

特 集 9
研 究 速 報

圧電シェルの分割分布アクチュエータによる振動制御

Vibration Control of Piezoelectric Shells by Distributed Actuators

桜 井 宏*・半 谷 裕 彦**
Hiroshi SAKURAI and Yasuhiko HANGAI

1. は じ め に

軌道上の大型柔軟宇宙構造物の分野においては、不安定振動や疲労防止のための能動的な振動制御を目的として、センサとアクチュエータをコントローラとともに配置した“Smart Structure”に関する研究が活発化してきている^{1, 2, 3)}。

弾性シェルのセンサやアクチュエータとして圧電材料を用いた例として、弾性シェルの上面と下面に、分布圧電センサ層と分布圧電アクチュエータ層を貼り付けた、図1のような圧電シェルを挙げる事ができる⁴⁾。本稿は「圧電シェル要素」を用いた有限要素法による、圧電シェルのセンシングと振動制御に関する報告であり、本有限要素法による解の妥当性を示すとともに、逆対称振動モードにおけるセンシングのメカニズムを説明する。また、一定ゲイン速度フィードバック則を用いた振動シミュレーションを行い、全面アクチュエータの面積に比べて、小さな総面積の分割分布アクチュエータを用いても、良好な振動制御の効果が得られることを示す。

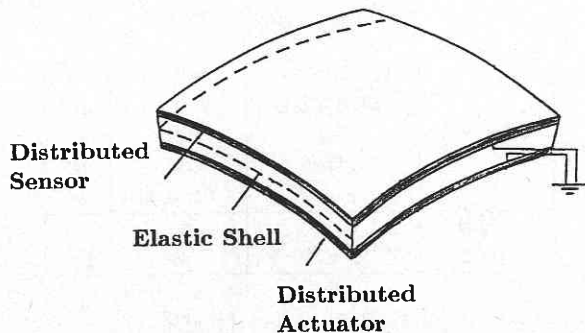


図1 全面分布センサとアクチュエータを有する圧電シェル

2. 「圧電シェル要素」、センサ方程式と運動方程式

本研究で用いる「圧電シェル要素」はアイソパラメトリック退化シェル要素を拡張した要素であり、分割分布センサやアクチュエータが配置される節点では、センサ層とアクチュエータ層の電位が追加自由度として導入されている。定式化の詳細は文献 [6] を参照することとする。

以下、下添字 s, a はそれぞれセンサ、アクチュエータに関する量を表す。弾性シェルの変位とセンサ層、アクチュエータ層の電位の連成が剛性項にのみ現れる運動方程式は次式となる。

$$\begin{bmatrix} M_{uu} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{U} \\ \ddot{\Phi}_s / h_s \\ \ddot{\Phi}_a / h_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{uu} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U} \\ \dot{\Phi}_s / h_s \\ \dot{\Phi}_a / h_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{uu} & K_{u\phi_s} & K_{u\phi_a} \\ K_{\phi_s u} & K_{\phi_s \phi_s} & 0 \\ K_{\phi_a u} & 0 & K_{\phi_a \phi_a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ \Phi_s / h_s \\ \Phi_a / h_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ 0 \\ h_a Q \end{bmatrix} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 $(\dot{})$ は時間微分、 U は全体系での変位ベクトル、 h_s, h_a はセンサ、アクチュエータの層厚、 Φ_s, Φ_a は節点電位ベクトルである。 K_{uu} などは剛性マトリクス、 M_{uu}, C_{uu} は質量マトリクスと減衰マトリクスであり、 F, Q は荷重とアクチュエータ層に印加される等価節点電荷である。運動方程式 (1) の第2式を Φ_s について解きセンシング信号を求めると、

$$\Phi_s = -h_s K_{\phi_s \phi_s}^{-1} K_{\phi_s u} U \dots\dots\dots (2)$$

U は応答における変位ベクトルまたは自由振動の場合には後述する振動モードであり、 Φ_s は電位のモードである。面外方向変位の最大値を単位量にとった場合の曲げひず

