナミック SGS モデルのフィルタ操作を提案した。チャンネル乱流の解析を行い、解析結果を有限差分法と直接解析の結果と比較・検討したところ、本手法の有効性が確認された。

1. はじめに

工学上実用的な流れ問題を解くためには、乱流の複雑な物理現象を数値解析的に把握できることと、複雑な形状内を流れる流体の挙動を精度良く計算できることが重要な課題である。

まず、前者の問題に対しては、乱流を精度良く予測できる乱流モデルの適用が必要となる。最近の乱流解析においては、ラーゼ・エディ・シミュレーション (Large Eddy Simulation: LES) が複雑な流れ場に対する有効な数値解析手法として着目されている。LES では、空間フィルタを流れ場にかけることにより、計算格子より大きなスケール (Grid Scale: GS) 成分の渦とそれより小さなスケール成分 (Sub-Grid Scale: SGS) の渦に分解し、GS 成分に関しては直接解析を行い、計算格子で解像できない SGS スケールに関してはモデル化することにより解析を行う¹⁾。

これまででは、SGS モデルとして Smagorinsky による渦粘性型モデルが主に用いられてきた。しかし、Smagorinsky モデルにおいては、モデル定数が流れ場に依りて変化することなく一定であり、また、壁近傍の漸近挙動を捕らえることができないため、壁減衰関数を渦粘性係数に適用する必要がある。したがって、Smagorinsky モデルを複雑な流れ場にそのまま拡張するのは実用的に問題がある。そこで、これらの欠点を改善する手法として Germano ら²⁾ によ

て提案されたダイナミック SGS モデルを本報では適用する。ダイナミック SGS モデルは、格子で定義されるフィルタ (格子フィルタ) とそれより大きなフィルタ (テストフィルタ) を仮定し、両フィルタで捕らえられる乱流挙動の相似性を利用することにより、モデル定数を空間的にかつ時間的に求める手法である。したがって、複雑乱流場への拡張性も高いと思われる。

一方、複雑形状内の流れ解析に関しては、従来使われている有限差分法などの構造格子と比較して、有限要素法に代表される非構造格子が有利と考えられる。特に、LES の計算精度は格子依存性が強く、例えば、壁乱流などの場合には壁近傍のストリーク構造を捕らえるためにも壁近傍には細かい格子を配置する必要がある。その際に、有限差分法などの構造格子を用いた場合には、壁近傍だけでなく領域全体を細かく分割しなければならない。一方、それに対して非構造格子の場合には格子の形状および配置を自由に変えることができるため、複雑な形状を流れる工学的な流れ問題に適しているといえる^{3,4)}。

しかし、ダイナミック SGS モデルを非構造格子に適用する際には、構造格子の場合と違い隣接格子が規則正しく配置していないため、フィルタ操作が煩雑になる。そこで、本報において、有限要素法の特徴を生かした適切なダイナミック SGS モデルのためのフィルタ操作の開発を行った。そして、チャンネル乱流を解析対象として、有限要素法の解析結果を有限差分法⁵⁾ および直接解析 (Direct Numerical Simulation: DNS)⁶⁾ の結果と比較し、フィルタ操作につい

*東京大学生産技術研究所 第2部

**東京大学国際・産学共同研究センター

て検証した。

2. LES 乱流モデルの基礎

フィルタ操作を施した非圧縮性の連続の式と Navier-Stokes 式として以下の式が得られる。

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial (u_i \bar{u}_j + \tau_{ij})}{\partial x_j} = \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} + f_i \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 u_i は速度、 P は圧力、 f_i は i 方向の外力を示す。また、 $\text{Re} (= UL/\nu)$: U は代表速度、 L は代表長さ、 ν は動粘性係数はレイノルズ数である。格子で捕らえることのできない乱れの流れ場に与える影響は SGS 応力項 τ_{ij} として以下のようにモデル化する。

$$\tau_{ij}^* = \tau_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \tau_{kk} = -2\nu_{SGS} S_{ij} \dots\dots\dots (3)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \dots\dots\dots (4)$$

