

研究速報
特集 9
研究速報

Lagrangian Dynamic SGS Model に基づく LES による チャンネル内立方体障害物周辺の乱流解析

LES of Turbulent Flow around a Surface-mounted Cubical Obstacle in a Channel using Lagrangian Dynamic SGS Model

朴 南 燮*・小林 敏 雄*・谷 口 伸 行*

Namseob PARK, Toshio KOBAYASHI and Nobuyuki TANIGUCHI

1. はじめに

近年、有限体積法(差分法)を用いた LES による複雑な流れ場に対する数値解析が盛んに行われており、またいくつかの高精度の SGS モデルが提案されて注目を集めている。本研究は、LES モデルとして Lagrangian Dynamic SGS モデル¹⁾(以下 LDSM)を適用し、チャンネル内立方体障害物周辺の乱流解析を行い、標準 Smagorinsky モデル(以下 S-Model)を用いた結果と比較したものである。Meneveau らによって提案された LDSM は、dynamic モデルのモデル係数を求める際、流体塊の path line に沿って平均操作を行うことによって一様方向のない複雑乱流場でも dynamic モデルを適用可能にした手法であり、その有効性を検討した。

一方、差分法による LES では計算格子を十分小さく分割しないと不安定な数値振動が生じやすい。本計算対象のチャンネル内障害物周辺の流れの場合は物体の角部分より wiggle が発生し、流れ場全域にその影響があらわれ、特に上流側の影響が大きく数値計算を困難とする。本計算対象では計算安定のため S-Model の計算に対して対流項の離散化に風上差分の QUICK スキームを採用すると SGS のモデルの効果よりスキームによる数値誤差が大きく、後流側の流れが悪くなる。そこで QUICK の適用を数値振動の影響の大きい物体前方の上流側のみに限定することによって後流側の速度分布の改善が得られたのでこの結果についても報告する。

2. 基礎方程式

2.1 LES の基礎方程式

LES における基礎方程式は filtering 操作を施した連続の式と非圧縮性 Navier-Stokes 方程式である。

*東京大学生産技術研究所 第2部

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2)$$

ここで、 τ_{ij} は対流項に対するフィルタ操作により生じる SGS 応力項であり、次式で与えられる。

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (3)$$

2.2 Smagorinsky モデルの基礎方程式

S-Model による SGS 応力 τ_{ij} は次式で表される。

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \tau_{kk} = -2(C_S \bar{\Delta})^2 |\bar{S}| \bar{S}_{ij} \quad (4)$$

ここで、 \bar{S}_{ij} は応力歪みテンソルであり、

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right), \quad |\bar{S}| = \sqrt{2 \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij}} \quad (5)$$

で与えられる。

本計算では、Smagorinsky 定数 C_S は $C_S = 0.10$ とし、グリッドスケール Δ に Van Driest 型の減衰関数 f を乗じている。

$$\Delta = f(\Delta_{x1} \Delta_{x2} \Delta_{x3})^{1/3} \quad (6)$$

$$f = 1 - \exp(-y^+/25) \quad (7)$$

2.3 Lagrangian Dynamic SGS model の基礎方程式

Germano らによって提案された Dynamic SGS モデル²⁾は通常の Grid Scale のフィルタ \bar{f} と、それより大きいテストフィルタ \hat{f} を導入し、(4) 式の係数 $C = (C_S \bar{\Delta})^2$ の時

間的, 空間的变化を瞬時瞬時の計算結果から動的に求める手法であり, Lilly による最小自乗法 [3] を用いると次式で与えられる.

$$C = -\frac{1}{2} \frac{L_{ij} M_{ij}}{M_{ij} M_{ij}} \quad (8)$$

ただし,

$$L_{ij} = \overline{u_i u_j} - \overline{u_i} \overline{u_j} - \frac{1}{3} \delta_{ij} L_{kk} \quad (9)$$

$$M_{ij} = \overline{\alpha^2 |\hat{S}| \hat{S}_{ij}} - \frac{1}{3} \delta_{ij} M_{kk} \quad (10)$$

$$\alpha = \frac{\hat{\Delta}}{\Delta} \quad (11)$$

本計算においては $\alpha=2$ とし, Dynamic SGS モデルのテストフィルタは, 谷口らの提案⁴⁾に基づいて次式で与えた.

$$\hat{f} = \bar{f} + \frac{\hat{\Delta}^2}{24} \nabla^2 \bar{f} + O(\hat{\Delta}^4) \quad (12)$$

この手法でパラメータ C を求めた場合は数値不安定を避けるために乱流場の一様な方向に平均化し数値安定を図る.

