特　集　8
研 究 解 説

乱流ダイナモによるポロイダル磁場の生成機構

Generation of Poloidal Magnetic Fields under the Combination of Cross-Helicity and Helicity Dynamo

横 井 喜 充*・吉 澤 　徴*
Nobumitsu YOKOI and Akira YOSHIZAWA

回転球殻での電気伝導性乱流でトロイダル磁場とポロイダル磁場がどのような機構で生成されるかを調べる．ヘリシティ（速度/渦度相関）の効果で磁場を生成するアルファ・ダイナモとクロス・ヘリシティ（速度/磁場相関）の効果で磁場を生成するクロス・ヘリシティ・ダイナモの特徴が概観される．クロス・ヘリシティ・ダイナモによってトロイダル磁場が生成され，それとアルファ・ダイナモを組み合わせることでポロイダル磁場が生成されることが示される．対流層の相対的厚みの違いが地球と太陽のポロイダル磁場生成機構に差異をもたらす可能性が指摘される．

1. は じ め に

自然界には乱流中でも存在し続ける大規模構造がいくつかみられるが，われわれが日常体験する地磁気もそのひとつである．地球や太陽に観測されるこうした大規模な磁場は乱流中でそれを維持する何らかの機構によって生成・維持されている．その機構を解明することは電磁流体力学（*MHD*：magnetohydrodynamics）乱流研究の大きな目標の一つである．計算機の発達とともに*MHD*方程式の計算機シミュレーションが多く行われ，流体の乱流状態や運動と磁場の相互作用についてさまざまな情報が得られるようになってきている[1)~5)]．しかし，現実の天体現象に則したパラメタで計算を実行することは現在の計算機の処理能力をもってしても不可能である．一方，小さなスケールの運動に対して乱流モデルを導入しそれを使って平均場を計算する方法は，微細な構造の時間変化の追跡をある程度犠牲にする代わりに現実的なパラメタでの計算を可能にする．その意味でこの二つのアプローチは相補い合うものである．

磁場内で電気伝導性の流体が運動し電磁誘導作用によって流体内に流れた誘導電流が磁場を再生するというダイナモの考え方は太陽や惑星の磁場を説明するのに用いられてきた．特に流体運動の乱れの効果によって平均磁場の誘導方程式がもつ対称性が破れ大規模磁場構造が再生されるという乱流ダイナモの考え方は磁場を伴う多くの天体現象に適用され一定の成果を収めてきた[6)~9)]．これまで広く用いられてきた乱流ダイナモであるアルファ・ダイナモは，乱流場にヘリシティ（速度/渦度相関）があると磁場$\boldsymbol{B}$にそろった電流$\boldsymbol{J}$が誘起されるというものである．しかしこのダイナモでは$\boldsymbol{B}$が$\boldsymbol{J}$と平行であり，磁場の効果が平均のLorentz力$\boldsymbol{J}\times\boldsymbol{B}$を通して速度場にフィード・バックされることはない[10)]．その意味で平均場ダイナモ理論としてのアルファ・ダイナモは速度場と磁場の間の相互作用が弱い特定の状況にしか適用できない面をもっている．一方，流体が平均の回転運動をしているときにはクロス・ヘリシティ・ダイナモとよばれるダイナモが有望な磁場生成機構であることがわかってきた[11)~14)]．そこでは乱流場にクロス・ヘリシティ（速度/磁場相関）があると渦度$\boldsymbol{\Omega}$にそろった電流$\boldsymbol{J}$が誘起される．このクロス・ヘリシティ・ダイナモは回転速度から直ちに速度に沿った磁場を誘起できる点でアルファ・ダイナモより効果的なダイナモとなる可能性を有する．またこのダイナモでは生成された磁場の効果が平均のLorentz力やReynolds応力を通して速度場にフィード・バックするため，速度場と磁場の相互作用を扱う点で従来のアルファ・ダイナモを補完する役割を果たすことが期待できる．

地球の磁場については古地磁気学の知識を含めて詳細な観測記録が残っている．また太陽の磁場についても太陽表面の黒点活動などの観測を通じて多くのことがわかってきている．地球や太陽などの回転球殻の流体運動のうち支配的なのは天体が回転していることに起因する流体のトロイダル回転である．この平均の回転運動はクロス・ヘリシティ効果によって容易にトロイダル磁場を誘導するであろう．トロイダル磁場自体は流体の対流層に閉じ込められているために直接観測することが困難であるが，太陽の黒点

*東京大学生産技術研究所　第1部

磁場は数少ない例外となる．一方，ポロイダル磁場は地磁気に見られるように多くの天体現象で容易に観測され，トロイダル磁場との関係もある程度知られている．そこでここでのわれわれの関心は，クロス・ヘリシティ効果とアルファ効果をうまく組み合わせることで，地球と太陽についてのトロイダルとポロイダルの磁場に関する観測を矛盾なく説明することにある．

