特 集 8
研 究 速 報

簡略な単軸構成式を用いた梁要素による免震鋼棒ダンパーの大変形弾塑性解析

Large Deformation Elastic-Plastic Analyses of Steel Damper by Using the Beam Element with a Simple Uniaxial Constitutive Law

宮 村 倫 司*・都 井 　裕**・土 師 利 昭***

Tomoshi MIYAMURA, Yutaka TOI and Toshiaki HAZE

1. は じ め に

鋼材は繰り返し載荷されると，バイリニア型とはかなり異なる挙動を示すことが知られている．中村等は非定常履歴実験の結果から，単軸構成式を精密にモデル化し，層分割型の梁要素に組み込んでいる[1]．しかし，このモデルでは，かなり複雑な場合分けが必要であり，また，応力評価点において，多くの情報を記憶する必要がある．

本論文では，骨格曲線をバイリニア型，履歴曲線をRamberg-Osgood型とした簡略な単軸構成式を提案し，これを連続体退化型梁要素[2, 3]に組み込む．この要素により，免震鋼棒ダンパーの大変形繰り返し弾塑性解析を行う．なお，著者等はこのダンパーの解析をASI法により行ってきたが[4]，ここでは歪硬化が大きい場合を扱うため，ASI法は用いない．

2. 応力ー歪曲線のモデル化

2.1 骨格曲線

最初の降伏において降伏棚が現れるような鋼材を考える．処女載荷時の応力－歪曲線（骨格曲線）は，次のようなバイリニアー型のモデルで近似する（図１のOAB）．

$$\sigma = \begin{cases} E\varepsilon & (\sigma < \sigma_Y) \\ \dfrac{EH'}{E+H'}\varepsilon & (\sigma \geq \sigma_Y) \end{cases} \quad \cdots\cdots (1)$$

ここに，Eはヤング率，H'は歪硬化係数，εは軸歪，σは軸応力，σ_Yは降伏応力である．H'は予想される歪の大きさによって適当に調節する必要がある．なお，断面積が変化しない梁要素に組み込む単軸構成式を考えているので，歪と応力は工学歪と公称応力とする．

2.2 履歴曲線

文献1)の非定常履歴実験の結果によれば，引張および圧縮の降伏を経験した後には，もはや降伏棚は現れない．そこで，履歴曲線に対しては，指数関数を用いたRamberg-Osgood型の関数を用いる．元々この関数は骨格曲線を表すために提案されたが[5]，Jennings[6]は履歴曲線にも適用できるように拡張した．ただし，Jenningsはこれを構成式にではなく，構造全体の挙動を表す履歴モデルに用いた．中村等もこの関数を用いており，バウシンガー効果による歪軟化を適切に表現し得ることを示している．そこで，履歴曲線に対しては次式を用いる．

$$\varepsilon = \frac{\sigma - \sigma_I}{E} + 2K_I\left(\frac{\sigma - \sigma_I}{2E}\right)^n + \varepsilon_I \quad \cdots\cdots (2)$$

ここに，nは正の奇数とする．$(\sigma, \varepsilon) = (\sigma_I, \varepsilon_I)$において弾性の勾配となる．$\sigma_I$，$\varepsilon_I$，$K_I$は以下のように増分ステップごとに更新される．なお，式（2）は応力について解けないので，ニュートン法により数値的に解く[6]．

式（2）が$(\bar{\sigma}, \bar{\varepsilon})$を通れば，$K_I$は次式となる．

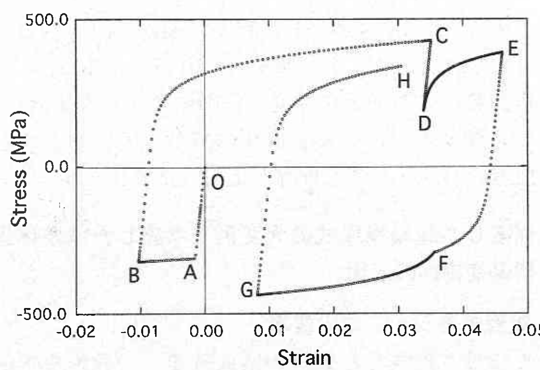

図１　提案する単軸構成式による応力ー歪曲線

*東京大学大学院工学系研究科
**東京大学生産技術研究所　第２部
***巴コーポレーション

$$K_I = \left(\bar{\varepsilon} - \varepsilon_I - \frac{\bar{\sigma} - \sigma_I}{2E}\right) \Big/ 2\left(\frac{\bar{\sigma} - \sigma_I}{2E}\right)^n \cdots\cdots\cdots(3)$$