本計算対象では一様な方向がないのでパラメータ C の平均操作を流体塊の path line に沿って行う Meneveau らによる Lagrangean Dynamic SGS Model の方法を適用する. この手法により (8) 式は次式で定式化される.

$$C = -\frac{1}{2} \frac{I_{LM}}{I_{MM}} \quad (13)$$

$$I_{LM} = \int_{-\infty}^{+\infty} L_{ij} M_{ij}(Z(t'), t') W(t-t') dt' \quad (14)$$

$$I_{MM} = \int_{-\infty}^{+\infty} M_{ij} M_{ij}(Z(t'), t') W(t-t') dt' \quad (15)$$

ここで $W(t-t') = \frac{\exp(-(t-t')/T)}{T}$ を用いると (14) 式, (15) 式は次式で与えられる.

$$\frac{DI_{LM}}{Dt} = \frac{1}{T} (L_{ij} M_{ij} - I_{LM}) \quad (16)$$

$$\frac{DI_{MM}}{Dt} = \frac{1}{T} (M_{ij} M_{ij} - I_{MM}) \quad (17)$$

時間スケールについては

$$T = C_T \bar{\Delta} (I_{LM})^{-1/4} \quad (18)$$

で与えられる. パラメータは本研究においては 2 としている. また, 計算の安定化のため, $C < 0$ の場合は $C=0$ とした.

3. 数値計算方法概要

基礎方程式の離散化は, 有限体積法 (Schumann, 1975) に基づく差分法で行う. 計算格子は不等間隔の staggered grid を用いて, 空間スキームには 2 次中心差分を, 時間スキームには 3 次 Runge-Kutta 法を採用した. S-Model を用いた計算についてはスキームによる計算安定性を調べるために対流項の離散化の条件を変えながら三つの計算を行った. 計算例 S-CT は対流項に 2 次中心差分を, S-QK は計算安定のため QUICK スキームを採用した. S-UPQK では物体前方の上流側のみ ($-3 < x < -0.5$, $0 < y < 2$, $-3.5 < z < 3.5$) QUICK スキームを限定して採用し, その以外の計算領域では 2 次中心差分で計算した ('S' は S-Model を意味する). LDSM (Dynamic モデル) の計算では QUICK は使わず 2 次中心差分のみで計算した. また非定常の非圧縮流れの差分アルゴリズムとして半陰解法である SMAC 法を使用した. 計算は立方体の高さ H, 流入部の体積平均速度 U_b に基づく Reynolds 数 40,000 に対して行われ, Matinuzzi らの実験結果 [5] [6] と比較した. 計算時間に関しては, S-QK は無次元時間で 60 計算してから 80 までの 20 の統計量を取り, その他の計算は S-QK の結果よりそれぞれ 10 計算してから 20 の統計量を取ったものである.

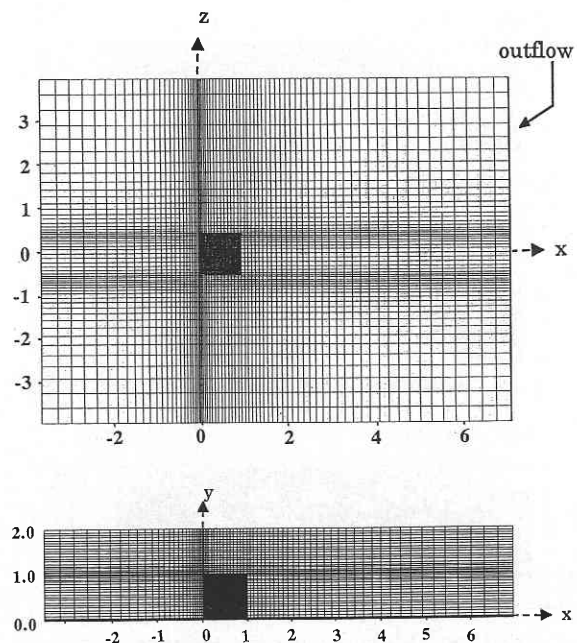


図 1 計算領域及グリッド分割 (78×42×56=183,456点)

研究速報

境界条件として、入口の流入部に発達した乱流場を与えるために2H×3H×7Hの領域を持つDriverを設け、本体部と並行して計算を進める。側面の境界では反復周期境界条件を、流出部では対流境界条件を課している。計算格子数は、本体部の10H×2H×7Hの計算領域(図1)に対して183,456点(=78×42×56)、Driver部には47,040点(=20×42×56)で、総格子数は230,496点である。格子サイズは、 $\Delta x=0.023H \sim 0.380H$, $\Delta y=0.023H \sim 0.059H$, $\Delta z=0.037H \sim 0.280H$ である。無次元計算時間刻み幅 Δt は0.01H/Ubとした。また壁面速度境界条件については、Spalding則による人工的壁面境界条件を採用した。