*元CRC総合研究所
**東京大学生産技術研究所 第5部

研究速報
 みによる面外センサ感度 S_{tr} と面内ひずみによる面内センサ感度 S_{in} は、 i 節点における曲げひずみによるセンサシグナル Φ_{str}^i と、面内ひずみによるセンサシグナル Φ_{sin}^i を、電極面積に関して面積平均することにより、次のように与えられる⁴⁾。

$$S_{tr} = \sum_{i=1}^{n_s} \Phi_{str}^i A_{sei} / \left(\max_n |U_n| \sum_{i=1}^{n_s} A_{sei} \right) \dots\dots\dots (3)$$

$$S_{in} = \sum_{i=1}^{n_s} \Phi_{sin}^i A_{sei} / \left(\max_n |U_n| \sum_{i=1}^{n_s} A_{sei} \right) \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 n_s はセンサ層の電位の自由度を有する節点数、 A_{sei} は i での電極支配面積、 $\max_n |U_n|$ は最大面外方向変位である。運動方程式 (1) の第3式を Φ_a について解くと

$$\Phi_a = h_a K_{\phi\phi a}^{-1} (h_a Q - K_{\phi u a} U) \dots\dots\dots (5)$$

Φ_s と Φ_a を式 (1) の第1式に代入して消去すると

$$M_{uu} \ddot{U} + C_{uu} \dot{U} + \hat{K}_{uu} U = F - F_e \dots\dots\dots (6)$$

ここに、

$$\hat{K}_{uu} = K_{uu} - K_{u\phi s} K_{\phi\phi s}^{-1} K_{\phi\phi s} - K_{u\phi a} K_{\phi\phi a}^{-1} K_{\phi\phi a} \dots\dots\dots (7)$$

$$F_e = h_a K_{u\phi a} K_{\phi\phi a}^{-1} Q \dots\dots\dots (8)$$

この F_e がアクチュエータに外部電荷を印加した場合に、誘起される制御力である。ここで、アクチュエータに印加する電圧を V_a 、静電容量マトリクスを C_p とすると、外部電荷 Q との間には次の関係がある。

$$Q = C_p V_a \dots\dots\dots (9)$$

$$C_p = \begin{vmatrix} C_{11} & & & \\ & C_{22} & & \\ & & \ddots & \\ & & & C_{n_a n_a} \end{vmatrix} \dots\dots\dots (10)$$

ここに、 n_a はアクチュエータの自由度を有する節点数、 C_{ii} はアクチュエータの電位の自由度を有する節点 i での、電極の支配面積に関する静電容量であり次式で与えられ

る。

$$C_{ii} = \frac{\bar{\epsilon}_{33} A_{aei}}{h_a} \dots\dots\dots (11)$$

$\bar{\epsilon}_{33}$ はアクチュエータにおける厚さ方向の誘電率、 A_{aei} は節点 i の電極支配面積である。式 (8) と式 (9) を式 (6) へ代入すると次式を得る。

$$M_{uu} \ddot{U} + C_{uu} \dot{U} + \hat{K}_{uu} U = F - h_a K_{u\phi a} K_{\phi\phi a}^{-1} C_p V_a \dots\dots\dots (12)$$

ここで、コントロールゲインを G^{vf} とし、印加電圧 V_a が節点速度 \dot{U} に負比例するものとする

$$V_a = -G^{vf} \dot{U} \dots\dots\dots (13)$$

と表される。この関係を式 (12) に代入すると

$$M_{uu} \ddot{U} + C_{uu} \dot{U} + \hat{K}_{uu} U = F - h_a K_{u\phi a} K_{\phi\phi a}^{-1} C_p [-G^{vf} \dot{U}] \dots\dots\dots (14)$$

式 (14) が振動制御シミュレーションの基礎となる運動方程式である。

3. 数値解析

3.1 4枚の分割分布センサによるセンシング

単純支持されたシェルにおける逆対称振動モードのセンシングは、全面分布センサでは無効となることが指摘されている⁴⁾。解析対象として、弾性円筒シェルの上面に4枚の分割分布センサを配置した圧電円筒シェルを採用する。解析対象の形状は表1のようである。また、弾性シェルの材料である合成樹脂と、圧電層の材料定数をそれぞれ表2と表3に示す⁷⁾。

