生研公開講演

き裂あれこれ

—壊さないために—

One Thing and Another about a Crack
—not to let it fracture—

渡　邊　勝　彦*
Katsuhiko WATANABE

ただいまご紹介いただきました渡邊でございます．きょうは，「壊さないために」という副題のもとでお話しさせていただくわけですが，「壊れる」ということについて考えてみますと，その人との付き合いは非常に長いものとなると思われます．おそらく人がモノをつくりはじめて以来といえるわけで，およそモノを作る限り，それが意識的であれ，無意識であれ，壊れないようにという配慮が働いてきたものと思われます．

き裂について考えますと，それがわるさをし，「壊れる」ということに密接にかかわっているということは，おそらく非常に早い段階から経験的，あるいは直感的に知っていたと思われるわけで，破壊の研究者を除きまして，それが好かれたためしはないのではないかと思います．

いま「き裂」という言葉を使っておりますけれども，き裂に相当するものとして割れとかひびとか裂け目，いろんな言葉がございます．最近たびたび目にする，昔なつかしいなどというと変かもしれませんが，かつてはわりと身近に田んぼがあったわけで，ある季節になりますとよく目にした，それに似た映像をしばしば目にします．つまり諫早湾の干拓予定地の表面に生じているひび割れでありますが，これなどは今用いたひびとか割れといった表現がふさわしいのかも知れません．だいたい六角形状に現れている．

あれに類似したものとして，例えばキリンのまだら模様，ああいったものも基本的には同じような原理で生じたという話もありますが，それはともかくとして，あのような割れであれば大して害もないわけですけれども，ただ最近しばしば話題になる断層ということになりますと，地面に入った大きなき裂ということで，地震の原因になって，おっかないわけです．その脅威については，それこそ大昔から人は知っていたのではないかと思われるわけです．

*東京大学生産技術研究所　第1部

ともあれ，「壊れる」ということにつきましては，それぞれの時代時代において，もっとも合理的と思われる方法によって，できるだけき裂は避けて，壊れないようにモノをつくってきたと思われるわけですが，現在では材料，あるいは構造物の強度評価にあたりましては，材料力学と呼ばれる手法が用いられておりますし，き裂については破壊力学と呼ばれる手法が用いられております．

材料力学につきましては，これをガリレオ以来とみますと，ガリレオは1600年前後に活躍していたわけですから，400年ぐらいの歴史があり，破壊力学につきましては，これをアーウィン以来とみますと，ちょうど材料力学の10分の1の40年の歴史があるということになります．

40年といいますと，最近の変化が激しいある種分野の感じから見ますと，非常に長いというふうにも見えるわけですが，一方，壊れる，破壊ということとの人との長いつきあい，その観点から見ますと一瞬のようにも見えるわけで，破壊力学的な方法といいますか，それに対する研究もまだ新鮮さを失っていない，そういう見方もできるかと思います．

ともかく，現在では破壊力学という方法論があって，き裂があればそれがどういう挙動をするということは大体評価できるようになっているわけですが，だからといってそのき裂に起因する問題が解決されたかというと，それはそうはなってないわけです．相変わらずいろんな問題が次々と起こってくるわけで，新聞種になるような事故も続いているわけです．

結局，破壊の問題というのは，いくらそれを評価する手法が進歩いたしましても，その時代時代に応じて常に新しい問題が生じてくるということがあるわけで，とにかく完全でない，神様でない人間がモノをつくり続けていく限り，残念ながら末永くつき合っていかないといけない，そういった性質のものかと思われます．

そういった講釈はさておきまして，きょうはそういう

き裂をどういうふうに評価するのかということを中心にお話ししていきたいわけですが，まずは，その背景となっております材料あるいは構造物の強度評価にあたっての基本的な方法になっております材料力学というものについて，非常に単純化して要点だけまず述べてみたいと思います．

(OHP)

材料力学なんですけれども，固体材料というものが，昔は文字通り連続体であると思っていたときもあるわけですが，今はもちろん，それを細かく見ていくと原子とか分子とか，そういうものからなっていて，決して連続体と言えるものでないということはわかっているわけです．そのことも踏まえて見ていきますと，材料力学的手法というのは，こういう連続体的でない本来の材料を，連続体モデル化して材料の挙動を評価していくという方法論と言えます．

連続体モデル化するということは，この物体が占めている領域を，数学的な意味での点で埋め尽くして，そして荷重を加えていくと変形するわけですけれども，変形する前に隣合わせにあった点は，どんなに変形しても必ず隣り合わせにあるという，そういう条件を課したうえでモデル化される，そういうモデルになります．

もともとの構造を考えますと，いま赤でこういう面が書いてありますが，こういう面は任意にとれるわけではありませんが，いったん連続体モデル化してしまいますと，例えばある点を通る面というのは任意にとれるわけで，そういう任意の面におきまして，そこに働く力というのを考えますと，例えばこの面であれば，この面を垂直に引き裂くように働く垂直応力と呼ばれるもの，それから，この面をすべらすように働くせん断応力，こういう2つの種類の力が働くわけです．これ以外には働かない．

