特集5
研究解説

改良 k-εモデルによる2次元建物モデル周辺気流の数値計算

NUMERICAL PREDICTION OF FLOW AROUND 2D SQUARE RIB USING REVISED k-ε MODEL

村上周三*・持田灯**・近藤宏二***
Shuzo MURAKAMI, Akashi MOCHIDA and Koji KONDO

標準 k-εモデルのレイノルズ応力等の渦粘性近似自体に改良を加え，渦動粘性係数 ν_t の評価式中の係数 C_μ をスカラー化した渦度Ωと変形速度Sの比Ω/Sの関数とする新しいモデルを提案し，2次元健物モデルまわりの流れに適用した．このモデルによる結果は，屋根面風上端付近の乱流エネルギー分布，屋根面の剝離流，屋根面や風上壁面の風圧分布等に関して，標準 k-εモデルに比べて大幅な改善が見られた．また，乱流エネルギーの生産項 P_k の評価式を修正した Launder & Kato のモデルに比べても，風圧分布がかなり改善された．

1. はじめに

筆者らは，建物のような bluff body まわりの流れ場を予測対象とする場合，標準 k-εモデルは種々の問題を有し，風工学の分野で重要となる屋根面風圧等を正しく再現できないことを指摘した[1),2)]．これは標準 k-εモデルは，屋根風上端コーナー部周辺において乱流エネルギー k の生産項 P_k を過大に評価してしまうためである．筆者らは P_k 中のノルマルストレスを含む成分を除去する形の k-εモデルの改良[3)]を試みたが，風向角が変化するような場合のモデルの普遍性に問題を残した．Launder & Kato は，この点を改善しかつ淀み点近傍の k の過大評価を解消するモデルとして，P_k の評価式を修正した改良 k-ε モデルを提案した[4),5)]．筆者らは，この Launder & Kato の改良 k-εモデルを境界層流中に置かれた2次元建物モデル周辺気流の計算に適用し，屋根面付近の k の過大評価，剝離性状，屋根面風圧に対して一定の改善が見られることを確認した[6)]．しかし，このモデルは運動方程式中のレイノルズ応力は渦粘性モデル（EVM）でモデル化し，k 方程式や ε 方程式の生産項に含まれるレイノルズ応力の表現のみを修正しているという点でモデル化の一貫性に問題が残る．本報告では，これに対してレイノルズ応力等の渦粘性近似自体に改良を加えた新しいモデルの検討を行った．

*東京大学生産技術研究所　附属計測技術開発センター
**東京大学生産技術研究所　第5部
***鹿島技術研究所（東京大学生産技術研究所受託研究員）

2. モデルの概要

標準 k-εモデルの基礎方程式を表1の（1）～（6）式に示す．Launder & Kato[4),5)]は，淀み点付近の乱流エネルギーkの過大生産を改善するために，淀み点付近で渦度が0に近づくことに注目し，生産項 P_k（(4)式）をスカラー化された変形速度 S（(6)式）とスカラー化された渦度Ω（(8)式）の積で表すモデル（(7)式）を提案した（Case 1, 以下 LK モデル）．しかし，LK モデルでは，レイノルズ応力は通例の EVM で近似し，P_k のみを修正しているため，モデル化の一貫性に欠ける[注1)]．本研究では，これに対して，EVM で表現した渦動粘性係数 ν_t 中の C_μ を Ω/S の関数とするモデル（(11)，(12)式）を検討した（Case 3, 以下 MMK モデル）．このモデルの場合，P_k の算定式（(13)式）は，標準 k-εと同じ形であるが，$\Omega/S\leqq 1$ の場合は，ν_t を（11）式で与えるため，最終的な P_k の評価は LK モデルによる（7）式と同じとなる．（7）式は淀み点付近のように $\Omega/S<1$ の領域では，標準 k-εの場合の（4）式で評価される P_k の値を減じ，単純なせん断流れのように $\Omega/S=1$ となる流れでは，（4）式と同じになる．一方，$\Omega/S>1$ の領域（図2の▨部）では，（7）式を用いると標準 k-εの場合（(4)式）より P_k が過大となる．Case 3（MMK モデル）では，これを避けるために，（11）式の適用範囲を $\Omega/S\leqq 1$ に限定し，$\Omega/S>1$ の場合は，通例の ν_t の算定式（(12)式）を用いた[注2)]．また，改善の効果が P_k ではなく C_μ（すなわち ν_t）に修正を加えたことにあるのか，$\Omega/S\leqq 1$ なる条件を課したことにあるのかを確認するため，ν_t には通例の標準 k-εの評価式（(5)式）を