表1 形状

弾性シェル	周方向長さ	1	m
	母線方向長さ	1	m
	半径	1	m
	全開度	60	度
	シェル厚	0.01, 0.001	m
圧電層の厚さ	センサ	40	μm
	アクチュエータ	40	μm

表2 弾性シェルの材料定数

質量	1.19×10^3	kg/m^3
ヤング係数	3.1×10^9	N/m^2
ポアソン比	0.35	

圧電シェルの自由振動モードによって誘起される，分割分布センサの面外センサ感度と面内センサ感度を解析する．図2は解析に用いたシェル厚 0.01 m の有限要素モデルであり，色の濃い部分に分割分布センサが配置されている．

図3は面内ひずみによるセンサ感度の例である．それぞれの分割分布センサは，振動モードとその配置場所の関係から，センサ感度が正值となるものと負値となるものがあるが，ここでは全て正值で示した．横軸の周方向のモード次数 m に対して，縦軸に母線方向のモード次数 $n = 2$ のセンサ感度 $[V/m]$ を，本解析結果 (femと表示) と解析解 (analyticalと表示) とについて図示したものである．両者にはほぼ良好な一致がみられる．図3から面内ひずみによるセンサ感度の大きさは，周方向モード数 m の増加とともに減少しているのがわかる．また， $m = 4$ の場合に，センサ感度が非常に小さくなるのは，1枚の分割分布センサが逆対称モードとなりセンサシグナルが0

となることに対応している⁴⁾．

図4は $m = 1, n = 2$ の振動モードに対する電位のモードを描いたものである．このように分割センサの数を多くして，それぞれのセンサシグナルを観測すれば，逆対称の振動モードでもセンシングが可能となる．

3.2 多数の分割分布アクチュエータによる振動制御

次に，3.1節と同じ形状で図5に示す有限要素モデルのように，板厚 0.001 m のシェル下面に周方向と母線方向にそれぞれ5枚ずつ，規則的に配置した分割分布アクチュエータと，全面アクチュエータによる振動制御の比較を行う．但し，前節におけるセンシングと同様，全面アクチュエータでの逆対称振動モードの制御は，不可能となることが指摘されている⁴⁾．色の濃い部分が分割分布アクチュエータであり，これらアクチュエータの総面積は全面アクチュエータの面積の36%である．

それぞれ ($m = 1, n = 1$)，($m = 2, n = 1$) の振動モードの変位分布で，鉛直方向変位の最大値が 0.001 m の初期変位のみを与えた後自由振動させた．このとき，全面アクチュエータでの制御の場合には，初期鉛直方向変位が最大となる節点の鉛直方向速度に負比例する電圧をアクチュエータ全体に一定に印加する．一方，分割分布アクチュエータでの制御においては，それぞれの分割分布アクチュエータの代表点の鉛直方向速度に負比例する電圧を，該当する分割分布アクチュエータに一定に印加する．コントロールゲイン G^{df} は，初期変位モードが ($m = 1, n = 1$) の場合に $G^{df} = 300V_s/m$ ，($m = 2, n = 1$) の場合には $G^{df} = 500V_s/m$ とした．また，通常の減衰は無視している．

図6から図8には，初期変位が最大となる位置での鉛

表3 圧電層の材料

圧電定数 e_{31}, e_{32}	0.046	C/m^2
圧電定数 e_{24}, e_{15}, e_{13}	0.0	C/m^2
誘電率 $\epsilon_{11}, \epsilon_{22}, \epsilon_{33}$	0.1062×10^{-9}	F/m

