

# LES のための流入変動風の作成法に関する研究 (第 1 報)

## 周波数スペクトルに基づく流入変動風を用いた等方性乱流の解析

Study on Generation Method of Fluctuating Wind Velocities for Inflow Boundary Condition of LES

近 藤 宏 二\*・村 上 周 三\*\*・持 田 灯\*\*\*

Koji KONDO, Shuzo MURAKAMI and Akashi MOCHIDA

### 1. は じ め に

LES で bluff body 周辺の乱流場を計算する場合、流入境界で所定の空間相関、乱れ強さ等を満たす風速変動 (以下、流入変動風) をいかに再現するかが大きな問題となる。流入変動風を再現する方法には、流体計算で乱流場を計算する方法と目標とする乱れ強さやスペクトルを満足する風速波形を流体計算によらず乱数によって模擬的に作成する方法がある。前者には主流方向の流入・流出境界を周期条件で接続した時間発展型の計算でチャンネル流等を計算し、これを流入変動風として用いる方法<sup>1)</sup>や流入境界付近に乱流格子状のものを配置し乱流を発生させる方法等がある<sup>2)</sup>。しかし、計算負荷が大きくなり必ずしも目標の統計量を満たすとは限らない。後者の方法には、波数空間の 3 次元エネルギースペクトルをターゲットとする方法<sup>3), 4)</sup>、周波数空間のパワースペクトル密度、クロススペクトル密度をターゲットとする方法<sup>5)~8)</sup>等がある。風工学分野では、風速変動の周波数特性や相関を表すのにパワースペクトル密度とクロススペクトル密度を用いることが多く、3 次元エネルギースペクトルに比べて実験データの蓄積が豊富である。そこで本稿 (第 1 報) では、周波数空間のパワースペクトル密度、クロススペクトル密度をターゲットとし、モンテカルロ法に基づく星谷の方法<sup>5)</sup>を用いて周波数領域で流入変動風を作成した。さらに、作成した風速波形を Shirani らの方法<sup>9)</sup>に準じて連続式を満たすように変換し、Comte-Bellot ら<sup>10)</sup>の等方性乱流の実験結果を対象とした LES 計算の流入条件に使用してその適用性を検討した。

### 2. 流入変動風の作成方法

ターゲットとする空間相関を持つ流れ場における  $l$  点での風速変動  $u_i(l, t)$  は、有限フーリエ級数を用いて(1)~(4)式のように表すことができる<sup>5)</sup>。

$$u_l(l, t) = \sum_{n=1}^N \sum_{p=1}^l [a_{lp}(\omega_n) \cos \{\omega_n t + \phi_{lp}(\omega_n)\} + b_{lp}(\omega_n) \sin \{\omega_n t + \phi_{lp}(\omega_n)\}] \quad (1)$$

$$a_{lp}(\omega_n) = \sqrt{2\Delta\phi_n} |H_{lp}(\omega_n)| \xi_p(\omega_n), b_{lp}(\omega_n) = \sqrt{2\Delta\omega_n} |H_{lp}(\omega_n)| \eta_p(\omega_n) \quad (2)$$

$$S(\omega_n) = H(\omega_n) H^{*T}(\omega_n) = \begin{bmatrix} H_{11}(\omega_n) & & & \\ \vdots & \cdots & & \\ H_{M1}(\omega_n) & \cdots & H_{MM}(\omega_n) & \\ H_{*11}(\omega_n) & \cdots & H_{*M1}(\omega_n) & \\ & \cdots & \vdots & \\ & & & H_{*MM}(\omega_n) \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\phi_{lp}(\omega_n) = \tan^{-1} \left\{ -\frac{\text{Im}H_{lp}(\omega_n)}{\text{Re}H_{lp}(\omega_n)} \right\} \quad (4)$$

