

# バックステップ流れの数値解析

## —低レイノルズ数型 k-ε モデルの評価 (続報)—

Numerical Flow Simulation for Backward-Facing Step using Low-Reynolds Number k-ε Model (2nd Report)

鬼頭 幸三\*・小林 敏雄\*・谷口 伸行\*  
Kozo KITOH, Toshio KOBAYASHI and Nobuyuki TANIGUCHI

### 1. ま え が き

前報<sup>1)</sup>ではゾーナル・アプローチに関する研究の一環として、バックステップ流れの再付着面近傍付近の流れ場において代表的な低レイノルズ数型の k-ε モデル 3 種、すなわち Launder-Sharma (LS) モデル<sup>2)</sup>、明・笠木 (MK) モデル<sup>3)</sup>および安倍・長野・近藤 (ANK) モデル<sup>4)</sup>を適用し、k, ε の分布、モデルの減衰関数の挙動面から 3 種のモデルの比較・検討を試みた。

本報では、ε に関する壁面境界条件に注目することによって数値解の収束精度を改善し、上記 3 種のモデルによる数値解と笠木らの実験値<sup>5)</sup>との比較から考察を加えている。

### 2. 数値解の収束精度の検討

前報では MK モデル、ANK モデルの場合、数値解の収束精度がやや悪く、 $1 \times 10^{-3}$  の範囲に留まっていることが今後の課題とされた。数値解の収束精度の改善については、ここでは ε の壁面境界条件に注目して行う。なお使用方程式、離散化方法、対流項の取り扱い、数値解法、計算条件等は前報と同様である。

表 1 に比較・検討に用いた ε の壁面境界条件を示す。境界条件 BC 1 と BC 2 は k の 2 階微分値を用いた表示であり、BC 3 は  $k^{1/2}$  の 1 階微分値によるものである。両者とも等価な条件とされている。また BC 2, BC 3 では計算の便宜上、k, ε, U の境界条件の設定を壁面上ではなく、壁面下のダミーセルの中心で行っている。壁面付近のメッシュが十分細かい場合には、この方法は実用上許されるものと思われる。収束判定は輸送量 φ に関する離散化式  $A\phi = b$  に対し、 $A\phi - b$  のベクトルの 2 乗ノルムと b のそれとの比が一定値以下になる条件で行っている。

\*東京大学生産技術研究所 第 2 部

表 1 ε の壁面境界条件

CASE	boundary condition		non-dimensional residual sum	
	ε	k, U	MK model	ANK model
BC 1	$\nu \left( \frac{\delta^2 k}{\delta y^2} \right)_w$	$k_w = 0$ $U_w = 0$	k 0.273x10 <sup>-5</sup> ε 0.996x10 <sup>-4</sup>	0.185x10 <sup>-6</sup> 0.163x10 <sup>-3</sup>
BC 2	$\nu \left( \frac{\delta^2 k}{\delta y^2} \right)_{w-1/2}$	$k_{w-1/2} = 0$ $U_{w-1/2} = 0$	k 0.553x10 <sup>-5</sup> ε 0.262x10 <sup>-4</sup>	0.885x10 <sup>-7</sup> 0.416x10 <sup>-4</sup>
BC 3	$2\nu \left( \frac{\delta \sqrt{k}}{\delta y} \right)_{w-1/2}^2$	$k_{w-1/2} = 0$ $U_{w-1/2} = 0$	k 0.562x10 <sup>-5</sup> ε 0.450x10 <sup>-3</sup>	0.543x10 <sup>-7</sup> 0.645x10 <sup>-3</sup>

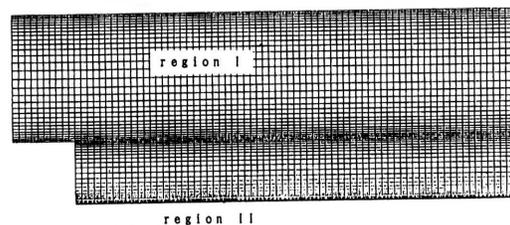


図 1 計算メッシュ (ステップ付近)

