

特集 4
研究速報

波数空間の3次元エネルギースペクトルに基づく LES のための 流入変動風の生成

Generation of Inflow Turbulence of LES based on 3D Energy Spectrum in Wave Number Space

飯塚 悟*・村上 周三**・持田 灯*・李 相山***

Satoru IIZUKA, Shuzo MURAKAMI, Akashi MOCHIDA, and Sangsan LEE

1. 序

LES (Large Eddy Simulation) において流入風に適切な乱れを与える方法の開発は当面の最大の課題の一つである。

流入条件としての乱れ (以下, 流入変動風) をシミュレーションで再現する方法としては, CFD で乱流場を計算して保存する方法や, 周波数空間のパワースペクトル密度, クロススペクトル密度をターゲットとし, 乱数によって模擬的に作成する方法^{1,2)}等がある。ここでは圧縮性乱流を対象として提案された波数空間の3次元エネルギースペクトルをターゲットとする Lee らの方法³⁾を用い, 流入変動風を作成した。この方法では各時刻で流入変動風を生成しながら計算を進めることが可能なので, データを保存する必要がなく計算メモリをほとんど必要としない。また, 連続式の条件を容易に課すことのできる等の利点を有する。

本報では本手法の概要を示すとともに, 本手法により作成された変動風を境界条件として等方性乱流場の解析を行い, 流入変動風を用いた LES 計算の適用性を検討する。

2. 流入変動風の作成方法

本研究では, 次式で表される Karman 型 3 次元エネルギースペクトル $E(k)$ ⁴⁾ をターゲットとして乱れを作成する。

$$E(k) = \frac{8}{\pi} u_0^2 \frac{1}{k_0} \frac{(k/k_0)^4}{[1+(k/k_0)^2]^3} \quad (1)$$

$$k = \sqrt{k_1^2 + k_2^2 + k_3^2} \quad (2)$$

u_0 : 乱流強度, k_0 : 代表波数, k_i : 波数ベクトルの i 成分

ここで, k_0 はインテグラルスケール Λ_{11} (乱れの長さ)

* 東京大学生産技術研究所 第5部

** 東京大学生産技術研究所 附属計測技術開発センター

*** 韓国 KIST

ケール) の逆数に対応する代表波数である。本計算では $k_0 \Lambda_{11} = 0.318\pi$ とした。尚, インテグラルスケール (Λ_{11}) は速度の空間相関を用いて次のように定義される。

$$\Lambda_{11} = \frac{\int Q_{11}(r_1) dr_1}{Q_{11}(0)} \quad (3)$$

$$Q_{11}(r_1) = \langle u_1'(x_1, x_2, x_3) u_1'(x_1 + r_1, x_2, x_3) \rangle \quad (4)$$

等方性乱流の場合, $\Lambda_{11} = \Lambda_{22} = \Lambda_{33} = \Lambda$ 。

Lee らの方法では (2) 式の k_1 については Taylor の凍結乱流の仮定 ((5) 式) を用い, x_1 (又は波数 k_1) 方向を時間 t (又は角周波数 ω) 軸に置き換える³⁾。即ち, 空間 3 方向に分布を持つ流れ場を x_2 - x_3 面内に分布を有する流れが時間的に変動する状況に置き換え, 流入変動成分 u_1' を流入 (x_2 - x_3) 面内及び時間の関数として与える。

$$x_1 = U_c t \quad (5)$$

U_c : 移流速度 (本研究では一定として扱う)

ここで L_1 , T を各々, 波長, 周期とし, $L_1 = U_c T$ とすると $k_1 = 2\pi/L_1$, $\omega = 2\pi/T$ より $k_1 = \omega/U_c$ となる。

複素フーリエ係数 \hat{u}_k は次に示す (6) 式で与えられる。(6) 式の $E(k)$ は $k_1 = \omega/U_c$ の関係を用いて ω に対応する k_1 を求めた後に, (2) 式により波数ベクトルの絶対値 k を求め, これを (1) 式に代入することにより与えられる。

$$\hat{u}_k = \sqrt{\frac{E(k)}{4\pi k^2}} \exp(i\phi_r) \quad (6)$$

(6) 式中の ϕ_r が phase を決めるパラメータである。ここで ϕ_r を一定とすると流入変動成分が周期性を持つことになるので, ϕ_r をある一定時間間隔 Tr の中で一様乱数 (0~1) を用いて任意に 1 回, $\Delta\phi_r$ だけ変化 (phase-shift)

