研究速報

# 圧延加工の温度解析　第1報

Thermal Analysis in Hot Rolling / 1

木内　学*・柳本　潤*・若松英士*
Manabu KIUCHI, Jun YANAGIMOTO and Eiji WAKAMATSU

## 1. 緒　言

近年，塑性加工を対象とした種々の3次元解析技術が開発されてきた．筆者らは，圧延加工を対象とした3次元変形解析システム（CORMILL System）を開発し，様々な問題への適用を行ってきた．従来圧延加工の分野では，被圧延材の温度変化を考慮した3次元変形解析が行われてきたが[1]，熱間圧延加工時の被圧延材の温度分布を正確に知るためには，ロールの温度分布との連成解析を実行する必要がある．更に厳密に言えば，熱間圧延加工中に被圧延材およびロールが定常温度場の条件を満足することは稀であると考えられるため，非定常温度解析を行い得る方法を整備しておくことが望ましい．本研究では，熱間圧延加工における被圧延材の内部組織変化等の問題を解明するために不可欠な，被圧延材およびロールの非定常温度解析技術の整備を目的としているが，本報ではまず有限要素法による定式化を述べ，更にロールに発生する非定常温度分布を解析するために考慮すべきことがらについて検討した結果を示す．

## 2. 熱伝導方程式と有限要素法による定式化[2]

空間座標に関する非定常熱伝導方程式

$$\rho c_v\left(\frac{\partial T}{\partial t}+u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}+w\frac{\partial T}{\partial z}\right)=\frac{\partial Q}{\partial t}+\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\kappa\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\kappa\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\kappa\frac{\partial T}{\partial z}\right)\right] \quad (1)$$

をもとに，ガラーキン法を用いて計算を行う．ただし，$u$, $v$, $w$ はロール（もしくは被圧延材）の速度である．時間に関する離散化にはクランク・ニコルソン法を採用する．したがって定式化は以下のようになる．

$$\left(\frac{1}{2}[k]+\frac{1}{\Delta t}[c]\right)\left\{\phi\ (t+\Delta t)\right\}=\left(-\frac{1}{2}[k]+\frac{1}{\Delta t}[c]\right)\{\phi\ (t)\}+\{f\} \quad (2)$$

ただし，$[k]$，$[c]$，$\{f\}$ はそれぞれ

$$[k]=\kappa\int_{v^e}\left(\frac{\partial[N]^T}{\partial x}\frac{\partial[N]}{\partial x}+\frac{\partial[N]^T}{\partial y}\frac{\partial[N]}{\partial y}+\frac{\partial[N]^T}{\partial z}\frac{\partial[N]}{\partial z}\right)dv+\rho c_v\int_{v^e}[N]^T[N]\left(u\frac{\partial[N]}{\partial x}+v\frac{\partial[N]}{\partial x}+w\frac{\partial[N]}{\partial z}\right)dv \quad (3)$$

$$[c]=\rho c_v\int_{v^e}[N]^T[N]\,dv \quad (4)$$

$$\{f\}=\int_{v^e}\dot{Q}[N]^T dv-\int_{s^e}q[N]^T ds \quad (5)$$

ただし，$[N]$ は温度に関する補間関数を表し，式（5）の右辺第二項は各要素の表面を通過する熱量を表す．この項は物体内部の分割面については相殺され，物体表面に関する境界条件だけが残る．

## 3. 境界条件[3]

ロールと被圧延材の熱伝達は次式で表される．

$$q=h_{eq}\left(T_w\big|_{surf}-T_r\big|_{surf}\right)$$

$h_{eq}$ は被圧延材とロール間の等価熱伝達率，$T_w\big|_{surf}$，$T_r\big|_{surf}$ はそれぞれ被圧延材，ロールの表面温度である．この方法によれば $h_{eq}$ にスケール層とロール間

