

特 集 2
研 究 解 説

LES による非等温室内気流解析

—Smagorinsky モデルにおける標準タイプと Dynamic タイプの比較—

Large Eddy Simulation of Non-Isothermal Room Airflow
Comparison between Standard and Dynamic Type of Smagorinsky Model

村 上 周 三*・持 田 灯**・松 井 巨 光***

Shuzo MURAKAMI, Akashi MOCHIDA and Kiyomitsu MATSUI

暖房時、冷房時の非等温室内気流では、浮力により、乱流場の性状が大きな影響を受け、これにより平均流の分布も変化する場合がある。しかし、通例の Smagorinsky モデルを非等温気流に適用しても、Subgrid-Scale (SGS) の乱れに対する浮力の影響は考慮されない。本報では、Dynamic SGS モデルの 1 つである Dynamic Smagorinsky モデルを用いて 2 次元閉鎖空間内の非等温気流を解析し、通例の static な Smagorinsky モデルならびに実験と比較した。

1. 序

暖房時、冷房時の非等温室内気流では、浮力により、乱流場の性状が大きな影響を受け、これにより平均流の分布も変化する場合がある¹⁾。しかし、通例の Smagorinsky モデルを非等温気流に適用しても、Subgrid-Scale (SGS) の乱れに対する浮力の影響は考慮されない。これに対し、Germano²⁾らにより提案された Dynamic SGS モデルは、従来の static な SGS モデルの限界を克服する可能性を有するモデルとして大きな注目を集めている^{3)~5)}。筆者らは既に 2 次元角柱まわりの等温流れに同モデルを適用し、従来の static な Smagorinsky モデルに比べて、実験とその対応が向上することを確認している^{6), 7)}。本報では、Dynamic SGS モデルの 1 つである Dynamic Smagorinsky モデルを用いて 2 次元閉鎖空間内の非等温気流を解析し、通例の static な Smagorinsky モデルならびに実験と比較する。

2. Dynamic Smagorinsky モデルの概要

Germano らによって提案された Dynamic SGS モデルは、通常の Grid Scale (GS) のフィルタ (グリッドフィルタ、本稿ではグリッドフィルタを施された量を \bar{f} で表記) の他に、これよりも大きいフィルタ幅を持つテストフィルタ (本稿では \hat{f} と表記) を導入する。グリッドフィルタを NS 方程式に適用し、次式を得る。

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\bar{p}}{\rho} \right) - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} + \text{Ar} \Delta \bar{\theta} \delta_{i3} \quad (1)$$

また、SGS 応力 $\tau_{ij} (= \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j)$ は以下のように表される。

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \tau_{kk} = -2\nu_{\text{SGS}} \bar{S}_{ij} \quad (2)$$

$$\nu_{\text{SGS}} = C \bar{\Delta}^2 |\bar{S}| \quad (3)$$

ここで (3) 式中のモデル係数 C (モデル係数 C は Smagorinsky 定数 C_s の 2 乗に対応) は Lilly により提案された最小二乗法を用いて最適なモデル係数 C を求める方法⁸⁾を使用する。

$$C = \frac{1}{2} \frac{L_{ij} M_{ij}}{M_{kl}^2} \quad (4)$$

$$M_{ij} = \widehat{\Delta}^2 |\widehat{S}| \widehat{S}_{ij} - \bar{\Delta}^2 |\bar{S}| \bar{S}_{ij} \quad (5)$$

$$L_{ij} = T_{ij} - \widehat{\tau}_{ij} = \overline{\widehat{u}_i \widehat{u}_j} - \widehat{\bar{u}_i \bar{u}_j} \quad (6)$$

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right), \widehat{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \widehat{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \widehat{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (7)$$

$$|\bar{S}| = (2 \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij})^{1/2}, |\widehat{S}| = (2 \widehat{S}_{ij} \widehat{S}_{ij})^{1/2} \quad (8)$$

*東京大学生産技術研究所 附属計測技術開発センター

**東京大学生産技術研究所 第 5 部

***五洋建設(株)技術研究所 (東大生研 民間等共同研究員)

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \overline{u_i} \overline{u_j} \quad (9)$$

$$T_{ij} = \overline{u_i u_j} - \overline{u_i} \overline{u_j} \quad (10)$$

同様に $\overline{\theta}$ の輸送方程式にグリッドフィルタを適用すると次式となる.

