特集 3
研究速報

ASI法によるRC骨組構造体の地震崩壊挙動の有限要素解析

Finite Element Analysis of Seismic Damage Behaviors of Reinforced Concrete Buildings by Using the ASI Technique

磯部 大吾郎*・都井 裕*
Daigoro ISOBE and Yutaka TOI

1. 序

1995年1月に発生した丘庫県南部地震は大きな被害をもたらしたが，特に縦方向の地震波に対する建築構造物の強度設計の見直しが図られている．そのため，3軸方向へ加振される構造物に対する簡便な崩壊モード解析法の出現が望まれている．

個別要素法（DEM）や不連続変形法（DDA）などの手法を用いた地震崩壊解析例は過去にも存在するが[1]，従来の有限要素解析コードでは，このような強非線形性・不連続性を持つ問題を解くには非常に複雑なプロセスが必要となり，解析例は稀少である．

本研究では，微小変形・大変形，静的・動的，単調負荷・繰り返し負荷の如何に関わらず，骨組構造の有限要素崩壊解析において，有効であることが立証されている順応型 Shifted Integration 法（ASI 法）[3] をRC骨組構造の地震崩壊解析に応用することを考える．そして，従来の変位型有限要素法ではほとんど解析不可能であったこのような強非線形問題について，ASI法により簡便に解析可能となるアルゴリズムを開発，実際の解析に応用することを主な目的とする．

ASI法とは，弾性要素における数値積分点は線形解析に対する最適位置（3次はり要素の場合はガウス積分点，線形チモシェンコはり要素の場合は中央点）に置き，全塑性断面の発生直後に，その点に正確に塑性ヒンジが形成されるように数値積分点をシフトする手法で，通常の有限要素法に比べ格段に少ない要素数で高精度の解が得られ，また従来の有限要素解析コードへのインプリメントが容易であることが大きな特長である．

本研究で用いたアルゴリズムでは，数値積分点をシフトすることによりある要素の特定の断面に仮想ヒンジを発生させ，それと同時にその要素の断面力を解放し，破断を表現する．この操作により，部材が破断し飛散するような地震崩壊問題も解析が可能となる．また，1部材は最低2つの線形チモシェンコはり要素[2]によって構成される．

非線形解析のための増分理論として，一般には Total Lagrangian Formulation（以下，T.L.F. と表記）あるいは Updated Lagrangian Formulation（以下，U.L.F. と表記）が使用されているが，地震崩壊解析では骨組構造が倒壊する段階で部材の回転が増大することが予想されるため，本研究では主に計算効率の観点より後者の理論を使用することにした．

2. U.L.F. に基づく陰的非線形解析アルゴリズム（支持点加振）

陽解法では，質量を要素の節点に集中化した集中質量マトリックスを用いているので，構造物の振動応答解に大きな誤差が生じる恐れがある．このため地震崩壊解析については，分布質量マトリックスを用いる必要がある．また，地震崩壊解析のような低次モードが挙動を支配する動的問題では，時間増分を長く設定できる陰解法を使用する方が有利である．以上の理由から，本解析については積分法として陰解法を使用することにした．

不釣り合い力を無視すると，陰的非線形解析アルゴリズムにおいては次の増分型運動方程式を解くことになる．

$$[M]\{\Delta\ddot{u}\}+[{}^{n}_{n}\bar{K}]\{\Delta u\}=0 \qquad (1)$$

ここに，$[{}^{n}_{n}\bar{K}]$ は増分ステップnにおける剛性マトリックス，$[M]$ は質量マトリックスである．

本解法では，支持点に任意の加振を受ける構造物に対する増分型の運動方程式として，次式のように表現される式[5]を用いた．

$$[M_1]\{\Delta\ddot{u}\}+[M_2]\{\Delta\ddot{u}_b\}+[{}^{n}_{n}\bar{K}_1]\{\Delta u\}+[{}^{n}_{n}\bar{K}_2]\{\Delta u_b\}=0 \qquad (2)$$

*東京大学生産技術研究所　第2部

ここに，下添字1は支持点でない点同士の連成項，下添字2は支持点でない点と支持点の連成項であることを示す．$\{\Delta\ddot{u}\}$，$\{\Delta u\}$ は，それぞれ節点加速度増分と節点変位増分を表し，下添字のbは支持点の成分であることを示す．