用い，P_k の評価に（7）式を用いるLKモデルの適用範囲に $\Omega/S \leqq 1$ という制限を付け，$\Omega/S>1$ の場合は，標準 k-ε の P_k の評価式（(4)式）を用いた計算（(9)，(10)式）も行った（Case 2，以下改良LKモデル）．

3. 2次元建物モデル周辺気流の数値計算

3.1 計算の概要

注3）に示す．

3.2 計算結果

（1）乱流エネルギーk（図1）

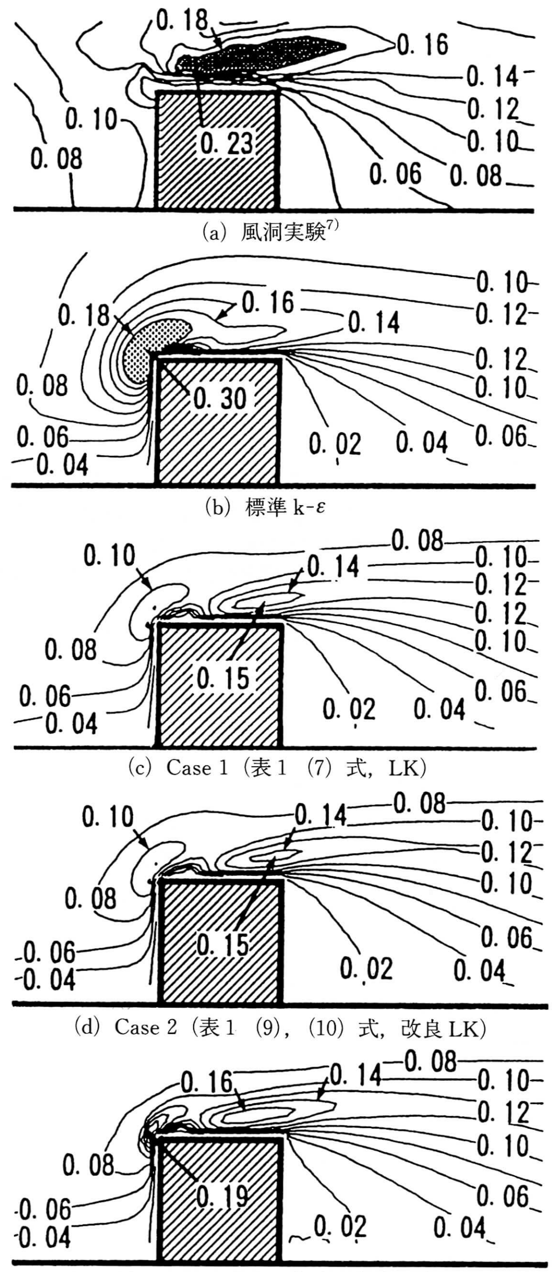
風洞実験では，屋根面付近に乱流エネルギーkが大きい領域が見られるが，屋根面の風上側コーナー付近のkは比較的小さい（図1(a)）．これに対して，標準 k-ε は既往の立方体モデルの場合[1),2)]と同様に風上側コーナー付近のkを過大に評価している（図1(b)）．一方，改良 k-ε の場合，Case 1～3のいずれのケースとも標準 k-ε に比べてkの過大評価がかなり改善されている（図1(c)，(d)，(e)）．LKモデルのCase 1と改良LKモデルのCase 2を比較すると，両者にはほとんど差が見られない．一方，運動方程式中のレイノルズ応力の評価を修正したCase 3（MMKモデル）は，風上側コーナーの極近傍でkが若干大きくなっているものの，風上側コーナー付近全体で見れば，Case 1，2と同等の値を示している．また，屋根中央付近のkがCase 1，2よりやや増加しており，この点では実験に近づいている．なお，図は省略しているが，kの生産項 P_k の分布は，標準 k-ε では，立方体の場合と同様に，屋根の風上側コーナー付近に P_k が大きな値を示す領域が発生しているのに対して，改良 k-ε はいずれのケースとも，この領域が狭まりコーナー近傍の P_k のピーク値も減少しており，kの分布と良く対応している．Case 2では，Case 1の P_k の評価式（(7)式）を用いると，通例の標準 k-ε の場合よりも P_k が大きく評価される領域（$\Omega/S>1$）において，P_k の過大評価を防ぐため（7）式の適用範囲を $\Omega/S \leqq 1$ に限定している．今回の計算において，Case 1とCase 2に大きな差が見られないのは，図2に示す Ω/S の分布からわかるとおり，P_k が大きくなる屋根面の風上コーナー付近や屋根面付近の領域の大部分で $\Omega/S \leqq 1$ となっており，Case 2とCase 1で P_k の取り扱いが同じになっているためと考えられる[注4)]．