これは面のとり方によらず，どういう面を考えたとしてもこういう力が働くわけで，ただ，その面のとり方によって垂直応力とかせん断応力といったものはその大きさが変わってまいります．

ある面では，例えばこの垂直応力は最大になる．あるいは，ある面ではせん断応力が最大になる，そういうことが起こるわけで，いま，例えばこの面で考えたときに，垂直応力が最大になるというふうにしますと，このとき，この面におけるせん断応力はゼロになる．いま，この面で最大の垂直応力 σ_{max} が生じるのであれば，それから45°回転させた方向に最大のせん断応力 τ_{max} が生じるということが知られております．

この σ_{max} をここでは最大主応力と呼ぶことにします．τ_{max} は最大せん断応力と呼ぶことにします．

いま，壊れるということを考えると，壊れて，破断するということは新しい面が生じるわけで，その壊れ方ということになると，面を垂直に引き裂くか，面に平行にすべらせて新しい面を生じさせるか，基本的にはその2つしかないわけです．垂直に面が分離して壊れるという状況を考えれば，σ_{max} が生じる面が注目されるわけで，σ_{max} によって垂直面分離によって壊れる．そういったことが想定されるわけです．

もしすべりによって壊れるのであれば，せん断応力が最大となるこの面に注目して，τ_{max} が働いて壊れる，そういう状況が考えられるわけです．

(OHP)

いま申しましたけれども，破断するという状況を考えたとき，こういう新しい面が生じるわけで，その壊れ方としては垂直の面分離，あるいはすべり面分離といってますが，こういう2種類が考えられる．

垂直面分離で壊れるときには，こういった壊れ方というのは，いわゆるへき開破壊という言葉も使いますが，とにかく最大主応力がある限界に到達したら壊れる．それからすべり面分離であれば，最大せん断応力がある限界に到達したら壊れるだろうというふうに考えられるわけです．

もちろんこの σ_{max}，τ_{max} になる面というのは45°Cだけずれているわけで，どちらの壊れ方をするかによって壊れる面は違ってくる，そういう状況にあるわけです．

つまり，ここに模式的な絵が描いてありますが，外力をかけていくと，最大せん断応力も，最大主応力も増していく．いま，これが材料1に対応するものとしてこの点線を書いてありますが，材料1であれば，垂直面分離に対する限界値がここである．それからせん断に対する限界値がここであるというふうに考えますと，この場合，この線にぶつかるよりも，この線に先にぶつかっちゃうということで，すべり面分離のような格好で破壊が起こる，そういうふうに考えることになるわけです．いま，材料2といっているものだったら逆のことが起こる．

ふつう，応力によって表現することが多いわけですが，場合によってはその変形によって破壊条件を評価する．例えば最大垂直ひずみがある限界，最大せん断ひずみがある限界，あるいはひずみエネルギー密度と呼ばれているものに注目しまして，ひずみエネルギー密度のうちの体積変化寄与分がある限界に到達したら壊れる．あるいはこのせん断変形寄与分がある限界に到達したら壊れる，こういった格好で表現されているわけです．

なお，こういうふうに表現したものをふつう最大主応力説，これは最大せん断応力説ですが，塑性の降伏条件という観点で見ますと，これに相当するものがいわゆるトレスカの降伏条件というものになっております．

それから，この条件というのは，これも塑性の降伏条

件という観点で見ますと，ミーゼスの条件と呼ばれるものになっているわけです．

とにかく，こういうふうな考え方をして，モノをつくるにあたっては，その構造の中に生じる最大の，こういった応力が，決してこの限界値に到達しないようにモノをつくろうと，そういったつくり方をするわけです．これが材料力学的なものです．

(OHP)

次に破壊力学に入るわけですが，き裂の問題が，じゃあ材料力学的な手法と何が違ってくるかを見ますと，き裂の問題を扱うにあたっても，それを連続体モデルで扱うということは同じなんです．だから当然そのモデルの中で応力とかひずみとか，これは材料力学でやっているのと同じように定義される．

ただ問題は，いまこれを一応き裂というふうに考えてください．それからこの面で，いま代表させて考えていますが，こういう面を考えれば，先ほど言っていたのと同じように垂直応力，せん断応力が作用しているわけです．

ただ，き裂の場合には，いまσとかτといった量が，こういった特異性を持った形で与えられるということがわかっているわけです．このあとに続いておりますのは，rの高次項ということで，rというのはき裂先端からの距離をあらわしております．き裂先端に近づいていけば高次項はゼロないしは定数になるわけで，一方特異項はrがゼロになっていくと無限大になるわけで，き裂近傍であれば高次項は無視できるというふうに考えるわけです．

問題は，結局き裂の先端で何が起こるかということを表現したいのだけれども，材料力学で重要なパラメータである応力，ひずみ，あるいはひずみエネルギー密度もそうなんですが，要するにrをゼロにもっていくと無限大になる．無限大になってしまえば，パラメータの役割を果たせないわけです．ただ応力が無限大になってしまうということは，連続体モデル化して表現すればそういうふうになるということであって，実際のき裂の先端で応力に相当するものが無限大になっているということではありません．つまり，もしそういうことが起こっているのであれば，ちょっとでも荷重かけたら一瞬に無限大になるわけですから，き裂が存在すると強度は全くないという話になるわけですが，実際にはそんなことは起こらなくて，き裂があっても，ちゃんとき裂はき裂なりにある強さを持っているわけです．