研究速報
 させる。この phase-shift される幅もまた乱数によってランダムに与える。Tr をあまり短くすると変動風の統計的性状がターゲットとする条件からはずれてしまい、逆にあまり長くすると変動が周期的になる³⁾。ここでは[文3]を参考にして $|\Delta\phi_r| \leq 0.1\pi$ とし、Tr は無次元時間 ($\Delta t U_0/D$) で0.031とした。

最後にこのフーリエ係数 \hat{u}_k をフーリエ逆変換して流入変動成分 $u'_i(x_2, x_3, t)$ を求める。このとき、 x_2, x_3 方向に対してはFFTを用い、 x_1 方向に対しては解析できる全周波数領域での数値積分を実行することによりフーリエ逆変換を行う。またこの際、同時に波数空間上で連続式の条件を課し、Divergence-free の条件を満足する3成分を作成する⁵⁾ [注1]。一方、[文1, 2]の周波数パワースペクトルをターゲットとする方法では、変動風を作成した後に、速度場の Divergence-free の条件を課す必要がある。このため、Divergence-free の操作の過程で変動風の統計的性状がターゲットから多少変化することは避けられない。

実際の計算で流入変動風を作成する場合、各時間 STEP 毎に上記の操作を繰り返し、各時間 STEP 毎に流入変動風を与える。このため流入変動風に関するデータ保存を必要とせず、計算負荷を小さくすることができる。

3. 等方性乱流場の解析

本手法で作成された変動風を流入境界条件として与え、等方性乱流場を解析し、下流への乱れの減衰過程を調べ、本手法の適用性、有効性を検討した。

尚、今後、本手法により生成された変動風を流入境界条件として正方形断面の2次元角柱まわりの流れの解析を行う予定である。ここでは、無次元化は代表長さ D, 代表速度 U_0 を用いて行った (D, U_0 としては、今後行う予定の解析の角柱一辺の長さおよび流入平均風速を想定)。

(1) 計算概要：計算には collocation grid を用いた^{6,7)}。空間に2次精度中心差分、時間には、移流項に2次精度 Adams-Bashforth, 拡散項に Crank-Nicolson スキームを使用。計算領域は $4D(x_1) \times 2D(x_2) \times 2D(x_3)$ で、メッシュ分割は $64(x_1) \times 32(x_2) \times 32(x_3)$ 。いずれの方向もメッシュ幅 $0.0625 D$ の等間隔メッシュ。Re ($U_0 D/\nu$) 数は 2.2×10^4 とした。

流入条件としての変動風の各成分の乱流強度は10%, インテグラルスケールは $0.1 D$ として作成した。解析領域側面及び軸 (x_3) 方向に直交する境界面では周期境界。流出条件はとする対流型境界条件。SGS モデルは標準 Smagorinsky モデル ($C_s=0.15$) を用い、無次元時間差分間隔は 1×10^{-3} 。

(2) 計算結果：図1は作成された流入変動風各成分の縦相

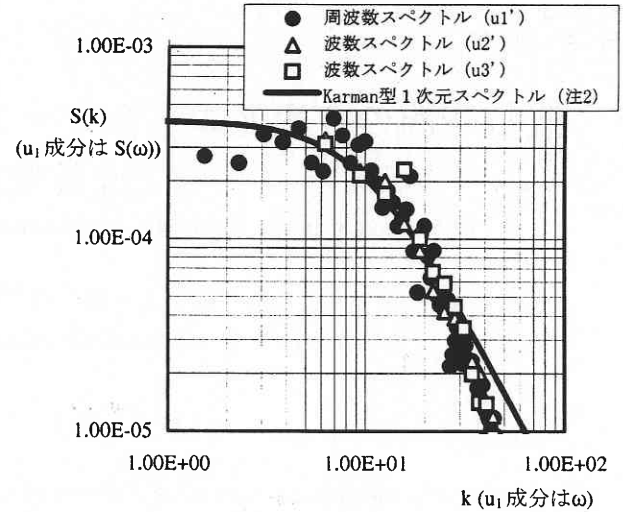


図1 波数スペクトル

[流入面; u_1 成分は周波数スペクトル
 u_2, u_3 成分は波数スペクトル]