ν_{SGS} は SGS 渦粘性係数で、次式で評価する。

$$\nu_{SGS} = (C_s \Delta)^2 |S| \quad |S| = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}} \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 ν は SGS の長さスケールで以下で定義できる。

$$\Delta = (\Delta_1 \Delta_2 \Delta_3)^{1/3} \dots\dots\dots (6)$$

また、モデル定数 C_s は Germano によって提案されたダイナミック SGS モデルにより、LES の解自体から動的 (dynamic) に計算される²⁾。このとき、壁近傍の漸近挙動も壁減数関数を適用することなく、ダイナミック SGS モデルにより計算される。

ダイナミック SGS モデルの具体的な定式化においては、まず基礎方程式に対してサイズの異なる 2 種類の空間フィルタ、格子幅に相当する空間フィルタ $\bar{\Delta}$ (GS: 格子フィルタ) とより粗い格子に相当する空間フィルタ $\tilde{\Delta}$ (TS: テストフィルタ) を仮定する。したがって、それぞれの SGS 応力は τ_{ij} 、 T_{ij} は次の式で記述される。

$$\tau_{ij}^* = (\bar{u}_i \bar{u}_j - \bar{u}_i \bar{u}_j) - \frac{1}{3} \delta_{ij} \tau_{kk} = -2(C_s \bar{\Delta})^2 |S| S_{ij} \dots\dots\dots (7)$$

$$T_{ij}^* = (\tilde{u}_i \tilde{u}_j - \tilde{u}_i \tilde{u}_j) - \frac{1}{3} \delta_{ij} T_{kk} = -2(C_s \tilde{\Delta})^2 |\tilde{S}| \tilde{S}_{ij} \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 \tilde{u} は \bar{u} に再度テストフィルタをほどこして得られた値である。一方、 τ_{ij} 、 T_{ij} の関係は τ_{ij} にテストフィルタ

をかけることにより、次のように表せる。

$$L_{ij} = T_{ij} - \tau_{ij} = \bar{u}_i \tilde{u}_j - \tilde{u}_i \bar{u}_j \dots\dots\dots (9)$$

(9) 式の右辺は GS 成分より計算できる値である。一方、(9) 式の左辺は (7) と (8) 式より SGS 渦粘性を用いて

$$T_{ij} - \tau_{ij} = -2(C_s \tilde{\Delta})^2 |S| S_{ij} + 2(C_s \bar{\Delta})^2 |\bar{S}| \bar{S}_{ij} + \frac{1}{3} \delta_{ij} (T_{kk} - \tau_{kk}) \dots\dots\dots (10)$$

と表現することができる。Lilly の提案にしたがい、最小二乗法を用いてモデル定数 C_s は以下のように求めることができる⁷⁾。

$$\bar{C} \bar{\Delta}^2 = -\frac{1}{2} \frac{L_{ij}^* M_{ij}}{M_{ij} M_{ij}}, \quad \bar{C} = \bar{C}_s^2 \dots\dots\dots (11)$$

ここで、

$$L_{ij}^* = L_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} L_{kk} \dots\dots\dots (12)$$

$$M_{ij} = \alpha^2 |\tilde{S}_{ij}| |\bar{S}_{ij}| - |\bar{S}_{ij}| |\tilde{S}_{ij}| \dots\dots\dots (13)$$

$$\alpha = \frac{\tilde{C}_s \tilde{\Delta}}{C_s \bar{\Delta}} \dots\dots\dots (14)$$

以上により算出されたモデル定数 C は局所的に $C < 0$ となくなることがあるため、本報では一様方向に平均操作を行っている。

3. 有限要素法による LES の定式化

基礎方程式 (1) と (2) 式について、両辺に重み関数を乗して重み付き残差法により弱形式化すると、以下の式が得られる。

$$\int_{\Omega} q \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} d\Omega = 0 \dots\dots\dots (15)$$

$$\int_{\Omega} w_i \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} d\Omega = - \int_{\Omega} \frac{\partial w_i}{\partial x_j} F_{ij} d\Omega + \int_{\Gamma_h} w_i (-\bar{u}_j \bar{u}_i n_j + h_i) d\Gamma_h + \int_{\Omega} w_i f_i d\Omega$$

$$F_{ij} = -\bar{u}_j \bar{u}_i - \delta_{ij} P + \left(\frac{1}{\text{Re}} + \nu_{SGS} \right) \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$$