とにかく，材料力学的な手法で，応力をパラメータにしようとするとこういうことが起こって，これはパラメータにならない．それに対し，アーウィンという人がこういう表現を最初に与えまして，この特異項の係数，これに注目したところから現在の破壊力学が始まっているわけです．

この係数，K_IとかK_{II}といっておりますが，これは応力拡大係数と呼ばれておりまして，これを見るとわかるのですが，高次項はき裂先端では無視できる．とにかく特異項で代表されているのだということを考えますと，応力拡大係数というのはき裂形状とか試験片の形状，部材の形状，それから外力の境界条件から決まるものになっているわけで，だから全然違う別のき裂であっても，試験片形状が異なっても，この係数が一緒になるという状況は当然考えられるわけです．そういう状況になれば，き裂先端近傍に限ってしまえば，こういうふうに特異性が生じるのだけれども，その状況はまったく一緒になる，応力拡大係数はそういうことを保証するパラメータになっているのではないか．だからこのへんで起こっている厳しさを，代表できるようなパラメータになるのではないかというふうに考えて，適用してみたわけです．それがうまくいったというところから話は始まっているわけです．

このK_I，K_{II}とかいっておりますのは，基本的にはき裂の変形様式というのはこういうふうにき裂をはさんで対称に開こうとする，これはモードⅠというふうにいっておりますけれども，そういったモードと，こういう面内のすべり，面外のすべり，これらの場合は基本的にはτが問題になるわけですけれども，３つの変形様式に分けられて，それぞれの変形モードに対応する係数ということでⅠモードに対するK_I，Ⅱモードに対するK_{II}，というふうに応力拡大係数を表現しております．

このあと，話を簡単にするため，モードⅢには触れません．これがないケースについて述べていきます．

(OHP)

応力が無限大になる．その無限大の程度を応力拡大係数というパラメータで代表できそうだということなんですが，実際には材料の先端で応力が無限大になるということはないわけで，どういう材料であっても塑性的な挙動，あるいはより広くいえば非弾性的な挙動が必ず生じるわけです．

ある，実際には有限な値，この図では単純にこういうふうに引いてますけれども，そういう状況が実現されるわけです．

いまかりに，その塑性変形領域の寸法をr_pとしますと，そういった領域があるんだけれども，このr_pが，き裂長さ，あるいはリガメント，残り断面の長さ，そういったものに比べて十分小さければ，（十分小さいというのはなかなかくせものですけれども）ここにこういった塑性領域があっても，その外側で実現される場というのは純弾性ということで評価して得られる応力，したがって応力拡大係数で代表される．だから，き裂先端で非弾性的な

挙動が生じても，その非弾性的挙動の生じ方が同じようになっている．もしK_Iというものをパラメータにしてながめて，２つのき裂においてそれが同じになるならば，こういう非弾性的挙動も含めて同じ状況になっている．そういうふうに考えれるのであれば，Kという量は，線形弾性というのを考えて初めて定義できた量ですが，塑性領域が存在してもパラメータとして意味を持ってくる．それが実際うまくいったから破壊力学という分野ができてきたわけです．

実際には，こういうパラメータを使ってどういうふうにき裂の挙動を評価しているかといいますと，例えば破壊条件といっておりますのは，き裂材があって，静的に荷重をかけていったとき，ある所からき裂が伸び始めるわけですが，その伸び始める条件を，Kをパラメータにして，それがある限界値，一応これは材料固有というふうに考えるわけですけれども，到達したとき壊れるというふうに表わされます．あるいはサイクリックに荷重がかかる場合であれば疲労き裂が問題になるわけですけれども，そのとき疲労き裂の進展速度が，サイクリックにふったときの応力拡大係数のふれ幅の関数という格好で表現できる；あるいは環境が作用する，例えば腐食が起こるような環境のもとであれば，力が加わっていたら，ほっといてもき裂が伸びていくわけですけれども，そういった進展速度というのがKの関数という格好で表現できる；そういうふうな格好で展開してきたわけです．

とにかく降伏域が小さい，こういう領域が小さいケースを小規模降伏といっておりまして，そういう考え方のもとで，応力拡大係数を中心にしてき裂の挙動を評価する分野を線形破壊力学と呼んでおります．

(OHP)

線形破壊力学は非弾性となる領域が十分小さいときには適用できます．つまり，脆性的な破壊であればいいわけです．脆性破壊というのは，き裂先端でへき開的な破壊が起こるのだけれども，それが起こるまでに許される塑性変形の程度が小さいケースです．そういうケースであれば，いま言いましたような議論が成り立つ．ところが，必ずしも残念ながらそういう状況でのみ壊れてくれるわけではないわけです．き裂があって，かなり塑性変形が進んで初めてへき開的な破壊が起こる，そういうケースがあるわけです．そういうケースになったら，もちろん先ほどのような方法論はとれない．そういうのに対処するものとして弾塑性破壊力学と呼ばれているものができております．