（2）渦動粘性係数 ν_t（図3）

模型風上側の渦動粘性係数 ν_t の値は，標準 k-ε では0.01～0.04程度であるが，P_k のみを修正したCase 1の場合0.01～0.03程度に減少し，ν_t 自体を修正したCase 3では0.01～0.02程度とさらに減少している．

（3）風速ベクトル（図4）

屋根面付近の風速ベクトルを見ると，風洞実験では，屋根の風上側コーナー付近から大きく剥離が生じており（図4(a)），再付着は起こっていない．2次元角柱の場合，立方体のような3次元角柱[1),2)]に比べて屋根面での剥離が生じやすいため，標準 k-ε でも剥離が生じているが（図4(b)），剥離域は実験に比べて狭く，屋根面の中央付近で実験では観察されない再付着が起こっている．また，屋根面の風上端近傍における逆流は実験に比べて弱い．これに対して，改良 k-ε はCase 1，3のいずれも風上側コーナー



(a) 風洞実験[7)]

(b) 標準 k-ε

(c) Case 1（表1 (7) 式，LK）

(d) Case 2（表1 (9)，(10) 式，改良LK）

(e) Case 3（表1 (11)～(13) 式）(present model，MMK)

図1 乱流エネルギーkの比較

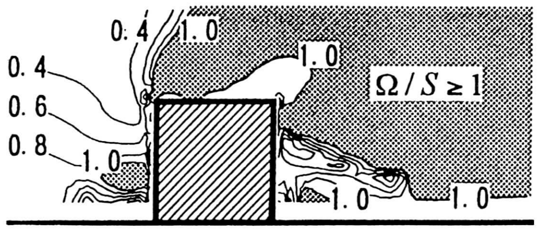
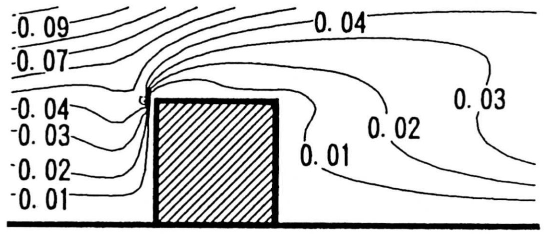
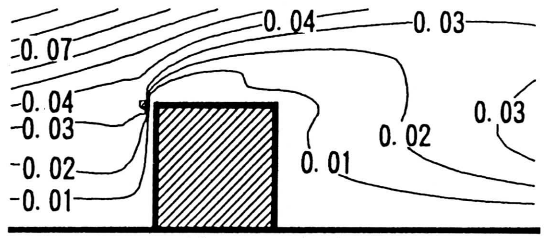


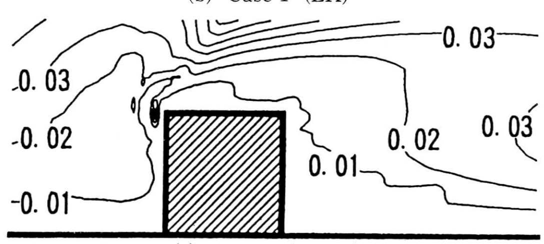
図2　Ω/Sの分布(標準 k-ε の結果)



(a) 標準 k-ε

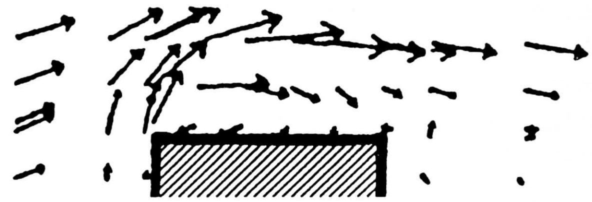


(b) Case 1 (LK)