$$P = \bar{p} + \frac{1}{3} \overline{u'_k u'_k} \dots\dots\dots (16)$$

ここで、(16) 式の右辺第 1 項に部分積分を適用しており、 q と w_i はそれぞれ圧力 P と速度 u_i に対する重み関数である。

次にガラーキョ有限要素法により離散化を行う。このと

き、非圧縮性に基づく不安定性を取り除くために圧力の内挿関数に速度より1次低いオーダーの内挿関数を用いる(例えば、速度1次・圧力0次)混合型補間を採用する⁸⁾。

$$\int_{\Omega} \frac{\partial N_D}{\partial x_i} \bar{u}_{iD} d\Omega = 0 \dots\dots\dots (17)$$

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} N_A N_B \frac{\partial \bar{u}_{iB}}{\partial t} d\Omega &= \int_{\Omega} \frac{\partial N_A}{\partial x_j} (N_C \bar{u}_{jC} N_B \bar{u}_{iB}) d\Omega + \int_{\Omega} \frac{\partial N_A}{\partial x_j} \delta_{ij} P_A d\Omega \\ &- \int_{\Omega} \frac{\partial N_A}{\partial x_j} \left(v_{SGS} + \frac{1}{Re} \right) \left(\frac{\partial N_B}{\partial x_j} \bar{u}_{iB} + \frac{\partial N_B}{\partial x_i} \bar{u}_{jB} \right) d\Omega \\ &+ \int_{\Omega} N_A f_{iA} d\Omega + \int_{\Gamma_h} N_A \left[-N_C \bar{u}_{jC} N_B \bar{u}_{iB} \right] n_j d\Gamma \\ &+ \int_{\Gamma_h} N_A h_{iA} d\Gamma \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

ここで、 N_A , N_B , N_C は節点 A, B, C での速度に関する基底関数、 N_D は要素 D での圧力に関する基底関数である。

(17) と (18) 式を解く際に、対流項が卓越した流れでは対流項の近似方法によっては流速に非物理的な振動が起り計算が不安定となる⁹⁾。特に発散型の対流項を用いた計算は数値的に不安定となり、収束解が得られにくい¹⁰⁾。そこで、(18) 式の左辺第1項の対流項の数値積分を行うときに、通常の8点積分ではなく1点積分の手法を用いることにより、数値安定化を図った³⁾。

4. 空間フィルタ操作

ダイナミック SGS モデルは、前述したように2種類の空間フィルタを用いることによりモデル定数を計算する。有限要素法などの非構造格子にダイナミック SGS モデルを適用する際には、構造格子の場合と異なり、隣接格子が規則正しく配置していないため、フィルタ操作が煩雑となる。したがって、ここでは有限要素法の利点を生かしたフィルタ操作について論じる。

スペクトル空間での計算ではシャープ・カットオフ・フィルタが正確に定義でき、高波数変動を取り除く波数上のローパスフィルタとして最も効果的である。スペクトル法では、フーリエ級数展開を用いるためシャープ・カットオフ・フィルタの適用は容易である。しかし、有限要素空間でこれを用いるには高次の内挿関数を用いた高精度の解析が必要となり、工学的な応用解析には適切ではない。したがって、従来の有限要素空間で評価できる空間フィルタとしては体積フィルタかガウシアン・フィルタを仮定する。TS 成分を求める計算式はフィルタ幅 $\tilde{\Delta}$ によるテイラー級数展開で評価すると、いずれも、

$$\tilde{u} = \tilde{G}(\bar{u}) = \bar{u} + \frac{\tilde{\Delta}^2}{24} \nabla^2 \bar{u} + O(\Delta^4) \dots\dots\dots (19)$$

と近似される⁵⁾。LES における空間フィルタを2次精度で

評価する限り体積フィルタとガウシアン・フィルタとは区別されない。(19) 式をダイナミックモデルに適用する際の TS 成分の有効フィルタ幅については、以下の関係が成り立つ。