ただし、 $u_i(l, t)$  :  $l$  点での時刻  $t$  の速度ベクトル  $i$  成分 [ $i=1$  (主流方向),  $i=2, 3$  (主流直交方向)],  $l, p$  :  $x_2$ - $x_3$  面内の節点番号で  $l=1, \dots, M, p=1, \dots, L, M$  :  $x_2$ - $x_3$  面内の節点数,  $N$  : 周波数刻み数,  $a_{lp}(\omega_n), b_{lp}(\omega_n)$  : フーリエ係数,  $\omega_n$  : 角周波数,  $\Delta\omega_n$  : 角周波数刻み幅,  $\phi_{lp}(\omega_n)$  : 位相遅れ角,  $\xi_p(\omega_n), \eta_p(\omega_n)$  : 互いに独立で平均値 0, 標準偏差 1 の正規乱数,  $S(\omega_n)$  : クロススペクトル密度マトリクス,  $H(\omega_n)$  :  $S(\omega_n)$  を分解した下方三角マトリクス,  $H_{lp}(\omega_n)$  :  $H(\omega_n)$  の各要素, \* : 共役マトリクス, Re : 実数部, Im : 虚数部を表す。

\* 鹿島技術研究所 (東京大学生産技術研究所受託研究員)

\*\* 東京大学生産技術研究所 附属計測技術開発センター

\*\*\* 新潟工科大学建築学科 (東京大学生産技術研究所研究員)

研究速報

風速変動  $u_i(l, t)$  の作成では、初めに (3) 式でターゲットのクロススペクトル密度マトリクス  $S(\omega_n)$  を与え、それを分解して下方三角マトリクス  $H(\omega_n)$  を求める。次にモンテカルロシミュレーションで互いに独立で平均値 0、標準偏差 1 の正規乱数  $\xi_p(\omega_n)$ ,  $\eta_p(\omega_n)$  を求め、(2) 式からフーリエ係数  $a_{lp}(\omega_n)$ ,  $b_{lp}(\omega_n)$  を算定する。また、位相遅れ角  $\phi_{lp}(\omega_n)$  は (4) 式から求めることができる。これらの値を (1) 式に代入することによって風速変動  $u_i(l, t)$  を求めることができる。(3) 式のクロススペクトル密度マトリクスを流入面の全格子点に対して規定すれば、全点間の相関を同時に考慮した波形作成が行えるが、 $x_2$ - $x_3$  面内の格子点数が多い場合は、膨大な計算機のメモリが必要であり現実的でない。また、離れた点の間の相関は低いので全点間の相関を同時に考慮する必要はないと考えられる。そこで本研究では、4 点間相関を考慮した逐次計算法を用いた。作成手順の概要は、以下に示すとおりである。

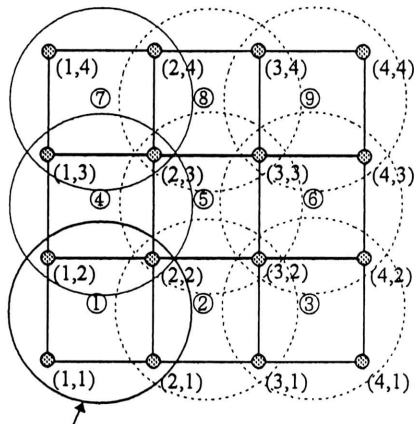


図1 4点間相関を考慮した流入変動風の作成手順

- (i) 領域①で4点間相関を考慮して風速波形を作成する。
- (ii) 次に領域①の点 (2, 1), (2, 2) のフーリエ係数 ((1), (2) 式の  $a_{lp}$ ,  $b_{lp}$ ) を既知の条件として、領域②で4点間相関を考慮した波形作成を行う。
- (iii) 領域③でも領域②と同じ操作を行う。
- (iv) 領域④では領域①の点 (1, 2), (2, 2) を既知の条件として波形を作成する。
- (v) 領域⑤~⑨でも同様の操作を行う。

