

角柱周りの流れのラージ・エディ・シミュレーション

—メッシュ依存性について—

Large Eddy Simulation of Flow around a Rectangular Cylinder
—On the Mesh Dependency—

小 垣 哲 也*・小 林 敏 雄*・谷 口 伸 行*

Tetsuya KOGAKI, Toshio KOBAYASHI and Nobuyuki TANIGUCHI

1. は じ め に

角柱周りの流れは、流れ場形状が簡単であるが、平行平板間流れには見られない、はく離、再付着、流れのインピンジング、乱流遷移を含んだ複雑流れ場である。従って、Large Eddy Simulation (LES) の新たな段階の計算対象として相応しいものであるといえる。また、角柱周りの流れは、風による煙突・橋梁等の振動、潮流による海洋構造物の振動といった問題と密接に関連しており、流れの中に置かれた物体の流力不安定振動を明らかにするという目的からも興味ある計算対象であるといえる。

最近、1995年6月、ドイツ、Tegernseeにおいて、Bluff body 周りの流れの LES に対するワークショップが開催され、角柱周りの流れは、3次元障害物周りの流れとともに計算対象に選ばれた¹⁾。角柱周りの流れに対しては、10グループの参加者から計算例が示されたが、参加者により、計算手法、Subgrid scale (SGS) モデル、使用した計算格子の解像度等にならかなり違いが見られ、これらに対する計算結果への影響が解明されるまでには至らなかった。また、LES 計算において、対流項に中心差分を使用するのが普通であるが、角柱角部で発生する数値的不安定振動を抑えるため、風上差分スキームを使用した計算が²⁾、我々のグループも含めて4ケース報告された。

本研究は、特に角柱周りの流れの LES 計算に対するメッシュ依存性について調査するため、計算方法、SGS モデルを変えずに、解像度の異なる3つの計算格子を使用して計算を行った。前述のように、本研究において対流項の差分スキームとして3次精度風上差分 (QUICK) を使用しているため、これに伴う人工の数値粘性の付加の影響についても調べた。

2. 基 礎 方 程 式

代表長さ H 、代表速度 U で無次元化され、filtering 操作を施した非圧縮性流体の連続の式および Navier-Stokes 方程式は次のように表される。

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\bar{p} + \frac{2}{3} k_{SGS} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\frac{1}{Re} + \nu_t \right) \cdot \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right\} \quad (2)$$

ここで、 L_{ij} と C_{ij} は互いに強い負の相関性を持つと仮定し、 $L_{ij} + C_{ij} = 0$ とする。SGS モデルとして、Reynolds 応力項に Smagorinsky モデルを採用すると、SGS 乱流渦粘性係数 ν_t と SGS 乱流エネルギー k_{SGS} は次式で与えられる。

$$\nu_t = (C_S \Delta)^2 (2 \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij})^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

$$k_{SGS} = \frac{\nu_t^2}{(C_K \Delta)^2} \quad (4)$$

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right), \quad \Delta = f \cdot (\Delta_1 \Delta_2 \Delta_3)^{\frac{1}{3}}$$

(3)、(4) 式中の C_K 及び Smagorinsky 定数 C_S は、持田ら²⁾が C_S を場の関数とする SGS モデルを用いて立方体周りの解析を行った結果から類推した最適値

$$C_K = 0.094, \quad C_S = 0.13$$

*東京大学生産技術研究所 第2部

研 究 速 報
を用いている。また、壁面付近での急激な速度変化による過大な渦粘性の生成を補正するため、格子スケール Δ に次式で表される Van Driest 型 wall damping function を乗じている。

$$f = 1 - \exp\left(-\frac{y^+}{A^+}\right), \quad A^+ = 25 \quad (5)$$

ここで、 y^+ は壁座標を表す。

3. 数値計算方法

3.1 計算領域・計算格子

解析領域は、前述のワークショップ¹⁾に取り上げられたものと同じである (図 1)。LES に対する格子の解像度の影響を調べるため、表 1 に示すように格子点数の異なる 3 つの計算格子を使用した。代表的に C16 及び F16 の角柱近傍の格子図を示す。

3.2 計算方法

基礎方程式の離散化は、有限体積法 (FVM) に基づき行う。圧力と連続の式のカップリング・アルゴリズムは HSMAC 法に準じている。LES 計算において対流項の離散化には、通常、中心差分が用いられるが、本計算において 2 次精度あるいは 4 次精度中心差分を用いた場合、角柱