陰解法では，無条件安定の積分法を使用すれば，基本的にどのような時間増分でも設定することが可能である．長い時間増分を設定することにより，問題によっては全体として陽解法より短い計算時間で解析することが可能となるが，各計算ステップにおいて剛性方程式を解くため，1ステップの所要時間は比較的長くなり，またコンピュータのメモリも相当量使用することになる．そこで本研究では，メモリを節約するためにソルバーとして共役傾斜法（CG法）を使用することにした．また，構造物の振動応答解を安全側に評価するために，減衰マトリックスについては本研究では考慮していない．

3. ASI法の地震崩壊問題への適用

本章では，地震崩壊解析にASI法を適用した場合の計算アルゴリズムについて解説する．

Fig. 1に示すように，線形チモシェンコはり要素における数値積分点位置と塑性ヒンジ発生点または破断点位置の関係は

$$s_1=-r_1 \quad \text{または} \quad r_1=-s_1 \tag{3}$$

と表現される[2]．ここに，s_1 および r_1 はそれぞれ，数値積分点位置および塑性ヒンジ・破断の位置である．

要素全体が弾性変形状態にある場合は，要素の中央点が最適な積分点位置であり，この時の剛性マトリックスは以下のように表される．

$$\begin{aligned}[{}^n_n\bar{K}] &= [{}^n_n\bar{K}_L]+[{}^n_n\bar{K}_{NL}] \\ &= \int_{{}^nl}[{}^uT]^T\cdot[{}^0T]^T\cdot[{}^n_n\bar{B}_L(0)]^T\cdot \\ &\quad [{}^n_n\bar{D}_e(0)]\cdot[{}^n_n\bar{B}_L(0)]\cdot[{}^0T]\cdot[{}^uT]\,dl \\ &\quad +\int_{{}^nl}[{}^uT]^T\cdot[{}^0T]^T\cdot[{}^n_n\bar{B}_{NL}(0)]^T\cdot[{}^n_n\bar{S}(0)]\cdot \\ &\quad [{}^n_n\bar{B}_{NL}(0)]\cdot[{}^0T]\cdot[{}^uT]\,dl\end{aligned} \tag{4}$$

ここに，$[{}^n_n\bar{K}_L]$ はU.L.F.における増分剛性マトリックス，$[{}^n_n\bar{K}_{NL}]$ はU.L.F.における幾何剛性マトリックス，$[{}^n_n\bar{B}_L]$ はU.L.F.における線形 $[B]$ マトリックス，$[{}^n_n\bar{B}_{NL}]$ はU.L.F.における非線形 $[B]$ マトリックス，$[{}^n_nD_e]$ は弾性の $[D]$ マトリックス，$[{}^n_n\bar{S}]$ はU.L.F.における一般化応力マトリックス，$[{}^0T]$ は全体座標系から要素座標系への変換マトリックス，$[{}^uT]$ は初期の要素座標系から増分ステップnにおける要素座標系への変換マトリックス，${}^nl$ は時間 $t=t_n$ における要素長である．また，$[{}^n_n\bar{B}_L]$，$[{}^n_n\bar{B}_{NL}]$ の括弧内の数値は数値積分点位置，$[{}^n_n\bar{D}_e]$，$[{}^n_n\bar{S}]$ の括弧内の数値は物理的な応力評価点位置を示す．さらに，時間 $t=t_n$ のステップで計算される要素内力は，次式のように表される．

$$\{{}^n_nF\}=\int_{{}^nl}[{}^uT]^T\cdot[{}^0T]^T\cdot[{}^n_n\bar{B}_L(0)]^T\cdot\{{}^n_n\bar{R}(0)\}\,dl \tag{5}$$

ここで，$\{{}^n_nR\}$ は断面力ベクトル，その括弧内の数値は物理的な応力評価点位置を示す．

はり理論に従えば，曲げモーメント $\bar{R}_1$，$\bar{R}_2$ とせん断力 $\bar{R}_5$，$\bar{R}_6$ の関係は

$$\bar{R}_5=-\frac{d\bar{R}_2}{dz} \tag{6a}$$

$$\bar{R}_6=-\frac{d\bar{R}_1}{dz} \tag{6b}$$

と与えられる．よって，曲げモーメント増分 $\Delta_n\bar{R}_1(s)$ および $\Delta_n\bar{R}_2(s)$ の要素長方向分布は，要素中央点における曲げモーメント増分 $\Delta_n\bar{R}_1(0)$，$\Delta_n\bar{R}_2(0)$ およびせん断力増分 $\Delta_n\bar{R}_5(0)$，$\Delta_n\bar{R}_6(0)$ を用いて，次式により近似することができる．

$$\Delta_n\bar{R}_1(s)=\Delta_n\bar{R}_1(0)-\frac{\Delta_n\bar{R}_6(0)\,{}^nls}{2} \tag{7a}$$

$$\Delta_n\bar{R}_2(s)=\Delta_n\bar{R}_2(0)-\frac{\Delta_n\bar{R}_5(0)\,{}^nls}{2} \tag{7b}$$

