研究速報
特集 15
研究速報

大気境界層の非局所的な乱流拡散

Nonlocal Turbulent Diffusion in the Convective Boundary Layer

半 場 藤 弘*
Fujihiro HAMBA

1. はじめに

大気汚染物質の輸送や都市のヒートアイランドなどの大気の現象を研究するには地上から約1kmまでの大気境界層の対流や拡散を調べることが重要である．大気境界層では昼間日射によって地面が温められ浮力によって対流が生じ，運動量，熱，物質の混合が活発に行われる．気象の問題としてだけでなく，浮力下の乱流場の典型的な例とみなすことができる．

大規模な数値モデルでは大気境界層の速度場や温度場を計算するのにK理論[1]と呼ばれる渦粘性，渦拡散型のモデルがよく用いられる．しかし温位の逆勾配拡散などK理論ではうまく説明できない現象があることが知られている．そのためK理論の改良や新しい1次のモデルの導出が試みられている[2]．

本研究では大気境界層のLESを行い乱流統計量を求める．スカラーのグリーン関数を導入し，LESのデータを用いてスカラーフラックスの非局所的なモデルを考察する．また2次のモデルの圧力スカラー相関項の非局所性についても調べる．

2. 大気境界層のLES

大気境界層のLESはこれまでにスマゴリンスキーモデルや1方程式モデルなどを用いていくつかの計算が行われ，およそ一致した結果が得られている[3]．しかし比較する観測や実験データにばらつきがあるので，現段階ではモデルの優劣をつけたり精密化することは容易でない．本研究ではMoeng[4]の使った1方程式モデルを用いて，速度，温位 $[\theta=T(p/p_0)^{-0.286}$，T：温度，p：圧力，$p_0$：基準圧力］とサブグリッドスケール（SGS）のエネルギーの方程式を計算する．計算領域は縦5120m横5120m高さ3000mの直方体で，64×64×50の計算格子点を用いた．境界条件と初期条件はNieuwstadt et al.[3]の用いたものとほぼ同じで，上方の境界ではフリースリップ条件を課し，地表面では一定の熱フラックス Q_S を与えMonin-Obukhovの関係を用いた．以下に示す統計量は境界層厚さ z_i と速度スケール $w_*[=(g/\theta_0)Q_s z_i]^{-1/3}$ で無次元化される．それらの初期値は $z_{i0}=1600$m，$w_{*0}=1.46\mathrm{ms}^{-1}$ である．また対流の時間スケールは $t_*=z_{i0}/w_{*0}=1096$s で定義される．計算方法は空間については2次精度の中心差分法，時間についてはアダムスバッシュフォース法を用いた．圧力のポアソン方程式はx, y方向のフーリエ変換を用いて解いた．時間ステップは $\Delta t=3$s で，$t=12t_*$ まで時間積分を行った．

*東京大学生産技術研究所　第1部

3. 非局所的な乱流拡散

この章ではLESの結果を用いて大気境界層の乱流拡散，特にスカラーフラックスのモデルについて考察する．以後，大気境界層は水平方向に一様であると仮定し，水平面の平均を考える．すると平均スカラーの方程式は

$$\frac{\partial C}{\partial t}=-\frac{\partial}{\partial z}\langle w''c''\rangle \tag{1}$$

となる．ただしC, c″, w″ はそれぞれスカラーの平均，揺らぎ，鉛直速度の揺らぎであり，分子粘性率は無視されている．渦拡散型モデルではスカラーフラックスは

$$\langle w''c''\rangle=-K\frac{\partial C}{\partial z}, \tag{2}$$

とモデル化される．ここでKは渦拡散率である．これはある地点のスカラーフラックスが同じ地点の渦拡散率とスカラー勾配で表されるという局所的なモデルであるが，これが成り立つには拡散をもたらす乱流の長さスケールが平均スカラーの持つ長さスケールよりずっと小さくなければ

ならない．しかし大気境界層の乱流の長さスケールは乱流エネルギーと散逸率を用いておおよそ1500mと評価でき，境界層厚さ1700mとほぼ匹敵するので，その条件は満足されていない．したがってスカラーフラックスのモデル化に何らかの非局所的な効果を考慮することが必要だと考えられる．

