特　集　1
研　究　解　説

構造物の形態解析と創生

Shape analysis for the creation of structures

半谷裕彦*
Yasuhiko HANGAI

構造力学は，主に，設計された構造物の形態を基点に，そこからの変位や応答を求めるための基礎として利用されてきた．しかし，近年，工学，理学等の広い分野で形態に関する研究が盛んに行われ，形態を創生するための力学が芽生えつつある．ここでは，構造物の形態解析を考える上での基礎事項を述べる．

はじめに，タイトルに用いられている構造物，形態，創生の内容を解説し，形態解析の目標，理論，解析技術を紹介する．次いで，構造解析の基礎方程式に基礎をおく形態解析法を述べる．

1. 構　造　物

構造物には目標によって種々の名称が付けられている．大分類としては

建築構造物：人間活動のための構造物
土木構造物：エネルギー・情報伝達のための構造物
機械構造物：生産活動のための構造物

などがある．ここでは，一般的な概念としての**構造物**を対象とする．

1.1 形式

構造物は構造要素を目的とする機能が果たせるよう結合したもので，ひとつのシステムを形成している．構造要素あるいは構造システムには**連続型**と**離散型**がある．連続型には，梁，棒，柱，平板，膜，シェル，3次元体などがある．梁や平板などの薄肉構造では，基準線や基準面と厚さが形状を表現する．一方，3次元体では境界が形状を表現している．目標として得られる形状を**最適形状**と呼ぶことにする．連続型構造物では，最適形状を求めるためのパラメータとして，**基準線（面），厚さ，境界など**が考えられる．

離散型にはトラス，フレーム，ラチス，テンセグリティ，ケーブル構造，複合ケーブル構造（ポールとケーブル等による複合構造）などがある．離散型は構造要素（部材と呼ぶ）を連結して構成したものであり，そのため，**接合部**と**部材**，および**結合関係（位相構造）**によって特徴付けられる．よって，離散型構造物の目標として以下の項目をあげることができる．

節　点：（形）球，円筒，……
　　　　（力）ピン，剛，……
部　材：（形）直線材，曲線材，面材，……
　　　　（力）軸力(を伝達する)部材，曲げ部材，剪断部材，……
位相構造：節点と部材の配置（分割と集積）

1.2 基礎方程式

構造物を表現する3個の基礎概念は力，形，材料である．これらの概念を定式化したものが構造物の基礎方程式である．

力（釣合方程式）：$f = B(x)\sigma$　(1.1)

$$\sigma^{ji}|_j + X^i = 0 \quad (1.2)$$

形（適合方程式）：$\varepsilon = A(x)d$　(1.3)

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_i|_j + u_j|_i + u^k|_i u_k|_j) \quad (1.4)$$

材料（構成方程式）：$\sigma = D(x)\varepsilon$　(1.5)

$$\sigma^{ij} = E^{ijlm}\varepsilon_{lm} \quad (1.6)$$

2. 形　　態

形態は形＋態から成り立っている．国語辞典によると「形態＝かたち＋ありさま」とある．ここでは，**形**を幾何学的な意味での**形状**を示し，**態**を内部に有するシステムとしての**構造**を表すことにする．形と態の具体例をあげると

形　　：基準線（面）の形状，厚さ，境界の形状
形の変化：変位，モード（座屈モード，振動モード，しわモード）

*東京大学生産技術研究所　第5部

態　　：位相構造，自己応力システム，応力分布
態の変化：荷重載荷による応力分布の変化，
　　　　部材の破断による位相構造の変化

以上で述べたように，**形態＝形状＋構造**を示すとき，**形態解析＝形状解析＋構造解析**となる．

構造物の形態を設計する過程（形態設計過程）と設計された形態が外乱等によって変化していく過程（形態変化過程）を考える（図1）．設計する，あるいは，目標とする形態を**価値のある形態**，外乱等により変化した後の形態を**無価値な形態**と呼ぶことにする．

形の変化や態の変化は外乱等の作用など，構造物を取りまく環境条件の変化に応じて発生する．その意味では，従来の構造解析は**形の変化**と**態の変化**に対する解析が目標であった．前述したように形態解析は形状解析と構造解析を含んでいる．しかしここでは，狭義の意味の形態解析として，形態設計過程における数理解析法を指すことにする．構造解析を**形の変化**と**態の変化**に対する解析と呼ぶと，形態解析は**形**と**態**に対する解析を意味することになる．

3. 創　　生

創は創造，創業などから理解できるように**創＝新しい**を意味している．生は生成の意味である．構造物の創生とは形態解析を道具として新しい形態を作り出すことをいう．

4. 形態解析の3要素

形態解析の3要素として**目標**（object），**理論**（theory, method），**解析技術**（technique）をあげることができる．

4.1 目標

目標は無数であり（十人十色，蓼食う虫もすきずき），すべてあげることはできない．主なものを列挙すると

(a) 力学目標：一様応力，ポテンシャルエネルギー密度，許容応力，最大剛性，最小変位，振動数，座屈荷重，……
(b) 形状目標：断面積，基準面形状，極小曲面，不安定構造の形状，……
(c) 構造目標：位相，節点位置，自己応力システム，素材配置，……
(d) 機能目標：ホモロジー設計，ロバスト構造，……
(e) 感性目標：スマート，やわらか，美しい，……
(f) 経済目標：最小重量，建設コスト，最少人数，……

