

研 究 速 報

特 集 8  
研 究 速 報

## 骨組構造物の最尤崩壊モード同定のための確率極限解析

Stochastic Limit Analysis to Identify the Most Likely Collapse Mode of Framed Structures

西 田 明 美\*・孫 宏\*・大 井 謙 一\*・高 梨 晃 一\*

Akemi NISHIDA, Hong SUN, Kenichi OHI and Koichi TAKANASHI

## 1. は じ め に

骨組構造物の終局限界状態として崩壊機構の形成を取り扱う場合、従来から骨組のシステム破壊確率の評価に重点が置かれて研究が行われている。しかし、現実の設計では確率の評価自体よりも、どのような荷重・耐力の実現値のもとで、どのような崩壊モードが生起しやすいか、を把握するだけでも十分有用であることが多い<sup>1),2)</sup>。本報告では、骨組構造物の耐力や崩壊モードを確定的に求める際に一般的に用いられているマトリクス極限解析法を、外力および部材耐力が不確定な場合に適用し、その有効性を検証する。

解析モデルとして2層1スパン骨組構造物を設定した。全ての可能な崩壊モードに対して信頼性指標 $\beta$ を求め、真の最尤崩壊モードを得るための解析方法(以下、全崩壊モード探索法と呼ぶことにする)を利用し、本解析手法により得られた最尤崩壊モードの検証を行った。

## 2. CP法の確率極限解析法への応用

1950年代の終わりから線形計画法(シンプレックス法)が骨組の極限解析法に適用され始め、現在では静的許容条件に基づくStatic Linear Programming(以下LPと略記す)と、運動的許容条件に基づくKinematic LPとが解法の主流になっている。Static LPにおける部材応力は、負部材耐力と正部材耐力で限界づけられる。これをスラック変数を導入することなく元の釣り合い式の枠内で解くとき、シンプレックス法における最適性基準と基底変数・非基底変数の交換法則に従って正準形を改良していく、いわゆる上下限法に基づくシンプレックス・アルゴリズムを利用して解く場合が多い。Livesleyによって紹介されたこの方法は、Compact Procedure(以下CPと略記する)とも呼ば

\*東京大学生産技術研究所 第5部

れ、骨組構造物の計算機による極限解析法としては最も一般的に用いられている<sup>3)</sup>。このCPは骨組構造物の耐力や崩壊モードを確定論的に求める手法である。本報告では、外力・部材耐力を不確定量と考え、CPを利用して得られた各崩壊モードの信頼性指標 $\beta$ を評価することによって生起しやすい崩壊モードを探索する手法(以下、確率極限解析法)を用いる。

## 3. 確率極限解析法のプロセス

本報告で用いている確率極限解析法のプロセスを以下に簡単に示す。

## ステップ1: CPによる崩壊モードの探索

初期条件として部材の全塑性モーメントに平均値を与え、無荷重の状態から平均外力への比例荷重を仮定してCPを行う。用いた釣り合い式(の初期状態)を以下に示す。

$$\lambda [I] \{P\} = [H] \{r\} \quad (1)$$

ここに、 $[I]$ : 単位行列,  $[H]$ : 接続行列,  $\{P\}$ : 外力ベクトル,  $\{r\}$ : 部材力(曲げモーメント),  $\lambda$ : 荷重乗数。マトリクス $[H]$ は一般に $n$ 行 $m$ 列( $m > n$ )の長方マトリクスとなる。

ステップ2: 信頼性指標 $\beta$ の算定

CPの過程で得られた各崩壊モードに対して、FOSMに従い(要素)信頼性指標 $\beta$ を算定する。ただし、外力と部材耐力は独立で無相関とし、分布は正規分布に従うものとする。

## ステップ3: 崩壊モードに対する設計点の評価

設計点は限界状態面上にあり、かつ、標準空間における原点から最短距離に位置することより、CPの過程で生成された各崩壊モードに対する標準変数の設計点を評価する。

今述べたプロセスにおいて、CPは限界状態面に到達す

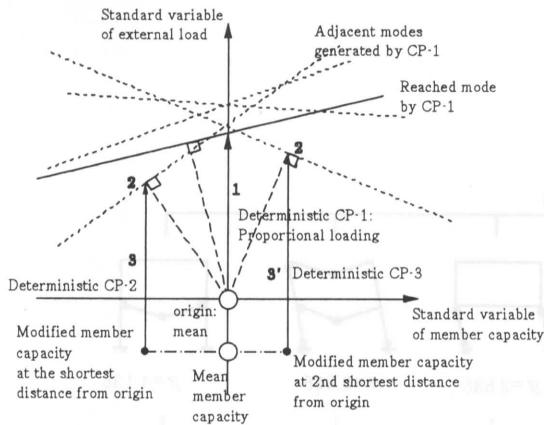


Fig. 1 Accelerating and branching operation by monitoring adjacent neighbor collapse modes