上式は，曲げモーメントが要素内で線形に変化し，2つの端点（$s=\pm1$）のどちらかで，最大絶対値をとることを示している．曲げモーメントを除く諸量は要素内で定数値をとるので，要素両端の断面力を上式等で算定し，それらの値を降伏関数に代入することにより塑性化を判定する．

要素両端のどちらか一端（ここでは左端を仮定）が塑性化または破断した直後の増分ステップにおいては，要素内の数値積分点を（3）式に従ってシフトする．すなわち，以下の式のような剛性マトリックスを用いることになる．

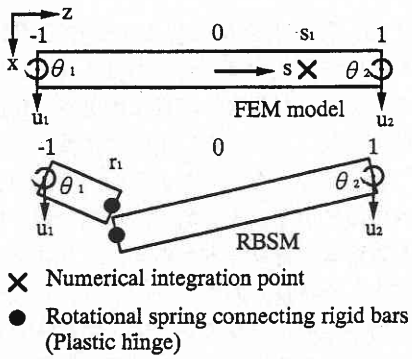

Fig. 1　Linear Timoshenko beam element and its physical equivalent

$$
\begin{aligned}
[{}^n_n\bar{K}] &= [{}^n_n\bar{K}_L] + [{}^n_n\bar{K}_{NL}] \\
&= \int_{nl}[{}^uT]^T \cdot [{}^0T]^T \cdot [{}^n_n\bar{B}_L(1)]^T \cdot [{}^n_n\bar{D}_p(-1)] \cdot \\
&\quad [{}^n_n\bar{B}_L(1)] \cdot [{}^0T] \cdot [{}^uT]\, dl \qquad (8) \\
&\quad + \int_{nl}[{}^uT]^T \cdot [{}^0T]^T \cdot [{}^n_n\bar{B}_{NL}(1)]^T \cdot [{}^n_n\bar{S}(-1)] \cdot \\
&\quad [{}^n_n\bar{B}_{NL}(1)] \cdot [{}^0T] \cdot [{}^uT]\, dl
\end{aligned}
$$

ここに，$[{}^n_n\bar{D}_p]$ は塑性の $[D]$ マトリックスである．また，次式のように表わされる内部応力が生じ，要素が破断した場合には次のステップで解放力としてその要素に作用する．

$$
\{{}^n_nF\} = \int_{nl}[{}^uT]^T \cdot [{}^0T]^T \cdot [{}^n_n\bar{B}_L(1)]^T \cdot \{{}^n_n\bar{R}(-1)\}\, dl \qquad (9)
$$

同様に，要素の右端が塑性化または破断した場合には，数値積分点位置は－1となり，応力評価点位置は1となる．

Fig. 2に，線形チモシェンコはり要素と，応力あるいは塑性ヒンジ形成位置が陽に与えられている物理モデルである剛体・ばねモデルにおける，爆破および破断の際の数値積分点およびばねの位置を示す[4]．

破断の際には，上記のアルゴリズムに従って要素内の数値積分点を要素中央点から破断面と反対の端にシフトし，仮想ヒンジを破断面に発生させる．その際に，本研究では，簡単のために断面力を瞬時に解放する方法を用いた．また，節点が地面に接触した場合には，その節点の自由度を拘束し，バウンドまたは地面への潜り込みなどは考慮しないことにした．

ポスト処理をする際には，以下の点に注意する必要がある．すなわち，計算の中では依然，要素や節点などは連続体として取り扱われているため，ポスト処理の段階において，爆破または破断した要素の破断面については仮想節点を新しく設け，以後は剛体棒の挙動に基づき描画することに注意しなければならない．

4. RC骨組構造の地震崩壊解析

本章では，5層5スパンのRC骨組構造に対して行った地震崩壊解析の結果について考察する．

一般にRC材の力学性状に影響を与えるパラメータとしては，形状・配筋・材料特性はもちろん，応力条件や荷重履歴など様々なものがある．したがって，提案式や実験値にもおのずと適用範囲などの制限が生じるが，本研究では，これらの制限事項を一部除外し，我が国でよく使用されている諸式を用いることにした．RC材の荷重－変位曲線は，ひび割れ点と降伏点をもつtri-linear型のモデルを使用した[6]．各ひび割れ強度，降伏強度として使用した諸式を以下に示す．