$$\frac{\partial \overline{\theta}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_j \theta}) = -\frac{h_j}{\alpha_{SGS}} + \frac{\nu}{Pr} \frac{\partial^2 \overline{\theta}}{\partial x_j \partial x_j} \quad (11)$$

$\overline{\theta}$ の輸送方程式の SGS の乱流熱フラックス $h_j (= \overline{\theta u_j} - \overline{\theta} \overline{u_j})$ は, 次式で評価される.

$$h_j = -\alpha_{SGS} \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x_j} = -\frac{\nu_{SGS}}{Pr_{SGS}} \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x_j} \quad (12)$$

$$\text{ここで, } Pr_{SGS} = \frac{\nu_{SGS}}{\alpha_{SGS}} \quad (13)$$

(12) 式と (3) 式より

$$h_j = -\frac{C \overline{\Delta}^2}{Pr_{SGS}} |\overline{S}| \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x_j} \quad (\text{注1}) \quad (14)$$

$$P_j = H_j - \widehat{h}_j = \frac{C}{Pr_{SGS}} \overline{\Delta}^2 |\overline{S}| \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x_j} - \frac{C}{Pr_{SGS}} \widehat{\Delta}^2 |\widehat{S}| \frac{\partial \widehat{\theta}}{\partial x_j} \quad (15)$$

$$h_j = \overline{\theta u_j} - \overline{\theta} \overline{u_j} \quad (16)$$

$$H_j = \widehat{\theta u_j} - \widehat{\theta} \widehat{u_j} \quad (17)$$

Lilly はここでも, 最小二乗法を用いて最適な乱流プラントル数を求める方法を提案している⁸⁾.

$$Pr_{SGS} = \frac{CR_k^2}{P_j R_j} \quad (18)$$

$$R_j = \overline{\Delta}^2 |\overline{S}| \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x_j} - \widehat{\Delta}^2 |\widehat{S}| \frac{\partial \widehat{\theta}}{\partial x_j} \quad (19)$$

(18) 式より時間・空間で変化する Pr_{SGS} (すなわち α_{SGS}) の瞬時値が与えられる. ここで (18) 式中の C は (4) 式で算出される. また, 実際の計算では $1/Pr_{SGS}$ を算出. ここでは, C および $1/Pr_{SGS}$ の安定化を図るため, $C < 0$ の場合 $C = 0$, $1/Pr_{SGS} < 0$ の場合 $1/Pr_{SGS} = 0$ としている. 又, (4) 式の分母が 0 に近づき, 計算不能となるため, $M_{ij}^2 < 10^{-5}$ の場合 $M_{ij}^2 = 10^{-5}$ とした. 同様に $CR_k^2 < 10^{-4}$ の場合 $1/Pr_{SGS}$ の分母が 0 に近づき, 計算不能となるため, $CR_k^2 = 10^{-4}$ とした. さらに係数 C の安定化を図るためにタイムフィルタを導入している¹⁰⁾. すなわち, n 時点の C を求めるために次式を使用した.

$$\widetilde{C}^n = \left(1 - \frac{\Delta t}{T}\right) \widetilde{C}^{n-1} + \frac{\Delta t}{T} C^n$$

$$\text{ただし, } \frac{\Delta t}{T} = 1 \times 10^{-3} \quad (20)$$

ここで \widetilde{C}^n がタイムフィルタを施され実際に用いられるモデル係数. ただし, T : 特徴的タイムスケール, Δt : 差分時間間隔

同様に $hr_{SGS} = 1/Pr_{SGS}$ の n 時点の値は次式で与えた.

$$\widetilde{hr}_{SGS}^n = \left(1 - \frac{\Delta t}{T}\right) \widetilde{hr}_{SGS}^{n-1} + \frac{\Delta t}{T} hr_{SGS}^n \quad (21)$$

グリッドフィルタとしては 2 次精度の中心差分による離散化の際にグリッド幅の Top Hat フィルタが陰に施されているとみなした. また, テストフィルタは体積重み付け平均で定義した²⁾.