本稿の構成は以下のとおりである．第2節で平均場のMHD方程式と統計理論の主要な結果が概観される．第3節でアルファ・ダイナモとクロス・ヘリシティ・ダイナモの特徴がその直感的意味とともに示される．第4節でクロス・ヘリシティ効果とアルファ効果を組み合わせて平均磁場の誘導方程式の定常解となるダイナモ解を導く．第5節でそれぞれ地球と太陽を例にとり，厚い球殻の場合と薄い球殻の場合についてポロイダル磁場の生成機構を比較する．簡単なまとめが第6節で行われる．

2. 基 礎 方 程 式

2.1　平均場の方程式

乱流現象は非常に広い範囲の長さスケールにわたる現象である．この過程に含まれる連続的かつ様々な長さスケールを同時に扱うことは困難を伴うため，適当な統計平均の操作〈・〉を導入し，各物理量を統計平均とそこからのゆらぎに分ける．ここでは特に大規模な磁場や速度場に興味があるので，平均量の方程式を取り扱い，そこにゆらぎがどのような影響を与えるかを考える．またプラズマの圧縮性あるいは密度変動の影響は流体の速度場を考える際の重要な要素であるが，磁場の方程式は直接的な形でそれらを含まない．したがって主にプラズマ中の磁場構造を調べる際にはそれらの要素は速度場のときほどには重要でなくなると考えてよい．以下の議論では，原則として非圧縮性のMHD方程式を考える．

非圧縮MHD流体の平均場を支配する方程式は

運動量保存則

$$\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial t}+\nabla\cdot(\boldsymbol{UU})=-\nabla P_M+\nabla\cdot R+\boldsymbol{J}\times\boldsymbol{B}+\nu\Delta\boldsymbol{U}, \tag{1}$$

磁場の誘導方程式

$$\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}=-\nabla\times\boldsymbol{E}, \tag{2}$$

Ohm の法則

$$\boldsymbol{J}=\frac{1}{\lambda}(\boldsymbol{E}+\boldsymbol{U}\times\boldsymbol{B}+\boldsymbol{E}_M), \tag{3}$$

非圧縮性条件

$$\nabla\cdot\boldsymbol{U}=\nabla\cdot\boldsymbol{B}=0 \tag{4}$$

である．ここで$\boldsymbol{U}, \boldsymbol{B}, \boldsymbol{J}\,(=\nabla\times\boldsymbol{B})$，$\boldsymbol{E}$はそれぞれ速度，磁場，電流密度，電場の平均部分，また$P_M=P+\langle \boldsymbol{b}'^2\rangle/2$（$P$：平均ガス圧）である．さらに$\nu$は動粘性率，$\lambda$は電気伝導度$\sigma$と透磁率$\mu$を用いて$\lambda=1/(\sigma\mu)$と表される磁気拡散率，ダイアディクスの発散は$[\nabla\cdot(\boldsymbol{AA})]^\alpha=(\partial/\partial x^a)A^aA^\alpha$を意味している．ただし(1)－(4)で$\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{J}$, P_M, $\boldsymbol{E}$などは Alfvén 単位で書かれている．(2)式に(3)式を代入し平均電場$\boldsymbol{E}$を消去するとよく知られる平均磁場の誘導方程式

$$\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}=\nabla\times(\boldsymbol{U}\times\boldsymbol{B}+\boldsymbol{E}_M)+\lambda\Delta\boldsymbol{B} \tag{5}$$

が得られる．

(1)，(3)，(5)式中の Reynolds 応力Rと乱流起電力$\boldsymbol{E}_M$はゆらぎ速度$\boldsymbol{u}'$やゆらぎ磁場$\boldsymbol{b}'$から

$$R\equiv-\langle\boldsymbol{u}'\boldsymbol{u}'-\boldsymbol{b}'\boldsymbol{b}'\rangle \tag{6}$$

$$\boldsymbol{E}_M\equiv\langle\boldsymbol{u}'\times\boldsymbol{b}'\rangle \tag{7}$$

で定義される量で，これらの量を通してのみゆらぎの効果が平均場に取り入れられるため最も重要な量と言える．

2.2　Reynolds 応力と乱流磁気起電力のモデル化

統計理論を用いた計算によりRと$\boldsymbol{E}_M$は平均速度Uと平均磁場Bを用いて

$$R^{\alpha\beta}=-\frac{2}{3}K_R\delta^{\alpha\beta}+\nu_T S^{\alpha\beta}-\nu_M M^{\alpha\beta}, \tag{8}$$

$$\boldsymbol{E}_M=\alpha\boldsymbol{B}-\beta\boldsymbol{J}+\gamma\boldsymbol{\Omega} \tag{9}$$

と表せることがわかっている[6),8),11),15)]．ただし$\boldsymbol{\Omega}\,(=\nabla\times\boldsymbol{U})$は平均渦度，$\delta^{\alpha\beta}$は Kronecker のデルタである．また$K_R$, $S^{\alpha\beta}$, $M^{\alpha\beta}$はそれぞれ

$$K_R=\frac{1}{2}\langle\boldsymbol{u}'^2-\boldsymbol{b}'^2\rangle, \tag{10}$$

$$S^{\alpha\beta}=\frac{\partial U^\beta}{\partial x^\alpha}+\frac{\partial U^\alpha}{\partial x^\beta}, \tag{11}$$

$$M^{\alpha\beta}=\frac{\partial B^\beta}{\partial x^\alpha}+\frac{\partial B^\alpha}{\partial x^\beta}, \tag{12}$$