Berkowicz and Prahm[5]は次のような非局所的なモデルを提案した．

$$\langle w''c''\rangle(z) = -\int dz' F(z, z')\frac{\partial C}{\partial z'}, \tag{3}$$

ここでFは乱流拡散関数である．Nakayama et al.[6]はこのモデルを用いて工学の乱流境界層のスカラーを計算した．

本研究ではこの型の非局所的なモデルを考察するためにスカラーのグリーン関数を導入する．まずグリッドスケール(GS)のスカラーの方程式は

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{u}_i\bar{c}) + \frac{\partial}{\partial x_i}\left(K_h\frac{\partial \bar{c}}{\partial x_i}\right), \tag{4}$$

と書ける．$\bar{c}$の乱れ成分，すなわち水平面平均からのずれについての方程式は

$$\frac{\partial \bar{c}''}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{u}_i''\bar{c}'') + \frac{\partial}{\partial z}\langle \bar{w}''\bar{c}''\rangle + \frac{\partial}{\partial x_i}\left(K_h\frac{\partial \bar{c}''}{\partial x_i}\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left\langle K_h\frac{\partial \bar{c}''}{\partial z}\right\rangle - \bar{w}''\frac{\partial C}{\partial z}, \tag{5}$$

となる．右辺最後の項を外力と考え，次の式を満たすグリーン関数を定義する．

$$\frac{\partial \bar{G}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{u}_i''\bar{G}) + \frac{\partial}{\partial z}\langle \bar{w}''\bar{G}\rangle + \frac{\partial}{\partial x_i}\left(K_h\frac{\partial \bar{G}}{\partial x_i}\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left\langle K_h\frac{\partial \bar{G}}{\partial z}\right\rangle + \bar{w}''\delta(z-z')\delta(t-t'), \tag{6}$$

このグリーン関数を用いると(5)の解は形式的に

$$\bar{c}''(\mathbf{x}, t) = \bar{c}''(\mathbf{x}, 0) - \int_0^{L_z} dz' \int_0^t dt' \bar{G}(\mathbf{x}, z'; t, t')\frac{\partial}{\partial z'}C(z', t'), \tag{7}$$

と書ける．ただしL_zは計算領域のz方向の長さである．(7)にw''をかけ，平均をとると

$$\langle \bar{w}''\bar{c}''\rangle(z, t) = -\int_0^{L_z} dz' \int_0^t dt' \langle \bar{w}''(\mathbf{x}, t)\bar{G}(\mathbf{x}, z'; t, t')\rangle \frac{\partial}{\partial z'}C(z', t'), \tag{8}$$

が得られる．だたし t は充分大きいとして$\langle \bar{w}''(t)\bar{c}''(0)\rangle$を無視した．(8)はスカラーフラックスの非局所的なモデルとみなすことができる．すなわち係数$\langle \bar{w}''\bar{G}\rangle$は$(z', t')$のスカラー勾配が$(z, t)$のスカラーフラックスに及ぼす影響を表す．空間だけでなく時間についても非局所的である．定常な乱流場では(8)は

$$\langle \bar{w}''\bar{c}''\rangle(z) = -\int_0^{L_z} dz' \bar{F}(z, z')\frac{\partial C}{\partial z'}, \tag{9}$$

$$\bar{F}(z, z') = \int_0^t dt' \langle \bar{w}''(\mathbf{x}, t)\bar{G}(\mathbf{x}, z'; t, t')\rangle, \tag{10}$$

のように(3)と同じ式になり，乱流拡散関数$\bar{F}$は鉛直速度とグリーン関数の相関で表せることがわかる．

まず時間と空間の非局所性を考察するため(8)の係数$\langle \bar{w}''\bar{G}\rangle$を調べる．図1に$z'=0.351z_i$, $t'=9t_*$における係