$$\tilde{\Delta}^2 = \tilde{\Delta}^2 + \tilde{\Delta}^2 \dots\dots\dots (20)$$

ここで、(19) 式は拡散方程式と同じ形式であることから、Naveri-Stokes 方程式中の粘性項と同様に部分積分を用いて以下のように弱形式化する。

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} N_A N_B \tilde{u}_{iB} d\Omega &= \int_{\Omega} N_A N_B \bar{u}_{iB} d\Omega - \int \frac{\gamma^2 h^2}{24} \frac{\partial N_A}{\partial x_j} \frac{\partial N_B}{\partial x_j} \bar{u}_{iB} d\Omega \\ &+ \int_{\Gamma} N_A \frac{\partial N_B}{\partial x_j} \bar{u}_{iB} d\Gamma \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

$$\gamma = \tilde{\Delta} / h \dots\dots\dots (22)$$

ここで、 γ は TS フィルタ $\tilde{\Delta}$ と格子幅 h の比である。したがって、テストフィルタされた値 \tilde{u}_i , \tilde{S}_{ij} , $\tilde{u}_i \tilde{u}_j$, $|\tilde{S}| \tilde{S}_j$ は (21) 式より計算される。

ここで、ダイナミックモデルで定義するパラメータは (14) 式の α と (20) 式の γ である。ここで、(14) 式において $\tilde{C}_s = \bar{C}_s$ と仮定すると、(20) 式の関係より α と γ の間に以下の関係が成り立つ。

$$\alpha^2 = \left(\frac{\tilde{\Delta}}{\Delta} \right)^2 = 1 + \left(\frac{\tilde{\Delta}}{\Delta} \right)^2 = 1 + \frac{\gamma^2}{(\tilde{\Delta}/h)^2} \dots\dots\dots (23)$$

したがって、 α と γ は h により一律に決めることができる。一般に α は $\alpha = 2$ が推奨値として用いられる²⁾。

ところで、ダイナミックモデルでは GS 成分のうちの比較的高波数の変動成分を抽出して SGS モデルに反映しているため、高波数における打ち切り誤差の影響を考慮する必要がある。特に工学的な応用を考える際にはシャープ・カットオフ・フィルタを適用できる場合は少なく、通常体積フィルタかガウシアン・フィルタを用いるため、離散化誤差を含んだ SGS モデルの評価が重要となる。したがって、実質的な SGS モデルは解析誤差 e を加えた

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \tau_{kk} = -2C \tilde{\Delta}^2 |S| \tilde{S}_{ij} + e(h) \dots\dots\dots (24)$$

として機能していると考えべきである⁵⁾。モデル項は仮定したフィルタ幅 $\tilde{\Delta}$ で定義されているのに対して、誤差項は離散化する際の計算格子幅 h に依存するため、フィルタ幅と計算格子の幅の比が異なれば実効 SGS モデルは異なり $\tilde{C}_s = \bar{C}_s$ は厳密には成立しない。しかし、解析誤差もモデル係数同様にフィルタ比に関して相似に変化するよう定式化する方法が考えられる⁵⁾。例えば、通常の等間隔格子による (19) 式を満たす簡単な差分式を考えると、

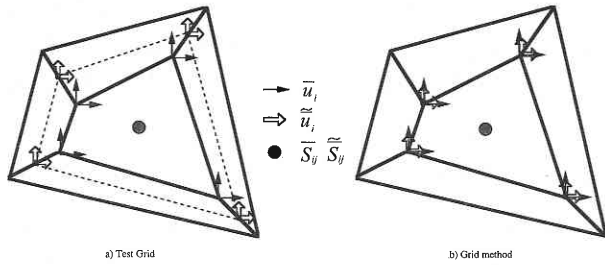


Fig. 1 テストフィルタ化された値の評価方法

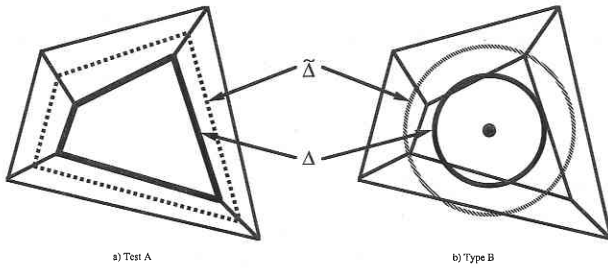


Fig. 2 ダイナミック SGS モデルにおけるフィルタ幅の定義

$$(\tilde{u}_i)_{i,j,k} = (\bar{u}_i)_{i,j,k} + \frac{\gamma^2}{24} \left((\bar{u}_i)_{i+1,j,k} - 2(\bar{u}_i)_{i,j,k} + (\bar{u}_i)_{i-1,j,k} \right) \dots (25)$$

