

バックステップ流れの数値解析

——低レイノルズ数型 $k-\epsilon$ モデルの評価——Numerical Flow Simulation for Backward-Facing Step
using Low-Re Number $k-\epsilon$ Model

鬼 頭 幸 三*・小 林 敏 雄*・谷 口 伸 行*

Kozo KITOH, Toshio KOBAYASHI and Nobuyuki TANIGUCHI

1. は じ め に

低レイノルズ数型 $k-\epsilon$ モデルは、同標準モデルと同様比較的長い歴史があり、壁面近傍の乱流量の再現に多くの可能性をもっているにもかかわらず、剝離、循環、せん断流れ等を含む工学的・工業的な重要な複雑な乱流場への適用はあまり試みられてはいない。従来バックステップ流れについては、低レイノルズ数型 $k-\epsilon$ モデルの適用の検討が一部行われ¹⁾、主として摩擦速度の取り扱いの妥当性が議論されるとともに²⁾、若干の改善モデルが提案されてきたが³⁾、現在のところ各種モデル間の直接の比較検討はあまりなされていない。

本報では、ゾーナル・アプローチに関する研究の一環として、数種の低レイノルズ数型 $k-\epsilon$ モデルを選び、これらをバックステップ流れに適用して比較検討している。またあわせてモデル中に含まれる減衰関数に影響を与える摩擦速度の取り扱いの評価を試み、低レイノルズ数型 $k-\epsilon$ モデルを複雑な乱流場へ適用可能とするための基礎的データを得ようとするものである。

2. 低レイノルズ数型 $k-\epsilon$ モデルと摩擦速度の取り扱い

評価対象として選んだ低レイノルズ数型 $k-\epsilon$ モデルは、低レイノルズ数型の初期のモデルで標準モデルとの間に数値定数の面で一貫性のある Launder-Sharma (LS) モデル⁴⁾、この分野の近年の代表的なモデルの一つである明・笠木 (MK) モデル⁵⁾、摩擦速度の算出に工夫を加えた安倍・長野・近藤 (ANK) モデル³⁾の 3 種である (数値定数、減衰関数、付加項、 ϵ の壁面境界条件等は表 1 参照)。また摩擦速度 u_τ の取り扱いは次の 3 種を選んでいる。

・ケース A : $u^+ = y^+$ から u_τ を算出・ケース B : $u_\tau = k^{1/2}$ から算出 (Zhang-Sousa)⁶⁾

*東京大学生産技術研究所 第 2 部

・ケース C : u_τ の代わりに $u_\epsilon = (\nu \epsilon)^{1/4}$ を使用³⁾ここに、 u^+ 、 y^+ : それぞれ摩擦速度を用いた無次元速度、無次元距離。

3. 基礎方程式と計算方法・計算条件

式 (1)、(2) にそれぞれ k 、 ϵ の輸送方程式を示す。またレイノルズ応力、乱流粘性係数はそれぞれ式 (3)、(4) で表される。

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial (U_j k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right\} - \overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - (\bar{\epsilon} + D) \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial t} + \frac{\partial (U_j \bar{\epsilon})}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial x_j} \right\} + C_{\epsilon 1} f_1 \frac{\bar{\epsilon}}{k} \overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - C_{\epsilon 2} f_2 \frac{\bar{\epsilon}^2}{k} + E \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$-\overline{u_i u_j} = \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\nu_t = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 U_i : i 方向の平均速度、 u_i : i 方向の速度変動、 k : 乱流エネルギー、 ϵ ($= \bar{\epsilon} + D$) : 乱流エネルギー散逸率、 ν : 動粘性係数、 ν_t : 乱流粘性係数、 C_μ 、 $C_{\epsilon 1}$ 、 $C_{\epsilon 2}$ 、 σ_k 、 σ_ϵ : 数値定数、 f_μ 、 f_1 、 f_2 : 同減衰関数、 D 、 E : 付加項、 δ_{ij} : クロネッカーのデルタ。

上式群の離散化にはコントロール・ボリューム法を用い、対流項はべき乗法 (本メッシュ数では QUICK スキームと同等¹⁾)、他は中心差分を適用し、また数値解法は SIMPLE 法を用いた⁷⁾。なお収束判定は、輸送量 ϕ に関する離散化式 $A \phi = b$ に対し $A \phi - b$ のベクトルの 2 乗ノルムと b のそれとの比が一定値以下になる条件で行っており⁷⁾、