これが塑性域のつもりです．この塑性域の寸法はかなり大きい，場合によっては部材の背面にまで達する全断面降伏するようなケースまで扱うこともあります．

そういう状況に対してこういう事実が知られている．まず，材料の応力ひずみ関係が，こういうn乗則というもので表現できるとします．実際にはこれでもちろん完全に表現できるわけではないのですが．式中これは相当ひずみ，相当応力を表しているつもりです．このゼロがついているのは材料定数．nが１というケースは，応力とひずみが線形に対応しておりますので，これは先ほどの線形破壊力学のケースに対応するものになります．

とにかくこういうn乗則のもとであれば，先ほど線形破壊力学で得られていたような応力場に似た，例えばこの面の垂直応力は，こういうふうな格好で与えられる，こういう事実があるわけです．これは$r^{-\frac{1}{n+1}}$という格好になっておりますが，いま言いましたようにnが１，弾性のケースであれば，ここは２分の１になります．つまり先ほどのルートr分の１になります．

そうだとすると，このK_σというのが，先ほどのKと同じような役割を果たせるのではないかというふうに思われるわけです．それから，n乗則が満たされる場合はもちろん，一般に全ひずみ理論と称する塑性理論のもとではこういう積分，中身の細かいことはどうでもいいとしまして，き裂を囲む任意のパスを考えて，そのパスに添っての積分を表しているわけですが，この積分はパスの取り方に依存しないで一定の値をとるということが知られており，J積分と呼ばれております．

このようにして定義されたJ積分をもってきますと，上のK_σとJ積分とはこういう関係で，１対１に対応づけられる．このへんに出ておりますこれらはみんな材料定数です．だから材料を決めれば，J積分とK_σというものは１対１に対応づけれる．そのことを踏まえますと，K_σをパラメータに使う代わりに，このJをパラメータに使うということが考えられるわけで，ふつうそのようになっております．なぜJをパラメータに使うかというと，これには経路独立性があるものですから，有限要素法なんかを用いて実際にこのパラメータを評価するというのが容易であるということにあります．

このJ積分というのは，先ほど線形破壊力学で言った応力拡大係数が果たしたのと同じような役割を果たすだろうと考えられるわけで，例えば破壊条件というのはこのJをパラメータにして，それがある限界値に到達したとき壊れるというふうに評価する．あるいは，疲労き裂の進展というのは，Jの振れ幅で評価する，こういうことが行われるわけです．

(OHP)

このあとの話はすべて破壊条件に関するものに限定いたします．破壊条件といっていますのは，静的に荷重を加えていったときにき裂が伸び出すのだけれども，その条件をどういうふうに表現するかということであります．その場合の考え方というのが一番基本になりますので．

だから疲労とか，高温でのクリープとか，そういった問題もこれから述べます考え方で全部やれるのですが，そのへんの部分は研究室の公開をやっておりますので，ご関心のある方はそちらに行っていただければと思います．

さて，静的な破壊条件を表現するという，その範囲に限っただけでも，これまでの破壊力学には次のような問題点があります．

中心的なき裂パラメータ，KとかJというのは線形弾性体，あるいは全ひずみ理論といった特殊な応力ひずみの関係のもとでだけ定義されているということがあります．実際の材料は，こういった理論にちゃんと従うわけではないわけで，特に全ひずみ理論というのは，実質は非線形弾性を表す理論であって，荷重を下げるというようなことが起こっては本質的に適用できないものであります．

き裂が伸びるということを考えますと，き裂端では応力は解放されていくわけですから，すなわちき裂が伸びるだけで局所的な除荷が起こるわけですから，そういった問題には本質的に適用できない．

それから，扱えるのは，基本的にはモードⅠのもと，モードⅠというのは，こういうき裂面を含んで力が対象にかかっているようなケースですが，そういうモードⅠのもとで，なおかつき裂がまっすぐ伸びるケースに限られている．実際に働く力というのは，こういう面をはさんで対称である，そういうケースもあるわけですが，常にそうであるというわけではない．対称ではないケースが結構あるわけです．そういう状況を考えれば，き裂は真っ直ぐ伸びるわけではありません．そういうことを考えたとき，そういった真っ直ぐ伸びないようなケースは扱えないものになっているわけです．そこで，新たにき裂パラメータを考えるとしたら，こういう条件を満たしてないといけない．つまり応力ひずみ関係は任意として，そのなかできっちり定義されて，なおかつその意味は一貫したものがないといけない．それから，き裂がどっちに進むかわからないということを考えますと，き裂端前方の任意の面，いまϕという面で表現しておりますが，そういう任意のそれぞれの面内できっちりその量が定義されて，面を開こうとする，あるいはすべらせようとする，そういう作用を表現できるようなものになっていないといけない．

そういうことで，当研究室では次に述べますようなCEDという量で提案いたしまして，CED破壊力学とでもいうようなものを展開してきているわけであります．

(OHP)