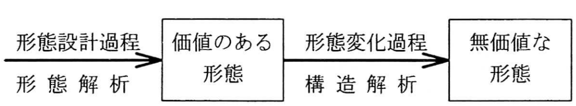


図1　設計過程と変化過程

目標は単一の場合もあるが，複合する場合もある．例えば，一様応力となる形状，最小重量となる位相構造など．

4.2 目標の定式化

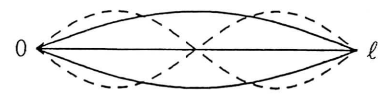
形態を数理解析的に扱うには，目標の定式化が必要である．目標の定式化は**設計変数**，**許容領域**，**目的関数**の指定からはじまる．

設計変数 x は形態解析における未知量である．いくつかの例をあげておく．

■　形状を表す設計変数

$$y(x) = a_1 \sin\frac{\pi}{l}x + a_n \sin\frac{n\pi}{l}x$$

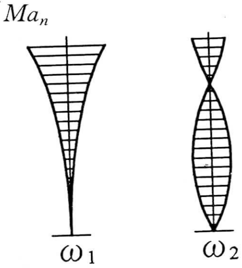
$$x = \begin{bmatrix} a_1 \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ a_n \end{bmatrix}$$



■　レイリー商を表す設計変数

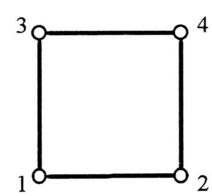
$$\omega_1 = \frac{a_1{}^{\mathrm{T}} K a_1}{a_1{}^{\mathrm{T}} M a_1},\quad \cdots\cdots,\quad \omega_n = \frac{a_n{}^{\mathrm{T}} K a_n}{a_n{}^{\mathrm{T}} M a_n}$$

$$x = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ \omega_n \end{bmatrix}$$



■　結合関係を表す設計変数

$$x = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 2 & 4 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$



[解析例1：結合関係の変化]

図2に示す平面トラスにおいて，軸力の小さい部材から除去していくとどのような部材配置になるかを解析してみる．結果を示すと図3となる．

x_0 は基本モデル，x_f は最終的（final）に得られた結合マトリクスである．ただし，直線部材の中間に節点が生じたときは，節点を除した．

解析例1では軸力の小さい部材を除去しており，重量は減少していく．重量の減少と節点2の鉛直方向変位の変化の様子を図4に示す．

許容領域には設計変数に対する許容領域と形状や応答等

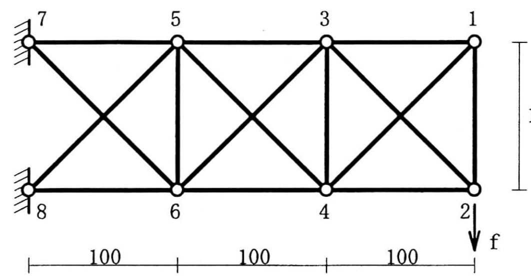


図2　基本モデル（EA＝一定）

を表す状態変数に対する許容領域があり，**制約条件**の形で定式化される．たとえば，断面積は正である：$0 \leqq A$，応力は降伏点応力以下である：$|\sigma| \leqq |\sigma_y|$ 等．

許容を表す制約条件以外に，設計変数や状態変数に人工的な条件を付ける場合がある．たとえば，重量一定や変位モード指定など．この条件を**付帯条件**という．

［解析例2：重量一定下における結合関係の変化］

解析例1では部材の除去のみを行い，そのため，重量は部材配置の変化とともに変化している（図4）．そこで，除去した部材の重量を軸力の大きさに応じて分配し，全重量を一定に保つようにする．そのときの結合関係は図2と同じであった．重量の変化と変位の変化を図5に示す．

［解析例3：節点位置の変化］

図6に示すように，h_1，h_2，h_3，h_4 の長さを設計変数とする場合の解析例を示す．$h_1 \sim h_4$ の和を一定，つまり，$h_1+h_2+h_3+h_4=h(=400)$ とし，$h_1 \sim h_4$ を上，下弦材の軸力の大きさに応じて変化するとき，どのような形状になるかを解析してみる．

軸力の大きさを次式で評価する．

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{I}} &= \frac{|n_1|+|n_2|}{2} \\ N_{\mathrm{II}} &= \frac{|n_3|+|n_4|}{2} \\ N_{\mathrm{III}} &= \frac{|n_5|+|n_6|}{2} \end{aligned} \tag{4.1}$$