が得られる。

この式に対して、解析誤差がフィルタ比に相似に変化するような定式化を行う場合には、TS フィルタで評価される値は Fig. 1 a) に示されるように隣接節点において、以下の式を用いて近似的に評価する (Test Space)⁵⁾。

$$(\tilde{u}_i)_{i,j,k} = (\bar{u}_i)_{i,j,k} + \frac{6}{24} \left((\bar{u}_i)_{i-1,j,k} - 2(\bar{u}_i)_{i,j,k} + (\bar{u}_i)_{i+1,j,k} \right) + \frac{\gamma^2 - 6}{96} \left((\bar{u}_i)_{i-2,j,k} - 2(\bar{u}_i)_{i,j,k} + (\bar{u}_i)_{i+2,j,k} \right) \dots (26)$$

ただし、この場合には隣接節点の情報が必要となり、構造格子のように隣接格子が規則正しく配列している場合には簡潔であるが、非構造格子の場合には操作が非常に煩雑となる。したがって、有限要素法を用いる場合には、前者の α と γ を独立のパラメータとして最適化する手法が適切と考えられる。また、この手法は Fig. 1 b) に示されるように TS フィルタで評価される値を節点で計算することができるため、新たなデータ配列を必要としない (Grid Space)。

次に、計算格子 h ($=\Delta$) に対して GS フィルタ $\bar{\Delta}$ と TS フィルタ $\bar{\Delta}$ の定義について検討する。一つの方法としては Fig. 2 a) に示すように $\bar{\Delta}$ を座標方向ごとに $\bar{\Delta} = \gamma h_i$ と定義し、 γ は方向によらず定数となるように各方向にフィルタ操作を行う方法である (Type A)。一方、もう一つの方法としては $h = (V_{el})^{1/3}$ (V_{el} : 要素の体積) とし、Fig. 2 b) に示すようにフィルタ操作を行う方法である (Type B)。

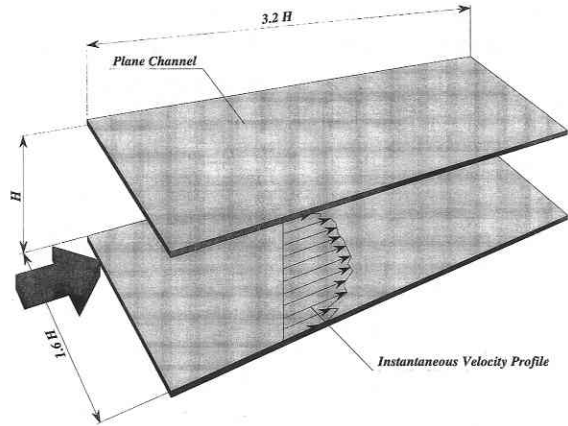


Fig. 3 解析モデル

Table 1 有限要素法および有限差分法に対する解析条件の比較

| Discretization scheme | FEM (lin:vel, p-w:pres) | FDM (2nd Central) |
|--------------------------|--|-------------------|
| Dimension of the channel | 3.2 H x 1.0 H x 1.6 H | |
| Total number of elements | 32 x 40 x 32 | 32 x 64 x 32 |
| Boundary conditions | Periodic (x_1, x_3 directions) Non-Slip (x_2 direction) | |
| Coupling algorithm | MAC method | SMAC method |
| Poisson solver | CG Method | ICCG Method |
| Time advancement method | 2nd-order Adams-Bashforth method | |
| Reynolds number | $Re_{\tau} = u_{\tau} (H/2) / \nu = 180$ | |
| Time step size | $\Delta t = 0.0005$ | |

有限要素法による非構造格子を用いる場合には、要素が直方体とはならず、また隣接要素の幾何形状の情報が必要となるため、TypeBの方が簡潔で適切と思われる。

5 解析結果

5.1 解析モデルと解析条件

解析は Fig. 3 に示す 3.2 H x 1.0 H x 1.6 H のチャンネル乱流について $Re_{\tau} (u_{\tau} (H/2) / \nu) = 180$ のもとで解析を行った。有限要素法 (FEM) と有限差分法 (FDM) の離散化手法の違いによる速度統計量の比較を行い、各々の解析条件は Table 1 にまとめている。流れ方向とスパン方向には周期条件をかし、等間隔に分割している。一方、壁に垂直方向は固定境界条件であり、非等間隔に分割している。