*東京大学生産技術研究所　第2部

の接触熱抵抗の影響を含めることができる．

雰囲気に接している被圧延材およびロールの自由表面における熱移動は，輻射伝熱と対流伝熱によって生じ，そのとき熱流束 $q_a$ は次式であたえられる．

$$q_a = q_r + q_c$$

ここで添字 $a$，$r$ および $c$ はそれぞれ空冷，輻射および対流を示す．

輻射伝達による $q_r$ (W/m$^2$) は次式で与えられる．

$$q_r = \sigma \varepsilon \left( T_s^4 - T_a^4 \right)$$

ここで $\varepsilon$，$T_s$，$T_a$ および $\sigma$ はそれぞれ放射率，表面温度 (K)，周囲温度 (K) およびステファン・ボルツマン定数 ($5.680 \times 10^{-8}$ W/m$^2$K$^4$) である．

対流伝達による $q_c$ は次式で表される．

$$q_c = h_c \left( T_s - T_a \right)$$

熱伝達率 $h_c$ に関してはこれまで数多くの実験式が提案されているが，その中から被圧延材表面の熱伝達率 $h_c$ (W/m$^2$K) の推定に適用可能な簡易式を示すと以下の通りである．

$$G_r P_r < 3 \times 10^{10} \qquad h_c = 1.3 \left\{ \left( T_s - T_a \right) / l \right\}^{\frac{1}{4}}$$

$$G_r P_r > 2 \times 10^{7} \qquad h_c = 1.7 \left( T_s - T_a \right)^{\frac{1}{3}}$$

$G_r$ はグラスホフ数，$P_r$ はプラントル数である．

## 4. 有限要素分割

ロールは幅方向，周方向，半径方向に被圧延材は圧延方向，幅方向，厚さ方向にそれぞれ Fig. 1 に示すような分割を行う．

## 5. 分割の温度分布に及ぼす影響

数値実験を行う前にそれに適する要素分割を考えるために，分割の温度の温度分布に及ぼす影響について調査した．解析条件は Table 1 に示す．Fig. 2(a) の要素分割を用い，ロールが被圧延材と接触を開始してから1回転後の温度分布を Fig.3 (a) に示すが，接触領域ならびにその近傍で大きな振動解が得られている．これは分割が適正でないために起こる結果である[4]．そこで以下のような考察を行った．

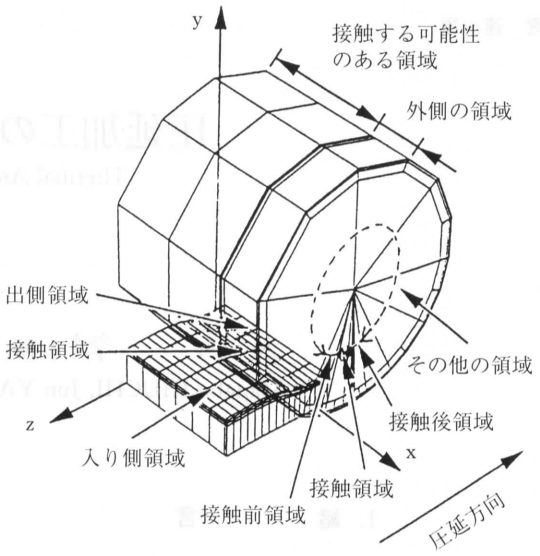
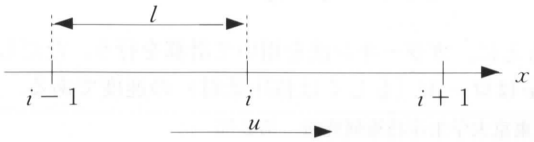



Fig. 1　Schematic illustration and employed finite element mesh system

Table 1　Analysis conditions

| | |
|---|---|
| ロール径 (mm) | 280 |
| ロール幅 (mm) | 400 |
| ロール周速 (mm/s) | 187.66 |
| 初期板幅 (mm) | 300 |
| 初期板厚 (mm) | 89 |
| 圧下率 (%) | 22.75 |
| 変形抵抗 | 美坂の式 |
| 摩擦係数 | 0.25 |
| 被加工材初期温度 (K) | 1503 |
| 熱伝導率 (W/mK) | 23.6 |
| 密度 (kg/m$^3$) | 7860 |
| 比熱 (J/kgK) | 996 |
| 放射率 | 0.78 |
| 炭素含有量 (%) | 0.35 |
| ロール初期温度 (K) | 293 |
| 熱伝導率 (W/mK) | 43.1 |
| 密度 (kg/m$^3$) | 7860 |
| 比熱 (J/kgK) | 464 |
| 放射率 | 0.20 |
| 雰囲気温度 (K) | 293 |
| 熱伝達係数 | |
| ロール対被加工材 (W/m$^2$K) | 14820 |