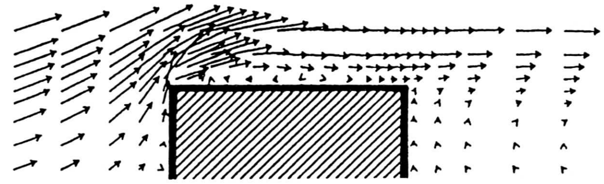


(c) Case 3 (MMK)

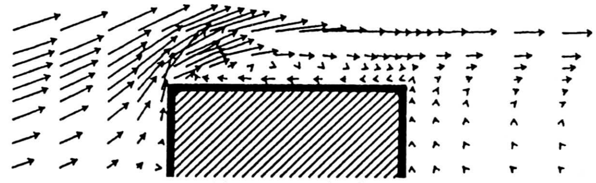
図3　渦動粘性係数 ν_t の比較



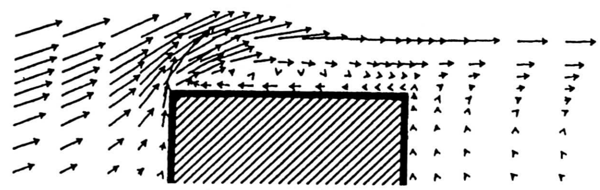
(a) 風洞実験



(b) 標準 k-ε



(c) Case 1 (LK)



(d) Case 3 (MMK)

図4　模型近傍の風速ベクトルの比較

から剥離した流れが，屋根面に再付着することなく後流域に流れており，標準 k-ε より改善された結果となっている (図4 (c), (d))．しかし，屋根面の風上端近傍の逆流は，いずれの改良 k-ε とも標準 k-ε に比べて強くなっているが，実験に比べるとまだ若干弱い[注5)]．

(4) 風圧係数分布 (図5)

図5に平均風圧係数分布の比較を示す．ここでは Case 1 の結果は省略するが，Case 1 と Case 2 の差はきわめて小さい．屋根面の風圧係数を見ると，風洞実験では，屋根の風上側コーナーから大きく剥離が生じており，逆流が明瞭に生じているため，屋根面の風上側の風圧係数の変化は少なく，風上端から 0.15 付近で最大値が生じた後，風下に向かって緩やかに負圧が減少している．これに対して，標準 k-ε では風上端に大きな負圧が生じた後，風下に向かって急に負圧が減少している．これは，標準 k-ε では