CED（CrackEnergyDensity）の定義は，いま例えばこの方向の破壊を考えるのだとすると，その破壊を考える面のひずみエネルギー面積密度として与えられます．ふつうひずみエネルギー密度といっておりますのは体積密度です．単位体積当たりで表現したもの．面積密度は，こういう面において，単位面積あたりで表現したもの，そういう量として定義されております．

この量は別に連続体モデルでなくても，どういうモデルに対してでも定義できるのですけれども，まず連続体モデルだったらこうなるということでここに書いてあります．こういうのをぱっと見られて，すぐにはおわかりになりにくいと思いますが，一応数式を書かないと説明しづらいことから書いているだけで，こういう式をもって表現したがっているものをおくみとりいただければありがたいと思います．

CEDという量を定義するにあたって，有限な切り欠き曲率半径ρを有する，そういった切り欠きから話を進めます．

き裂を考える場合には，そこで考えた量のρをゼロに持っていった極限という，そういう形で定義します．連続体モデルの場合はこういう定義の仕方をすることになります．

ρをゼロにもっていったとき，完全なき裂になるわけで，そのとき，この部分，青と赤で書いている，これがき裂端になります．いまϕ方向という面で考えるとしますと，いま黄色で書いておりますが，この部分がρをどんどんつぶしていったときのϕ方向の面に相当するわけです．こっちの面というのはき裂端の後方の面に対応することになります．

この黄色の部分に含まれる部分，赤で書いております．このパスの部分に注目して，いまϕがゼロであれば，黄色部分はき裂先端全体を，き裂先端になる部分をすべてを含んでいる格好になるわけですが，今，ϕ方向ということになると赤で表現した部分が含まれることになる．

このΓ_0上におけるひずみエネルギー密度，これは実際の履歴に則して積分したものと思っていただけばいいわけですが，これはひずみエネルギー密度を，このパス上に添って積分したものです．こっち方向のdx_2をとっておりますけれども，積分したもの，そういうものを考えて，$\rho=0$のき裂であれば，そういう量の，ρを0に持っていった極限，そういうものが連続体モデルではひずみエネルギー面積密度になっているのだと思ってください．

そういうひずみエネルギー面積密度は，この面について注目すると，これをこっちに引き裂こうとする垂直面分離に寄与する部分，それから，すべらせようというのに寄与する部分，その2つに必ず分けることができまして，それらのモードの和として書けるわけです．そして，もし線形弾性ということであれば，その状態では応力拡大係数は定義できますので，このモードⅠ寄与分というのは応力拡大係数，それからϕ方向の関数という形で表現できる．こちらも同様です．

それから，実際の一般のケースであれば応力拡大係数なんてもちろん定義できないわけですけれども，これらの量は外力，ϕの関数として評価できる，そういうものになります．

評価の方法はさておいて，とにかくそれらはちゃんと評価できるのだということで話を進めます．

(OHP)

いま定義しましたようなCEDと呼んでいる量をモードⅠ寄与分，モードⅡ寄与分の２つに分けたわけですが，それらはϕ，つまり考える面の関数であります．この図はいま横軸にϕをとっておりまして，CEDがϕに対して，この面に対してどういうふうに変化するかというものを示した例です．これは一応線形弾性のケースを使っていて，K_{I}とK_{II}が等しいケースの例なんですけれども，とにかくそういうケースであればトータルのCEDはこういうふうに分布していて，モードⅠの寄与分はこういうふうに分布している，モードⅡの寄与分はこういうふうに分布している，そういう結果を表わしております．

こういう結果が得られますと，例えば垂直面分離に寄与するであろうと思われる$\mathscr{E}^{I}_{\varphi}$，これが最大になるのはこの方向だ；それから，すべり面分離に寄与するだろうと思われる$\mathscr{E}^{II}_{\varphi}$の最大になる方向はこの方向だというようなことがわかってくるわけで，もし垂直面分離，モードⅠ的な壊れ方をするのであれば，この最大となる位置に注目して，外力を増していくと全体に曲線は上に上がっていき，$\mathscr{E}^{I}_{\varphi}$の最大値$\mathscr{E}^{I}_{\varphi\,max}$がある限界値に到達したら壊れる；しかもそのき裂の伸びる方向はこの最大となる方向，そういうふうに考えることができるわけです．すべり面分離の場合も同じように，この方向に注目して，これがある限界に到達したら壊れる，そういうふうに考えれることになるわけです．

(OHP)

いま述べました，垂直面分離，すべり面分離の破壊のクライテリオンをこのあと$\mathscr{E}^{I}_{\varphi\,max}$クライテリオン，$\mathscr{E}^{II}_{\varphi\,max}$クライテリオンと呼ぶことにします．

なお，CEDという量，いま連続体だとあのような定義の仕方になって，いまひとつわかりずらいと思いますので，こういう原子配列モデルだったらどうなるのか，こういった量なんだというイメージをもっていただければということで述べます．