4. 計算結果

各々の計算結果におけるチャンネルの対称面, Z=0.0

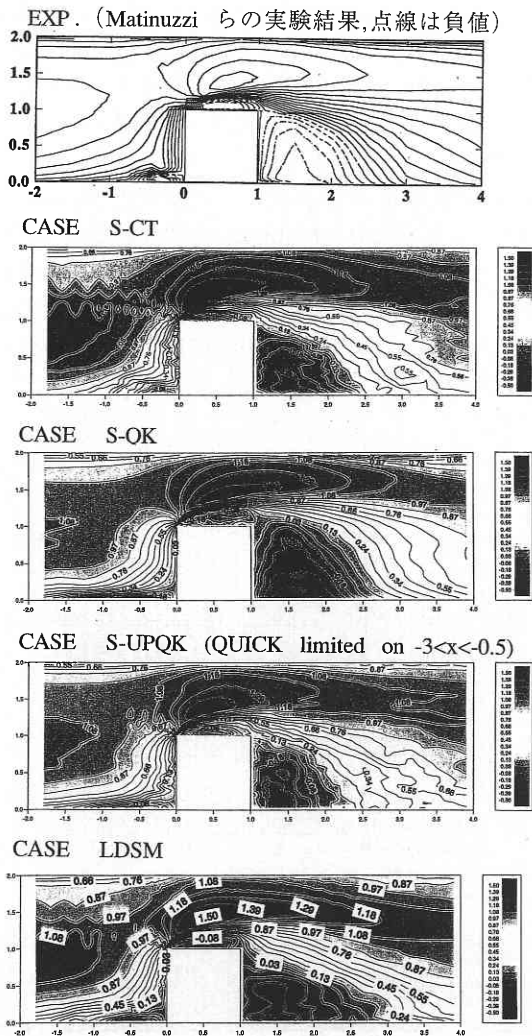


図2 中心断面での平均速度の等値線図 (MIN=-0.5, MAX=1.5, Numb=20)

の中心断面での主流方向の平均速度 $\langle U \rangle$ の等値線図を Matinuzzi ら実験値と比較したものを図2に示す。またチャンネル中心断面での時間平均速度 $\langle U \rangle$ の分布を図3に示す。図4は Reynolds 応力の時間平均 $-\langle u'v' \rangle$ (GS+SGS) の等値線図を示す。計算 S-CT では中心差分による数値不安定を避けるために物体近傍には細かく分割した格子を用いたが wiggle は現れた。wiggle を抑えるには物体近傍だけではなく全計算領域に対して特に物体前方の上流側領域にかけてもっと細かい計算格子を適用しなければならないと思われる。数値安定のため QUICK を採用した計算 S-QK では数値振動は抑えられるが物体上面での再付着が表現できず後流側の流れに影響を及ぼす。本計算対象は物体まわりに QUICK を適用すると流れ場の QUICK に対する依存性が強く、物体を含まない上流領域のみに QUICK を限定して計算した S-UPQK では実験値に近い値が得られた。一方、LDSM の計算では QUICK を採用しなくても計算 S-CT に比べて上流側領域の数値振動が小さく評価された。これは上流側領域で SGS モデル係数 C が過大に評価されて (モデル係数 C の時間平均の平方根 $\langle C \rangle^{1/2}$ の最大値は2.0)

乱流粘性散逸が大きくなり運動量拡散が大きく働いているからである。図5に LDSM 計算におけるモデル係数 C の時間平均の平方根 $\langle C \rangle^{1/2}$ の中心断面での分布を示す。