本報の LES 解析では、速度 1 次と圧力は要素一定の補間関数による六面体要素を用いた有限要素解析を行った。圧力と連続の式のカップリング・アルゴリズムは MAC 法に準じている。ここで、対流項に 1 点積分を適用することにより計算の安定化を図った。また、圧力のポアソン式は、左辺のラプラシアンを全体化せずに Element-by-Element 法

Table 2 フィルタ操作の検証計算における解析条件

| Case | Discretization | Filtering Space | Filtering Type | α | γ |
|------|----------------|-----------------|----------------|----------|------------|
| 1 | FDM | Test | A | 2 | $\sqrt{3}$ |
| 2 | FDM | Test | B | 2 | $\sqrt{3}$ |
| 3 | FDM | Test | A | 2 | $\sqrt{6}$ |
| 4 | FDM | Test | B | 2 | $\sqrt{6}$ |
| 5 | FDM | Grid | B | 2 | $\sqrt{3}$ |
| 6 | FDM | Grid | B | 2 | $\sqrt{6}$ |
| 7 | FEM | Grid | B | 2 | $\sqrt{6}$ |

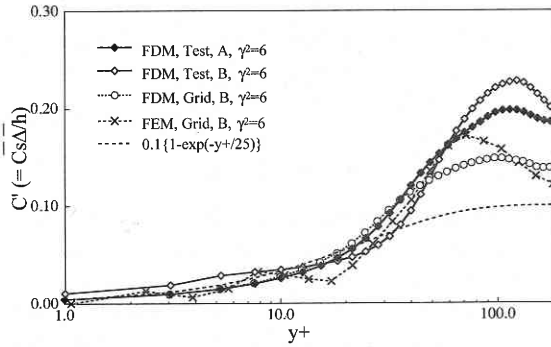


Fig. 4 モデル定数 C' 分布の比較

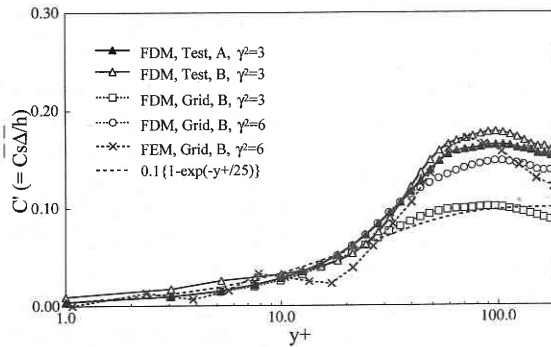


Fig. 5 モデル定数 C' 分布の比較

を適用した共役勾配 (Conjugate Gradient: CG) 法により解析を行った¹¹⁾。時間進行法は2次精度 Adams-Bashforth 法を用いた。

5.2 速度統計量の比較

4章で提案されたフィルタ計算を適用する場合、係数 α とテストフィルタ幅と計算格子幅との比 γ は一律に定めることができないので最適化が必要である。ただし、Tsubokuraら¹²⁾による Smagorinsky 定数の最適化では差分法と差が認められなかったことから、少なくとも差分法と同じ構造的な格子を用いた場合にはダイナミックモデルも差分と同様に算定しようと考えられる。Table 2 にフィルタ検証のために行った解析条件についてまとめている。

まず、Fig.4 と Fig. 5 に FDM と FEM の計算におけるモデル定数 $C' = \bar{C}_s \Delta / h$ の計算値に関する比較を示した。全てのフィルタ操作に対して $y^+ < 10$ ではモデル定数 C' が