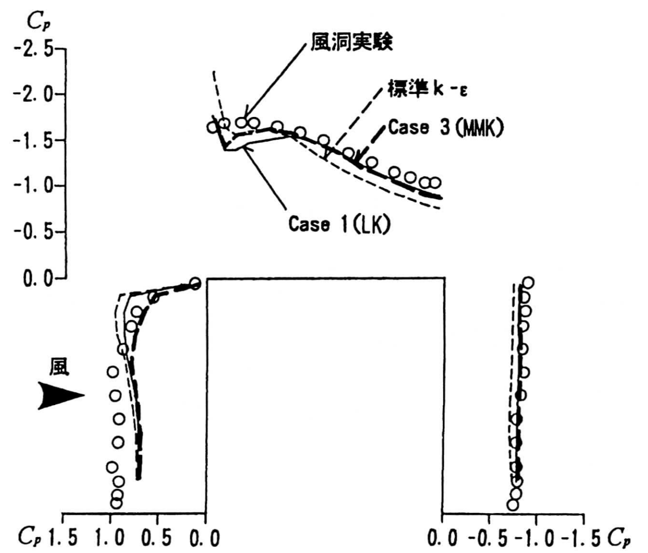


図5　平均風圧係数分布の比較

風上側コーナーからの剝離がそれほど大きくなく，逆流もあまり強くないことと対応しているものと推測される．屋根面の風下側で風圧係数が実験に比べて小さくなっているのは，実験では屋根面への流れの再付着が生じていないのに対して，標準 k-ε では屋根面中央付近で再付着が生じているためである．改良 k-ε の Case 1 の場合，実験と同様に屋根面への流れの再付着が生じていないため，風上端から 0.35 の位置より風下では，実験値とよく対応している．この分布形状は，立方体を対象とした ASM による気流計算[7]で得られた屋根面の風圧係数分布とよく似ている．これに対して，屋根面の風上側コーナー付近の逆流が，Case 1 よりやや強くなっている Case 3 では，風上側の風圧係数がさらに改善されており，風上端から 0.25 位置より風下では，実験値とよく対応した結果となっている．風上壁面の風圧係数は，風洞実験の場合，高さ 0.6 まではほぼ一定で 0.95 前後の最大値を示している．これに対して，計算では標準 k-ε および改良 k-ε の Case 1 は，高さ 0.85 付近で 0.9 程度の最大値が生じており，この高さ付近では，実験より大きめの値を示している．また，そこから下に行くにしたがって標準 k-ε と改良 k-ε の Case 1 の場合，風圧係数は緩やかに減少し，実験より小さめの値となっている．一方，Case 3 は高さ 0.65 付近で 0.8 程度の最大値を示しており，それより上方では実験とよく対応している．また，高さ 0.65 より下方では Case 1 と同じ値となっている．このように，Case 3 で淀み点より上の風圧係数が改善されるのは，図４の ν_t の分布で示したとおり，風上壁面近傍の ν_t の値が Case 1 よりも小さくなり，これによりレイノルズ応力 $-\langle u_i' u_j' \rangle$ の分布が，Case 1 に比べて改善されたためと考えられる．淀み点より下の風圧係数の一致度が悪いのは，風上壁面下方の渦の構造をうまく再現できていないためと考えられる．また，風下壁面の風圧係数は，k-ε の各計算結果の差は小さく，実験とよく対応している．

4. ま　と　め

(1) Launder & Kato の改良 k-ε モデル（Case 1），その適用に $\Omega/S \leqq 1$ なる制限を設けた場合（Case 2），また，レイノルズ応力等の渦粘性近似自体に改良を加え，ν_t の評価式中の C_μ を Ω/S の関数とした場合（Case 3）に関して，風洞実験および標準 k-ε モデルと比較した．

(2) 改良 k-ε モデルは，いずれのケースとも標準 k-ε モデルより改善された結果が得られた．

(3) Case 1，2 にはほとんど差が見られず，Case 3 は Case 1，2 に比べて風速分布，風圧分布とも実験との対応が向上する傾向にあった．これは，Case 1，2 が P_k のみを修正しているのに対して，Case 3 は ν_t 自体を修正しているため，レイノルズ応力 $-\langle u_i' u_j' \rangle$ の分布等が改善されたためと考えられる．

謝　　　辞

本論文の執筆にあたり，吉澤　徵教授，小林敏雄教授，加藤信介助教授，谷口伸行助教授等をはじめとする東大生研NST研究グループのメンバーならびに鹿島情報システム部の石田義洋博士から貴重なご助言をいただいた．記して謝意を表する．　　　　　（1994年11月29日受理）

参　考　文　献

1) 持田　灯，村上周三，林　吉彦：立方体周辺の非等方乱流場に関する k-ε モデルと LES の比較，日本建築学会計画系論文報告集，第423号，1991年５月
2) S.MURAKAMI: COMPARISON OF VARIOUS TURBULENCE MODELS APPLIED TO A BLUFF BODY, First International Symposium on Computational Wind Engineering Tokyo, 1992
3) 村上周三，持田　灯，林　吉彦：建物周辺気流の数値シミュレーションの診断システムに関する研究（第６報），生産研究 第41巻 第１号, 1989年１月
4) B.E. Launder, M. Kato: MODELLING FLOW-INDUCED OSCILLATIONS IN TURBULENT FLOW AROUND A SQUARE CYLINDER, ASME Fluid Engineering Conference, June 20-24, 1993, Washington DC
5) M. Kato, B.E. Launder: THE MODELLING OF TURBULENT FLOW AROUND STATIONARY AND VIBRATING SQUARE CYLINDERS, 9th Symposium on Turbulent Shear Flows, 1993.8, Kyoto
6) 近藤宏二，持田　灯，村上周三：改良 k-ε モデルによる２次元建物モデル周辺気流の数値計算，第13回風工学シンポジウム，1994年
7) 村上周三，持田　灯，近藤靖史，田中忠範：代数応力モデルにる２次元角柱周辺の乱流場の数値解析，日本建築学会計画系論文報告集，第419号，1991年１月

注１）このため，k 方程式の生産項 P_k が平均運動エネルギー（$\langle u_i\rangle\langle u_i\rangle/2$）の輸送方程式中の平均流から乱れ成分へのエネルギー輸送項（$-P_k$）と釣り合わないという問題がある．

注２）比較のためこの制限を設けない計算を試みたが，Ω/S が大きい領域（図２）では，(11) 式を用いると ν_t を非常に大きく評価してしまい，計算に破綻を来した．