材料がこういった原子配列になっているとします．いま仮にここまでき裂が入っている，つまりここでは原子間には力が働かないというふうに仮定します．力をかけていきますと，こういうふうに広がっていくわけですけれども，このき裂がなかった部分の点線はこういうふうに２つに引きのばされるような格好になります．この絵では平行になっていますが，実際には先端のところで大きくて，先のほうでは小さい，そういう状況が実現されると思われます．

そうしたときに，この原子間に働く応力，それから，この距離を原子面間距離と呼ぶことにしますと，原子面間距離ϕとの関係は，ふつうこういった関係で与えられるということがわかっております．これは材料のポテンシャルから決まってくるものなわけです．

こういう状況でのひずみエネルギー面積密度ということを考えますと，それはこの先端の結合に注目して，この結合間に働く応力と原子面間距離，これはこういうふうに動いていくわけですが，いま現在ここに到達しているのだとすると，この下の面積，式ではこれで表現されるものですが，これがこのモデルにおけるCEDということになります．

いま，原子面間応力としているので，これは単位面積当たりの力になっており，一方でこれは延びになっており，それはちょうど面積密度に相当するものになっているわけです．

例えばこの原子配列モデルだったら，こういう状況になるわけですが，連続体モデルというのはどういうことかというと，原子配列モデルだったら，こういうふうに面が分離されるけれども，この連続体にしてしまうということは，こういう面の分離は許さない．面の分離は許さず，ぎゅっと押さえつけている．だから結果として応力が無限大になっているという，そういう状況になっているわけです．

これはぐっと押さえつけているから面ということで，もちろん面ですから幅はゼロということになるけれども，この面に含まれる応力とかひずみが無限大になるということでうまくCEDという量は有限確定値を持つという，そういう関係になっております．

いま，例えばこういうモデルを考えて，このモデルにおけるCEDを考えたわけですけれども，このCEDは，先ほど述べました連続体モデルで得られるCEDと，これは一応材料定数的なものと考えられる量ですが，１対１に対応するということがある条件のもとでは証明できるのです．そういうことがありまして，ですから例えばこの原子配列モデルであれば，このCEDは実際のき裂端の状況を反映したパラメータです．そういうパラメータを評価するのに，実際にはこれとは全然違う状況になる連続体モデルを用いて評価されたCEDを介してこれが評価できるという，そういったことが成り立つわけです．だから，連続体モデルで評価したパラメータが，結局，実際の状況と対応して意味を持ってくる，そういうことになるわけです．

(OHP)

さて，先ほど述べました$\mathscr{E}^{I}_{\varphi\,max}$クライテリオン，$\mathscr{E}^{II}_{\varphi\,max}$

クライテリオンに従って破壊が生じると考えますと，横軸に$\mathscr{E}^{\mathrm{I}}_{\varphi\max}$，縦軸に$\mathscr{E}^{\mathrm{II}}_{\varphi\max}$をとって両者の関係を示すとき，荷重をかけていったとき，ある荷重のかけ方だと，$\mathscr{E}^{\mathrm{I}}_{\varphi}$，$\mathscr{E}^{\mathrm{II}}_{\varphi}$の最大値はこういう線に乗って上がっていく．こういうふうに上がっていけば，このモードⅠの限界値に早くぶつかるので，モードⅠの破壊が起こる．荷重をかけていったときに，こういう線上を動くのであれば，ここでモードⅡの破壊が起こるということになります．

これがほんとに成り立つのかということで，実際にいろいろ調べてみたわけですが，脆性的な破壊についてはここでは省略しますが，まず，いま言ったようなクライテリオンで説明できるということがわかっております．

(OHP)

塑性変形を伴って壊れる延性破壊に対して実際に実験をやっているわけで，ここにき裂があって，このき裂の角度をいろいろ変えて，引っ張って壊している．それからこの場合にはここにき裂があるわけですが，試験片がこういうふうにあって，これはせん断的な力，ぎゅっとこういう力をかけて壊している．そういう2種類の実験をやっているわけです．それぞれ破壊実験をやっているわけですが，いずれにしましても，結果的にはこの引っ張り型でやる場合，き裂の傾き角度をいろいろ変えても，モードⅠ型というか引き裂き破壊しか起こらなかったわけですが，こういうせん断型の力をかけますと，すべり型の破壊も起こった．それから，き裂の傾きの角度によりましては，引き裂き型の破壊も起こった，そういう結果が出ております．

(OHP (19番))

次に示しますのは，いまいった引っ張り型の試験において，理論から予測されるき裂の進展方向と実験結果とを比較したものでほぼ合っている．この横軸のαというのは，これが大きくなるとせん断型の成分が大きくなる，そういうパラメータになっていると思ってください．縦軸がき裂の進展方向．

(OHP (20番))

これが先ほど模式的に破壊のクライテリオンを描いていた絵に相当するものですが，横軸が$\mathscr{E}^{\mathrm{I}}_{\varphi\max}$，縦軸が$\mathscr{E}^{\mathrm{II}}_{\varphi\max}$となっていて逆になっているわけですが，ここに示しているのが引っ張り型の破壊試験に対するもの，ここに示しておりますのがせん断型の試験に対するもの，引っ張り型ではすべてモードⅠ，引き裂き型の破壊が起こったわけで，モードⅡの割合をだんだん増やしていっても，だいたい同じ限界値で壊れているということがわかりました．