3. 計算概要

3.1 計算対象

図 1 に示す閉鎖空間内の温度成層気流を対象とした. このタイプの室内気流は低 Re 数効果や浮力によるダンピングの影響で部分的に層流化しやすく, 周知のように, 解析は大変困難である. 比較する実験は Blay ら⁹⁾による. 実験では $L_0 = 0.018\text{m}$, $\langle u_0 \rangle = 0.59\text{m/s}$, $\langle \Delta\theta_0 \rangle = 20.0^\circ\text{C}$, Ar 数 ($= -g\beta \langle \Delta\theta_0 \rangle L_0 / \langle u_0 \rangle^2$) $= 0.036$, 吹出噴流の Re 数 ($= L_0 \langle u_0 \rangle / \nu$) $= 670$ である. 実験の詳細は文献 9 参照. この流れは浮力による damping 効果を組み込んだ $k-\varepsilon$ モデルの検証にも使用されている¹⁾.

3.2 解析領域・メッシュ分割

$57.8L_0(X_1) \times 16.7L_0(X_2) \times 57.8L_0(X_3)$ の領域を対象とする 3 次元計算を行った (ただし, L_0 は吹出口幅 (0.018m)). X_2 方向の広さも Blay の実験と同じ. メッシュ分割は $64(X_1) \times 15(X_2) \times 67(X_3)$. 壁面と接する格子幅は $0.05L_0$.

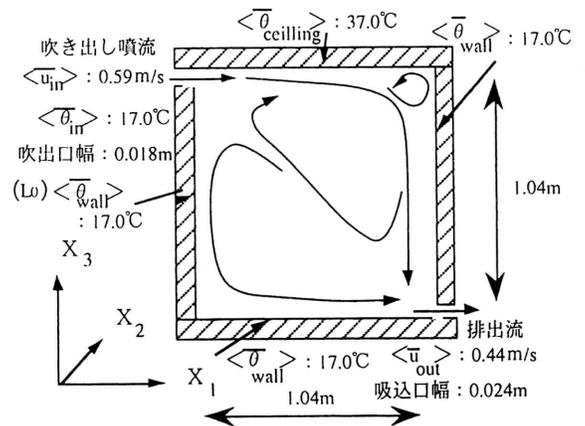


図 1 計算対象⁹⁾

3.3 検討ケース

①通例の Smagorinsky モデル (CASE1), ②Dynamic Smagorinsky モデル (CASE2) を比較した.

3.4 基礎方程式

CASE1 (通例の Smagorinsky モデル) では Smagorinsky 定数 C_s は時間・空間に一定で 0.16 とし, $Pr_{SGS} (= \nu_{SGS}/\alpha_{SGS})$ も 0.5 で一定とした. ただし, ここで α_{SGS} は SGS の温度拡散係数である. CASE1 の場合, グリッドスケール $\bar{\Delta}$ に Van Driest 型の wall damping function $(1 - \exp(-X_n^+/25))$ を乗じた.

一方, CASE2 (Dynamic Smagorinsky モデル) では wall damping function は必要としない.

3.5 計算条件

吹出口・吸込口を含む壁面および天井面・床面では no-slip を用い, 側面方向 (X_2 方向) の境界面は対象壁条件

$(\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_2} = \frac{\partial \bar{u}_3}{\partial x_2} = \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_2} = 0, \bar{u}_2 = 0)$ とした. 吹出口の速度分布は Blay の実験に対応する分布⁹⁾を与えた. Blay の実験では流入の乱れの強さは 4% であるが本計算では流入の乱れを考慮していない. この点は, 今後の課題とした

い. 空間の離散化に関しては 2 次精度の中心差分, 時間に関しては 3 次精度のルンゲクッタ法¹¹⁾を使用. 時間差分間隔は CASE1 では $\Delta t \langle u_0 \rangle / L_0 = 7 \times 10^{-2}$, CASE2 では $\Delta t \langle u_0 \rangle / L_0 = 3 \times 10^{-2}$ (一部 $1 \sim 2 \times 10^{-2}$) とした. 計算初期値は CASE1, CASE2 とともに文献 1 の改良型 k- ϵ モデルによる結果を用いた. CASE1 ではこの初期値から無次元時間で約 2670 (実スケール: 85 秒) 経過した時点で解が統計的定常状態に達したと判断し, その後, さらに諸量の算出のために約 1580 (50 秒) の計算を行った. 一方, CASE2 では文献 1 の結果から無次元時間で約 1560 (49 秒) 経過した時点で解が統計的定常状態に達したと判断し, その後, 諸量の算出のために約 1580 (50 秒) の計算を行った. さらに, ここでは, CASE1, CASE2 とともにデータの時間平均をさらに X_2 方向にも平均している.