注３）計算格子は模型中心から風上方向に 5.5，風下方向に 20.5，高さ方向に 24 の範囲を水平 x_1 方向 137 分割，高さ x_2 方向 69 分割した２次元のメッシュ．最小格子幅は 1/20．計算格子数は 139 (x_1) x71 (x_2) = 9869．境界条件を表２に示す．角柱壁面には既報[7]と同様に Launder & Spalding 型の滑面用の generalized log law を，地表面には粗面用に E を変更した generalized log law を使用．本計算では，風洞実験[7]から求めた粗度長が角柱一辺の約 0.1 倍であったので，地表面と接する第１セルの x_2 方向の幅を 0.3 と若干粗くした．運動方程式，k，ε の輸送方程式の移流項に QUICK スキームを，時間差分には１

次精度のFULL IMPLICITスキームを使用．Case 3ではわずかに時間変動が見られたので，無次元時間20の平均値を示した．

注4）建物が複数並んでいるようなケースでは，Case 1とCase 2で P_k の分布がかなり変化する可能性があるものと予想される．

注5）ここでは示していないが，模型後方の循環流の再付着距離は，風洞実験の場合，約4.8であった．本計算の場合，地表面に接する計算格子のサイズが大きいため，循環流の再付着距離を正確に評価することはできないが，標準k-εでは約4.6と実験より若干短かく，改良k-εのCase 1，2では約5.2，Case 3では約5.3と標準k-εより長く評価される傾向にある．

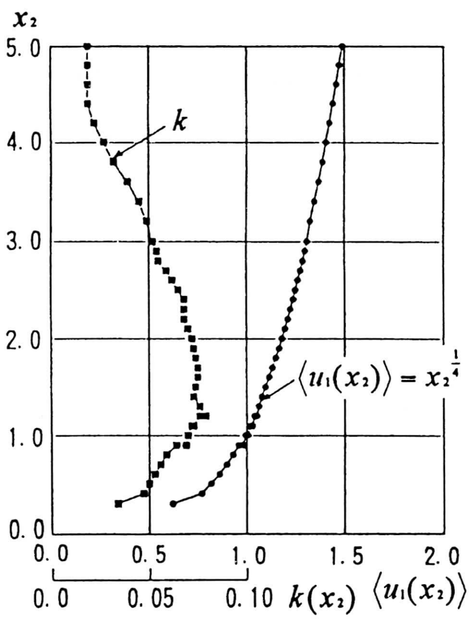


図6　風洞気流分布（流入面境界条件）

表1　基礎方程式

1．標準k-ε

$$\frac{\partial\langle u_i\rangle}{\partial t}+\langle u_j\rangle\frac{\partial\langle u_i\rangle}{\partial x_j}=-\frac{\partial}{\partial x_i}\left(P+\frac{2}{3}k\right)+\frac{\partial}{\partial x_j}\left\{\nu_t\left(\frac{\partial\langle u_i\rangle}{\partial x_j}+\frac{\partial\langle u_j\rangle}{\partial x_i}\right)\right\} \quad (1)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t}+\langle u_j\rangle\frac{\partial k}{\partial x_j}=\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\nu_t}{\sigma_1}\frac{\partial k}{\partial x_j}\right)+P_k-\varepsilon \quad (2)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}+\langle u_j\rangle\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}=\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\nu_t}{\sigma_2}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right)+\frac{\varepsilon}{k}C_1P_k-C_2\frac{\varepsilon^2}{k} \quad (3)$$

$$P_k=\nu_t\left(\frac{\partial\langle u_i\rangle}{\partial x_j}+\frac{\partial\langle u_j\rangle}{\partial x_i}\right)\frac{\partial\langle u_i\rangle}{\partial x_j}=\nu_tS^2 \ (4),\quad \nu_t=C_\mu\frac{k^2}{\varepsilon} \quad (5)$$

$$S=\sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\langle u_i\rangle}{\partial x_j}+\frac{\partial\langle u_j\rangle}{\partial x_i}\right)^2} \ (6),\quad C_\mu=0.09, C_1=1.44, C_2=1.92,\ \sigma_1=1.0, \sigma_2=1.3$$

2．改良k-ε

Case 1（LK）

$$P_k=\nu_tS\Omega \ \ (\nu_t\text{は(5)式}) \ (7),\quad \Omega=\sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\langle u_i\rangle}{\partial x_j}-\frac{\partial\langle u_j\rangle}{\partial x_i}\right)^2} \quad (8)$$