せん断型ですと，この場合にはすべり型の破壊が起こっている．αが0°の場合，またαが15°の場合も同じような破壊が起こっている．しかし30°のケースでは引き裂き型，モードⅠ型の破壊が起こっている，そういう結果がみられました．

このせん断すべり型のものは大体同じ限界値で壊れている．ただαが15°場合はモードⅠで壊れているのですが，引張型破壊試験に比べればこの値は小さいような結果が出ているのですが，ただこのあたりにつきましては，モードⅠとモードⅡ，どちらも起こりうる状況になっているわけで，このへんをどういうふうに表現するのかということについてはさらに検討が必要であります．

(OHP (22番))

さらに先ほど言いましたような破壊クライテリオンの考え方が使える例として，これは現在芝浦工大の宇都宮先生が中心になってやっておられる仕事を紹介します．最近違う材料を組み合わせて一つのものとして扱うということがいろいろ行われるわけですが，この試験片は，上側がハイテン60，同じ鋼ではあるのですが，下が軟鋼，これを溶接している．その溶接線に添ってき裂が存在している．これを引っ張って壊す，そういうケースです．

こういうケースであれば，弾性の範囲であれば，ここに応力ひずみ線図の例がかいてありますが，ほとんど挙動は同じです．ただ，塑性に入ってからが全然違ってくるわけです．

弾性の範囲であれば，均質の材料と同じように扱えるわけですが，塑性に入ってきますと，こちらのほうが早く降伏しますので，こっち側にどんどん塑性域が生じるということで状況が，つまりき裂面を挟んで上下が対称ではなくなってくるわけです．

(OHP)

こういう実験を，き裂長さをいろいろ変えて行われているわけで，その結果，ここに初期のき裂端があったのですが，塑性変形が下のほうで進むから，下のほうだけぐっと引き伸ばされているような格好になっていまして，き裂がこっち方向に伸びる，そういうことが観察されています．これは模式的な絵ですが，こっち方向に伸びていて，しかもこれはモードⅡの，面がすべり面破壊，引っ張り型の荷重をかけているにもかかわらずすべり面破壊が起こっている．

(OHP (26番))

これは実験結果をまとめたもので，これがCEDのϕに対する分布（これは有限要素法で計算して評価したものですが）を示したものです．ϕが0というのがき裂が直進する方向です．弾性の範囲であれば，この分布は対称になります．当然弾性の範囲であれば完全なモードⅠ型で上下対称なわけですから．だけど塑性が進んでいきますと，対称ではなくなってきます．下側がどんどん降伏していきますので．

モードⅡで壊れていることが破面観察などからわかっ

ているわけで，そうしますと，これがモードⅡの寄与分の分布を表しているわけですが，それが最大になる，この方向に注目することになります．

これがいろんなき裂長さを変えて実験を行って得られた結果と理論から得られるものとをき裂の進展方向について比較したもので，ほぼ合っている．それからき裂が伸び始めたときの限界の値を見てみますと，これもほぼ同じ値になっているわけです．つまりこういう材料であれば，モードⅡの寄与分に注目して，それが最大となる方向，$\mathscr{E}^{\mathrm{II}}_{\varphi\,\max}$ が最大となる方向で，これをパラメータとして大体11ぐらいに到達したとき壊れるという，そういうふうに表現できることになるわけです．

(OHP)

最近，いわゆる界面き裂というのが注目されていますので，界面き裂についても検討を行っております．界面き裂といっているのは，こことここは全く違う材料というわけです．だから弾性定数なんかもこことここでは全く違う．そういったものを相手にしているわけで，そういうときには実はいろんな難しい問題があります．

(OHP)

そういう難しいことは置いておきまして，この試験片はここはエポキシ材料，ここはアルミということなんですが，エポキシ材料で，なおかつこのエポキシを十分硬化した状態ではなくて，わりと非線形性を示すような状況のもとでの破壊実験を行ったわけです．こういう力をかけることによって，この傾きをいろいろ変えることによって，き裂先端にかかる条件がいろいろ変わるわけです．

(OHP)

応力ひずみ関係が，比較的非線形性があると言いましたが，大体こういうところから非線形性が出てくる，そういうものです．破壊はエポキシのほうで起こりますので，エポキシのほうに注目していることになりますが．

(OHP)

これで圧縮力をかけたりしますと，大体こっち方向にき裂が延びるわけです．いま結果が，この角度，15°，30°，2つのケースがありますが，いくつか実験をやっておりますので，その得られた結果の平均値がここに書いてあって，これは実験で得られたき裂の進展方向です．

(OHP)

いま言いました，これは傾き角，力をかける向きが15°ずれているケースですが，これがCEDの分布です．これはエポキシですからモードⅠ型の破壊が起こっておりまして，モードⅠが，ここが最大になる方向がここなわけです．実際に観察されたき裂の進展方向はこの青で示してあるところで，大体進展方向は合っているというわけです．これは15°の例ですが，30°の例でも大体同じような結果が出ております．