ロールは周方向にのみ速度成分をもつため，1次元の問題について考えた．1次元非定常熱伝導方程式をガラーキン法を用いて節点iについて解くと

$$\left(\frac{\rho c_v l}{6\Delta t}+\frac{\rho c_v u}{4}-\frac{\kappa}{2l}\right)T_{i+1}^{n+1}$$
$$+\left(\frac{2\rho c_v l}{3\Delta t}+\frac{\kappa}{l}\right)T_i^{n+1}$$
$$+\left(\frac{\rho c_v l}{6\Delta t}-\frac{\rho c_v u}{4}-\frac{\kappa}{2l}\right)T_{i-1}^{n+1}$$
$$=\left(\frac{\rho c_v l}{6\Delta t}-\frac{\rho c_v u}{4}+\frac{\kappa}{2l}\right)T_{i-1}^{n}$$
$$+\left(\frac{2\rho c_v l}{3\Delta t}-\frac{\kappa}{l}\right)T_i^{n}$$
$$+\left(\frac{\rho c_v l}{6\Delta t}+\frac{\rho c_v l}{4}+\frac{\kappa}{2l}\right)T_{i-1}^{n}$$

となる．ただし，右肩の添字はステップ数，右下の添字は節点番号を示す．それぞれ $a=\dfrac{\rho c_v l}{6\Delta t}$, $b=\dfrac{\rho c_v u}{4}$, $c=\dfrac{\kappa}{2l}$ と置くと

$$a\left(T_{i+1}^{n+1}-T_{i+1}^{n}\right)+(\mathrm{b}-\mathrm{c})\left(T_{i+1}^{n+1}+T_{i+1}^{n}\right)$$
$$+4a\left(T_i^{n+1}-T_i^{n}\right)+2\mathrm{c}\left(T_i^{n+1}+T_i^{n}\right)$$
$$+a\left(T_{i-1}^{n+1}-T_{i-1}^{n}\right)-(b+c)\left(T_{i-1}^{n+1}+T_{i-1}^{n}\right)=0$$

となる．$a$ と $b$ は同程度のオーダーなので（$\dfrac{l}{\Delta t}\approx u$ より），$T_i^{n+1}+T_i^{n}$ と比較して $T_i^{n+1}-T_i^{n}$ は十分小さいとして無視すると

$$(b-c)\left(T_{i+1}^{n+1}+T_{i+1}^{n}\right)+2c\left(T_i^{n+1}+T_i^{n}\right)$$
$$-(b+c)\left(T_{i+1}^{n+1}+T_{i+1}^{n}\right)=0$$

を得る．この漸化式を解くと次式を得る．

$$T_i^{n+1}=A+B\left(\frac{c+b}{c-b}\right)^i-T_i^{n}\qquad (A,\ B\text{は定数})$$

したがって振動した初期条件を与えない限り解が振動しないための条件は

$$c>b\quad \text{すなわち}\quad l<\frac{2\kappa}{\rho c_v u}\qquad (6)$$

となる．この条件をロール周方向の分割に適用し，解析条件すなわち $\kappa=43.1$ (W/mK)，$\rho=7860$ (kg/m$^3$)，$c_v$