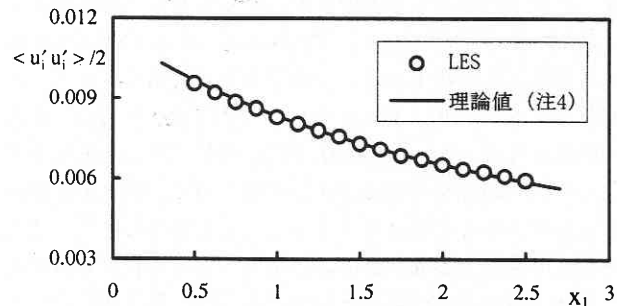


図2 乱流エネルギーの主流方向の減衰過程

関から求めた波数スペクトルとターゲットである Karman 型スペクトル^{注2)}を比較したものである (x_1 方向については周波数スペクトル)。流入変動風のスペクトルは各成分間で差は小さく、乱れの等方性は正しく再現されている^{注2)}。又、これらのスペクトルはターゲットのスペクトルと良く一致している^{注3)}。

図2に乱流エネルギー ($\langle u'_1 u'_1 \rangle / 2$) の主流 (x_1) 方向の減衰過程を示す ($x_1=0$ を流入面として $0.5 \leq x_1 \leq 2.5$ の範囲)。本計算の流入条件 (乱流強度: 10%, インテグラルスケール: 0.1) では比較する実験はないので、ここでは ($\langle u'_1 u'_1 \rangle / 2$) の減衰過程を理論値^{注4)}と比較する。LESの結果は極めて良く理論値と一致している。図中には示してないが、LES計算結果は流入面直後で、約24%のエネルギーの減衰が見られた。このエネルギーの減衰は、①離散化された運動方程式を解く過程に含まれる補間操作、②差分近似に伴う数値的なフィルター効果、③流入変動風

が連続式を満足しているが運動方程式の満足に対する考慮はなされていないことにより生じる計算領域内での解の変化等の原因によるものと考えられる. 図 2 の理論値は LES 計算と比較するために, この初期のエネルギー減衰分を割引いて表示している.

4. ま と め

- ①波数空間のエネルギースペクトルをターゲットとした流入変動風を作成した.
- ②この変動風を流入境界条件として等方性乱流場を対象とする LES の解析を行い, 下流への乱れの減衰過程が正しく再現できることを確認した.

謝 辞

本研究の遂行に当たって, 近藤宏二氏 (鹿島技研), 富永禎秀氏 (新潟工科大学) より種々の貴重なご助言を頂いた. 記して謝意を表する.

注 1) 波数空間上での連続条件の与え方 [文 5]
波数空間上での連続条件は (7) 式で表される.

$$\hat{u}_k \cdot k = 0 \tag{7}$$

$$k = |k_1|e_1 + |k_2|e_2 + |k_3|e_3 \tag{8}$$

ここで, 絶対値記号はベクトルの長さを表し, e_1, e_2, e_3 はそれぞれ k_1, k_2, k_3 の各方向の単位ベクトルとする.
(7) 式より, \hat{u}_k は k_1, k_2, k_3 の各方向ベクトルの合成ベクトル k に直交する面上 (面 A, 図 3) に位置する.

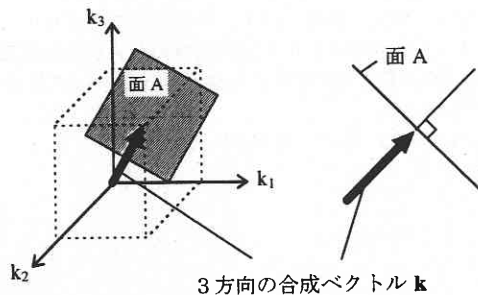


図 3 フーリエ係数 \hat{u}_k の位置関係 (1)

ここで面 A 上の直交座標軸 ($k'_1-k'_2$) を考える (図 4). 図 4 において, k'_1, k'_2 軸上の単位ベクトルをそれぞれ e'_1, e'_2 とすると, \hat{u}_k は (9) 式のおくことができる.