角部付近の速度場において数値的不安定振動が発生したので、計算の安定化のため対流項に 3 次精度風上差分である QUICK を使用した。対流項の離散化に風上差分を使用した計算例¹⁾は他にもあるが、数値粘性が過大に作用していることも考えられる。その他の空間微分項には 2 次精度中心差分を用いる。時間進行法は、対流項を 2 次精度 Adams-Bashforth 法により陽的に、その他の項を Crank-Nicolson スキームにより陰的に取り扱う半陰的解法とし、無次元時間間隔 dt は C16 と C32 を用いた計算の場合 0.002、F16 の場合 0.0005 とした。

境界条件として、計算領域入口に一樣流 ($\bar{u} = 1.0$, $\bar{v} = 0$, $\bar{w} = 0$) を与え、計算領域側面境界に slip wall 条件、角柱壁面に no-slip 条件を課している。出口には次式で与えられる対流境界条件を課している。

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + U_c \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_1} = 0 \quad (6)$$

ここで、 U_c は対流速度であり、本研究では入口平均流速と同じ 1 とした。また、スパン方向には周期境界条件を課している。後述の抗力係数、相関係数等は、C16、C32、

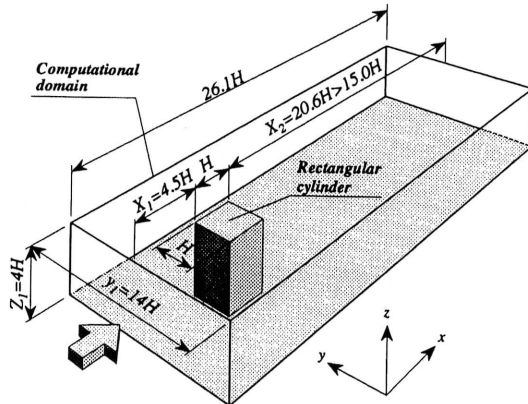
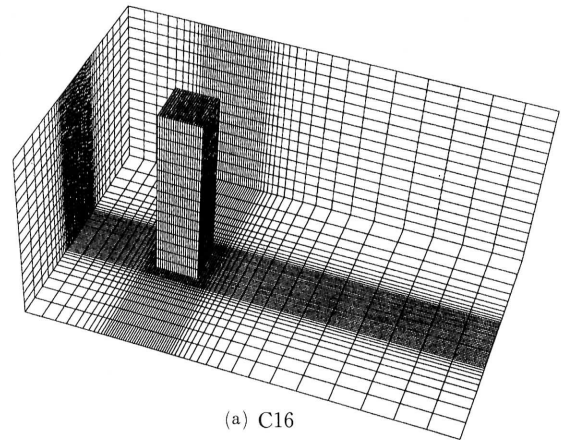


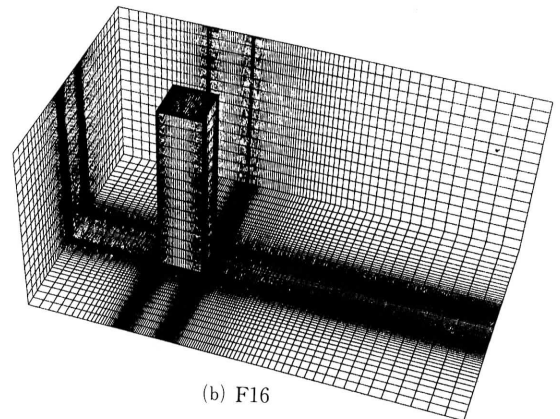
図 1 計算領域

表 1 計算格子

略記号	格子分割	総格子点数	
C16	82×63×16	76,880	粗メッシュ。
C32	82×63×32	153,760	スパン方向分割数をC16の2倍にしたもの。
F16	164×127×16	308,912	ファインメッシュ。x, y方向の分割数をそれぞれC16の2倍にしたもの。



(a) C16



(b) F16

図 2 計算格子

F16において、それぞれ無次元時間で約100.0, 40.0, 8.0 計算した結果から算出されている。

計算は、主に HITACHI S-3800/480 及び CRAY EL94 により行い、計算時間は、C16の計算において前者で約 1.4 sec/step, 後者で約10.8 sec/step であった。

4. QUICK による人工粘性項

差分法において、対流項に QUICK を導入した場合の離散化式は以下のように与えられる。

$$U \frac{\partial u}{\partial x} = U \frac{u_{-2} - 10u_{-1} + 10u_1 - u_2}{16\Delta x} \pm |U| \frac{\Delta x^3}{16} \frac{u_{-2} - 4u_{-1} + 6u_0 - 4u_1 + u_2}{\Delta x^4} \quad (7)$$

ここで、式中の複合は $U > 0$ の時+, $U < 0$ の時-をとる。従って、QUICK を導入した際に付加される人工粘性項は、以下のように表される。

$$\pm |U_j| \frac{\Delta x_j^3}{16} \frac{\partial^4 u_i}{\partial x_j^4} \quad (8)$$