で定義される．(8)，(9)式中の係数は一点乱流モデリングでは，以下のように定義される乱流統計量；

$$\text{乱流 }MHD\text{エネルギー}：K=\frac{1}{2}\langle\boldsymbol{u}'^2+\boldsymbol{b}'^2\rangle, \tag{13}$$

$$\text{乱流残留ヘリシティ}：H=\langle\boldsymbol{b}'\cdot\boldsymbol{j}'-\boldsymbol{u}'\cdot\omega'\rangle, \tag{14}$$

$$\text{乱流クロス・ヘリシティ}：W=\langle\boldsymbol{u}'\cdot\boldsymbol{b}'\rangle \tag{15}$$

を用いて

$$\alpha=C_\alpha\frac{K}{\varepsilon}H, \tag{16}$$

$$\beta = \frac{5}{7}\nu_T = C_\beta \frac{K^2}{\varepsilon}, \tag{17}$$

$$\gamma = \frac{5}{7}\nu_M = C_\gamma \frac{K}{\varepsilon} W \tag{18}$$

のようにモデル化される．ここでεは

$$\varepsilon = \nu \left\langle \left(\frac{\partial u'^b}{\partial x^a} \right)^2 \right\rangle + \lambda \left\langle \left(\frac{\partial b'^b}{\partial x^a} \right)^2 \right\rangle \tag{19}$$

で定義されるエネルギー散逸率である．(16)－(18) 式中のモデル定数 C_α, C_β, C_γ は MHD 方程式の直接数値計算から

$$C_\alpha \approx 0.02,\quad C_\beta = 0.055,\quad C_\gamma = 0.037 \tag{20}$$

のように評価されている[16)]．平均場の方程式に (8)，(9) を代入し閉じた形で解くためには同時に K, ε, H, W についての発展方程式を解く必要があるがここではその詳細に立ち入らない（詳しくは文献6)，8) を参照)．

3. 乱流ダイナモ

(3)式の E_M に(9)の表式を代入して $\boldsymbol{J}$ について解くと

$$\boldsymbol{J} = \frac{1}{\lambda + \beta}\left(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{U} \times \boldsymbol{B} + \alpha \boldsymbol{B} + \gamma \boldsymbol{\Omega}\right) \tag{21}$$

となる．この形からアルファ・ダイナモとクロス・ヘリシティ・ダイナモの基本的性質を見ることができる．

3.1 アルファ・ダイナモ

(21) 式でクロス・ヘリシティの項 $\gamma\boldsymbol{\Omega}$ を無視すると乱流の効果として平均磁場 $\boldsymbol{B}$ に比例した平均電流密度 $\boldsymbol{J}$ という配位が与えられることがわかる．その比例係数は α すなわち乱流残留ヘリシティ H で表される［(16) 式を参照]．このことは，ゆらぎ速度とゆらぎ渦度に相関がある（乱流場がヘリカルである）と磁場の微小変動にねじれが伴い，結果として元の磁場に平行または反平行な電流密度配位が形成されうることを意味している（図1）．形成された $\boldsymbol{J}$ と $\boldsymbol{B}$ が（反）平行であるため力をおよぼさない (force-free) 磁場配位となっている．

3.2 クロス・ヘリシティ・ダイナモ

クロス・ヘリシティ・ダイナモは (21) 式で残留ヘリシティの項 $\alpha\boldsymbol{B}$ を無視したものに対応する．このとき平均渦度 $\boldsymbol{\Omega}$ に比例した平均電流密度 $\boldsymbol{J}$ が生成される．その比例係数は γ すなわち乱流クロス・ヘリシティ W で表される［(18) 式を参照]．乱流場にクロス・ヘリシティ（速度/磁場相関）があると渦度に平行または反平行な電流密度が形成される．このとき平均磁場 $\boldsymbol{B}$ は平均の回転速度 $\boldsymbol{U}$ に沿ったものとなる（図2）．

4. トロイダル磁場とポロイダル磁場

渦度あるいは回転運動の影響という視点で見た場合，クロス・ヘリシティ・ダイナモでは平均渦度が直接効くのに対して，アルファ・ダイナモではその影響はゆらぎの速度/渦度相関を通して働くに過ぎないことがわかる．したがって平均の回転運動がある場合にはトロイダル磁場の生成に支配的な役割を果たすのはクロス・ヘリシティ効果だと考えられる[12)～14)]．ところでこのトロイダル方向の磁場に付随する電流密度はポロイダル方向を向く（Ampère の法則）．したがってポロイダル方向の磁場生成には，電流密度と磁場がそろうという性質を持ったアルファ効果が重要な役割を果たすのではないかと予想できる．