Case 2（改良LK）

$$P_k=\nu_tS\Omega \quad (\Omega/S\leq1\text{の場合},\ \nu_t\text{は(5)式}) \quad (9)$$

$$P_k=\nu_tS^2 \quad (\Omega/S>1\text{の場合},\ \nu_t\text{は(5)式}) \quad (10)$$

Case 3（MMK）

$$\nu_t=C_\mu^*\frac{k^2}{\varepsilon},\ C_\mu^*=C_\mu\frac{\Omega}{S} \quad (\Omega/S\leq1\text{の場合}) \quad (11)$$

$$\nu_t=C_\mu^*\frac{k^2}{\varepsilon},\ C_\mu^*=C_\mu \quad (\Omega/S>1\text{の場合}) \quad (12)$$

$$P_k=\nu_tS^2 \quad (\nu_t\text{は(11), (12)式}) \quad (13)$$

表2　境界条件

流入面	$\langle u_1(x_2)\rangle=(x_2)^{\frac{1}{4}}$（実験に同じ），$\langle u_2(x_2)\rangle=0$， $k(x_2)$ = 実験値の分布に従う（図－6参照） $l(x_2)=(C_\mu k(x_2))^{\frac{1}{2}}\left(\partial\langle u_1(x_2)\rangle/\partial x_2\right)^{-1}$（流入面で $P_k=\varepsilon$） $\nu_t(x_2)=k(x_2)^{\frac{1}{2}}l(x_2),\ \varepsilon(x_2)=C_\mu k(x_2)^{\frac{3}{2}}/l(x_2)$
流出面	$\langle u_1\rangle,\langle u_2\rangle,k,\varepsilon\ :\ \partial/\partial x_1=0$
上空面	$\langle u_2\rangle=0,\langle u_1\rangle,k,\varepsilon\ :\ \partial/\partial x_2=0$
地表面 建物壁面	壁面のシアストレスは①式、壁面速度勾配は②式、 k方程式中の壁面第1セルのε($\bar{\varepsilon}$)は③式、 ε方程式中の壁面第1セルのε(ε_p)は④式で与える。 $\frac{\langle u_t\rangle_p}{(\tau_w/\rho)}\left(C_\mu^{\frac{1}{2}}k_p\right)^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{\kappa}\ln\left[E\frac{1}{2}h_p\left(C_\mu^{\frac{1}{2}}k_p\right)^{\frac{1}{2}}/\nu\right]$ ① $\left\{\nu_t\left(\partial\langle u_t\rangle/\partial x_n\right)\right\}\Big\|_{wall}=\tau_w/\rho$ ②，$\bar{\varepsilon}=\frac{C_\mu^{\frac{3}{4}}k_p^{\frac{3}{2}}}{\kappa h_p}\ln\left[Eh_p\left(C_\mu^{\frac{1}{2}}k_p\right)^{\frac{1}{2}}/\nu\right]$ ③ $\varepsilon_p=\frac{C_\mu^{\frac{3}{4}}k_p^{\frac{3}{2}}}{\kappa h_p/2}$ ④，　$k\ :\ \partial k/\partial x_n=0$，$\kappa=0.4, C_\mu=0.09$ 模型壁面では、滑面用のgeneralized log lawとして $E=9.0$ を 地表面では、粗面用のgeneralized log lawとして $E=0.055$ を使用 （粗面用の E は図－6の気流分布で与えられる粗度長0.1から推定） ②式は壁面第1セルの P_k の算出に用いられる。

記号　x_i：空間座標の3成分（i＝1：主流方向，i＝2：鉛直方向），u_i：風速3成分，＜f＞：変数fの時間平均，
f'：変数fの変動成分（f'=f-＜f＞），l：乱れの長さスケール，k：乱流エネルギー，ε：エネルギー消散率，ν_t：渦動粘性係数，
＜u_t＞p：地表面（または建物壁面）第1セルの接線方向速度成分，k_p：地表面第1セルのk，h_p：地表面第1セルの地表面直交方向の幅，
τ_w：地表面のシアストレス，ρ：空気密度，ν：動粘性係数，κ：カルマン定数（＝0.4），C_μ：比例定数（＝0.09），
E：generalized log lawの係数,添字t：接線方向，n：法線方向，Cp：風圧係数
なお，文中の諸量は角柱の一辺の長さHb，高さHbでの流入風速＜u_b＞で無次元化されている．