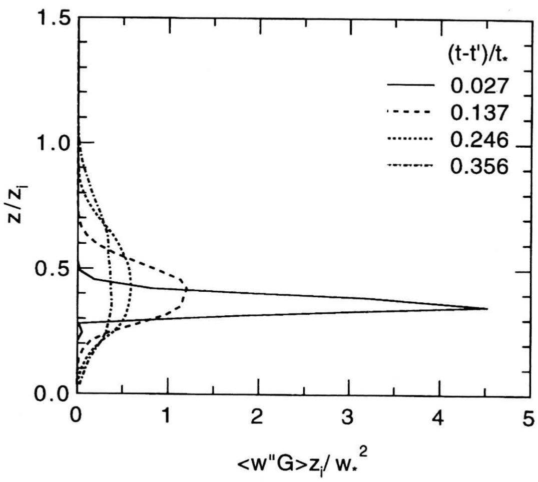

図1　相関$\langle \bar{w}''\bar{G}\rangle$の分布

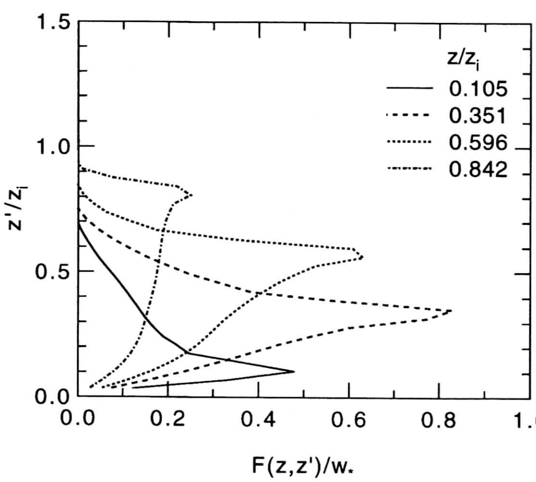

図2　乱流拡散関数の分布

数の z に対する分布を示す．時間がたつにつれ影響が大気境界層全体にひろがっていることがわかる．また最大値をとる高さが時間とともに上に移動している．これは上昇流と下降流の輸送の非対称性によるものと考えられる．

次に(10)の乱流拡散関数 $\overline{F}$ を調べる．図 2 に $\overline{F}(z, z')$ の z' に対する分布を示す．この図はある高度 z におけるスカラーフラックスが高度 z' からどの程度の影響を受けるかを表している．大気境界層のほぼ全域から影響を受けていることがわかる．また $z=0.351z_i$ の曲線からわかるように上から $(z'>z)$ より下から $(z'<z)$ の寄与が大きい．

ここで非局所的なモデルを用いて温位の逆勾配拡散[7]の現象の説明を試みる．逆勾配拡散とは通常の渦拡散近似とは逆に，スカラーの増える方向にフラックスが流れる現象である．図 3 に温位勾配の鉛直分布を，図 4 に熱フラックスの鉛直分布を示す．地表面近くでは熱フラックスは正で，