3. 連続条件について

前節の方法で作成した流入変動風は、ターゲットの空間相関、乱れ強さを満足するが、連続式を満足する保証はない。そのため、LES 計算の流入境界条件としてそのまま

用いると、計算の収束性が悪くなることが懸念される。Shirani ら<sup>9)</sup>は、時間発展型の計算の初期条件として、連続式を満たす (divergence-free) 速度場を求める方法を提案している。本報では、流入変動風が各時刻で連続式を満足するように Shirani らの方法に準じて (5), (6) 式の条件を課して、流入変動風の時刻歴波形を変換した。

$$u_i^{(S)n+1} = u_i^{(R)n+1} - \Delta t \frac{1}{\rho} \frac{\partial \Delta P^n}{\partial x_i} \tag{5}$$

$$\Delta t \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 \Delta P^n}{\partial x_i^2} = \frac{\partial u_i^{(R)n+1}}{\partial x_i} \tag{6}$$

(5) 式は divergence-free を課す操作前の速度の近似値  $u_i^{(R)n+1}$  を、(6) 式の圧力修正量  $\Delta P^n$  のポアソン方程式で求められる  $\Delta P^n$  の勾配で修正し divergence-free の速度  $u_i^{(S)n+1}$  を与える式である。

(5), (6) 式は、本来、時間発展型の計算の初期値に用いられていたものなので、これを用いて空間発展型の計算の流入面の速度変動に対して divergence-free の操作を施すためには、流入変動風の時間軸を空間座標に置き換える必要がある。本研究では、流入変動風の時間軸を Taylor の frozen turbulence の仮説に基づいて主流  $x_1$  方向の座標に変換した。また、divergence-free 操作は、LES の主流方向の格子間隔  $\Delta x_1$  に応じた格子幅で行う必要があるので、図2に示すように、風速変動の時刻歴波形から時間間隔  $\Delta t = \Delta x_1 / \langle u_1 \rangle$  で作成波の風速値を抽出し、抽出した風速値に対して divergence-free 操作を行った。この divergence-free 操作後の風速値を再度合成して流入変動風とした。

4. 計算結果

(1) 流入変動風

本報告では、研究の第一歩として Comte-Bellot ら<sup>10)</sup> の等方性乱流の実験結果を対象としたシミュレーションを試みた。実験で用いられた乱流格子の格子間隔は  $D =$

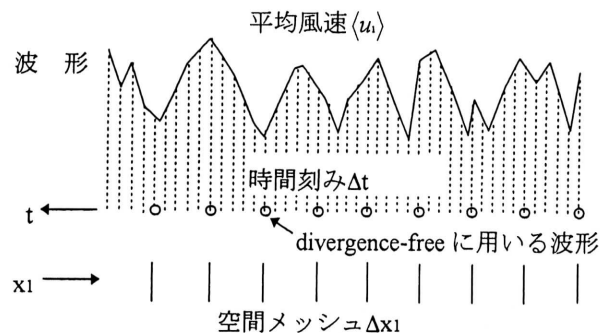


図2 divergence-free 操作における波形データの取り扱い

5.08cm で、格子から無次元距離  $U_0t/D=53.3$  位置では、基準風速  $U_0=12.7\text{m/sec}$ 、レイノルズ数  $Re=43180$ 、縦相関スケール  $L_x/D=0.47$ 、横相関スケール  $L_y/D=0.25$ 、乱れ強さ  $Iu=0.0175$  である。本研究では、無次元距離  $U_0t/D=53.3$  位置を流入境界と考え、風洞実験で規定されたその位置での縦相関、横相関を (7)、(8) 式で近似し、これらの空間相関と乱れ強さをもとにフーリエ変換によってターゲットのクロススペクトル密度マトリクスを求めた。

$$\text{縦相関} \quad f(r) = e^{-(r/L_x)^{0.73}} \quad (r: \text{距離}) \quad (7)$$

$$\text{横相関} \quad g(r) = \{1 - 0.365 (r/L_x)^{0.73}\} e^{-(r/L_x)^{0.73}} \quad (8)$$