4. 計算結果

4.1 平均速度分布 (図 2)

CASE1 と CASE2 の結果にきわめて顕著な差が認められる. CASE1 (標準 Smagorinsky) では流入の吹き出し噴流の勢いが比較的すぐに無くなり, 実験より手前 (吹き出し口から 0.45m ($X_1 = 0.45m$) 付近) で下降する. こ

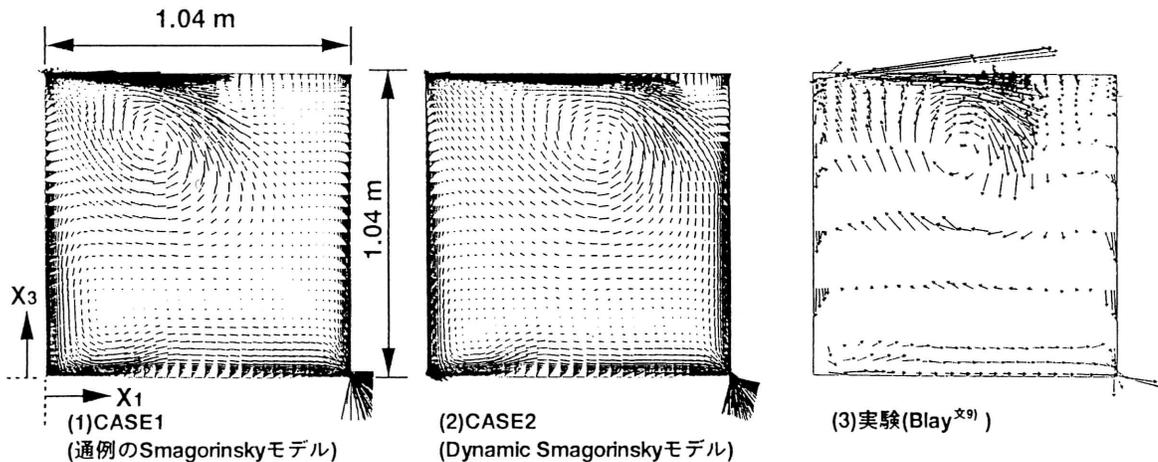


図 2 平均速度ベクトル (鉛直断面)

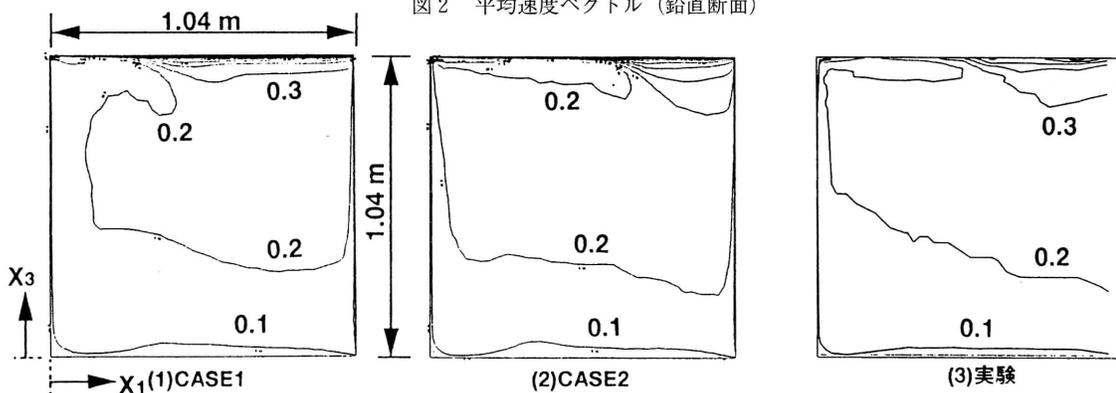


図 3 $\langle \Delta \bar{\theta} \rangle / \langle \Delta \bar{\theta}_0 \rangle$ 分布 (鉛直断面)