る手段として用いられている。しかし、この到達点は信頼性の局所的極小点のひとつにすぎない。ここでは設計点の逐次近似の際に、CPで到達する崩壊モードだけではなく、CPの過程で付随して生成される周辺崩壊モードをモニターして Fig. 1 に示すような加速・分岐操作を追加している。つまり、上記プロセスにおいて、 $\beta$  の小さいものみの信頼性指標ならびに設計点を適当な基準で記憶している。例えば、 $\beta \leq \beta_{\min} + \delta$ 。記憶された各設計点に対応する外力および部材全塑性モーメントの確定値を新たな外力および部材耐力として与え、再びステップ1に戻ってそれぞれCPを行う。CPの過程で $\beta$ が $\beta \leq \beta_{\min} + \delta$ の条件を満足するような新たな崩壊モードが新しく生成された場合はその設計点を記憶する。最終的に新しい崩壊モードが出現しなくなるまでこの操作が繰り返される。CPの過程において荷重係数 $\lambda$ が1に到達しない場合、その設計点は破壊領域内にあることになり設計点としての要件を欠くことになる。

4. 全崩壊モードの探索

本節では全崩壊モード探索法について簡単に説明する。計算に用いた釣り合い方程式は(1)式と等しい。CPによる計算で行う最初の掃き出しでは、各行の要素のうち最大となるものをピボットとして選び、掃き出しを行っている。一方、全ての崩壊モードを探索するためには $m$ 列のうちから $n$ 列を選び、その $n$ 列を掃き出すという操作を繰り返す。その組み合わせは ${}_m C_n$ 通りである。ただし、ピボットが0のときは、これを基底変数に選んでできる静定基本形にあたるモードは不安定になっているということになるため、基底変数にとることはできない<sup>3)</sup>。したがって、全ての組み合わせのうち上記のような(ピボットが0となるような)場合を除くことによって、全ての崩壊モードを

探索することができる。また、各崩壊モードに対応する信頼性指標 $\beta$ を算定し、 $\beta$ の最小値を検出する。ただし、 $\beta$ は $\beta \leq \beta_{\min} + \delta$ となる $\beta$ のみを記憶する。全崩壊モード抽出のために行う掃き出し計算回数の上限は ${}_m C_n$ 、可能な崩壊メカニズム数の上限は ${}_m C_{n-1}$ である。

5. 解析例—2層骨組構造物の最尤崩壊モード

例として、Fig. 2 に示すような2層1スパン骨組の最尤崩壊モードを求める。外力および部材耐力は互いに独立であると仮定し、Table 1 に示すような平均値および標準偏差を仮定した。得られた結果をまとめて Fig. 3 に示す。図中の矢印は、得られた崩壊モードを初期値として再度CPを行うことを意味する。図より、ひとつの $\beta$ に対して複数の崩壊モードが存在することがわかる。本解析例の場合、 $\beta \leq \beta_{\min} + 2$ の範囲内において7種類の $\beta$ および14種類の崩壊モードが検出され、多くの周辺モードを有していることがわかる。

一方、全崩壊モード探索法によって $\beta \leq \beta_{\min} + 2$ の条件のもと10種類の $\beta$ が得られた。本解析手法によってそのうち3種類の $\beta$ は抽出できなかったものの、 $\beta \leq \beta_{\min} +$

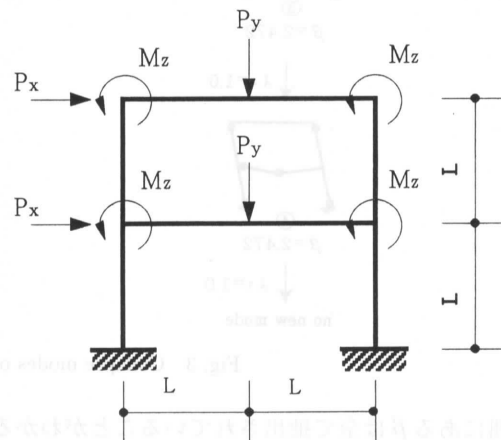


Fig. 2 2-story (1-bay) framed structure

Table 1 Stochastic properties

|                                    | Mean   | Standard Deviation |
|------------------------------------|--------|--------------------|
| External Load $P_x$                | 1.0 P  | 0.20 P             |
| External Load $P_y$                | 1.0 P  | 0.40 P             |
| External Load $M_z$                | 0.0    | 0.00               |
| Moment Capacity of Column $M_{pc}$ | 0.7 PL | 0.07 PL            |
| Moment Capacity of Beam $M_{pb}$   | 0.7 PL | 0.07 PL            |