$(\sigma_I, \varepsilon_I)$ および $(\bar{\sigma}, \bar{\varepsilon})$ は次の規則により増分ステップごとに更新する．ただし，${}^t\Delta\varepsilon$ を時刻 t から $t+\Delta t$ への歪増分，$({}^t\sigma, {}^t\varepsilon)$ を時刻 t における既知の応力と歪とする．σ_{max} と ε_{max} は履歴曲線を特性を決めるパラメータであり，適当な正の数を与える．また，${}^t\Delta\varepsilon$ の符号が前ステップと同じならば，σ_I，ε_I，K_I の更新の必要はない．

(i) ${}^t\Delta\varepsilon > 0$ の時
$\sigma_I = {}^t\sigma$，$\varepsilon_I = {}^t\varepsilon$，$\bar{\sigma} = \sigma_{max}$，$\bar{\varepsilon} = \varepsilon_{max}$
(ii) ${}^t\Delta\varepsilon < 0$ の時
$\sigma_I = {}^t\sigma$，$\varepsilon_I = {}^t\varepsilon$，$\bar{\sigma} = -\sigma_{max}$，$\bar{\varepsilon} = -\varepsilon_{max}$

以上の条件によると，歪増分の符号が変わった直後に，もう一度符号が変わると，不自然な履歴曲線となる．そこで，このような場合には次式で表される曲線を用いる．

$$\varepsilon = \frac{\sigma - \hat{\sigma}}{E} + 2\hat{K}\left(\frac{\sigma - \hat{\sigma}}{2E}\right)^n + \varepsilon_I \cdots\cdots\cdots(4)$$

ε_I は各増分ステップにおいて $({}^t\sigma, {}^t\varepsilon)$ を通るように決める．また，$\hat{\sigma}$ は式（4）の特性を決めるパラメータのひとつあり，適当に与えた $\hat{\sigma}_0$ (≥ 0) と以下に示す条件（iii），（iv）により求められる．また，$\hat{K}$ は例えば $\varepsilon_I = 0$ の時に $(\sigma_{max}, \varepsilon_{max})$ を通るように予め求めておく．

(iii) ${}^t\Delta\varepsilon > 0$ の時
${}^t\sigma > 0$ ならば $\hat{\sigma} = -\hat{\sigma}_0$ として式（4）を用いる．
${}^t\sigma \leq 0$ ならば条件（i）と同じ．
(iv) ${}^t\Delta\varepsilon < 0$ の時
${}^t\sigma < 0$ ならば $\hat{\sigma} = \hat{\sigma}_0$ として式（4）を用いる．
${}^t\sigma \geq 0$ ならば条件（ii）と同じ．

図1の点B，Gに条件（i），点Eに条件（ii），点Dに条件（iii），点Fに条件（iv）がそれぞれあてはまる．

反復計算中に歪増分が何度か反転するような場合には，そのつど履歴曲線を定義し直すのではなく，ひとつ前の履歴曲線のパラメータを保存しておきそれに戻す．

3. 提案した単軸構成式の大変形を考慮した連続体退化型梁要素への適用

3.1 線形チモシェンコ梁要素

ここでは，提案した鋼材の構成式を，一般的な連続体退化型チモシェンコ梁要素[2, 3]に適用する方法を示す．形状関数は線形として，一点積分とする．断面の向きを示すディレクターを有限回転テンソルにより更新する[2]．

本要素は原則として文献2）に従っている．ただし，変形が大きくなっても積分点において断面積が減少しないように，各増分ステップにおいて，ディレクターの向きを要素軸に対して直交するように修正している[3]．また，updated Lagrange法を採用している．提案した構成式は，断面内の積分点の軸応力に対して適用する．せん断については弾性とする．