れに対して、CASE 2 (Dynamic Smagorinsky) では吹き出し気流の水平方向への到達距離が長くなり、実験に近づく(図2)。

4.2 平均温度 $\langle \Delta \bar{\theta} \rangle$ の分布 (図3~6)

実験では X_1 が 0.5m 付近まで天井近傍において $\langle \Delta \bar{\theta} \rangle / \langle \Delta \bar{\theta}_0 \rangle$ は 0.2 以下となるが、CASE 1 では X_1 が 0.3m 付近ですでに 0.3 以上に増加している。これに対して、CASE 2 では実験と比較的によく一致している。図4に噴流中心部 ($X_3 = 1.03m$)^{注2)}での平均温度の主流方向の分布を示す。CASE 1 は急速に温度が上昇し、実験と大きく異なる。これに対し、CASE 2 では実験とよく一致している。図5に図13に示す表示ライン ($X_1 = 0.1m$) の天井付近の $\langle \Delta \bar{\theta} \rangle / \langle \Delta \bar{\theta}_0 \rangle$ の鉛直分布を示す。吹き出し噴流内 ($X_3 = 1.022 \sim 1.04m$) で CASE 1 は CASE 2 に比べて急速に温度が上昇している。図6に鉛直中心断面 ($X_1 = 0.5m$) での $\langle \Delta \bar{\theta} \rangle / \langle \Delta \bar{\theta}_0 \rangle$ の分布を示す。

CASE 1 の結果は $X_3 = 0.8 \sim 1.0m$ の間で温度が高めとなっている。これは CASE 1 では、吹き出し噴流がこの図の表示位置 ($X_1 = 0.5m$) より手前で下降するため(図2(1))、天井面が冷却されず、温度成層が形成されたことによるものと考えられる。これに対して CASE 2 は実験ときわめてよく一致している。

4.3 $\langle C \rangle^{1/2}$ の分布 (図7)

図7にモデル係数 C の時間平均値の比較を示す。ここで Smagorinsky モデル (CASE 1) の場合、 $C_s (= 0.16)$ に wall damping function $f_\mu (1 - \exp(-X_n^+/25))$ を乗じた値、Dynamic モデル (CASE 2) では $\langle C \rangle^{1/2}$ を示している。 $\langle C \rangle^{1/2}$ が Smagorinsky モデルの $C_s \times f_\mu$ に対応する。CASE 1 の場合 f_μ を乗じられるため、その数値は壁近傍で単調に 0 に向かい、噴流中心付近 ($X_3 \approx 1.03m$) から壁近傍において CASE 1 と CASE 2 に大きな差が認められる(図7)。

4.4 $\langle v_{SGS} \rangle$, $\langle \alpha_{SGS} \rangle$ の分布 (図8, 9)

$\langle v_{SGS} \rangle$ の分布は C の分布と対応し、CASE 1 では減衰関数の効果により天井近傍で単調に減少するのに対して、Dynamic Smagorinsky モデル (CASE 2) では、噴流中心より天井側で CASE 1 に比べて非常に小さな値を持つ。また、噴流中心付近では逆に大きな値を示している(図8)。CASE 2 の $\langle \alpha_{SGS} \rangle$ の値は、全般に CASE 1 に比べて一桁程度小さい(図9)。これは Dynamic モデル (CASE 2) において (18) 式から同定される Pr_{SGS} の値が CASE 1 の場合の 0.5 に比べてこの領域で大きな値を示すためである。

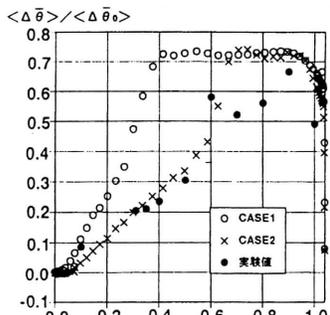


図4 $\langle \Delta \bar{\theta} \rangle / \langle \Delta \bar{\theta}_0 \rangle$ の水平分布 ($X_3 = 1.03m$)