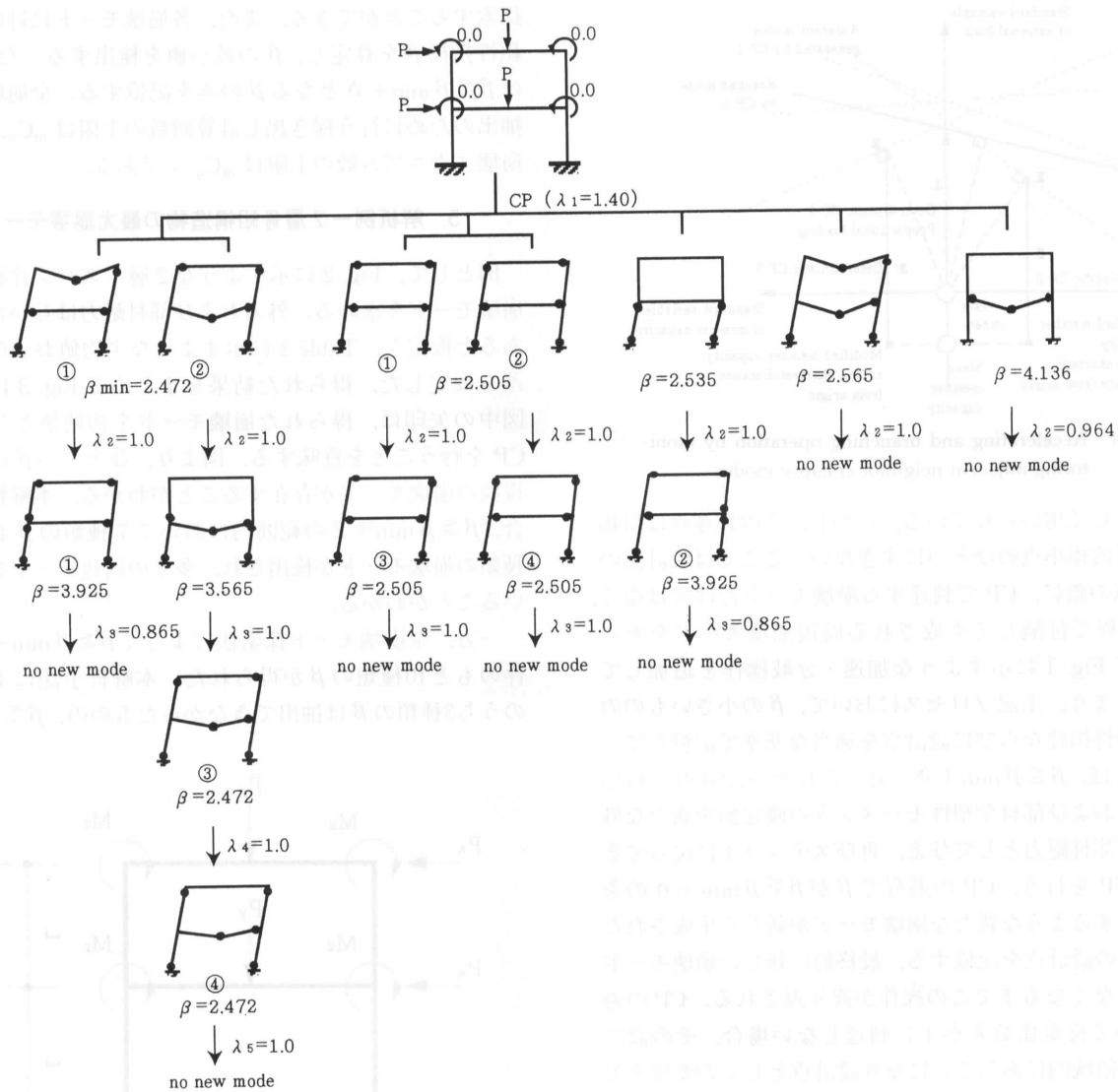


Fig. 3 Collapse modes obtained by using stochastic limit analysis

1 の範囲にある  $\beta$  は全て抽出されていることがわかる。ここで、本解析手法の掃き出し計算の回数は141回、全崩壊モード探索法における掃き出し計算の回数は3003回である。各信頼性指標に対応する崩壊モードの数を Table 2 にまとめて示す。全崩壊モード探索法によって得られた結果のうち、本解析手法によって抽出できなかったふたつの最尤崩壊モードを Fig. 4 に、全く抽出できなかった3種類の信頼性指標  $\beta$  および対応する崩壊モードを Fig. 5 に示す。