有限変形を扱う場合には，式（1），（2）の歪は変形速度テンソル（速度勾配の対称成分）の軸方向成分（D_{11} で表す）を積分したものとみなす[7]．すなわち，

$$\varepsilon = \int D_{11} dt \approx \sum D_{11} \Delta t \cdots\cdots\cdots(5)$$

となる．また，式（1），（2）の応力 σ は相対第二Piola-Kirchhoff応力テンソルの軸方向成分とする．ただし，軸方向とは変形後の軸方向である．

本要素では変形による断面積の変化を考慮していないため，式（1），（2）で表される σ と ε の関係は，単軸試験における公称応力と工学歪の関係にフィットさせる．これにより引張に伴う断面積の減少も自動的に考慮される．

3.1 接線剛性

式（1），（2）を用いれば，与えられた ε に対する σ は厳密解となり，接線剛性を求める際に，応力積分にconsistentな速度型構成式を用いる必要がある．しかし，一次元の場合には，これは古典弾塑性理論における速度型構成式に一致することが，容易に確認できる．すなわち，${}^tH'$ を時刻における歪硬化係数とすれば，

$${}^t\Delta\sigma = \frac{E\,{}^tH'}{E + {}^tH'}\,{}^t\Delta\varepsilon \cdots\cdots\cdots(6)$$

となる．ここに，${}^t\Delta\sigma$ は相対第二Piola-Kirchhoff応力テンソルの速度（Truesdell応力速度）に基づく増分，${}^t\Delta\varepsilon$ は，変形速度テンソルに基づく増分であり，それぞれ変形後の軸方向成分である．各増分は時刻 t を起点としている．

最後に，式（2）に対する ${}^tH'$ を求めておく．軸方向の全塑性歪を ε_p とすれば，

$$\varepsilon_p = \varepsilon - \frac{\sigma}{E} = 2K_I\left(\frac{\sigma - \sigma_I}{2E}\right)^n - \frac{\sigma_I}{E} + \varepsilon_I \cdots\cdots\cdots(7)$$

となる．従って，次式となる．

$$ {}^tH' = \frac{d\sigma}{d\varepsilon_p} = \frac{1}{\frac{d\varepsilon_p}{d\sigma}} = \frac{1}{\frac{K_I n}{E}\left(\frac{\sigma-\sigma_I}{2E}\right)^{n-1}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (8) $$

4. 免震鋼棒ダンパーの解析への応用

4.1 免震鋼棒ダンパー

提案した構成式を用いて，前報[4]にも示した免震鋼棒ダンパーの弾塑性大変形解析を行う．このダンパーは大型免震構造のためのダンパーとして多田等により開発された[8]．地震の揺れを吸収するために，大きな変位を繰り返し受けることが要求される．図2に図面を示す．

図4に要素分割図を示す．全体を42要素に分割する．境界付近では，図2に示すように断面形状が変わり，中立軸の位置もずれるため，これを考慮してモデル化する．

4.2 材料定数の決定

使用される鋼材に対しては，引張試験のデータが得られている．単軸の繰り返し試験は行っていないため，文献1)を参考にして式（1），（2），（4）のパラメータを表1のように決めた．図3にこれらの定数を用いて，一要素により正負の単軸載荷を行った場合の応力－歪曲線を，引張試験の結果と重ねて示す．参考のために，引張試験の結果にマイナス付けて，圧縮側にも描いておく．

4.3 境界部の滑りの簡単なモデル化

ダンパーの境界部は完全固定ではなく，滑りにより多少は回転する．ここでは，境界の滑りを一番端の要素の塑性変形により近似的にモデル化する．この要素についてはバイリニアー型の構成式を用いる．これに対するパラメータは，荷重変位曲線が実験に合うように決めた．なお，端部には大きなボルトがあるため，上下方向に変形しないように，梁せいを大きめにしておく．