クロススペクトル密度マトリクスをターゲットとして作成した流入変動風に対して divergence-free の操作を施した結果、各時刻の流入変動風の速度の divergence は、 $10^{-1} \sim 10^{-2}$  のオーダーから  $10^{-5} \sim 10^{-6}$  のオーダーに減少し、これにより後述する LES の計算収束性が著しく改善された。図 3、4 に divergence-free 操作前後の空間相関とパワースペクトル密度を目標値と比較して示す。ただし、作成結果はいずれも主流に直交する面内の平均値を示したものである。空間相関を見ると、divergence-free 操作前は縦相関に若干差が見られるが、横相関は目標値をよく再現している。後述する LES では、各速度成分とも主流直交方向である上下左右の境界に周期条件を課しているので、divergence-free 操作でも LES と同様、主流直交方向に周期条件を課した。そのため、divergence-free 操作後は、無次元距離 2.5 以上で縦相関が divergence-free 操作前に比べて若干高くなったが横相関の変化は少ない。パワースペクトル密度は、divergence-free 操作前は目標値をよく再現しているが、divergence-free 操作後は同操作の filter 効果によりわずかにパワーが低下している。

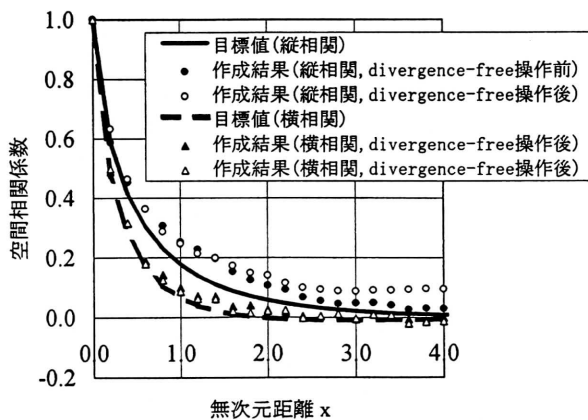


図 3 空間相関の比較 ( $u_3$ 成分, 流入面での面内平均値)

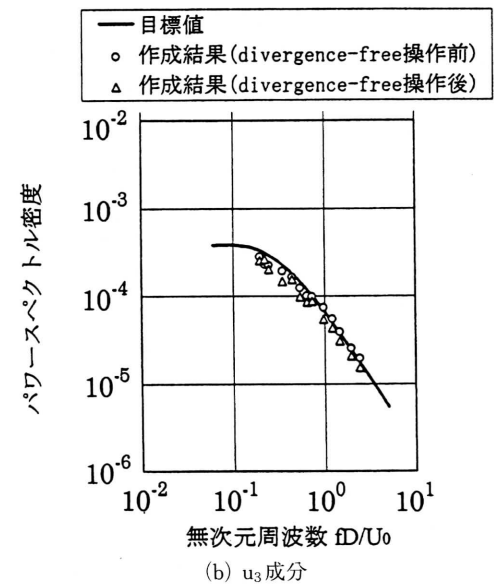
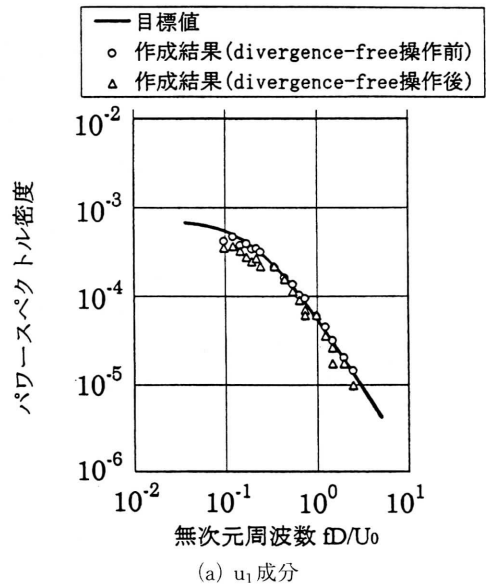