曲げひび割れ強度

$$
M_c = 1.8\sqrt{F_c} \cdot Z_e + \frac{NZ_e}{A_c} \qquad (10)
$$

曲げ降伏強度

$$
M_y = 0.8a_t \cdot {}_sf_y \cdot D + 0.5ND\left(1 - \frac{N}{bDF_e}\right) \qquad (11)
$$

せん断ひび割れ強度

$$
Q_c = \left(1 + \frac{N}{150bD}\right) k_c (500 + F_c) \frac{0.085}{M/Qd + 1.7} bj \qquad (12)
$$

せん断終局強度

$$
Q_y = \left[\frac{0.115k_u \cdot k_p(180 + Fc)}{M/Qd + 0.115} + 2.7\sqrt{p_w \cdot {}_sf_{wy}} + 0.1\frac{N}{bD}\right] bj \qquad (13)
$$

ここで，b：柱幅，D：柱せい，h_0：柱の内法高さ，d：有効せい$=0.9D$，A_c：RC材の断面積$=bD$，F_c：コンクリートの圧縮強度，${}_sf_y$：せん断補強筋の引張降伏応力度，Z_e：鉄筋を考慮した断面係数$=1.1Z=1.1\frac{bD^2}{6}$，N：軸方向力，M/Qd：せん断スパン比$=\frac{h_0}{2d}$，j：応力中心間距離$=\frac{7}{8}d$，k_c：部材せいの係数$=0.7$，k_u：部材寸法の係数$=0.7$，k_p：引張鉄筋比の補正係数$=0.82p_t^{0.23}$，p_w：せん断補強筋比$=\frac{a_t}{bx}$，a_t：引張鉄筋断面積，a_w：せん断補強筋1組の断面積，x：せん断補強筋の間隔である．

解析モデルの概要は，以下の通りである．すなわち，コンクリートのヤング率 $E_c=2.1\times10^5$ [kgf/cm^2]，コンクリートのポアソン比 $\nu_c=0.17$，RC材の部材密度 $\rho=2.4\times10^{-3}$ [kgf/cm^3]，コンクリートの圧縮強度 $F_c=240$ [kgf/cm^2]，引張鉄筋降伏応力度 ${}_sf_y=4.0\times10^3$ [kgf/cm^2]，せん断補強筋の引張降伏応力度 ${}_sf_{wy}=3.0\times10^3$ [kgf/cm^2]

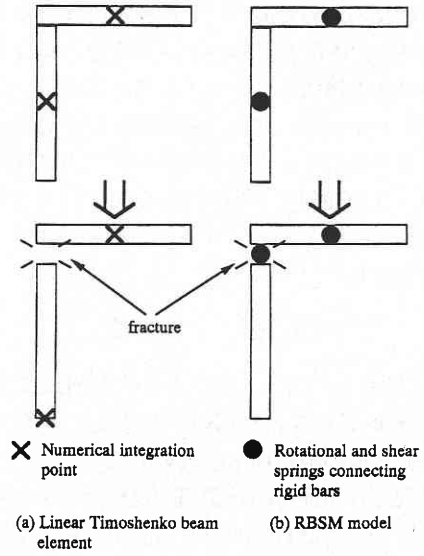

Fig. 2　Concept of fracture in ASI technique

である．また，曲率臨界値（$\kappa_{cr}=1.0\times10^{-3}[1/mm]$）に達した瞬間に材料が破断すると仮定した．1階のRC柱断面を80[cm]×80[cm]，2階以上では60[cm]×60[cm]の正方形とし，また，水平梁には全て40[cm]×40[cm]のRC材を用いた．主筋量を2階以下の柱では断面積の4％，3階以上の柱では最低許容量の0.8％，梁では断面積の5％とし，全ての部材においてせん断補強筋の直径を1.3[cm]，その配置間隔xを30[cm]とした．

解析の初期段階に要素の節点に自重を静的に加え，その後，Fig. 3に示すような地震波（兵庫県南部地震，1995年，神戸海洋気象台）を用いて構造物の支持点で3軸方向に加振し，動的な解析を実施した．