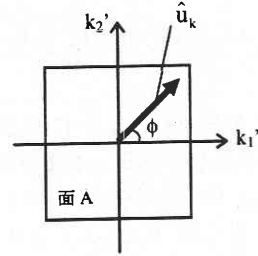


図 4 フーリエ係数 \hat{u}_k の位置関係 (2)

$$\hat{u}_k = \alpha e'_1 + \beta e'_2 \quad (\alpha, \beta \text{ は複素フーリエ成分}) \tag{9}$$

α, β は一般的に振幅も位相もランダムに与えることができるが, 唯一, (10) 式の制約条件が課される.

$$E(k) = \int (\hat{u}_k \cdot \hat{u}_k^*) dA(k) = \int (\alpha \alpha^* + \beta \beta^*) dA(k) \tag{10}$$

ここで, $\int dA(k)$ は半径 k の球面上の表面積分であり, f^* は f の共役複素数.

図 4 において \hat{u}_k と k'_1 軸のなす角を ϕ とし, (10) 式を満足するように α, β を定めると次式となる.

$$\alpha = \hat{u}_k \cdot \cos \phi = \sqrt{\frac{E(k)}{4\pi k^2}} \exp(i\theta_1) \cos \phi \tag{11}$$

$$\beta = \hat{u}_k \cdot \sin \phi = \sqrt{\frac{E(k)}{4\pi k^2}} \exp(i\theta_2) \sin \phi \tag{12}$$

(11), (12) 式中の θ_1, θ_2, ϕ が phase を決めるパラメータであり, ある一定時間間隔 Tr の中で, 一樣乱数を用いて任意に一回だけ変化させる. 図 4 の面 A 上の $k'_1-k'_2$ の座標軸の与え方は任意であるが, ここでは k'_1 軸と k_3 軸が直交するように $k'_1-k'_2$ 座標軸を設定した⁵⁾. 従って,

$$e'_1 \cdot e_3 = 0 \tag{13}$$

(7), (8), (13) 式から, e'_1, e'_2 は

$$e'_1 = \frac{|k_2|}{\sqrt{|k_1|^2 + |k_2|^2}} e_1 - \frac{|k_1|}{\sqrt{|k_1|^2 + |k_2|^2}} e_2 \tag{14}$$

$$e'_2 = \frac{|k_1||k_3|}{|k|\sqrt{|k_1|^2 + |k_2|^2}} e_1 + \frac{|k_2||k_3|}{|k|\sqrt{|k_1|^2 + |k_2|^2}} e_2 - \frac{\sqrt{|k_1|^2 + |k_2|^2}}{|k|} e_3 \tag{15}$$

(14), (15) 式を (9) 式に代入して整理すると,

$$\hat{u}_k = \frac{\alpha |k||k_2| + \beta |k_1||k_3|}{|k|\sqrt{|k_1|^2 + |k_2|^2}} e_1$$

研究速報

$$+ \frac{\beta|k_2||k_3| - \alpha|k||k_1|}{|k|\sqrt{k_1^2 + k_2^2}} - \frac{\beta\sqrt{k_1^2 + k_2^2}}{|k|} e_3 \quad (16)$$

(16) 式右辺の各単位ベクトルに係る係数が k_1, k_2, k_3 各方向のフーリエ係数である。本文中で述べたように、これらに対しフーリエ逆変換を行い、更に等方性乱流の性質を利用すると、実空間 (x_1, x_2, x_3) 上の各成分の風速変動 (u'_1, u'_2, u'_3) が求められる。