図 4 パワースペクトル密度関数の比較 (流入面での面内平均値)

(2) LES 計算

格子点数は  $63(x_1) \times 33(x_2) \times 33(x_3)$ 、格子間隔は  $\Delta x_1 = \Delta x_2 = \Delta x_3 = 0.2$  の等間隔格子で、計算領域幅は  $12(x_1) \times 6(x_2) \times 6(x_3)$  である。時間刻みは流入変動風を 0.01 刻みで作成し、LES ではそれを線形補間して 0.005 とした<sup>注1)</sup>。計算格子にはコロケーショングリッドを用い、流入変動風は流入側のセル界面に与えた。なお、本計算では Smagorinsky モデルを用い  $C_s=0.23$  とした。図 5 に乱流エネルギーの主流方向の減衰過程を風洞実験と比較して示す<sup>注2)</sup>。図を見ると LES 計算では、乱流エネルギーの減衰過程が

研究速報

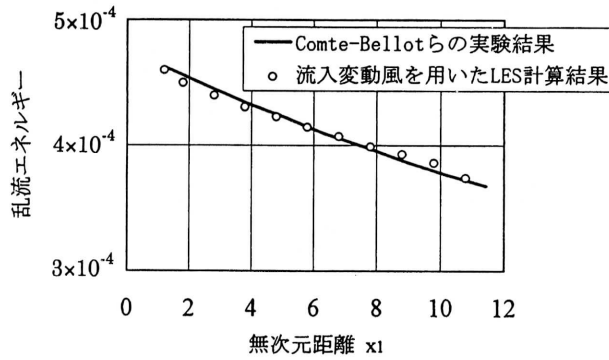


図5  $x_1$ 方向の乱流エネルギーの減衰過程の比較 ( $x_2$ - $x_3$ 面での面内平均値)

概ね再現されていることが分かる。

5. ま と め

(1) 星谷の方法により周波数スペクトルをターゲットとしてLESのための流入変動風を作成し、それにShiraniらの方法に準じてdivergence-freeの操作を施した。この結果、目標の空間相関、パワースペクトルをほぼ再現でき、また、divergenceを小さくできることが確認された。

(2) 本手法で作成した変動風を流入境界条件として用い、Comte-Bellotらの等方性乱流の実験を対象とするLES計算を行った結果、様々なfilter効果に対応した乱れ強さの調整が必要であるが、主流方向の乱流エネルギーの減衰過程を概ね再現することができた。(1995年12月14日受理)

[記号]

$x_i$ : 空間座標の3成分,  $u_i$ : 速度ベクトルの  $x_i$  成分

$i=1$  (主流方向),  $i=2,3$  (主流直交方向)

$l, p$ :  $x_2$ - $x_3$ 面内の節点番号で  $l=1, \dots, M, p=1, \dots, l$

$M$ :  $x_2$ - $x_3$ 面内の節点数,  $N$ : 周波数刻み数

$a_{lp}(\Psi_n), b_{lp}(\Psi_n)$ : フーリエ係数,  $\phi_{lp}(\Psi_n)$ : 位相遅れ角

$\xi_p(\Psi_n), \eta_p(\Psi_n)$ : 互いに独立で平均値0, 標準偏差1の正規乱数

$\Psi_n$ : 角周波数,  $\Delta\Psi_n$ : 角周波数刻み幅

$S(\Psi_n)$ : クロススペクトル密度マトリクス

$H_{MM}(\Psi_n)$ :  $H(\Psi_n)$ を分解した下方三角マトリクス

$H_{MM}(\Psi_n)$ :  $H(\Psi_n)$ の各要素,  $*$ : 共役マトリクス

$u_i^{(R)}$ : divergence-free 操作前の速度の近似値

$u_i^{(S)}$ : divergence-free の速度

$D$ : 乱流格子幅,  $U_0$ : 基準風速,  $Re$ : レイノルズ数 ( $U_0D/\nu$ )