平均の渦度は系の一様回転からの寄与と差動回転からの寄与によって構成される；

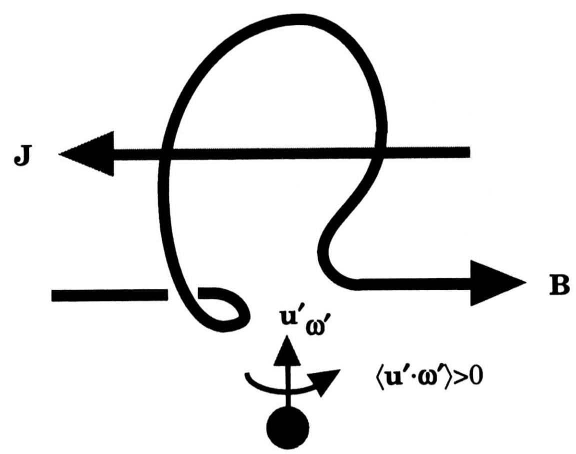

図1　アルファ・ダイナモの直感的イメージ
乱流場がヘリカルだと元の磁場 $\boldsymbol{B}$ に（反）平行な電流 $\boldsymbol{J}$ の配位が可能になる。図は $\langle \boldsymbol{u}' \cdot \boldsymbol{\omega}' \rangle > 0$ で $\boldsymbol{J}$ と $\boldsymbol{B}$ が反平行になる場合を示している。簡単のために $\langle \boldsymbol{b}' \cdot \boldsymbol{j}' \rangle$ の部分の寄与を無視している。

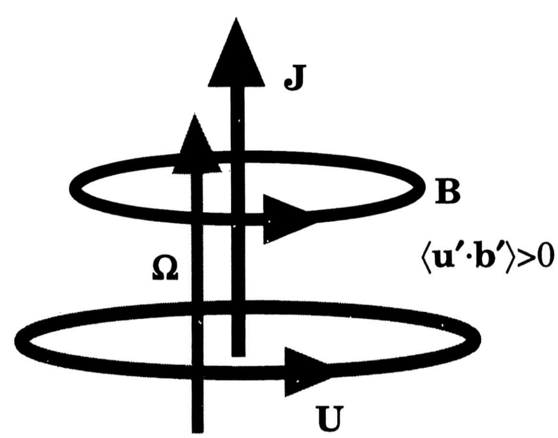

図2　クロス・ヘリシティ・ダイナモの直感的イメージ
乱流場にクロス・ヘリシティ（速度/磁場相関）があると渦度 $\boldsymbol{\Omega}$ に（反）平行な電流密度 $\boldsymbol{J}$ という配位が可能になる。このとき回転運動 $\boldsymbol{U}$ にそった平均磁場 $\boldsymbol{B}$ が生成されている。図は $\langle \boldsymbol{u}' \cdot \boldsymbol{b}' \rangle > 0$ で $\boldsymbol{J}$ と $\boldsymbol{\Omega}$ が平行になる場合を示している。

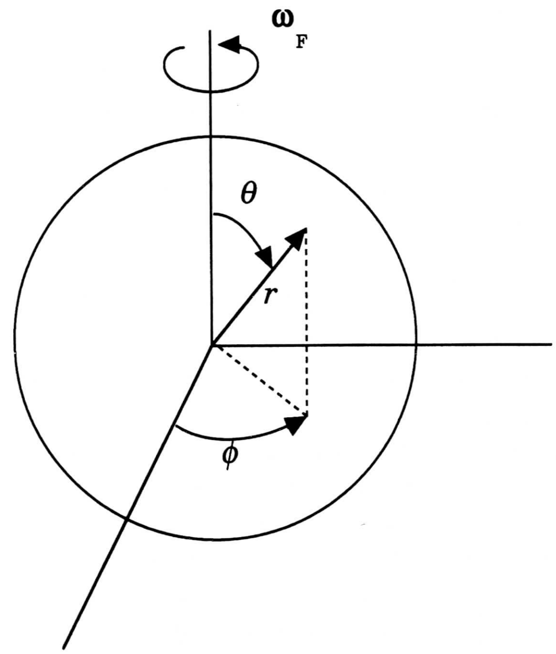

図3　極座標系（r, θ, ϕ）

$$\Omega = 2\,\omega_F + \Omega_D. \tag{22}$$

そして対応する流体の回転速度は一様回転の部分とそれ以外の部分に分けることができる．以下では平均速度場が大きい場合と小さい場合とに分けて，それぞれでクロス・ヘリシティ効果とアルファ効果の組み合わせによりどのようなポロイダル磁場が生成されるかについて見ていく．必要に応じて極座標系（r, θ, ϕ）を用いる（図3）．

4.1　平均速度場が大きい領域

特に主要な速度場としてトロイダル回転速度

$$\boldsymbol{U} = [0, 0, U^{\phi}(r, \theta)]\ \text{（極座標）} \tag{23}$$

を考える．前述したように回転速度が大きい場合には，平均の回転運動から直接平均のトロイダル磁場を作るクロス・ヘリシティ・ダイナモが支配的となるであろう．そこでクロス・ヘリシティ効果で生成される磁場 $\boldsymbol{B}_0$ および電流 $\boldsymbol{J}_0$ に摂動的にアルファ効果がはたらき磁場 $\boldsymbol{B}_1$ と電流 $\boldsymbol{J}_1$ が生成される場合を考える；

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}_0 + \boldsymbol{B}_1,\ \ \boldsymbol{J} = \boldsymbol{J}_0 + \boldsymbol{J}_1. \tag{24}$$