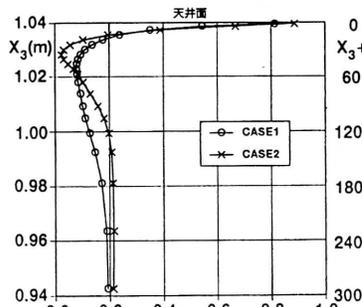


図5 $\langle \Delta \bar{\theta} \rangle / \langle \Delta \bar{\theta}_0 \rangle$ の鉛直分布 ($X_3 = 0.1m$)

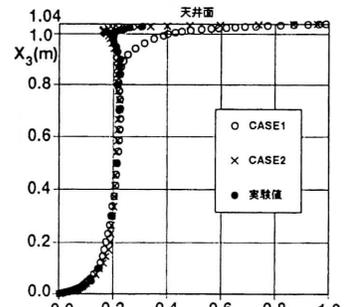


図6 $\langle \Delta \bar{\theta} \rangle / \langle \Delta \bar{\theta}_0 \rangle$ の鉛直分布 ($X_1 = 0.5m$)

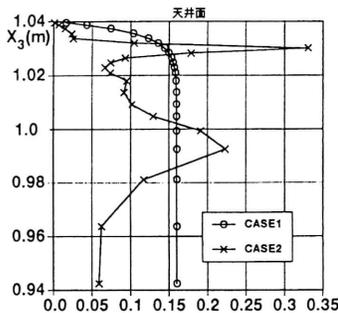


図7 $\langle C \rangle^{1/2}$ の鉛直分布 ($X_1 = 0.1m$)
●CASE 1 は $C_s (= 0.16)$ に f_μ を乗じた値

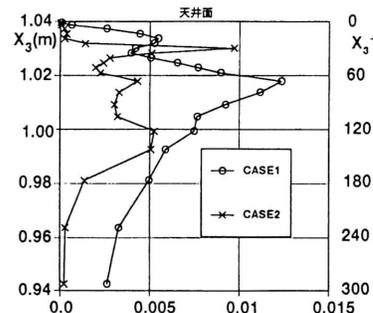


図8 $\langle v_{SGS} \rangle$ の鉛直分布 ($X_1 = 0.1m$)

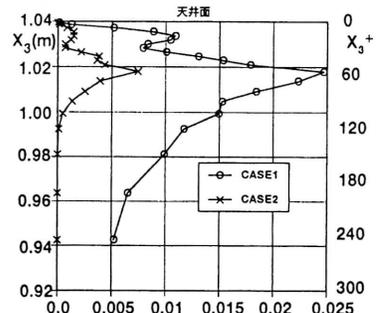


図9 $\langle \alpha_{SGS} \rangle$ の鉛直分布 ($X_1 = 0.1m$)

4.5 $\langle u_1' u_3' \rangle, \langle u_3' \theta' \rangle$ の分布 (図10~12)

図10に $\langle u_1' u_3' \rangle$ の分布 (Grid Scale(GS)+SGS) の比較を示す. 噴流上部で CASE 1, CASE 2とも GS 成分に差はあまりないのに対し, SGS 成分を加えた分布で比べると CASE 1 の方が CASE 2 よりはるかに大きい (図10).

図12に $\langle u_3' \theta' \rangle$ の分布の比較を示す. CASE 2 では SGS 成分がきわめて小さいのに対し, CASE 1 では天井付近で SGS 成分が卓越している. これは両モデルによる α_{SGS} のレベルが大きく異なることによるものである (図9)^{注3)}.

図2~6で示したように CASE 1 と CASE 2 で平均風速, 温度分布に大きな差が生じたのは, この領域で CASE 1 では SGS 成分が GS 成分に比べて大きな値を有し, これが CASE 2 に比べて CASE 1 で過大となっていることによるものである.

すなわち, ①天井近傍 ($\langle u_1' u_3' \rangle > 0$) の噴流中心から天井への SGS 成分による運動量輸送が CASE 1 では CASE 2 に比べて大きく, 結果として GS と SGS トータルの運動量拡散が CASE 1 では過大となっている.

②これにより, CASE 1 の $\langle u_1 \rangle$ の分布では, 噴流中心のピークが減少する (図11).