表 1 から k の 2 階微分値を用いた境界条件 BC 1, BC 2 の場合が、 $k^{1/2}$  の 1 階微分値による BC 3 の場合に比べて高い収束精度、 $2 \times 10^{-4}$  のレベルを達成していることがわかる。以下の考察ではすべて境界条件 BC 1 を用いている。なお 3 種のケースにおいて再付着点距離等、マクロ的な物理量を比較する範囲では、境界条件の差異は現れていないことを付記しておく。

ε 以外の境界条件については前報と同様であるが、参考までにここに再掲する。すなわち流入条件には LES データ<sup>6)</sup>を使用し、流出条件には勾配零の条件、標準 k-ε モデルを適用する領域 I では壁面境界条件として壁関数を適用している。再付着面近傍領域 (領域 II) については U, V, k の壁面境界条件は零、流出条件は領域 I と同様勾配零の条件を課している (図 1)。

3. 結果と考察

図2に低レイノルズ数型3モデルに関する主流方向(x方向)の平均速度分布を示す. 図中には笠木らの実験値(Re = 5541)が併記してある. 低レイノルズ数型モデルの影響については, 領域IIのみならず領域Iの一部にまでモデルの差異の影響が現れている. MKモデルはx/H = 1.0付近を除き, 全般に実験結果を比較的良好に再現しており, 特にx/H = 5.0において逆流が明確に現れている. なお再付着点距離は, 実験では6.51H, 標準k-εモデルで

は5.85Hであるが, 本報におけるLSモデル, MKモデル, ANKモデルの場合, それぞれ5.75H, 6.75H, 5.85Hであり, 再付着点距離についてはMKモデルが実験値に最も近い値を再現している. ここにH:ステップ高さ.

図3に乱流エネルギーkの分布を示す. x/H = 3.0~7.0の範囲の再付着面近傍では, MKモデルが比較的良好に実験値を再現しており, 一方ANKモデルは全般により大きな値を予測している. LSモデル, 類似した数値定数をもつMKモデル, ANKモデルの間では, 同一の取り扱いをしている領域Iにおいても差異がみられ, 壁面近傍の取り