(24) 式を (5) 式に代入し，定常性を仮定するとそれぞれの磁場について

$$\nabla \times (\boldsymbol{U} \times \boldsymbol{B}_0 - \beta \boldsymbol{J}_0 + \gamma \boldsymbol{\Omega}) = 0, \tag{25}$$

$$\nabla \times (\boldsymbol{U} \times \boldsymbol{B}_1 - \beta \boldsymbol{J}_1) = -\nabla \times (\alpha \boldsymbol{B}_0) \tag{26}$$

という方程式が得られる．ただしここで乱流磁気拡散 β に比べて分子磁気拡散 λ はずっと小さいので無視してある．摂動がないときの磁場 $\boldsymbol{B}_0$ と電流 $\boldsymbol{J}_0$ については既に

$$\boldsymbol{B}_0 = \frac{\gamma}{\beta}\boldsymbol{U}, \tag{27}$$

$$\boldsymbol{J}_0 = \frac{\gamma}{\beta}\boldsymbol{\Omega} \tag{28}$$

の形の解が知られているので[13]，これを (26) 式に代入し，回転運動のループに沿って Stokes の定理をあてはめる．速度場が (23) の形であることに注意するとトロイダル方向の摂動電流が

$$J_1^{\phi} = \frac{\alpha\gamma}{\beta^2} U^{\phi} \tag{29}$$

で与えられることがわかる．係数のうち α と γ はともに擬スカラーであるからどちらも赤道面を挟んで符号が反転する．したがって $\alpha\gamma$ は北半球と南半球で常に同符号になる．このことは (29) 式で与えられるトロイダル電流密度が北半球でも南半球でも同一方向を向いていることを意味し，摂動磁場 $\boldsymbol{B}_1$ のポロイダル磁場がダイポール（双極子）型になることを示している．地球・太陽のポロイダル磁場と (29) 式との関連は第5節で詳しく述べる．

4.2　平均の速度場が小さい領域

回転球殻を考えると，4.1節のような取り扱いは一様回転による回転速度が大きい中・低緯度の領域で有効である．一方，極近辺の高緯度の領域では回転速度自体は小さくなる．このように回転はあるが平均の速度場自体は小さい場合，(5) 式は

$$\nabla \times (\alpha \boldsymbol{B} - \beta \boldsymbol{J} + \gamma \boldsymbol{\Omega}) = 0 \tag{30}$$

の形となる．α や γ が局所的に一様だという近似の下で

$$\boldsymbol{B} = -\frac{\gamma}{\alpha}\boldsymbol{\Omega} \tag{31}$$

という磁場を考えてみる．極近傍では渦度 $\boldsymbol{\Omega}$ を一様回転の部分で近似することが可能なので，極近傍での磁場の表式として

$$\boldsymbol{B} = -\frac{2\gamma}{\alpha}\boldsymbol{\omega}_F \tag{32}$$

が得られる．つまり天体の回転軸に沿った磁場が生成されることになる．この解は $\boldsymbol{J} = 0$ の状況に対応している．実際，γ と α が局所的に一様なら (32) 式の両辺の curl をとることで $\boldsymbol{J} = 0$ を導くことができる．*MHD* 方程式の計算機シミュレーションでも，高緯度領域で磁場と回転ベクトルが揃うという傾向が指摘されている[2]．

5. 議　　論

ダイナモ作用が生じるのは電気伝導性流体が乱流を伴って運動している対流層（convection zone）と呼ばれる領域である．地球や太陽のような天体ではこの対流層は回転

球殻となっている．ここでは対流層の外殻半径を b，内殻半径を a として，対流層が比較的厚い場合 $[(b-a)/b \approx 1]$ と薄い場合 $[(b-a)/b \ll 1]$ とに分けて，それぞれでダイナモがどのようなポロイダル磁場を生成するかを見ていく．

5.1　厚い対流層

地球は地表面，マントル，中心核から構成される（図4）．地球中心核は高圧のため固体状態の鉄が主成分である内核（$a=1200$km）と高温のため鉄が溶融し液体状態にある外核（$b=3500$km）からなる．地球は対流層である外核が比較的厚い回転球殻である $[(b-a)/b=0.66]$．

さて，地球のトロイダル磁場がクロス・ヘリシティ効果で回転運動から生成されるとする．クロス・ヘリシティ・ダイナモによる磁場の表式（27）を Alfvén 単位から通常の単位に戻すと

$$\boldsymbol{B}^{*}=(\rho\mu)^{1/2}\frac{\gamma}{\beta}\boldsymbol{U}=(\rho\mu)^{1/2}\frac{C_\gamma}{C_\beta}\frac{W}{K}\boldsymbol{U} \tag{33}$$

となる［(17)，(18) 式参照］．外核の流体の回転速度として一様回転による

$$U^{\phi}=r|\omega_F|\sin\theta \tag{34}$$

を考える．パラメタとして，外核の特徴的半径（$r \approx 10^3$km），地球の回転角速度（$|\boldsymbol{\omega}_F|=7.3\times10^{-5}\mathrm{s}^{-1}$），鉄の密度（$\rho=1.1\times10^4\mathrm{kg\ m}^{-3}$），透磁率（$\mu=4\pi\times10^{-7}$ Henry m^{-1}），また $|\sin\theta|\approx0.1$ およびモデル定数 (20) を用いると，(33) 式から