表 1 低レイノルズ数型 $k-\epsilon$ モデル

model	code	D	E	$\bar{\epsilon}_w$ B.C.	C_μ	$C_{\epsilon 1}$	$C_{\epsilon 2}$	σ_k	σ_ϵ
standard	HR	0	0	wall function	0.09	1.44	1.92	1.0	1.3
Launder-Sharma	LS	$2\nu(\frac{\partial\sqrt{k}}{\partial y})^2$	$2\nu\nu_t(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2})^2$	0	0.09	1.44	1.92	1.0	1.3
Myon-Kasagi	MK	0	0	$2\nu(\frac{\partial\sqrt{k}}{\partial y})^2$	0.09	1.40	1.80	1.4	1.3
Abe-Nagano-Kondoh	ANK	0	0	$2\nu(\frac{\partial\sqrt{k}}{\partial y})^2$	0.09	1.50	1.90	1.4	1.4

code	f_μ, f_1, f_2
HR	$f_\mu=1, f_1=1, f_2=1$
LS	$f_\mu=\exp[-3.4/(1+R_t/50)^2], f_1=1, f_2=1-0.3\exp(-R_t^2)$
MK	$f_\mu=(1+1.34/\sqrt{R_t})[1-\exp(-y^+/70)], f_1=1, f_2=[1-(2/9)\exp\{-(R_t/6)^2\}][1-\exp(-y^+/5)]^2$
ANK	$f_\mu=[1+(5/R_t^{3/4})\exp\{-(R_t/200)^2\}][1-\exp(-y^*/14)]^2, f_1=1, f_2=[1-0.3\exp\{-(R_t/6.5)^2\}][1-\exp(-y^*/3.1)]^2$

$$R_t = k^2/(\nu \epsilon), y^+ = u_\tau y/\nu, u_\tau = (\nu \epsilon)^{1/4}, y^* = u_\tau y/\nu$$

ここでは 10^{-3} としている。

本報ではステップ拡大率 1.5 のバックステップ流れを対象とし、計算領域は流入部からステップまで 4H、ステップから流出部まで 30H としている (H: ステップ高さ)。また図 1 に示す通り、領域 I、領域 II に分割し、領域 I には標準 $k-\epsilon$ モデルを、再付着面近傍の領域 II には各種の低レイノルズ数型 $k-\epsilon$ モデルを適用しており、メッシュ数は全体で 230x69 である。領域 II の y 方向の計算領域は約 0.17H であり、同メッシュ数は 22 である。なお壁面近傍の最小メッシュサイズは 0.0025H であり、壁面第 1 メッシュは概略 $y^+=0.1\sim 0.2$ の範囲にある。領域 I の取り扱い、計算領域、メッシュ数、流入・流出条件、壁面境界条件等を著者らの研究グループの既報における条件⁷⁾と同一とした (流入条件: LES データ使用、流出条件: 勾配

表 2 計算ケース

code	case A	case B	case C
LS	○	○	
MK	○		
ANK			○

零の条件、壁面境界条件: 壁関数等)。領域 II については、 U, V, k の壁面境界条件は零、 $\bar{\epsilon}$ は LS モデルの場合零、他のモデルの場合表 1 に示す条件とし、流出条件は領域 I 同様勾配零の条件とした。なお初期値には標準 $k-\epsilon$ モデルにおける収束値を用いた。計算レイノルズ数 $Re (= U_0 H/\nu)$ は 5541 である。表 2 に本報における計算ケースを示す。

4. 結果と考察

図 2 に流線図を示す。まず定性的には MK モデル (図 (b)、摩擦速度の取り扱い: ケース A) と ANK モデル (図 (c)、ケース C) が再付着点付近で流線が壁面に接するような挙動をもつ笠木らの実験結果⁸⁾を再現していることがわかる。付着点距離は、実験では 6.51H、標準モデル¹⁾では 5.8H であるが、本報における LS モデル (図

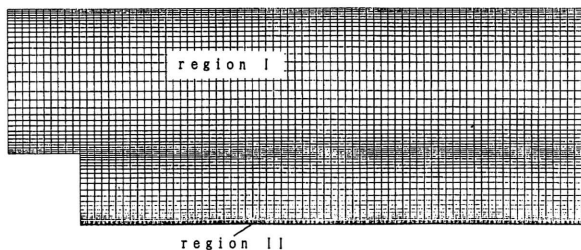


図 1 計算メッシュ (ステップ付近)