Van Dreist の減衰関数の分布とほぼ一致している。一般に壁面近傍の粘性低層内では分子粘性によるエネルギー散逸が支配的であるが、SGS モデル定数の壁面近傍の漸近性を適切に予測することはダイナミックモデルの実用上必要不可欠である。Fig. 4 と Fig. 5 の結果に見られるように $y^+ < 10$ では全てのフィルタ操作に対するモデル定数 C' の依存性が小さいということは、壁近傍の挙動は空間フィルタ幅とは独立に格子幅に直接依存していることを示しているといえる。 $y^+ > 10$ では Fig.4 に示されるように Test Space あるいは Grid Space とテストフィルタ化された値を評価する格子空間が同じである場合には、フィルタ定義が Type A あるいは Type B にかかわらず同じ γ のもとでは C' 分布はほぼ同じような分布を示すことがわかる。同様に、テストフィルタ化された値を評価する格子空間が同じであり、 γ が同じである場合には、FDM あるいは FEM の離散化手法の違いは C' 分布に影響を与えないことが Fig. 4 からわかる。しかし、Fig. 5 に見られるようにテストフィルタ化された値を評価する格子空間が Test Space で $\gamma^2 = 3$ のときの C' 分布が Grid Space で $\gamma^2 = 6$ のときとほぼ一致する。一方、Grid Space で $\gamma^2 = 3$ のときは C' 分布が Van Dreist の減衰関数の分布とほぼ一致し、低い値で予測されている。このことから、Grid Space での実質的な γ は小さく見積もるべきと考えられる。