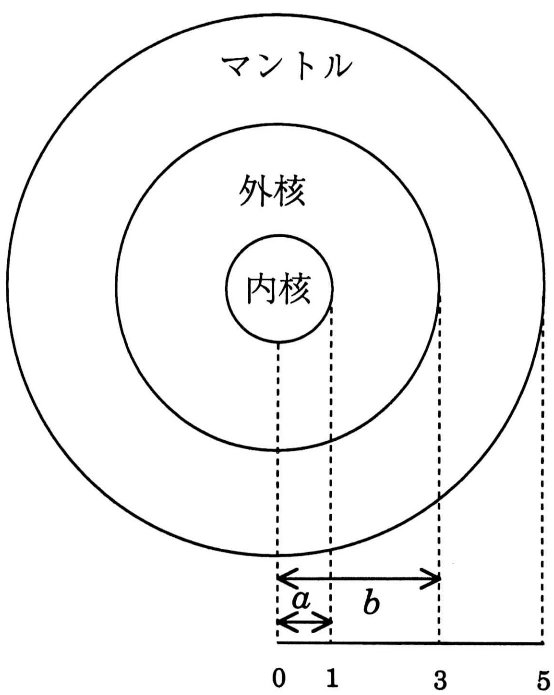

図4　厚い球（地球）

$$|B^{\phi*}|=[O(10^3)\sim O(10^4)]\frac{|W|}{K}\ (\mathrm{Gauss}) \tag{35}$$

の評価を得る．地上で容易に観測されるポロイダル磁場（地表で数 Gauss）と違って，地球のトロイダル磁場を直接測定することは不可能だが，他の観測から $O(10^2)$ (Gauss) と評価されている[17]．この結果は (35) 式で

$$\frac{|W|}{K}=O(10^{-1})\sim O(10^{-2}) \tag{36}$$

と選ぶことに対応する．規格化された速度/磁場相関である $|W|/K$ についてのこの評価 (36) は，これとは全く独立に様々な銀河の回転速度と磁場の強さの観測から得られた評価と良く一致している[14]．

地球のポロイダル磁場に (29) の表式を適用すると前述したようにポロイダル磁場が南から北あるいは北から南へ貫くダイポール（双極子）型となる．このポロイダル磁場の向きは $\alpha\gamma$ の符号で決まる．よく知られているように地球の磁場は $O(10^5)\sim O(10^6)$ 年で反転するが，現在はダイポール磁場の軸が北極から南極へ向かっており，$\alpha\gamma$ が負であることを示唆している．これは

$$\alpha\geq0,\ \ \gamma\leq0\ \ (\text{北半球}) \tag{37a}$$

または

$$\alpha\leq0,\ \ \gamma\geq0\ \ (\text{北半球}) \tag{37b}$$

が成り立っていることを意味する．磁場 $\boldsymbol{B}$ および電流密度 $\boldsymbol{J}$ の反転は速度場 $\mathbf{U}$ の反転を伴わずに起きる．したがって，回転球殻で速度/磁場相関であるクロス・ヘリシティ W［(15) 式］または γ が符号を変えても，速度/渦度および電流/磁場相関である残留ヘリシティ H［(14) 式］または α は符号を変えないままであることが予想される．実際，太陽表面の渦の観測では磁場極性が何度も反転する間に α が同一符号に留まっていることが確かめられている[18]．また MHD 方程式の計算機シミュレーションも α が北半球で常に正であることを示唆している[5]．このことは条件 (37a) が成立していることを意味する．

5.2　薄い対流層

太陽の内部は核，放射帯，対流層に分けることができる（図5）．対流層の内殻半径は $a=6.0\times10^5$km，外殻半径は $b=7.0\times10^5$km であり，地球の場合と比較して太陽の対流層はかなり薄い $[(b-a)/b=0.14]$．

太陽の対流層でのトロイダル磁場の強さはクロス・ヘリシティ・ダイナモの表式 (33) を使って

$$B^{\phi*}=0.4\times10^{-9}\frac{|W|}{K}n^{1/2}\ \ (\mathrm{Gauss}) \tag{38}$$

と評価することができる．ただしここで n は水素の数密度であり，特徴的回転速度として $U^{\phi}=10^3\mathrm{ms}^{-1}$ を用いている．もしトロイダル磁場の強さが黒点磁場に観測され