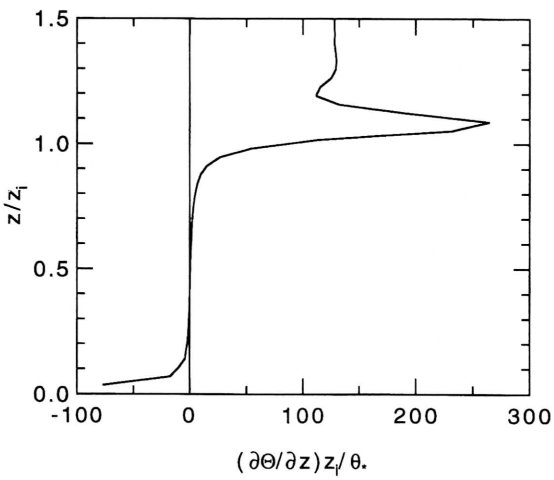

図3　平均温位勾配の分布

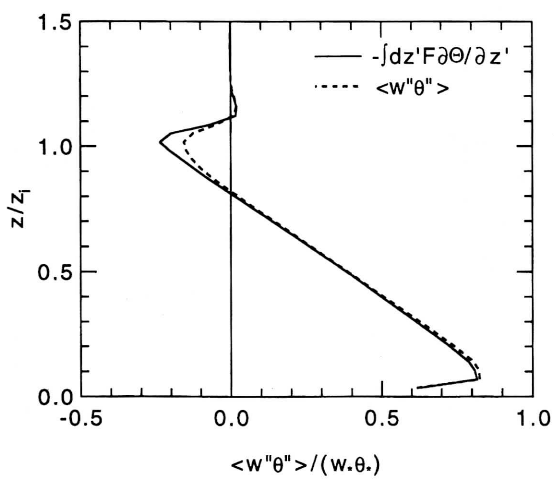

図4　熱フラックスの分布

温位勾配は負であり，高度が増すにつれ絶対値が減り符号を変える．ところが零点の位置が異なるため，$0.418z_i<z<0.820z_i$ では温位勾配も熱フラックスも正となり，逆勾配拡散が見られる．この現象は(2)の渦拡散モデルでは渦拡散率が負となってしまい物理的でない．(9)の非局所的なモデルを用いるとたとえば $z=0.596z_i$ のスカラーフラックスは

$$\langle \overline{w''\theta''} \rangle (0.596z_i)$$

$$= -\int_0^{0.418z_i} dz' \overline{F}(0.596z_i, z') \frac{\partial \Theta}{\partial z'} - \int_{0.418z_i}^{z_i} dz' \overline{F}(0.596z_i, z') \frac{\partial \Theta}{\partial z'} \tag{11}$$

$$= 0.388 - 0.121 = 0.267$$

と評価できる．二つの積分のうち第 1 項は温位勾配が負の領域からの寄与，第 2 項は温位勾配が正の領域からの寄与を表す．$z'=z(=0.596z_i)$ 付近では温位勾配は正であるが，そこからの局所的な影響より，$z'<0.418z_i$ の温位勾配が負の領域からの非局所的な影響が大きく，その結果 $z=0.596z_i$ での熱フラックスが正になっていることがわかる．この場合の乱流拡散関数 $\overline{F}$ は図 2 の細い点線に示されている．

4. 圧力スカラー相関の非局所性

2 次のクロージャーモデルではスカラーフラックスの発展方程式

$$\frac{\partial}{\partial t}\langle w''c''\rangle = -\langle w''^2\rangle \frac{\partial C}{\partial z} + \frac{g}{\theta_0}\langle \theta''c''\rangle - \left\langle c''\frac{\partial p''}{\partial z}\right\rangle - \frac{\partial}{\partial z}\langle w''^2 c''\rangle, \tag{12}$$

を考える．右辺第 3 項は圧力勾配とスカラーの相関項（以後圧力項と呼ぶ）で，平均速度のない大気境界層では

$$\left\langle c''\frac{\partial p''}{\partial z}\right\rangle = \frac{\langle w''c''\rangle}{\tau} + A\frac{g}{\theta_0}\langle \theta''c''\rangle, \tag{13}$$

のようにモデル化される．Moeng and Wyngaard[8] は定数 A を0.5と評価し，時間スケール τ の空間分布を求めている．そこで前章で求めたグリーン関数を用いてこの圧力項の非局所性を考察する．定常状態を仮定し，(7)を用いると，圧力項と温位スカラー相関項は

$$\left\langle \overline{c''}\frac{\partial \overline{p''}}{\partial z}\right\rangle (z) = -\int_0^{L_z} dz' \int_0^t dt' \left\langle \overline{G}\frac{\partial \overline{p''}}{\partial z}\right\rangle (z, z'; t, t')\frac{\partial C}{\partial z'}, \tag{14}$$

$$\langle \theta'' \bar{c}'' \rangle (z) = -\int_0^{Lz} dz' \int_0^t dt' \langle \theta'' \bar{G} \rangle (z, z'; t, t') \frac{\partial C}{\partial z'}, \quad (15)$$

と書ける．また(9)を

$$\frac{\partial C}{\partial z'} = -\int_0^{Lz} dz \bar{F}^{-1}(z', z) \langle \bar{w}'' \bar{c}'' \rangle (z), \quad (16)$$

と書き直す．ただし $\bar{F}^{-1}$ は

$$\int_0^{Lz} dz' \bar{F}(z, z') \bar{F}^{-1}(z', z'') = \delta(z - z'') \quad (17)$$