## 6. 結 び

本解析手法(確率極限解析法)では、逐次修正される確定制約条件のもとで到達する崩壊モードだけではなく CP

の過程で現われる周辺崩壊モード群についても設計点を評価している。また、生じやすいものについては新しく修正された制約条件群を用いて再度 CP を行うという加速された確率計画法を実行している。再度の CP は各設計点が限界状態面上にあるかどうかの確認と各設計点周辺の新たな崩壊モードの検出を目的としている。

Photo 1 に示すように構造物にとって最も恐ろしいのは予想外の崩壊モードが生起することであり、本研究の目的は、最尤崩壊モードおよびその周辺モードを求めることによって、設計上配慮すべき塑性化しやすい部位を検出することにある。全崩壊モード探索が可能であるのは組み合わせ爆発のため小規模な骨組に限られ (Fig. 6)、少ない計算時間で工学的に妥当な最尤崩壊モードが得られるような解析手

Table 2 Comparison of the number of collapse modes by two methods

| Reliability Index $\beta$ | The Number of Collapse Mode |                                   |
|---------------------------|-----------------------------|-----------------------------------|
|                           | Stochastic Limit Analysis   | Enumeration of All Possible Modes |
| 2.47239                   | 4                           | 6                                 |
| 2.50544                   | 4                           | 4                                 |
| 2.5349                    | 1                           | 1                                 |
| 2.56452                   | 1                           | 2                                 |
| 3.53345                   | 0                           | 4                                 |
| 3.56466                   | 1                           | 1                                 |
| 3.92525                   | 2                           | 8                                 |
| 4.13602                   | 1                           | 5                                 |
| 4.29110                   | 0                           | 2                                 |
| 4.40883                   | 0                           | 2                                 |

$\beta < \beta_{min} + 1$   
 $\beta < \beta_{min} + 2$

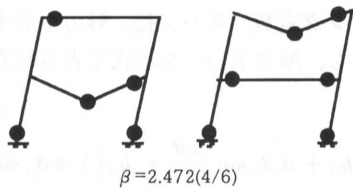


Fig. 4 The most likely collapse modes not found by the present method but obtained by enumerating all possible modes

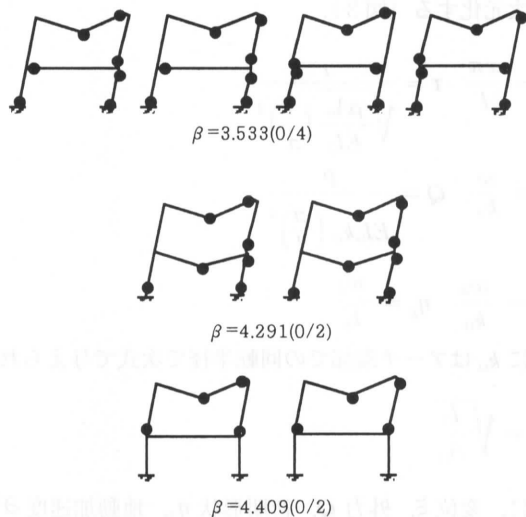


Fig. 5 Likely collapse modes not found by the present method but obtained by enumerating all possible modes

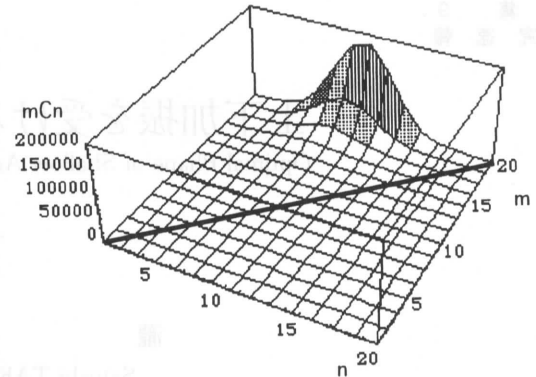


Fig. 6 Combination explosion



Photo 1 Local collapse at intermediate story of weak-column building

法が望まれる。数値解析結果は、本解析手法の有効性を示している。(1995年8月10日受理)

参考文献

- 1) 大井謙一：骨組構造物の確率極限解析, JCOSSAR'91, 1991.
- 2) 高梨晃一, 大井謙一：生研セミナーテキストコース182「限界状態設計法とその理論的背景」, 1992.
- 3) 青山博之, 上村智彦：マトリックス法による構造解析, 培風館, 1990.
- 4) 加藤正敦：確率極限解析法を用いた構造物最大耐力の変動評価 (神戸大学修士論文), 1993.
- 5) 孫 宏, 西田明美, 大井謙一, 高梨晃一：最尤崩壊モード同定のための確率極限解析 (その1, その2), 日本建築学会関東支部研究報告集 (構造系), pp. 97-104, 1994. 2.