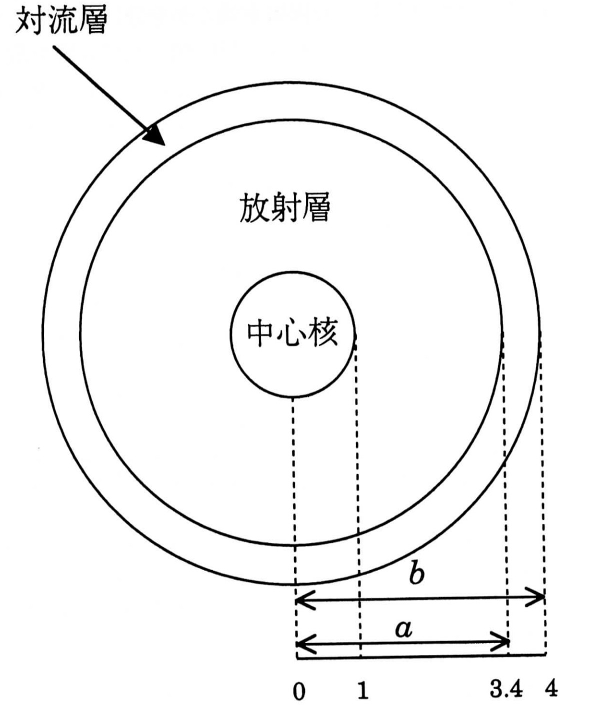

図5　薄い球（太陽）

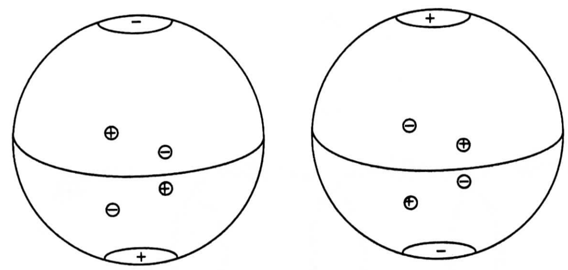

図6　黒点磁場の極性
同じ半球内で先行黒点の磁場極性と極磁場の極性は常に一致している（Haleの法則）.

るように $O(10^3)$ Gaussであり，規格化された速度/磁場相関 $|W|/K$ の値が（36）式で与えられるとすると，（38）式から水素の数密度として

$$n = O(10^{27} \sim 10^{29})\ \mathrm{m}^{-3} \tag{39}$$

が得られる．この値は観測から知られる値と矛盾しない[19]．このことはクロス・ヘリシティ・ダイナモによる磁場の表式（27）および（33）の妥当性を示している．

太陽磁場の極性は11年で反転することが黒点磁場の観測などから明らかになっている．特に黒点磁場については次のようなことが知られている[19),20)]．

（i）黒点は低・中緯度にのみ現れるが，多くはふたつが対で現れ，対のうち前方の黒点（先行黒点）が赤道の近くに位置する．

（ii）対をなす黒点磁場の極性はそれぞれN（+）とS（−）であり，同じ半球ではどの黒点でもN-S配位は変わらない．つまり先行黒点はみな同じ極性を持っている．

（iii）同じ半球である限り先行黒点の磁場極性と極磁場の極性は常に一致する（Haleの法則）.

（iv）黒点磁場の極性は11年で反転するが，11年の間に黒点の位置は徐々に赤道方向に向かって移動する．

図6はこれらの観測事実を図示したものである．

黒点は，対流層の下層に存在する磁束が磁気浮力の作用で浮上する際に太陽表面を横切る断面であると理解されている[21),22)]．アルファ・ダイナモでも対流層の流体運動を注意深く選べば黒点に関するこれらの観測事実をうまく説明できることがわかっている[7),23),24)]．クロス・ヘリシティ・ダイナモの観点からは太陽磁場のトロイダル成分はダイナモ解（27）で与えられる．このとき例えば図6（左）の配位は磁場のトロイダル成分が正，すなわちクロス・ヘリシティの符号が

$$\gamma > 0\ （北半球） \tag{40a}$$

であることを示している．さて第5.1節で述べたように計算機実験は北半球で磁場の反転とは無関係に力学ヘリシティの符号が負，すなわち α が常に正：

$$\alpha > 0\ （北半球） \tag{40b}$$

であることを示唆している［（14）式参照］．ここで黒点の現れる中・低緯度の領域で磁場のポロイダル成分がクロス・ヘリシティ・ダイナモとアルファ・ダイナモの組み合わせで（29）式のように与えられるとする．条件（40）の下でトロイダル電流は正となるため，結果として磁束は右ねじ型にヘリカルになり，図6（左）の極性配位を再現することがわかる．他方，

$$\alpha > 0,\ \gamma < 0\ （北半球） \tag{41}$$

という条件の時には磁場のトロイダル成分が負になるが，トロイダル電流も負となるため，磁束はやはり右ねじにヘリカルで図6（右）の極性配位を再現する．このように対流層の下方でダイナモ解（27）と（29）によって磁場が形成され，そのヘリカルな磁束が磁気浮力によって太陽表面まで浮上すると考えることで黒点磁場の極性に関する観測事実を正しく説明することができる．

前述したように太陽では対流層の相対的厚みがかなり薄いため，低・中緯度領域でのポロイダル磁場の生成機構と極近辺でのそれとは地球の場合ほど連関が強くないであろう．特に極付近でのポロイダル磁場生成機構として表式（32）を考える．このときヘリシティおよびクロス・ヘリシティについて（40）式の条件が成り立っているとすると，（32）式から北極での磁場のポロイダル成分は負となり，