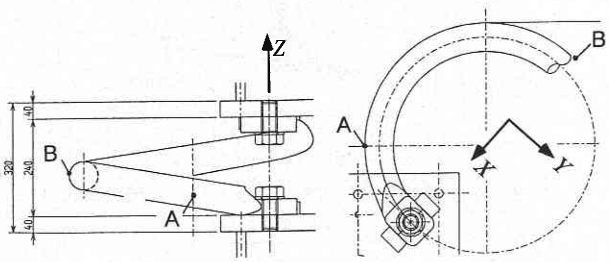

図2　免震鋼棒ダンパー

表1　材料定数

ヤング率		206 GPa
骨格曲線	降伏応力 σ_Y	310 MPa
	歪硬化係数	1.47 GPa
履歴曲線	式(2), (4)の n	13
	条件(i), (ii)の($\sigma_{\max}$, $\varepsilon_{\max}$)	(633 MPa, 1.0)
	条件(iii), (iv)の $\hat{\sigma}_0$	1.5 σ_Y
バイリニア	歪硬化係数	0.5 GPa
	降伏応力 σ_Y	410 MPa

4.4 解析結果

図5，6にそれぞれX，Y方向に正負正の強制変位を与えた場合の変形を示す．図7，8に荷重変位曲線を実験結果とともに示す．バイリニア型の構成式による結果も重ねて示す．

図9は四個のダンパーを組にしたものの，漸増載荷に対する荷重変位曲線である．実験結果を重ねて示す．解析では，各ダンパーを別々に解析し，後で合計した．

図10はX方向の漸増載荷における応力歪関係の解析結果であり，図2に示す二点におけるものである．

5. 結　　論

鋼材の簡略な単軸構成式を提案し，これを大変形を考慮した連続体退化型梁要素へ適用した．次に，この梁要素により繰り返し載荷される免震鋼棒ダンパーの解析を行った．非常に大きな変形を繰り返し受けるにもかかわらず，解析結果と実験結果は定量的にも十分に一致した．本構成式のパラメータの決め方，適用範囲，滑りの取り扱いの詳細等については，別の機会に発表する．

（1997年8月10日受理）

参 考 文 献

1）中村恒善他：非定常履歴単軸構成法則とその部材解析への適用　その1，その2，日本建築学会論文報告集，第300号（1981），11-17，第301号（1981），9-15.
2）Dvorkin, E, et al.: On a Non-linear Formulation for Curved Timoshenko Beam Elements Considering Large Displacement/Rotation Increments, Int. J. for Num. Meth. in Engin., Vol. 26 (1988) 1597-1613.
3）宮村倫司，都井裕：ASI法を用いた退化型チモシェンコ梁要素の大変位大回転弾塑性問題への適用，日本機会学会論文集，印刷中.
4）宮村倫司，都井裕，土師利昭：ASI法を用いた退化型チモシェンコ梁要素による免震鋼棒ダンパーの弾塑性解析，生産研究，第49巻，第2号（1997），5-8.
5）Ramberg, W. and Osgood, W. R.: Description of Stress-Strain Curves by Three Parameters, NACA, TN, No. 902 (1943).
6）Jennings, P. C.: Periodic Response of a General Yielding Structure, Proc. of ASCE, Vol. 90, No. EM 2 (1964), 131-166.
7）例えば，久田俊明，野口裕久：非線形有限要素法の基礎と応用，丸善，（1995）の6.3.2節等.
8）多田英之他：大容量免震ダンパーの基本性状に関する研究，日本建築学会学術講演梗概集（1990），673-674.