研究速報

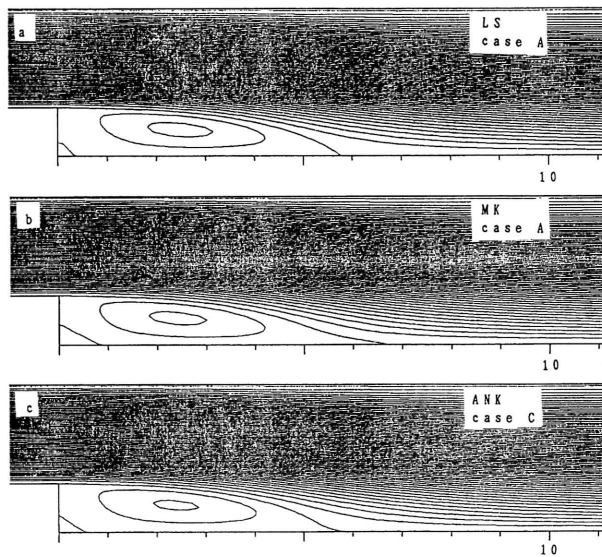
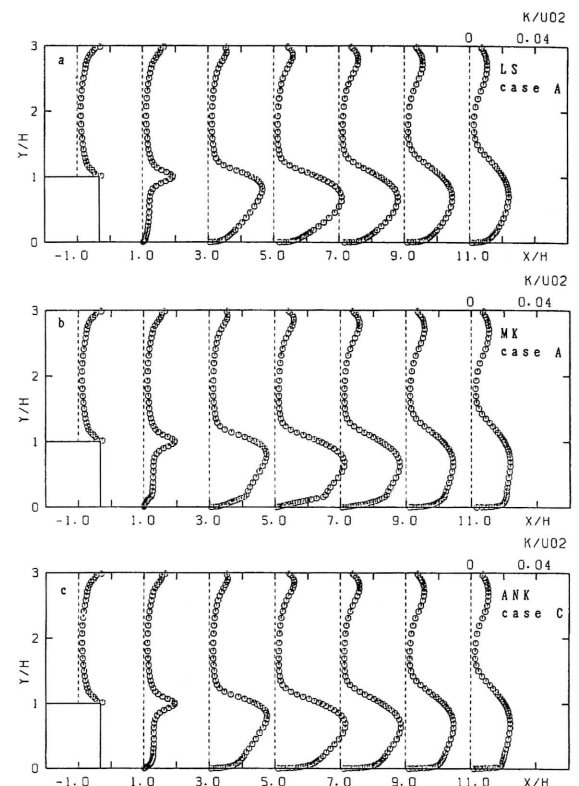
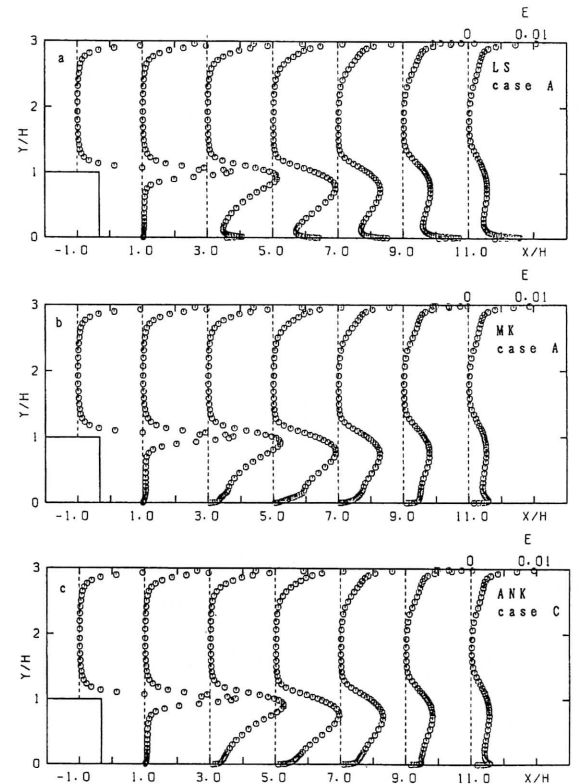


図2 流線図

(a), ケースA), MK モデル, ANK モデルの場合, それぞれ, $5.75H$, $6.75H$, $5.85H$ であり, 再付着点距離についてはMK モデルが最も実験値に近い値を再現している. なおLS モデルにおいて, 摩擦速度の取り扱いに関してケースA, Bの差異はほとんどない. LS モデルでは, 壁面せん断応力の算出に摩擦速度を使用しているが, 減衰関数の中には y^+ の影響は直接考慮されていないため, その取り扱いの影響は少ないといえよう.

図3および図4にそれぞれ k , ϵ の分布を示す. まず k については壁面近傍において, LS モデル (図(a), ケースA)はMK モデル (図(b), ケースA), ANK モデル (図(c), ケースC)と比較して全般に小さな値を予測している. 類似した数値定数をもつMK モデルとANK モデルの間では, 特に $X/H=5.0\sim 9.0$ の範囲, すなわち再付着点付近においてANK モデルがより大きい値を示している. 次に ϵ については k と同様にLS モデルと他の2モデルとの差異が大きい. すなわちLS モデルの場合, 壁面付近でピーク値をもつものの, MK モデル, ANK モデルと比較して過大評価されている. MK モデルとANK モデルとの間では, $X/H=5.0$ 付近を除きあまり大きな差異はないようである. なおMK モデルでケースBの場合は, 本計算範囲では k の収束が悪く, 今後の課題としている.