また, ③天井近傍 ($\langle u_3' \theta' \rangle < 0$) の天井から下方への SGS 成分による熱輸送も CASE 1 では CASE 2 に比べて過大となり, 噴流中心が過剰に暖められる. これらの結果,

CASE 1 では噴流が実験より早めに下降してしまい, CASE 2 と大きな差が生じたものと考えられる (図2, 図3).

5. 結 論

- ①Van Driest 型の wall damping function を併用した通例の Smagorinsky モデル (CASE 1) では, 吹き出し噴流の水平到達距離が短くなり, 速度分布, 温度分布ともに Blay の実験結果と大きく異なる傾向を示した.
- ②これに対して, Dynamic Smagorinsky モデル (CASE 2) の結果では, CASE 1 の結果に比べて噴流の到達距離が伸び, 実験結果とよく一致するようになり, 大幅に予測精度が改善された.
- ③これは CASE 1 では天井加熱付近で SGS の乱流運動量輸送と SGS の乱流熱輸送が過大となるためである.

(1994年12月2日受理)

記 号

- x_i : 空間座標の3成分, u_i : 風速の3成分
($i = 1$: 噴流の主流方向, $i = 2$: 噴流と直角方向, $i = 3$: 鉛直方向)
- $\Delta\theta$: 吹出温度との温度差
- $\Delta\theta_0$: 代表温度差 (天井温度-吹出温度)

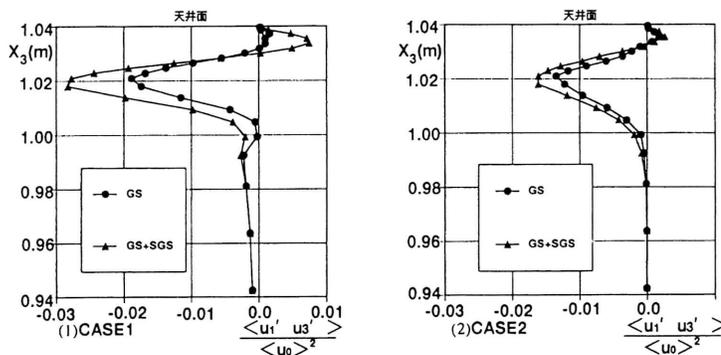


図10 $\langle u_1' u_3' \rangle$ の鉛直分布 ($X_1 = 0.1m$)

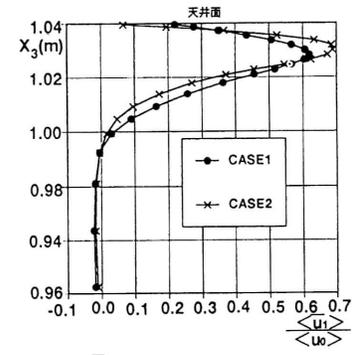


図11 $\langle u_1 \rangle$ の鉛直分布 ($X_1 = 0.1m$)

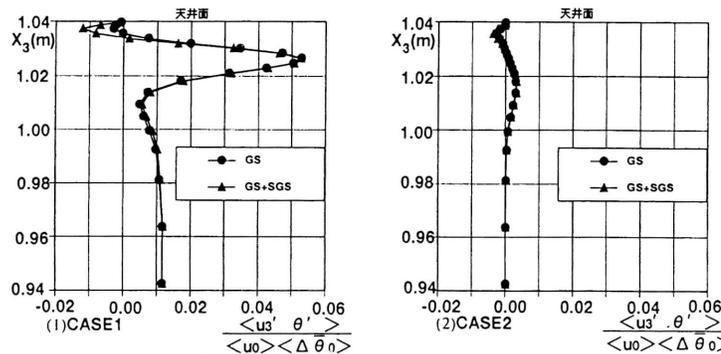


図12 $\langle u_3' \theta' \rangle$ の鉛直分布 ($X_1 = 0.1m$)