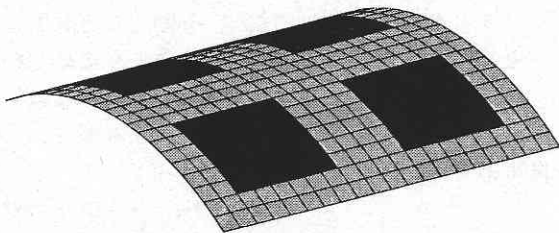


図2 有限要素モデル

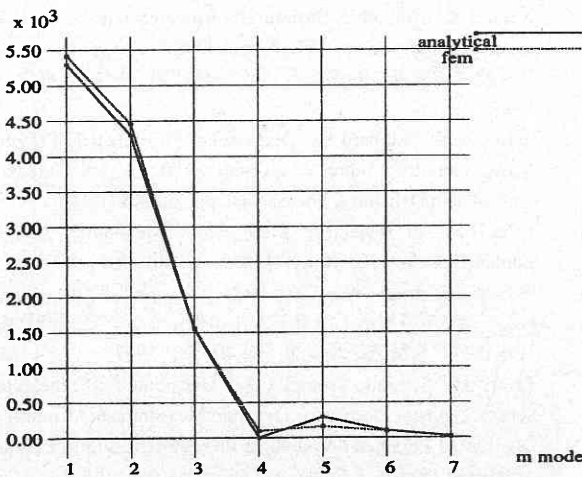


図3 面内ひずみによるセンサ感度 $n = 2$

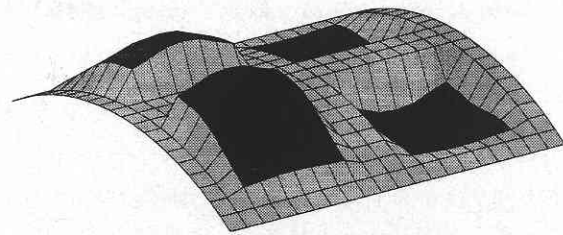


図4 ($m = 1, n = 2$) 振動モードに対する電位モード

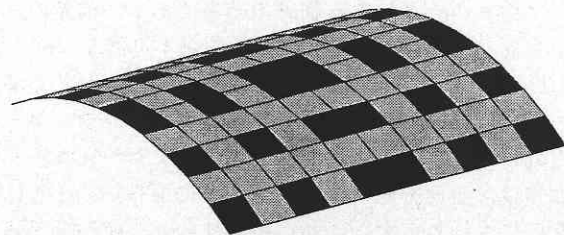


図5 有限要素モデル

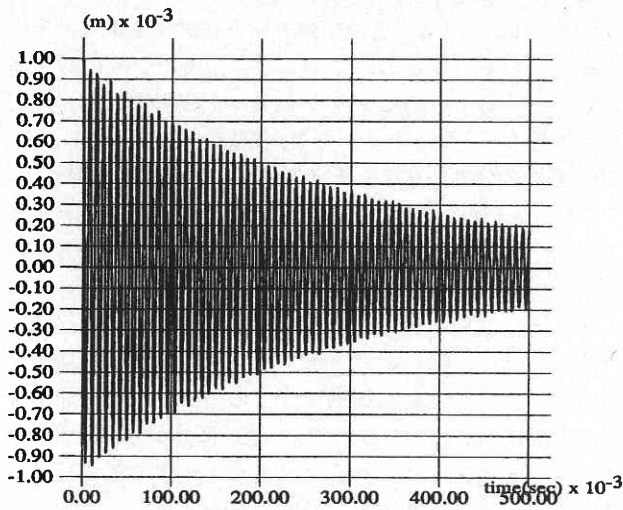


図 6 ($m = 1, n = 1$) の初期変位, 分割分布アクチュエータ制御

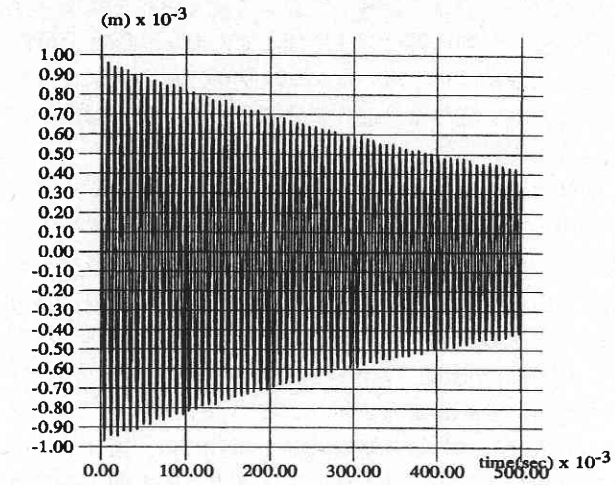


図 8 ($m = 1, n = 1$) の初期変位, 全面分布アクチュエータ制御

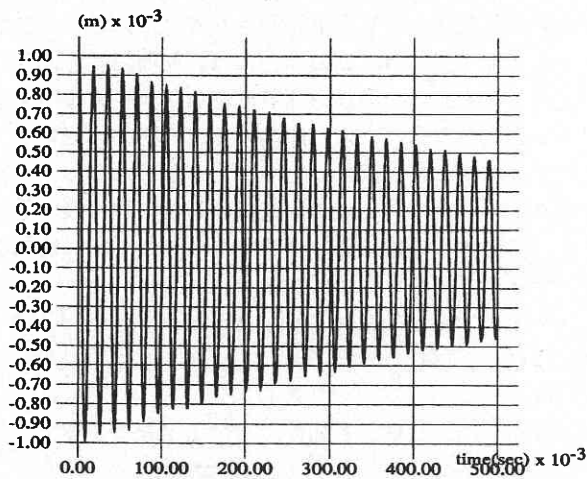


図 7 ($m = 2, n = 1$) の初期変位, 分割分布アクチュエータ制御

直方向変位の応答を, 初期変位モードごとに描いている。図 6 と図 7 は $m = 1, 2$ で $n = 1$ の初期変位分布を与えての, 分割分布アクチュエータによる制御の結果であり, 図 8 は ($m = 1, n = 1$) の初期変位分布を与えての, 全面アクチュエータによる制御の結果である。前述のように, 全面分布アクチュエータでは制御不可能な ($m = 2, n = 1$) の逆対称振動モードの初期変位分布を与えた場合でも, 図 7 に示すように 25 枚の分割分布アクチュエータは有効に働いている。また, 分割分布アクチュエータの総面積は, 全面分布アクチュエータの面積の約 1/3 に過ぎないにも拘わらず, これら振動性状の比較から, 分割分布アクチュエータでは, 与えられた初期変位に左右され

ずに, 良好な振動制御の効果が得られているのがわかる。

4. おわりに