$L_x$ : 縦相関スケール,  $L_y$ : 横相関スケール

$Iu$ : 乱れ強さ,  $t$ : 時間,  $\Delta t$ : 時間刻み,  $n$ : 時間ステップ

$\Delta x_i$ : 計算格子幅,  $Uc$ : 対流速度,  $P$ : 圧力,  $\Delta P$ : 圧力修正量

$\rho$ : 空気密度,  $\nu$ : 動粘性係数,  $\langle \rangle$ : 平均成分

なお、諸量は  $D, U_0$  で無次元化している

参考文献

- 1) 持田, 村上, 林: 立方体モデル周辺の非等方乱流場に関する  $k-\epsilon$  モデル, ASM, LES と風洞実験の比較, 生産研究, 第43巻, 第1号, 1991年1月, pp. 28-36.
- 2) 村上, 持田, 坂本: LESによる二次元角柱に作用する変動風圧力の数値解析—接近流の乱れの影響に関する検討を中心として—, 生産研究, 第43巻, 第1号, 1991年1月, pp. 81-84.
- 3) S. Lee, S.K. Lele, P. Moin: Simulation of Spatially Evolving Turbulence and The Applicability of Taylor's Hypothesis in Compressible Flow, Phys. Fluid A4 (7), 1992, pp. 1521-1530.
- 4) M.M. Rai, P. Moin: Direct Numerical Simulation of Transition and Turbulence in a Spatially Evolving Boundary Layer, J. Comp. Phys. 109, 1993, 169-192.
- 5) 星谷: 確率論手法による振動解析, 鹿島出版会.
- 6) 岩谷: 任意のパワースペクトルとクロススペクトルをもつ多次元の風速変動のシミュレーション, 日本風工学会誌 11, 1982, pp. 5-18.
- 7) 盛川, 丸山: 条件付確率場の理論を用いた流入境界面における風速変動の数値シミュレーション, 第8回生研NSTシンポジウム, 1993, pp. 41-48.
- 8) 近藤, 村上, 持田: LESのための流入変動風の作成(その1) 連続式を条件に課した等方性乱流の変動風のシミュレーション, 建築学会大会梗概集, 1995, pp. 165-166.
- 9) E. Shirani, J.H. Ferziger, W.C. Reynolds: Mixing of a Passive Scalar in Isotropic and Sheared Homogeneous Turbulence, Report TF-15, 1981, Mech. Engng. Dept, Stanford Univ.
- 10) G. Comte-Bellot, S. Corrsin: Simple Eulerian Time Correlation of Full- and Narrow-Band Velocity Signals in Grid-Generated, 'Isotropic' Turbulence, J. Fluid Mech. vol. 48, part 2, 1971, pp. 273-337

注1 境界条件は、流入面に流入変動風を与え、主流直交方向に関しては上下左右とも周期条件、流出面は(9)式で与えられる対流型境界条件とした。

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + U_c \frac{\partial u_i}{\partial x_1} = 0 \tag{9}$$

ただし、 $U_c$ : 対流速度 (流入風速の空間平均)

注2 流入変動風をLESに与える際に様々なfilter効果が生じる。本計算の場合、計算領域幅、計算格子幅で制約される解析可能な周波数範囲をband pass filter (sharp cut filter) として見積ると、乱れ強さに対するfilter効果(出力/入力)の割合は74~81%である。次に流入変動風のdivergence-free操作によるfilter効果は84~90%である。また、LES計算の中でセル界面で定義した流入変動風をセル中心の速度に空間補間する際のfilter効果は92~93%である。これらのfilter効果を合わせると、出力/入力)の割合は合計で約62%となる。さらにLESの流入直後の領域では、流入変動風がN-S方程式に馴染む過程で乱れ強さが入力の約76%に減衰した。これらを全て合わせると出力/入力)の割合は約47%(乱流エネルギーで約22%)となった。本論文では、以上のfilter効果を保証するため流入変動風を割り増す操作を施した。