を満たす．(16)を(14)と(15)に代入しその結果を(13)に代入して整理すると，

$$\left\langle \bar{c}'' \frac{\partial \bar{p}''}{\partial z} \right\rangle - A\frac{g}{\theta_0} \langle \theta'' \bar{c}'' \rangle = \int_0^{Lz} dz'' \bar{F}_p(z, z'') \langle \bar{w}'' \bar{c}'' \rangle (z''), \quad (18)$$

$$\bar{F}_p(z, z'') = \int_0^{Lz} dz' \int_0^t dt' \left(\left\langle \bar{G} \frac{\partial \bar{p}''}{\partial z} \right\rangle (z, z'; t, t') - A\frac{g}{\theta_0} \langle \theta'' \bar{G} \rangle (z, z'; t, t') \right) \bar{F}^{-1}(z', z''), \quad (19)$$

となる．関数 $\bar{F}_p$ は(13)の係数 $1/\tau$ を非局所的な量に拡張したものに相当する．つまり，高さ z'' のスカラーフラックスが高さ z の圧力項に及ぼす影響を表す．図5に $z = 0.351z_i$ の $\bar{F}_p$ の z'' に対する分布を示す．$\bar{F}_p$ は正負両方の値をとり，図2の $\bar{F}$ より複雑なふるまいを示す．また影響を受ける範囲が $\bar{F}$ より広い．これは圧力 p が非局所的な性質を反映する量だからと考えられる．

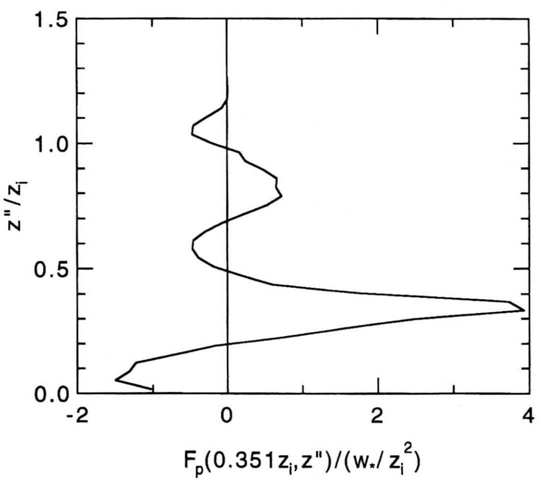

図5　関数 $\bar{F}_p$ の分布

5. まとめ

1方程式モデルを用いて大気境界層の LES を行った．スカラーのグリーン関数を導入し，スカラーフラックスの非局所的なモデルを考察した．その結果スカラーフラックスは広い範囲の高度のスカラー勾配の影響を受けていることがわかった．この非局所的なモデルを用いて温位の逆勾配拡散現象を説明した．また2次のクロージャーモデルの圧力スカラー相関項も非局所的な表式で表されることを示した．

(1994年11月2日受理)

参考文献

1) S. R. Hanna, G. A. Briggs, and R. P. Hosker, Jr.: *Handbook on Atmospheric Diffusion*, U.S. Department of Energy (1981) 50 pp.
2) E. E. Ebert, U. Schumann, and R. B. Stull: J. Atmos. Sci. **46** (1989) 2178-2207.
3) F. T. M. Nieuwstadt, P. J. Mason, C. H. Moeng, and U. Schumann: Large-eddy simulation of the convective boundary layer: a comparison of four computer codes, *Proc. Eighth Symp. on Turbulent Shear Flows* (Munich, 1991) 1-4.
4) C.-H. Moeng: J. Atmos. Sci. **41** (1984) 2052-2062.
5) R. Berkowicz and L. P. Prahm: J. Fluid Mech. **100** (1980) 433-448.
6) A. Nakayama, H. D. Nguyen, and M. B. Daif: Nonlocal diffusion model in turbulent boundary layer, *Proc. Third Int. Symp. on Refined Flow Modeling and Turbulence Measurements* (Tokyo, Int. Assoc. Hydraulic Res., 1988) 305-312.
7) J. W. Deardorff: J. Atmos. Sci. **23** (1966) 503-506.
8) C.-H. Moeng and J. C. Wyngaard: J. Atmos. Sci. **43** (1986) 2499-2513.