研　究　速　報

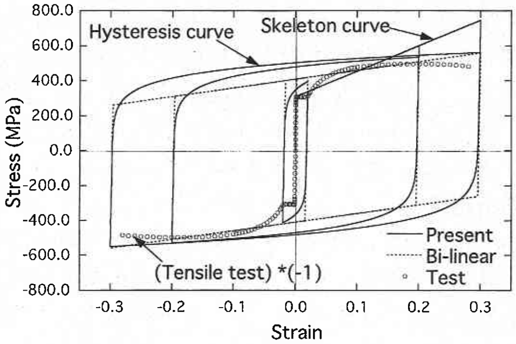

図3　表1の材料定数による応力歪関係

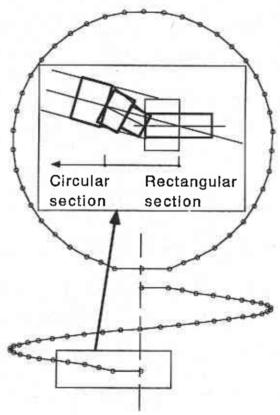

図4　要素分割図

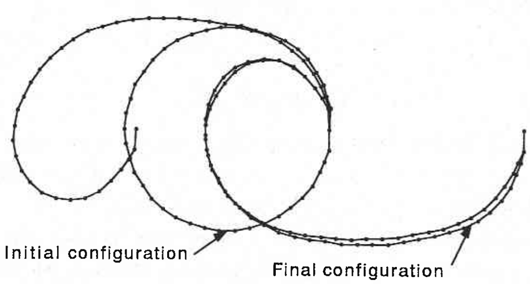

図5　変形図（X方向）

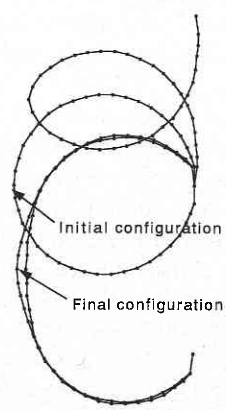

図6　変形図（Y方向）

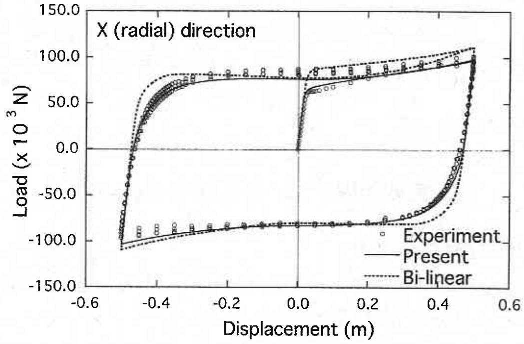

図7　荷重変位関係（X方向，1サイクル）

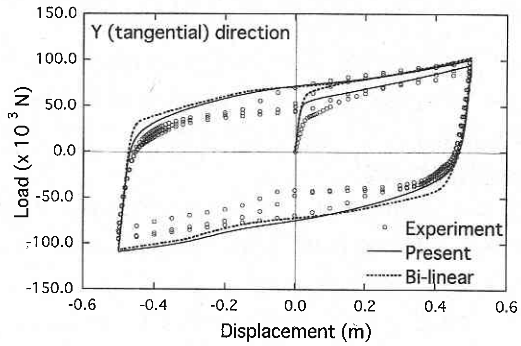

図8　荷重変位関係（Y方向，1サイクル）

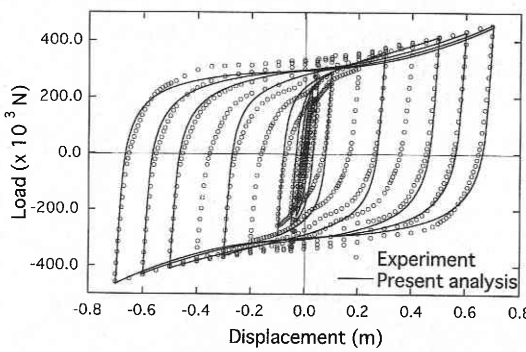

図9　荷重変位関係（4個の組み合せ，漸増載荷）

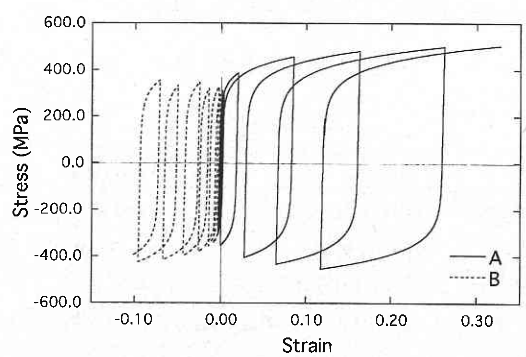

図10　漸増載荷における応力歪関係．位置は図2参照