図5に各モデルにおける減衰関数 f_{μ} , f_2 の挙動を示す. まずLS モデル (図(a), (d), ケースA)では, f_{μ} は壁面のごく近傍で速やかに1.0に達している. また f_2 についてはほとんど1.0であり, その影響はほとんどない. したがってLS モデルはその減衰関数の挙動からみれば, ここでは標準モデルに近い結果を示すことがわかる. MK

図3 k の分布図4 ϵ の分布

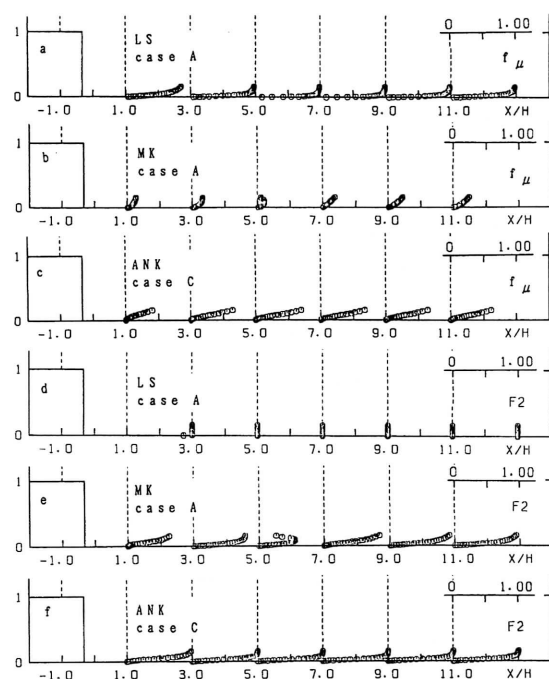


図5 減衰関数の挙動

モデル (図 (b), (e), ケース A) と ANK モデル (図 (c), (f), ケース C) については, MK モデルにおける f_μ は全般に ANK モデルと比較して小さく算出されている. この差異は, 低レイノルズ数効果と壁面の影響の度合いが両モデル間で異なっていることによると思われる. なお MK モデルでは, 領域Ⅰと領域Ⅱの境界付近においても f_μ は 1.0 からかなり離れた値を示している. 今後領域Ⅱを y 方向に拡大して MK モデルを評価する必要がある. また MK モデルでは, $x/H=5.0$ 付近において f_2 がピーク値をもっている. これは計算領域 (領域Ⅱ) において速度分布が単調な分布ではないことによるものである. 摩擦速度の取り扱いについてケース C を採用している ANK モ

デルでは, このような現象はみられない. すでに議論されていることであるが, ケース A では再付着点のように $U=0$ の場合には u_τ は計算できない欠点がある. しかし, 本計算範囲では x 方向のメッシュ幅が有限値のため ($dx=0.1H$), 領域Ⅱにおいて $U=0$ のケースは存在していない.

5. あ と が き

以上, 数種の低レイノルズ数型 $k-\epsilon$ モデルをバックステップ流れ場の再付着面の近傍のみに適用し, 主として k, ϵ 分布, モデルの減衰関数 f_μ, f_2 の挙動の面から比較検討するとともに, 摩擦速度の取り扱いの影響について若干の考察を試みた. 本計算範囲では収束精度が十分ではないため, 収束精度を改善して本報で得られた結果を確認することが今後の第一の課題と思われる. 実験値や LES による結果との比較も必要となろう. また摩擦速度の取り扱いとその影響についても十分検討を加えたいと考えている.

終わりに, 有益な議論を数多くしていただいた小林研究室大学院生・富樫盛典氏に謝意を表する.

(1994年12月7日受理)

参 考 文 献

- 1) 日本機械学会, RC104 分科会成果報告書 (1994).
- 2) 松永・笠木, 第6回 CFD シンポジウム講論集 (1992), 309.
- 3) 安倍・長野・近藤, 機論B, 58-554(1992), 3003.
- 4) B.E. Launder and B.I. Sharma, Letters in Heat and Mass Transfer, 1(1974), 131.
- 5) 明・笠木, 機論B, 54-507(1988), 3003.
- 6) C. Zhang and A.C.M. Sousa, J. Fluid Engineering, Trans. ASME, 112(1990), 48.
- 7) 森西・小林・富樫, 生産研究, 43-1(1991), 45.
- 8) 笠木・河原・松永, 第9回流体計測・第6回流体制御合同シンポジウム講論集 (1991), 77.