全面分布センサでは, 母線方向または周方向に逆対称振動モードのセンシングが不可能となるのに対して, 分割分布センサを利用することにより, このような状況が回避できることを説明した。また, 分割分布アクチュエータの総面積として, 例えば, 約 1/3 のように小さな総面積のものを用いても, 全面分布アクチュエータによる制御に比べ, 与えられた初期変位に左右されずに, 良好な振動制御の効果が得られることを示した。

(1997年8月13日受理)

参 考 文 献

- 1) Wada, B.K.: Adaptive Structures: An overview, Journal of Spacecraft and Rockets, Vol. 27, pp. 330-337, 1990.
- 2) 日本機械学会編: 知的複合材料と知的適応構造物, 養賢堂, 1996.
- 3) Bailey, and Hubbard, E.: Distributed Piezoelectric-Polymer Active Vibration Control of a Cantilever Beam, J. of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 8, No. 5, pp. 605-611, 1985.
- 4) Tzou, H.S.: Piezoelectric Shell: Solid Mechanics and Its Applications, Vol. 19, Kluwer Academic Publishers, 1991.
- 5) 内野研二: 圧電・電歪アクチュエータ, 森北出版, 1990.
- 6) 桜井 宏, 半谷裕彦: 圧電シェルのセンシングと振動制御, 日本建築学会構造系論文集, 第 469 号, 1997.
- 7) Tzou, H. S. and Tseng, C.I.: Distributed Piezoelectric Sensor/Actuator Design for Dynamic Measurement/ Control of Distributed Parameter System: a Piezoelectric Finite Element Approach, Journal of Sound and Vibration, Vol. 138, No. 1, pp. 17-34, 1990.