注2) 流入変動風の各成分から求めたスペクトルは1次元スペクトルである。ここで、 u'_2 成分、 u'_3 成分は各々 x_2, x_3 方向の縦相関から波数スペクトルを算出している。又、 u'_1 成分は x_1 方向の縦相関を Taylor の仮説を用いて、時間方向の相関に置き換え、これを基に周波数スペクトルを求めている。一方、本研究ではターゲットスペクトルは、(1) 式に示すように3次元エネルギースペクトルの形で与えている。図1では(17)式の $E(k)$ に(1)式を代入し、1次元スペクトル $\theta_{\alpha\alpha}$ に変換し⁸⁾、生成された流入変動風の各成分の1次元スペクトルと比較している。

$$\theta_{11}(k_1) = \frac{1}{2} \int_{k_1}^{\infty} \frac{E(k)}{k} \left(1 - \frac{k_1^2}{k^2}\right) dk \quad (17)$$

等方性乱流の場合には、 $\theta_{11}(k_1) = \theta_{22}(k_2) = \theta_{33}(k_3)$

注3) 図1ではターゲットの Karman スペクトルに1.3の係数を掛けて表示している。これは、本計算では LES 計算で用いられる計算領域やメッシュサイズから規定される波数帯において乱流強度を10%としているため、全波数領域で乱流強度10%としたターゲットスペクトルとはそのままでは比較できないためである。Karman スペクトルの場合、全波数領域のエネルギーの中で今回の LES 解析で再現可能な波数帯のエネルギーの占める割合は67.4% (乱流強度で考えると82%)。従って、ターゲットとする乱流強度10%の82% (乱流強度8.2%) を目標として変動風を作成すればより一致したスペクトルが得られる。

注4) 等方性乱流場では、 k と ε の輸送方程式から主流 (x_1) の k の減衰は次のように与えられる。

$$k(x_1) = \left\{ k_0^{1-C_2} - (1-C_2) \frac{\varepsilon_0 k_0^{-C_2}}{\langle u_1 \rangle} x_1 \right\}^{\frac{1}{1-C_2}} \quad (18)$$

ここで、 C_2 は1.92、 k_0 は流入の k の値。 ε_0 は次式で与えた。

$$\varepsilon = Ck_0^{3/2}/\Lambda_{11} \quad (\text{ここでは[文8]を参考に } C=0.3 \text{ とした})$$

記号

- x_i : 空間座標の3成分, u_i : 風速の3成分,
- k_i : 波数の3成分 (= $2\pi/x_i$)
- ($i=1$: 主流方向, $i=2$: 主流直角(横)方向, $i=3$: 鉛直方向)
- ω : 角周波数 (= $2n\pi$, n : 周波数), f : 変数 f の瞬時値,
- $\langle f \rangle$: 変数 f のアンサンブル平均, $\langle f \rangle_t$: 変数 f の時間平均,
- f' : 時間平均からのずれ (= $f - \langle f \rangle_t$),
- \bar{f} : 変数 f に grid filter を施した値,
- U_0 : 代表風速, D : 代表長さ 尚, 無次元化は U_0, D を用いて行う。 (1996年10月31日受理)

参考文献

- 1) 近藤, 村上, 持田, LES のための流入変動風の作成(その1), 建築学会大会梗概集(1995)pp. 165-166
- 2) 近藤, 持田, 村上, 生成された流入変動風に基づく等方性乱流の LES 計算, 風工学シンポジウム(1996)
- 3) S. Lee, S. K. Lele, P. Moin, Simulation of spatially evolving turbulence and the applicability of Taylor's hypothesis in compressible flow, Phys. Fluid A4 (7) (1992) pp. 1521-1530
- 4) J. O. Hinze, Turbulence, McGraw-Hill (1975)
- 5) R. S. Rogallo, Numerical experiments in homogeneous turbulence, NASA Technical Memorandum 81315 (1981) pp. 1-91
- 6) C. M. Rhie, W. L. Chow, Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation, AIAA Journal, vol. 21 (1983) pp. 1225-1532
- 7) 石田, 村上, 加藤, 持田, 解強制置換法を用いた複合グリッドシステムによる建物内外の気流解析法に関する研究(第一報), 建築学会計画系論文集 No. 451 (1993) pp. 55-66
- 8) J. C. Rotta 「乱流」岩波書店(1975)