解析には，直接数値積分法として使用実績のあるNewmarkのβ法（$\delta=1/2$）を用いた．ただし，この種の問題は非線形性がとても強いため，$0<\beta\leq1/4$の範囲内では解が発散してしまう．そこで，多少精度は低下するが，数値解が安定に解ける$1/4<\beta<1/2$の範囲内の$\beta=0.4$を本解析では使用した[7]．また，時間増分値を$\Delta t=7.5\times10^{-3}[sec]$とし，地震波の入力時間は30秒間（4000 step）とした．計算時間は，SUNのSparc Station 5で3時間10分であった．

Fig. 4に，地震に伴うRC骨組構造の崩壊過程の様子を示す．本解析では，降伏と除荷の繰り返しによって耐力を失った2階の柱部材がまず破断を起こし，それに伴い3階以上を支えている柱や梁が連鎖的に崩落する様子が確認できる．本モデルの場合には，上層部の柱の主筋量を最低許容量まで減らしたため，上層部から潰れ，崩壊するモードが現れたと考えられる．部材が床を貫通するなど実際の現象とは異なる様子が観察されるが，これは部材間の接触を考慮していないためであり，今後の検討課題である．

解析の結果，本計算アルゴリズムを用いることにより，骨組構造の地震崩壊過程をリアルに表現することが可能であることがわかった．他方，精度維持の目的で分布質量マトリックスを使用する陰的非線形解析アルゴリズムを用いるものの，共役傾斜法（CG法）をソルバーとすることにより計算時間が抑えられ，本アルゴリズムは実用的であることが確認された．

5. 結　　言

本研究では，U.L.F.に基づく支持点加振による陰的非線形解析アルゴリズムを用い，ASI法による5層5スパンRC骨組構造の地震崩壊解析を実施した．その結果，実用的な範囲で骨組構造の地震崩壊過程をリアルに表現することができた．本計算アルゴリズムを用いて実際の地震波を入力した解析を行うことにより，引張・せん断補強筋などの差異による構造物の全体強度への影響が明らかになり，構造設計をする上で有用な知見を得ることが可能となる．

従来の有限要素法では，節点を新しく設けるなど解析プロセスが複雑だったこの種の強非線形問題も，ASI法を用いることにより，簡単に解析することが可能となった．

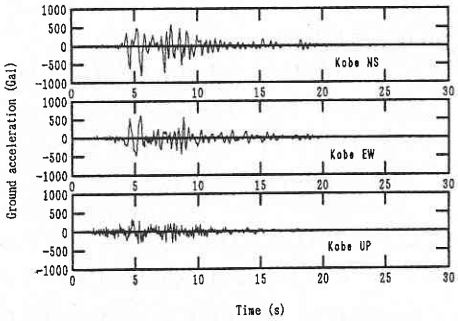

Fig. 3　Great Hanshin earthquake accelerogram used in the sesmic damage analysis

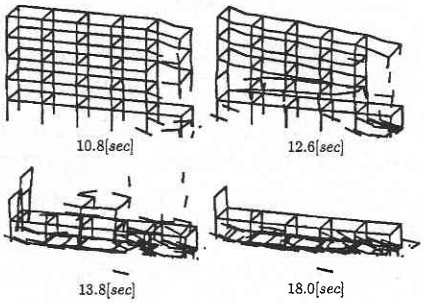

Fig. 4　Seismic damage analysis of reinforced concrete building using ASI technique

（1996年8月12日受理）

参　考　文　献

1) 例えば　目黒公郎，伯野元彦：地震による構造物崩壊被害のシミュレーション，構造工学における数値解析法シンポジウム論文集，第15巻，(1991)，325-330.
2) 都井　裕：骨組構造および回転対称シェル構造の有限要素解析におけるShifted Integration法について，日本造船学会論文集，第168号，(1990)，357-369.
3) 都井　裕，磯部大吾郎：骨組構造の有限要素崩壊解析における順応型Shifted Integration法，日本造船学会論文集，第171号，(1992)，363-371.
4) 磯部大吾郎，都井　裕：ASI有限要素法による骨組構造体の爆破解体解析，構造工学における数値解析法シンポジウム論文集，第19巻，(1995)，13-18.
5) 河島佑男：動的応答解析，コンピュータによる構造工学講座Ⅱ-4-A，培風館，35-37.
6) 鉄筋コンクリート終局強度設計に関する資料，日本建築学会，70-71.
7) 清水信行：パソコンによる振動解析，共立出版，267-268.