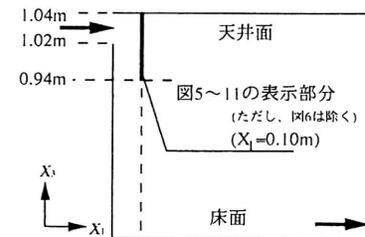


図13 グラフ表示位置 ($X_3 = 1.02 \sim 1.04m$ の間に吹出口有り)

p : 圧力, ν : 動粘性係数, β : 体積膨張率,
 g : 重力加速度 ($-9.8\text{m}^2/\text{s}$), f : 変数 f の瞬時値
 $\langle f \rangle$: 変数 f の時間平均
 f' : 時間平均からのずれ ($= f - \langle f \rangle$)
 \bar{f} : 変数 f に grid filter を施した値
 \hat{f} : 変数 f に test filter を施した値
 \tilde{f} : 変数 f に time filter を施した値
 $\bar{\Delta}_i$: i 方向のグリッドフィルタ幅
 $\bar{\Delta} = (\bar{\Delta}_1 \bar{\Delta}_2 \bar{\Delta}_3)^{1/3}$
 $\hat{\Delta}_i$: i 方向のテストフィルタ幅
 $\hat{\Delta} = (\hat{\Delta}_1 \hat{\Delta}_2 \hat{\Delta}_3)^{1/3}$
 ν_{SGS} : SGS 渦粘性係数, C_s : Smagorinsky 定数,
 L_0 : 吹出口幅, u_0 : 吹出風速, α_{SGS} : SGS 温度拡散係数
 Pr_{SGS} : 乱流プラントル数 ($= \nu_{\text{SGS}}/\alpha_{\text{SGS}}$)
 諸量は吹出口幅 L_0 , 吹出風速 $\langle u_0 \rangle$,
 代表温度差 $\langle \Delta \bar{\theta}_0 \rangle$,
 密度 ρ で無次元化.

注

- 注1) Lilly の論文⁸⁾で (14) 式は $h_j = -\frac{2C\bar{\Delta}^2}{\text{Pr}_{\text{SGS}}} \left| \bar{S} \right| \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_j}$ と表現されているが, 本来 h_j は (14) 式で評価されるべきである.
 注2) 吹出口の位置は, X_3 で 1.022~1.04m の範囲.
 注3) Dynamic Smagorinsky モデル (CASE 2) の場合, ここには示さぬが Pr_{SGS} ((18) 式) の値が, 部分的に非常に大きな値を示している. Sullivan, Moenz¹²⁾ のモデルを用いた Wong 等による熱成層流を対象とした Dynamic SGS モ

デルの解析においても¹³⁾, Pr_{SGS} が部分的に過度に大きくなる傾向にあることが指摘されており, 非等温気流を対象とした Dynamic SGS モデルの解析における Pr_{SGS} の取り扱いについては, 今後, さらに検討が必要と考えている.

参考文献

- 1) 近本智行, 村上周三, 加藤信介, 生産研究, 46巻2号(1994)
- 2) M. Germano, U. Piomelli, P. Moin and W.H.Cabot: Phys. Fluids, A3, 1760 (1991)
- 3) K. Akselvoll and P. Moin, Engineering Applications of Large Eddy Simulation, FED-Vol. 162, ASME (1993)
- 4) Y. Zang, R. L. Street and R. Koseff, Engineering Applications of Large Eddy Simulation, FED-Vol. 162, ASME (1993)
- 5) M. Olsson and L. Fuchs, Refined Flow Modelling and Turbulence Measurements, Paris (1993)
- 6) 持田灯, 村上周三, 富永禎秀, 小林光, 生産研究, 46巻2号(1994)
- 7) 持田灯, 村上周三, 富永禎秀, 第8回数値流体力学シンポジウム論文集(1994)
- 8) D. K. Lilly: Phys. Fluids, A4(3), March (1992)
- 9) Blay, D., Mergui, S. and Niculae, C.: HTD-Vol. 213, Fundamentals of Mixed Convection, ASME (1992)
- 10) K. Akselvoll, P. moin: FED-vol. 162, ASME (1993)
- 11) J. H. WILLIAMSON: J. of. Computational. Physics 35, 48 (1980)
- 12) P. Sullivan and C. H. Moenz, Proceedings of the 10th Symposium on Turbulence and Diffusion, Portland, Oregon, 82 (1992)
- 13) V. C. Wong and D. K. Lilly, Phys. Fluids 6 (2), 1016, February (1994)