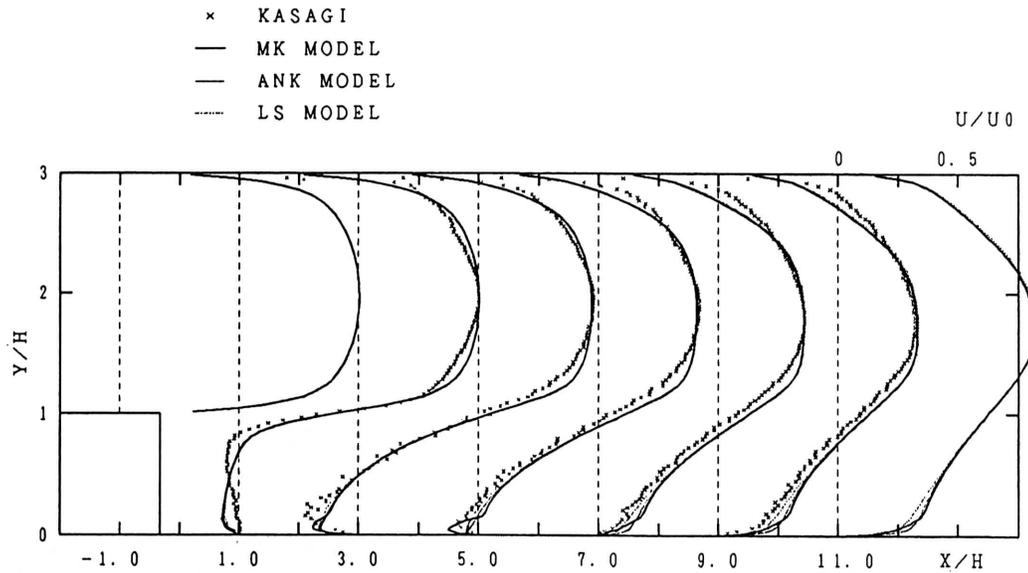


図2 Uの分布

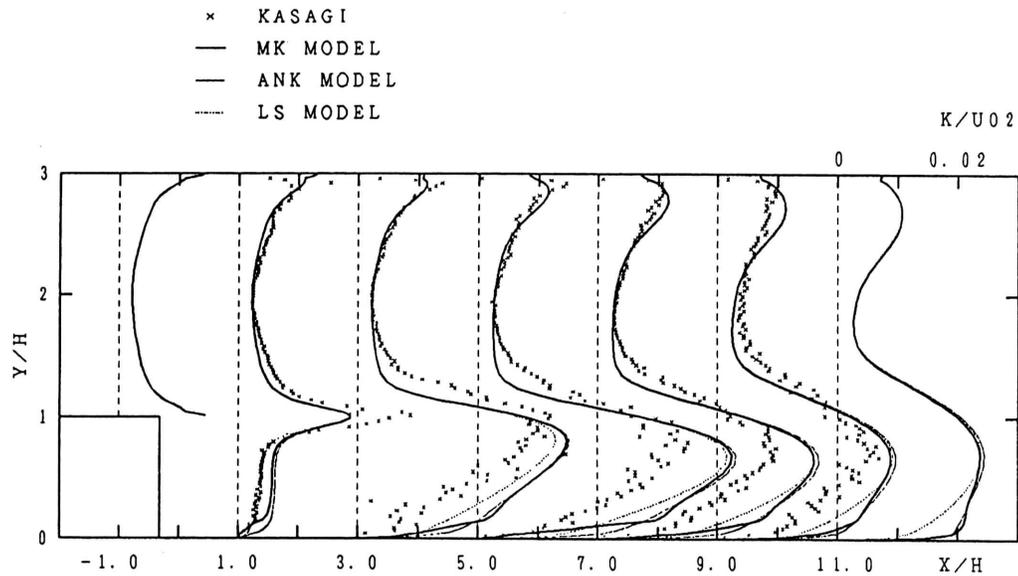


図3 kの分布

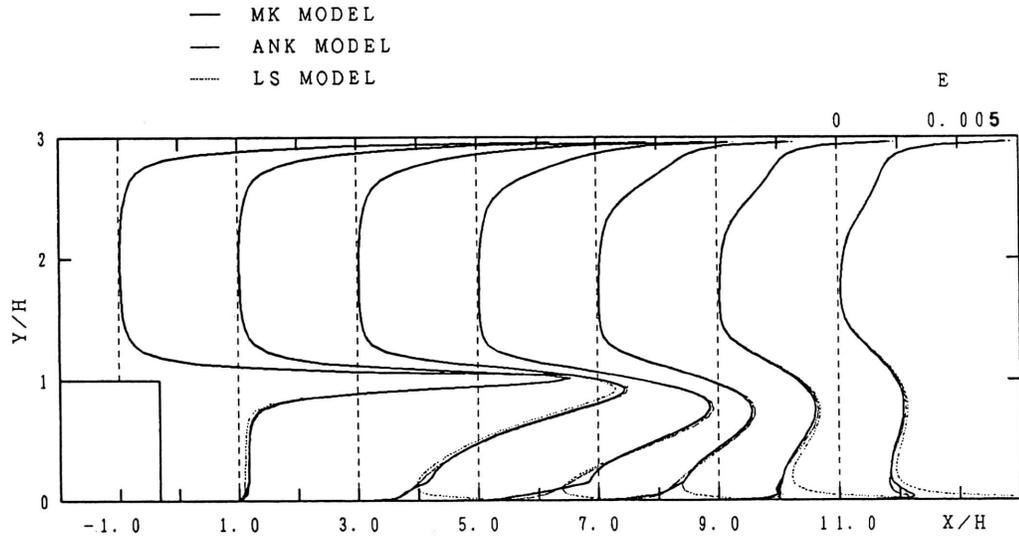


図 4  $\varepsilon$  の分布

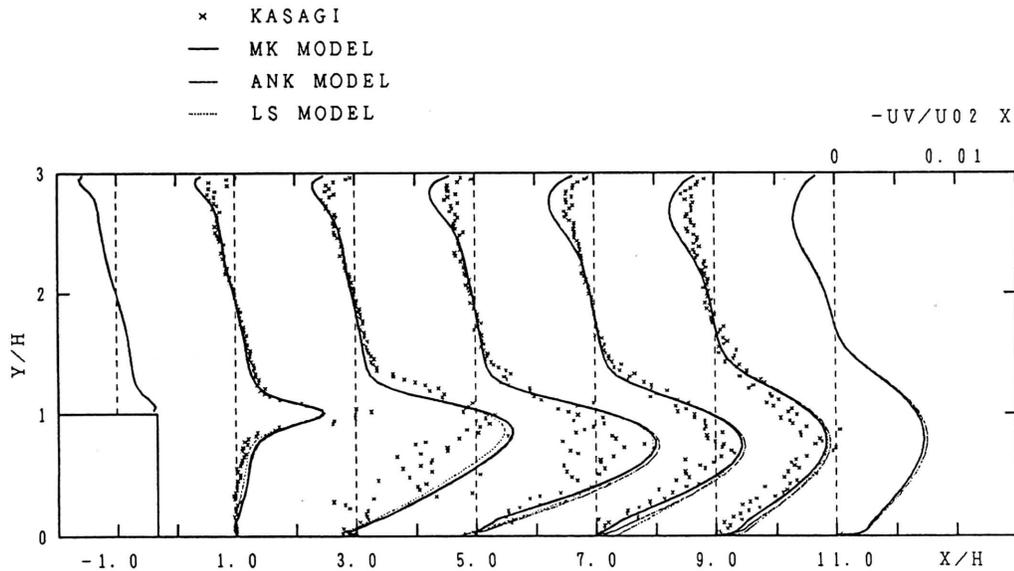


図 5  $-\overline{uv}$  の分布

扱ひの影響が壁面から比較的離れた遠方にまで及んでいることがわかる。

図 4 に乱流エネルギー散逸率  $\varepsilon$  の分布を示す。再付着面近傍では LS モデルと他の 2 モデルとの差異が大きい。LS モデルの場合、壁面付近でピーク値が再現されているものの、MK モデル、ANK モデルと比較して過大評価されている。領域 I においては  $k$  の場合と同様に、壁面近傍の取り扱ひの差異の影響が若干現れている。MK モデルと ANK モデルの間では、あまり大きな差異はないようである。

なお  $k$ 、 $\varepsilon$  に関する LS モデル、標準モデルの差異につ

いては、再付着面のごく近傍の  $\varepsilon$  を除き、大きな差異はない。本計算では再付着面付近が細かいメッシュになっているため、標準モデルにおける  $\varepsilon$  の境界条件は、当然ではあるが、不適切な値を示す。

図 5 にレイノルズ応力の分布を示す。壁面近傍の実験データがあまり多くないため、適切な比較は十分にできないが、再付着点近傍では MK モデルが実験結果にやや近い値を示している。

参考のため図 6 に、モデルの減衰関数の算出に用いる乱流レイノルズ数  $R_t$  と壁面からの無次元距離  $y^+$  の範囲を示す (減衰関数の挙動については前報参照)。壁面第 1