これは、K-K スキームによる人工粘性項³⁾と比較して、4分の1である。ここでは、(8)式で与えられる人工粘性項を運動量方程式中の乱流渦粘性による拡散項と比較することにより、人工粘性の影響を調べる。

5. 計 算 結 果

表2に、各計算格子の計算で得られた抗力係数、背圧係数、ストローハル数を示す。それぞれの計算格子における値は、全体的に実験値とかなりよく一致している。ここで、粗メッシュ C16を用いた計算で最も良い結果が得られているように見えるが、これは、C32, F16を用いた計算において統計量を求めるための計算時間が十分でなかったためであると思われる。

スパン方向の流れ構造の対するスパン方向のメッシュ数の影響を調べるため、スパン方向の相関を求めた。C16及

び C32を用いた場合の速度成分及び圧力のスパン方向相関係数を図3, 4に示す。ここで、 R_u , R_v , R_w , R_p はそれぞれ u , v , w , p のスパン方向相関係数である。測定点は角柱の背面から中心軸上に $0.25H$ 下流側に離れた地点である。C32の場合、流れ方向流速 u , スパン方向流速 w のスパン方向相関は急激に低下し、ほぼ相関零のフラットな領域が形成されている。C16の場合、 u , w の相関の低下が C32の場合よりも鈍く、相関零の領域が狭くなっている。ここで図は省略するが、後流内の他の7点においても同様な傾向が得られている。

また図4において、 u のスパン方向相関が w のスパン方向相関とほぼ似たような分布となり、流れ方向流速がスパン方向流速の変動に影響されているのに対し、流れに直角方向流速 v は周期的な渦放出の影響で、スパン中央部でも高い相関が維持されている。

図5, 6にスパン中央断面の (x, y) 平面における瞬間速度場から求めた QUICK の人工粘性項及び乱流渦粘性による拡散項の RMS 値の分布を示す。前述のとおり、対流項に2次精度あるいは4次精度中心差分を用いた場合、角柱角部、特に前縁付近において数値振動が発生し、抗力係数、ストローハル数の値は実験と比較してかなり異なる結果となった。図5, 6において、QUICK の人工粘性項の値が角柱前縁において大きな値となっており、数値振動を効果的に抑えていることがわかる。しかし、C16, C32の両ケースにおいて、ほぼ後流全域で QUICK の人工粘性項の方が乱流渦粘性による拡散項よりも大きく、この領域において SGS モデルによる人工粘性よりも QUICK による人工粘性の方が支配的となっていることがわかった。

6. 結 論

3つの解像度の異なる計算格子を用いて、2次元静止角柱周りの流れの LES を行い、メッシュ依存性について調査した。抗力係数、背圧係数、ストローハル数は、格子解像度の影響は小さく、いずれも実験とほぼ一致する結果が得られた。しかし、スパン方向の格子点数の変化により、後流域内のスパン方向の相関係数分布がかなり異なったものとなり、スパン方向の格子解像度が後流に影響を与えることがわかった。

また、本計算では計算の安定化のため3次精度風上差分である QUICK を使用したが、QUICK による人工粘性項は、角柱前縁の数値振動の発生を効果的に抑制する反面、後流全域において SGS モデルによる乱流渦粘性拡散項よりも流れ場に大きな影響を与えることがわかった。将来、複雑形状の流れ場に対し LES 計算を行う場合、計算の安定化のため風上差分を使用することが一つの方法であると

表2 抗力係数, 背圧係数, ストローハル数の比較

cases	Drag Coef.	Base pressure coef.	Strouhal number
C16	2.041	-1.483	0.123
C32	2.027	-1.323	0.123
F16	2.057	-1.178	
exp ¹⁾	2.05 ~ 2.03		
exp ⁶⁾	2.128	-1.640	0.125

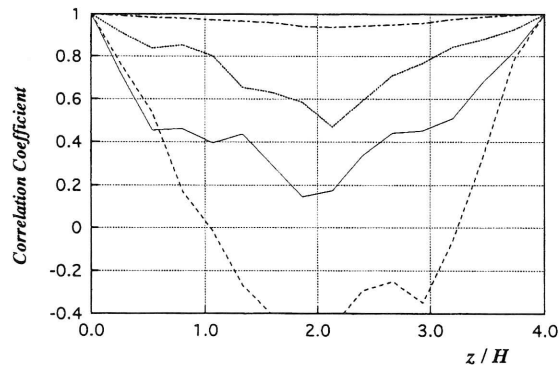


図3 C16を用いた計算におけるスパン方向相関係数 (角柱背後から $x/H = 0.25$ 離れた中心線上の地点)
 —; $R_u(z)$,; $R_v(z)$, - - - -; $R_w(z)$, - · - ·; $R_p(z)$