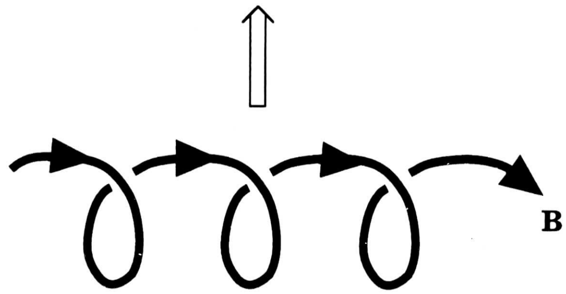

図7　黒点の生成
トロイダル成分とポロイダル成分からなるねじれた磁場が浮上して太陽表面を切ると磁束の部分は周囲より温度が低くなるため暗く見える。これが黒点であると考えられる。

(29) 式から得られる先行黒点の磁場極性と一致する．このことは高緯度でのみ有効な極磁場に対するダイナモ解 (32) と中・低緯度で有効なダイナモ解 (29) の組み合わせで黒点磁場と極磁場についての観測事実 (iii) を矛盾なく説明できることを示している（図6）．

ダイナモ解 (27) および (28) から導かれる平均の Lorentz 力は極座標系で

$$\boldsymbol{J}_0 \times \boldsymbol{B}_0 = -\left(\frac{\gamma}{\beta}\right)^2 r \left| \boldsymbol{\omega}_F \right|^2 (2\sin^2\theta, \sin 2\theta, 0) \tag{42}$$

となる．ただしここで平均渦度には (22) 式の第1項，平均速度には (34) 式の評価を用いている．(42) 式から赤道 ($\theta = 90°$) 近辺では太陽中心の向きに流体が駆動されることがわかる．この流れが中・低緯度での黒点の赤道方向への移動［観測事実 (iv)］を引き起こしていると予想することができる．

6. ま　と　め

アルファ・ダイナモと違い，クロス・ヘリシティ・ダイナモは流体運動と磁場の相互作用が重要な場合に適したダイナモであることが示された．流体にトロイダル回転があるとクロス・ヘリシティの効果で直ちにトロイダル磁場が生成・維持される．ここではさらにクロス・ヘリシティとアルファの両ダイナモを組み合わせることでポロイダル磁場が生成されることを明らかにした．回転球殻で回転速度が大きい中・低緯度領域と，速度自体は小さい高緯度領域を分けて考え，それぞれで別のポロイダル磁場生成機構が存在しうることが示唆された．ダイナモ作用が働く対流層の相対的な厚さはどちらの機構が効くかを分ける尺度となる．対流層の厚い例として地球，薄い例として太陽を取り上げ，それぞれで観測事実を矛盾なく説明できることを示した．

（1995年11月13日受理）

参　考　文　献

1) F. H. Busse, J. Fluid Mech. 44, 441 (1970).
2) P. A. Gilman, Astrophys. J. Suppl. 53, 243 (1983).
3) G. A. Glatzmaier, Astrophys. J. 291, 300 (1985).
4) A. Kageyama, K. Watanabe, and T. Sato, Phys. Fluids B 5, 2793 (1993).
5) A. Kageyama, T. Sato, and the Complex Simulation Group, Phys. Plasmas 2, 1421 (1995).
6) H. K. Moffatt, Magnetic Field Generation in Electrically Conducting Fluids (Cambridge University Press, Cambridge, 1978).
7) E. N. Parker, Cosmical Magnetic Fields (Clarendon, Oxford, 1979).
8) F. Krause and R. -H. Rädler, Mean-Field Magnetohydrodynamics and Dynamo Theory (Pergamon, Oxford, 1980).
9) P. H. Roberts, in Astrophysical Fluid Dynamics, edited by J. Zahn and J. Zinn-Justin (North-Holland, Amsterdam, 1993), p. 139.
10) J. B. Taylor, Phys. Rev. Lett. 33, 1139 (1974).
11) A. Yoshizawa, Phys. Fluids B 2, 1589 (1990).
12) A. Yoshizawa, Publ. Astron. Soc. Jpn. 45, 129 (1993).
13) A. Yoshizawa and N. Yokoi, Astrophys. J. 407, 540 (1993).
14) N. Yokoi, Astron. Astrophys. in press (1995).
15) H. Chen and D. Mongomery, Plasma Phys. and Controlled Fusion 25, 1321 (1985).
16) F. Hamba, Phys. Fluids A 4, 441 (1992).
17) P. Melchior, The physics of The Earth's Core (Pergamon, Oxford, 1986).
18) A. A. Pevtsov, R. C. Canfield, and T. R. Metcalf, Astrophys. J. 440, L109 (1995).
19) E. R. Priest, Solar Magnetohydrodynamics (D. Reidel, Dordrecht, 1982).
20) J. H. Thomas and N. O. Weiss, in Sunspots: Theory and Observations, edited by J. H. Thomas and N. O. Weiss (Kluwer, Dordrecht, 1992), p. 3.
21) E. N. Parker, Astrophys. J. 121, 49 (1955a).
22) E. N. Parker, Astrophys. J. 122, 293 (1955b).
23) P. H. Roberts, Phil. Trans. Roy. Soc. London A 272, 663 (1972).
24) H. Yoshimura, Solar Phys. 52, 41 (1977).