研究速報

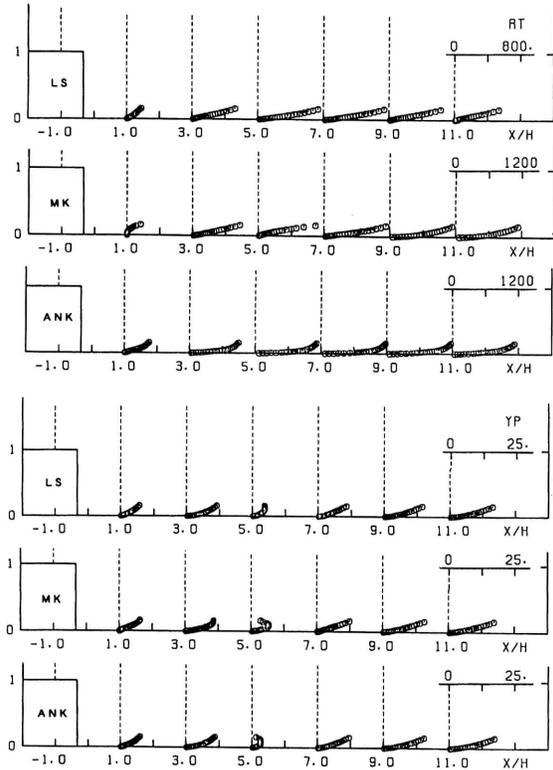


図6 Rtおよび $y^+$ の範囲

メッシュにおける乱流レイノルズ数  $Rt$  は、MK モデルと ANK モデルともに  $x/H = 3.0 \sim 9.0$  において数10のオーダーにある。壁面第1メッシュにおける  $y^+$  は、 $x/H = 1.0 \sim 11.0$  の範囲において概略  $y^+ = 0.1 \sim 0.5$  の範囲にあり、本計算範囲では  $y^+$  は両モデルとも概略20以下であり、粘性底層と対数分布則の交点よりやや大きい範囲に留まっている。

4. あとがき

前報および本報では、バックステップ流れ場の再付着面の近傍のみに3種の低レイノルズ数型  $k-\epsilon$  モデルを、ま

た他の流れ場には標準  $k-\epsilon$  モデルを適用し、主として  $U$ ,  $k$ ,  $\epsilon$ , レイノルズ応力の諸分布, モデルの減衰関数  $f_{\mu}$ ,  $f_2$  等の挙動から3種のモデルの有用性を比較検討した。その結果、次のことを明かにした。

- (1) LS モデルは再付着面のごく近傍の  $\epsilon$  を除き、平均量, 乱流量ともに標準モデルと大きな差異のない挙動を示す。
- (2) MK モデル, ANK モデルは、ともに定性的には再付着点付近で流線が壁面に接するような挙動を示すが、定量的には MK モデルが平均量, 乱流量ともに実験結果により近い値を再現する。
- (3)  $k$  の値から摩擦速度を求める取り扱いについては、LS モデルでは通常のケースとほとんど差異がなく、MK モデルでは他のケースに比べて収束精度が高い解が得られにくい。

これらの結果から本計算ケースのように全体の流れ場が、例えば標準  $k-\epsilon$  モデルによってある程度再現されうる場合には、少なくとも再付着面近傍の流れ場は同流れ場にのみ適切に適用された低レイノルズ数型  $k-\epsilon$  モデルによって局所的に改善されうる事がわかる。バックステップ流れ場の他の領域においても、この種のゾナル・アプローチによって流れ場が精度よく再現されることが期待される。

終わりに、バックステップ流れに関する実験値をご提供いただいた東京大学工学部機械工学科・笠木伸英教授、また有益な討論を数多くいただいた元大学院生・富樫盛典氏に謝意を表する。  
(1995年12月4日受理)

参考文献

- 1) 鬼頭・小林・谷口, 生産研究, 47-2 (1995), 112.
- 2) B. E. Launder and B. I. Sharma, Letters in Heat and Mass Transfer, 1 (1974), 131.
- 3) 明・笠木, 機論 B, 54-507 (1988), 3003.
- 4) 安倍・長野・近藤, 機論 B, 58-554 (1992), 3003.
- 5) 笠木・河原・松永, 第9回流体計測・第6回流体制御合同シンポジウム講演論文集 (1991), 77.
- 6) 森西・小林・富樫, 生産研究, 43-1 (1991), 45.