ところで、速度分布 (Fig. 6) や乱れ強度分布 (Figs. 7-9) には差分法で従来指摘されていたものと異なる傾向が指摘

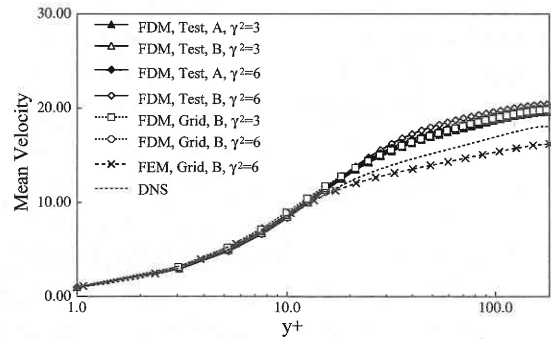


Fig. 6 平均流速分布の比較

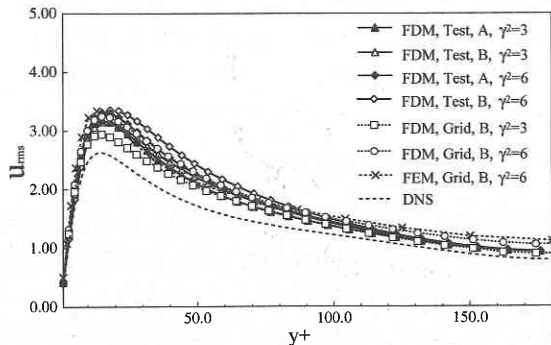


Fig. 7 流れ方向の乱れ強度の比較

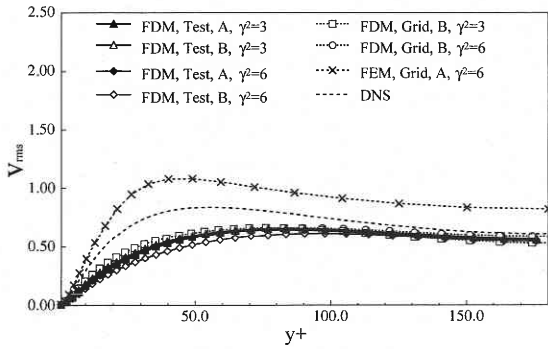


Fig. 8 壁に垂直方向の乱れ強度の比較

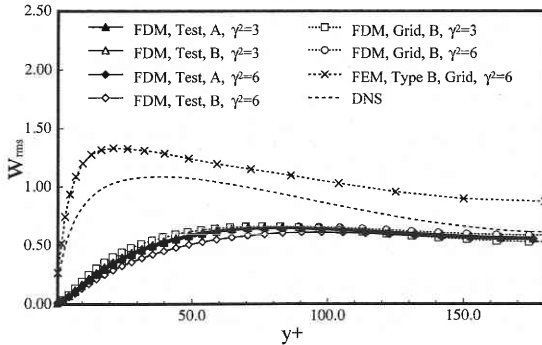


Fig. 9 スパン方向の乱れ強度の比較

される。本計算のように粗い格子を用いた場合に差分法では壁垂直方向やスパン方向の乱れ強度が過小評価され主流速度が中央で高く予測する傾向があるのに対して、有限要素法を用いた本計算ではむしろ逆の傾向を示している。また、壁に垂直方向 (Fig.8) あるいはスパン方向の乱れ強度 (Fig.9) は差分法が DNS と比較して過小評価されているのに対して、要素法の結果は過大評価されている。一方、粗い格子を用いているのにも関わらず流れ方向の乱れ強度分布 (Fig. 7) が差分法の細かい格子分割の場合とほぼ同じ傾向を示していることに注目したい。速度分布あるいは乱れ強度に見られる差は、Tsubokura らの Smagorinski モデルを用いた計算¹²⁾にも観られる点で、空間フィルタやダイナミックモデルの定式化によるものでないと思われる。主な要因は壁方向の格子分割が FDM が 64 に対して、FEM が 40 と格子解像度が十分でないと考えられる。また、対流項などの離散化スキームの数値誤差の影響も考えられるので、今後は格子依存性および圧力歪み相関項などの詳細なメカニズムの検討を行う必要がある。

6. 今後の研究の方向

乱流解析では一般に有限差分法が主流であり、有限要素法は記憶容量あるいは計算時間などの計算負荷が高いため有限要素法による LES はほとんど行われていなかった。しかし、コンピュータ技術の向上そして数値解析技術の発達により、非構造格子による LES は可能となってきた

る。また、複雑形状内の乱流解析は工学上必要不可欠であり、非構造格子を用いた LES の需要は益々高まると思われる。今後は LES に有限要素法を適用していく際には、非構造格子を用いる場合の計算精度とモデル精度の格子依存性の評価が重要な課題と思われる。また、一般に LES においては Petrov-Galerkin 法などの低次精度の風上化手法を用いるのは得策ではないので、数値不安定性の評価と安定化手法の開発も必要と考えられる。

謝 辞

本研究は文部省科学研究費 (08650188) の助成のもとで行われた。ここに記して感謝いたします。

(1997年11月10日受理)

参 考 文 献

- 1) 数値流体力学編集委員会編, 数値流体力学シリーズ3. 乱流解析, 第4章 乱流モデル (III) Large Eddy Simulation, 東京大学出版会 (1995).
- 2) Germano, M., Piomelli, U., Moin, P. and William H. Cabot, "A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model", Phys. Fluids A3 (7), pp. 1760-1765 (1991).
- 3) 大島まり, 小林敏雄, 谷口伸行「ラージ・エディ・シミュレーションの有限要素解析における運動量保存性の評価」, 機論B編, Vol. 63, pp. 1955-1960 (1997).
- 4) Jansen, K. E., "Large-eddy simulation of flow around a NACA 4412 airfoil using unstructured grids", Annual Research Briefs, NASA Ames/Stanford University Center for Turbulence Research, pp. 225-232 (1996).
- 5) 谷口伸行, 大島まり, 坪倉誠, 「差分法および要素法 LES におけるダイナミック SGS モデルの評価」, 生産研究, Vol. 49, pp. 11-18 (1997).
- 6) Kim, J., Moin, P. and Moser R., "Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number", J. Fluid Mech., Vol. 177, pp. 133-166 (1987).
- 7) Lilly, D. K., "A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method", Phys. Fluids A4 (3), pp. 633-635 (1992).
- 8) 登坂宜好, 「有限要素法における風上化スキーム」, 応用数理, Vol. 7, pp. 120-138 (1997).
- 9) Gresho, P. M., "Don't suppress the wiggles-they're telling you something", Computers and Fluids, Vol. 9, pp. 223-225 (1981).
- 10) Oshima, M., Hughes, T. J. R. and Jansen, K., "Consistent Finite Element Calculation of Boundary and Internal Fluxes", in printing in International Journal for Numerical Methods in Fluids.
- 11) Oshima, M., Kobayashi, T. and Taniguchi, N., "Numerical investigation of three-dimensional melt convection in magnetic Czochralski method", Journal of Crystal Growth, Vol.137, pp. 48-53 (1994).
- 12) Tsubokura, M., Kobayashi, T., Taniguchi, N. and Oshima, M., "Large eddy simulation of turbulent channel flow using an unstructured mesh", proceedings of ASME / JSME Joint Conference in Fluid Engineering, pp. 81-87 (1995).