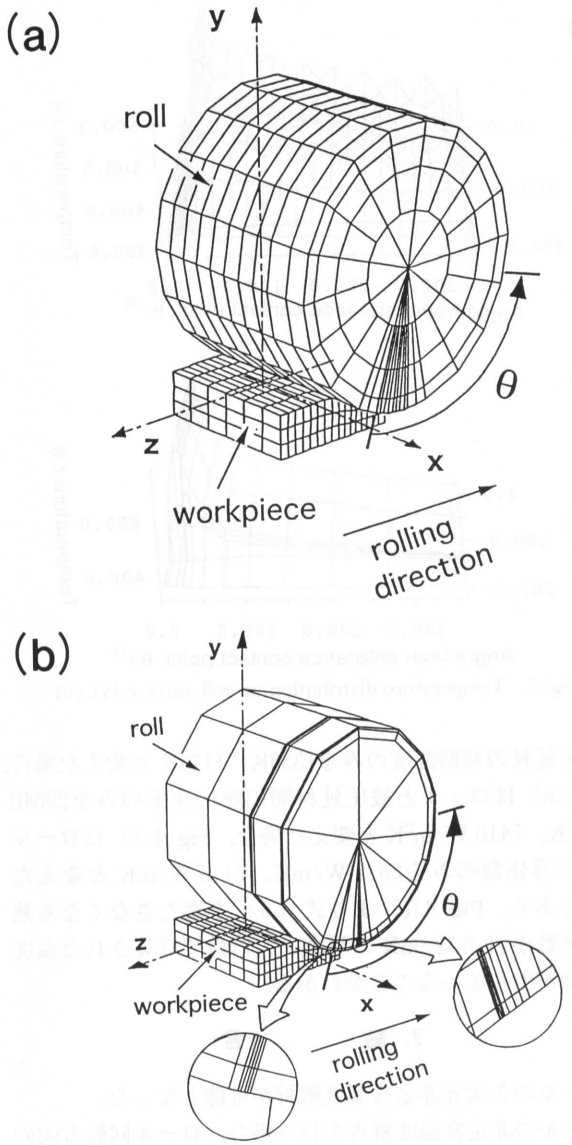



Fig. 2　Employed finite element mesh system for roll (a), (b)

$=434$ (J/kgK)，ロール周速 $u=0.18766$ (m/s) より得られる $l<0.122$ (mm) の大きさに分割した要素を入口，出口の前後に2つずつ設けたところ接触領域ならびにその近傍の解析結果の振動が解消された．(Fig. 2 (b)，Fig. 3 (b) 参照)

## 6. 数値実験

Fig. 2 (b) の要素分割を用い，Table 1の解析条件のうち以下の物性値をそれぞれ変えて数値実験を行った．その際のロールの幅方向中央における表面周方向温度分布を比較したのがそれぞれ Fig. 4 (a)，(b)，(c) である．Fig.4 (a)

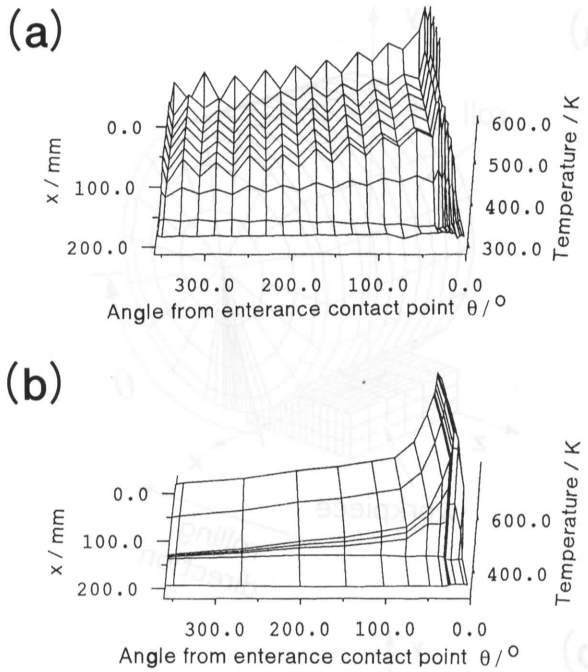



Fig. 3　Temperature distribution on roll surface (a), (b)

は被圧延材の初期温度のみを1333K，1173Kと変えた場合，Fig. 4(b) はロールと被圧延材間の熱伝達率のみを29640 W/m$^2$K，7410 W/m$^2$Kと変えた場合，Fig. 4(c) はロールの熱伝導係数のみを86.2 W/mK，21.5 W/mKと変えた場合である．Fig. 4(c) より式（6）を満たさなくなる熱伝導係数が21.5 W/mKの場合，入口前で計算された温度に振動が生じていることがわかる．