ただ，破壊の限界値を比べますと，モードⅠで壊れているということで，$\mathscr{E}^{\mathrm{II}}_{\varphi\,\max}$ に注目することになるのですが，15℃と30℃とではかなり値が違っております．

(OHP (32番))

そういうことで，なんで破壊の限界値が違うのかということで，非弾性といいますか非線形になる領域の大きさを比べてみたわけですけれども，破壊抵抗が小さかった15℃のケースというのは，そういう領域が小さいわけです．き裂長さに対して0.3倍ぐらいの大きさ．それに対して30℃のケースはき裂長さに比べて6倍という非常に大きなものになっている．つまりこれは，こういうふうにかける力の向きを表しているわけですが，これがだんだん小さくなってきますと，上側に非常にかたい材料があることから，こういうすべり変形が起こりづらくなっていくわけです．だけどこれが，角度を増していくと，わりと塑性変形（といっていいかどうか問題ですが）が進む．だからき裂が伸び始めるまでに結構そういった非弾性的な変形が許されるからその差が出てくるという，そういったことがわかっています．

このあと分子移動力学法とか，そういったものを使っての破壊条件の議論もご紹介したいと思ったのですが，そのへんは飛ばさせていただいて，終わりにもっていかせていただきたいと思います．

き裂の問題がほかの問題に比べて難しかったのは，材料を連続体として扱ったとき，関係する量が無限大になってしまうということだったわけです．この問題は，つまり応力が無限大になってしまうという問題は，き裂について言いますと，大体の問題は，いま言っていたような，CEDという量をベースにして，何とか評価できそうだということがわかってきたのですが，特異点という観点でいいますと，必ずしもき裂だけではなくて，先ほど出てきたような違う材料をくっつけているというようなケースでいいますと，そういう材料の端部にも特異性が生じてくる．最近そういう違う材料をくっつけて別の特性を出すということが盛んに行われますので，そういった問題が非常に研究されているわけですけれども，そういった問題については，まだこういうふうにやればいいというような決定的な方法論というのはわかってないわけです．

それから，き裂についても，界面の問題については，いまさもうまくいくように言いましたけれども，実は解決しないといけない問題も時間の関係で省略させていただきましたが，いまの場合大体あれでいけそうだという結果が，あの例だと出てきているということでお示ししたのですが，界面の問題については，き裂についてもさらに検討していかないといけない問題が残っております．

（OHP）

これは2週間前ぐらいにたまたま糸川英夫先生の本を読んでいて，こういう絵がありましたので，ここでお示ししているのですが，横軸に年代がとってある．BC8000年から現在まで．縦軸に人口．4点だけらしいんです，BC8000年と1世紀，それから1750，1965年ぐらいまで実線でなっていて，このあと点線で外挿している．

糸川先生はこれを見て，なんだということでいろいろ論を展開しておられるわけですが，私はこれを見たとたん，これはき裂だと．とにかくここにき裂がある状況と同じなんです．これを応力と見立てれば．つまりこの先ある種の崖っぷちがある．これは大変なことだということになるわけですが，ただこれは4点だけをとったらこういうふうになるということであって，過去にもおそらく，例えばこういうふうにあがって，見ようによっては特異点に見えるようなケースもあったと思うんです．ただ，かつては疫病とか戦争とか災害というものでぽんと人が間引かれるわけで，そういうものは無視してつなぐとこういうふうに見えるという，そういうふうになっているというふうにもみえます．もし同じことが先にも起こるのだとしますと，幸い，例えば1000年後，あるいは2000年後にも人がいるんだとしますと，2000年後の人は，人口はこのへんだと，何点か結ぶと，こんな感じになるななんていうかもしれないわけです．

ただ，その場合，結局ここにあふれていたのはどうなるんだということが問題になるわけで，特異点になっている．連続体的に見た，連続的に見たら特異点になっている．特異点になっているということは，先が厳しいぞということは示してくれるのですが，どのくらい厳しいということは教えてくれないわけです．結局，どうも厳しいところにあるのだというのはわかるのですが，あとから見たらこんなことになって，ここでぽんと減ったという状況が想定されるわけで，かりにそういうことになるのだとしても，これはすとんと落ちるのではなくて，なめらかに落ちてここに入っていくというようなことが，こういう連続体的に見たときに特異点として現れる，そういうところを扱う方法論がもっと進歩して，うまく軟着陸できるような，そういった格好でこのへんが解決されることを非常に望むわけです．

結局，この問題というのは，三代も四代も後のことだったら勝手にせいという感じですが，我々の子供とか孫ぐらいの代の話ですから，切にそう望むということであります．

（OHP）

こんな絵を描いたのですが，ああいうふうな急激な破裂によって破滅が起こって，結局個々人のハート，それも大事なわけですが，個々人の総体としての人類，そのハートが，あるいは命が壊れないように，そういうふうにうまく特異点の問題が解決されて，時代が進んでいくことを期待するものであります．

時間が超過しました．ずいぶんはしょってしまいましたのでおわかりづらい点もあったかと思いますが，これで終わらせていただきます．

（1997年6月6日講演）