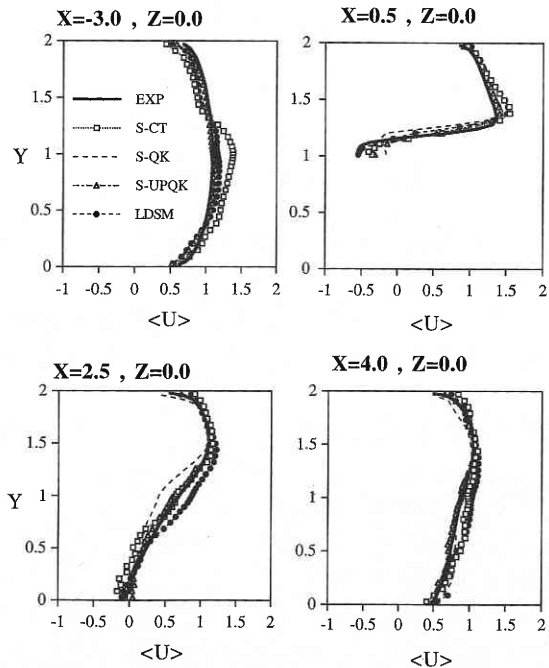


図3 中心断面での平均速度分布 $\langle U \rangle$

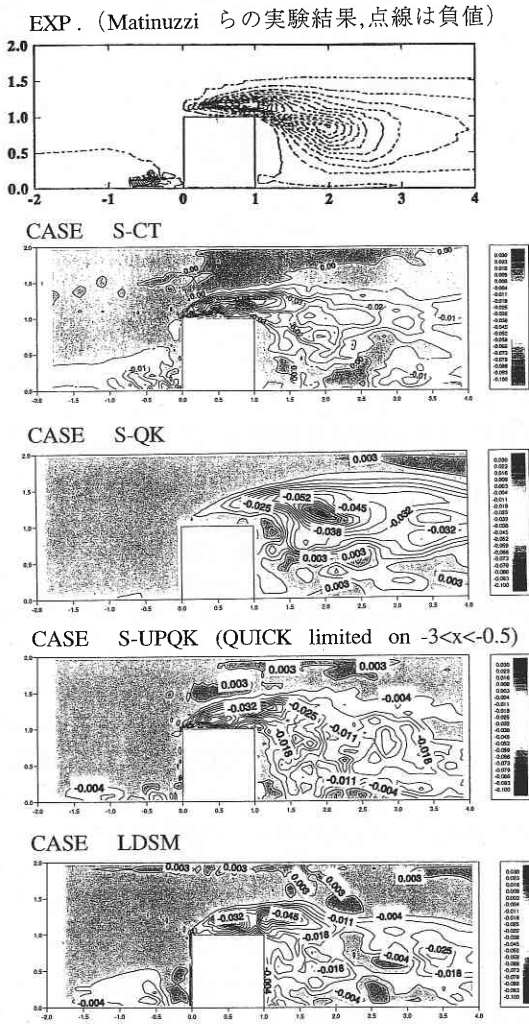


図 4 中心断面での Reynolds 応力 $-\langle u'v' \rangle$ の等値線図 (GS+SGS, MIN=-0.1, MAX=0.03, Numb=20)

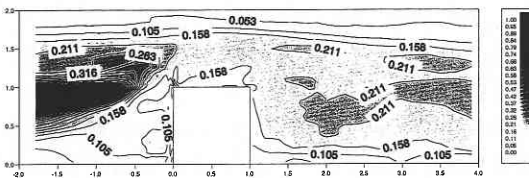


図 5 LDSM のモデル係数 C の時間平均の平方根 $\langle C \rangle^{1/2}$ の等値線図

5. 結 論

Lagrangean Dynamic SGS Model に基づく LES によるチャンネル内立方体障害物周辺の乱流解析が行われた。LDSM の結果は、標準 Smagorinsky モデルの結果と比べて上流側領域で SGS モデル係数 C が過大に評価されて乱流粘性散逸が大きく働き、上流側領域では数値振動が小さくなって速度分布の改善が見られた。しかし、本計算における計算格子数はまだ十分ではなく、SGS のモデルの効果よりスキームの離散化による影響が大きいため SGS のモデルの効果の評価は難しい。チャンネル内立方体障害物周辺の LES 計算はスキームの離散化による数値誤差の影響を受けないくらい計算格子を十分細かく分割する必要があると考えられる。しかし、障害物周辺の流れに対する LES の工学的応用計算では計算 S-UPQK のように QUICK の適用領域を限定する手法も検討する必要がある。

(1996年10月31日受理)

参 考 文 献

- 1) C. Meneveau, T. S. Lund and W. H. Cabot, CTR Proceeding of Summer Program, pp. 1, 1994
- 2) M. Germano, U. Piomelli, P. Moin and W. H. Cabot: A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model, Phys. Fluids, A3, 1760(1991)
- 3) D. K. Lilly, Phys. Fluids A4, pp. 633-635, 1992
- 4) 谷口, 戴, 小林: Dynamic SGS モデルの差分法における定式化, 第 9 回生研 NST シンポジウム論文集(1992)
- 5) Matinuzzi, R. and C. Tropea, The Flow around surface-mounted, prismatic obstacle placed in a Fully Developed Channel Flow, J. of Fluids Engineering, vol. 115 (1993).
- 6) Proc. Workshop on Large Eddy Simulation of Flows past Bluff bodies, (1995. 6, Tegernsee, Germany).
- 7) J. S. Smagorinsky, General circulation experiments with the primitive equations: Part 1, basic experiments, Monthly Wether Rev., 91 (1963) 99-164