## 7. 結　　言

・ロールの3次元非定常温度解析が可能となった．
・ロールの非定常温度解析を行う場合，ロール回転方向の要素分割が重要な因子となる．
・空間的振動解を回避するためには解析条件より求められる式（6）を満足するように要素を分割する必要があり，それにともない刻み時間が小さくなり，計算時間が膨大になる可能性がある．

今後，被圧延材の温度解析に適する分割をも検討し，併せて計算時間の問題を解決する方策を追求する予定である．

（1995年7月25日受理）

## 参考文献

1)　小森和武：塑性加工春期講演会（1994），327.
2)　矢川元基：「流れと熱伝導の有限要素法入門」培風館.
3)　日本鉄鋼協会：「板圧延の理論と実際」.
4)　原平八郎他：数理科学 No. 236 (1983) p.14-20.

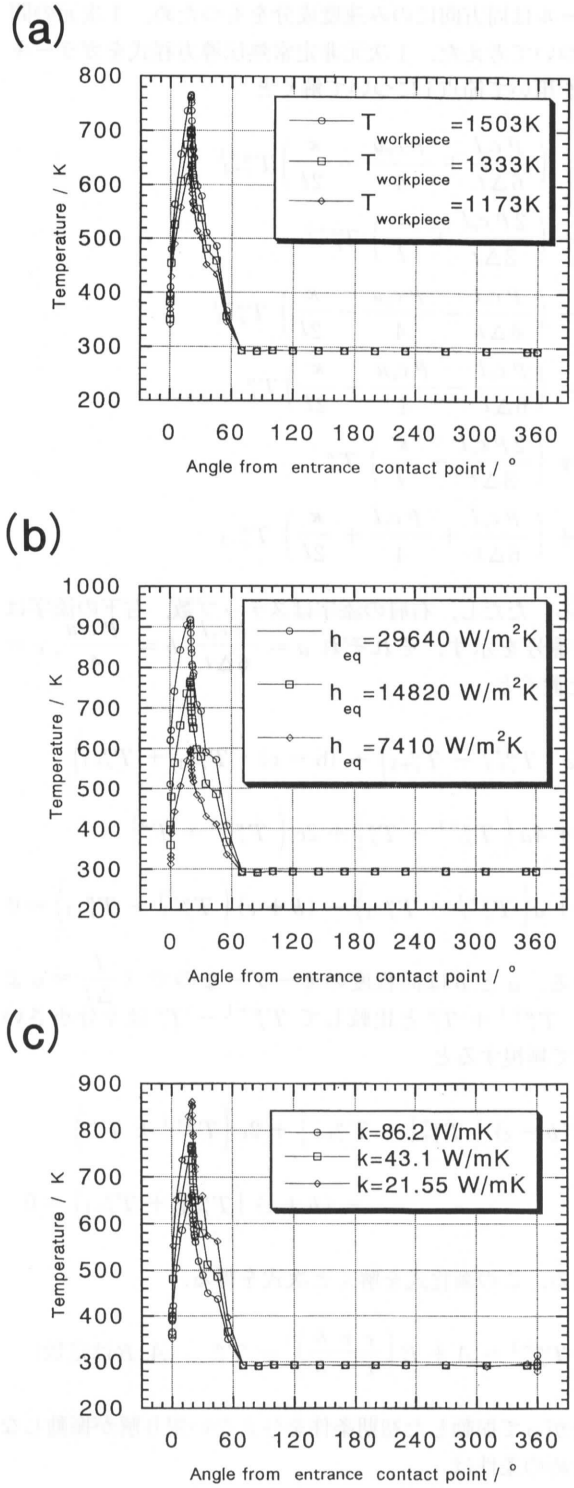



Fig. 4　Temperature distribution in circumferencial direction on roll surface of symmetric plane
(a) Difference in initial workpiece temperature
(b) Difference in heat transfer coefficient
(c) Difference in thermal conductivity