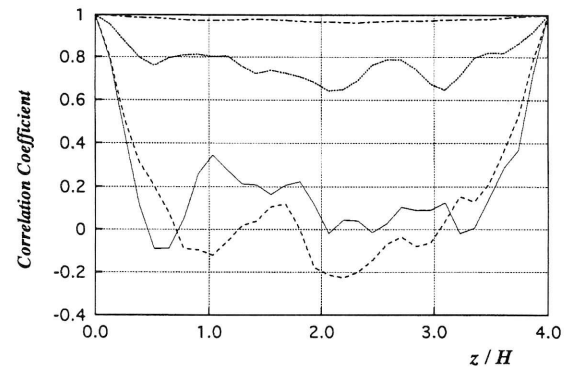
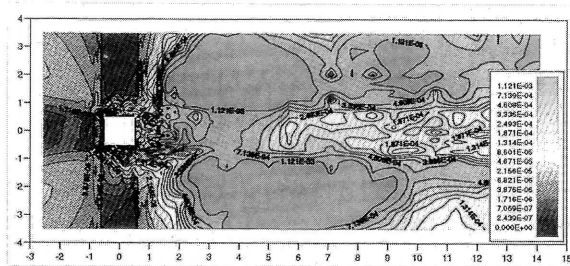
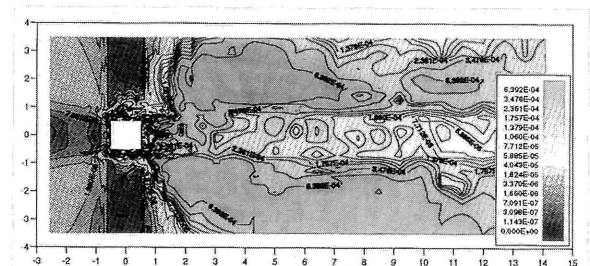


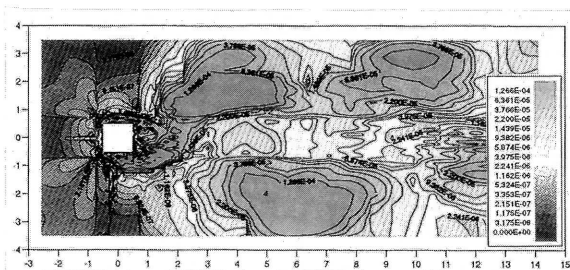
図4 C32を用いた計算におけるスパン方向相関係数 (角柱背後から $x/H = 0.25$ 離れた中心線上の地点)
 —; $R_u(z)$,; $R_v(z)$, - - - -; $R_w(z)$, - · - ·; $R_p(z)$



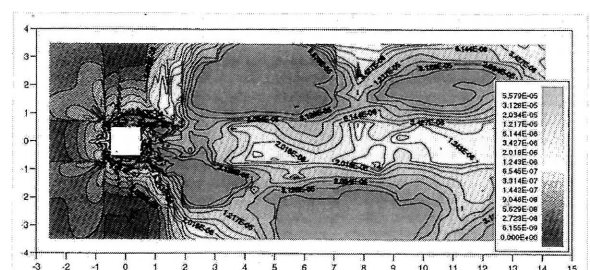
(a) QUICK による人工粘性項



(a) QUICK による人工粘性項



(b) 乱流渦粘性拡散項



(b) 乱流渦粘性拡散項

図5 QCUICK による人工粘性項と乱流渦粘性拡散項の RMS 値の等高線図 (計算格子 C16 を用いた計算)

図6 QCUICK による人工粘性項と乱流渦粘性拡散項の RMS 値の等高線図 (計算格子 F16 を用いた計算)

考えられるが、その際に人工粘性が乱流渦粘性よりも十分小さくなるように格子生成に注意する必要があるであろう。

謝 辞

本計算の一部は、東京大学大型計算機センター、研究開発プロジェクト「並列処理指向のスーパーコンピュータの利用」を利用して行われた。

人工粘性項の比較にあたり、ご助言をいただいた工業技術院木枝香織氏に感謝の意を表します。

(1995年11月20日受理)

参 考 文 献

- 1) A Proceedings of "Workshop on Large Eddy Simulation of Flows past Bluf Bodies", (1995. 6, Tegernsee, Germany, organized by W. Rodi and J. H. Ferziger).
- 2) 持田・村上・W. Rodi・坂本: 日本風工学会誌, 55 (1993. 5), pp. 79-80.
- 3) 松宮・木枝・谷口・小林: 機論, 59-566, B (1993. 10), pp. 2937-2942.
- 4) 泉・谷口・川田・小林: 機論, 60-579, B (1994. 11), pp. 3797-3804.
- 5) 荒川: 数値流体力学, 東京大学出版会.
- 6) 溝田・岡島: 土木論文報告集, 312 (1981), pp. 39-47.