$h_1 \sim h_4$ の変化を $N_{\mathrm{I}} \sim N_{\mathrm{III}}$ の差を小さくすることを目標として，次式で与える．

$$\begin{aligned} \Delta h_1 &= \alpha\left(N_{\mathrm{I}} - \frac{N_{total}}{4}\right) \\ \Delta h_2 &= \alpha\left(\frac{N_{\mathrm{I}}+N_{\mathrm{II}}}{2} - \frac{N_{total}}{4}\right) \\ \Delta h_3 &= \alpha\left(\frac{N_{\mathrm{II}}+N_{\mathrm{III}}}{2} - \frac{N_{total}}{4}\right) \\ \Delta h_4 &= \alpha\left(N_{\mathrm{III}} - \frac{N_{total}}{4}\right) \end{aligned} \tag{4.2}$$

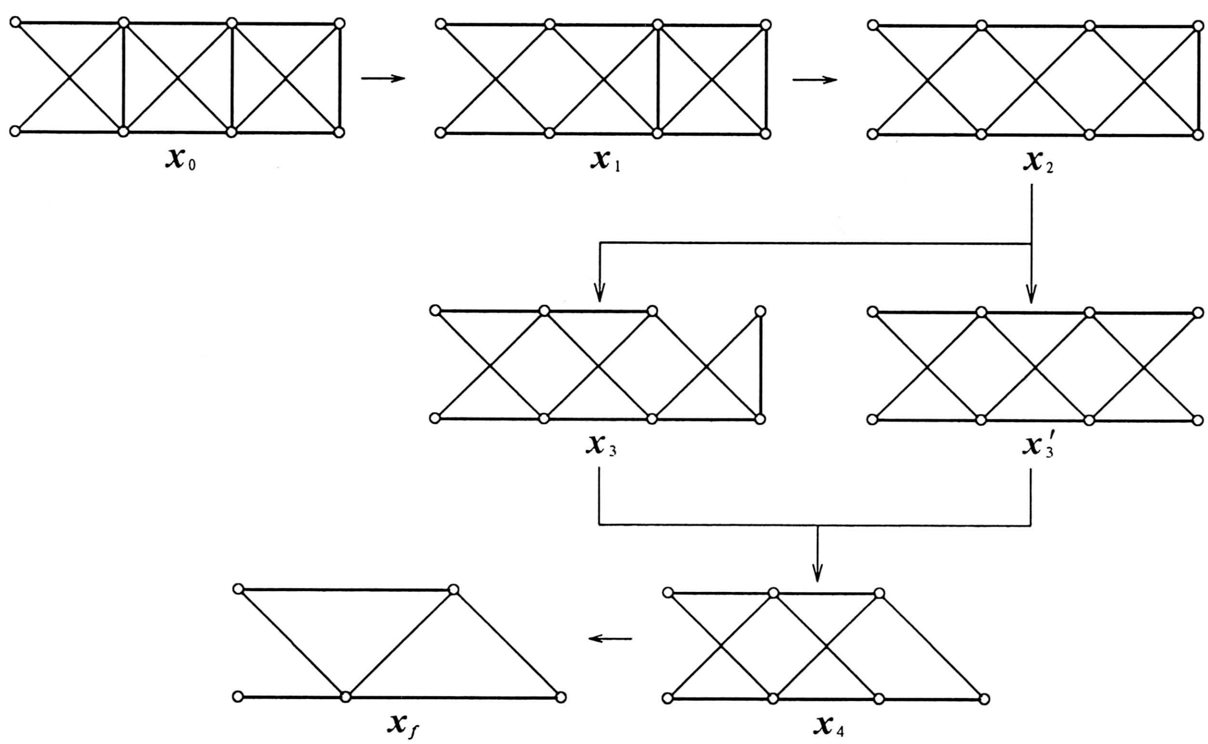


図3　結合関係の変化

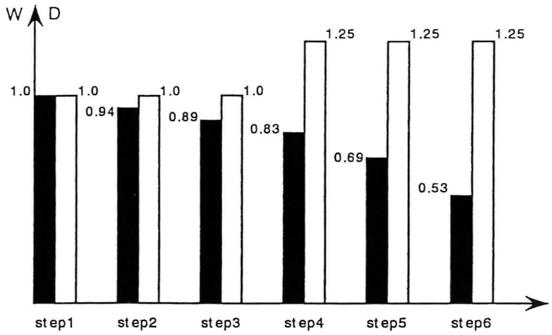


図 4　重量（黒棒）と変位（白棒）の変化

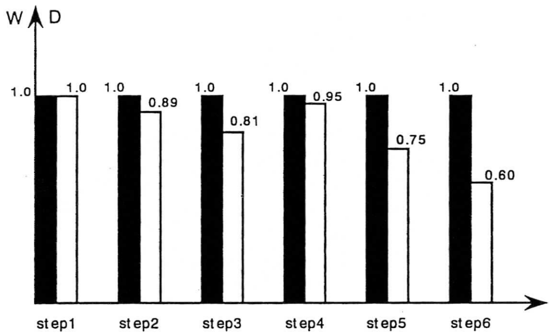


図 5　重量（黒棒）と変位（白棒）の変化

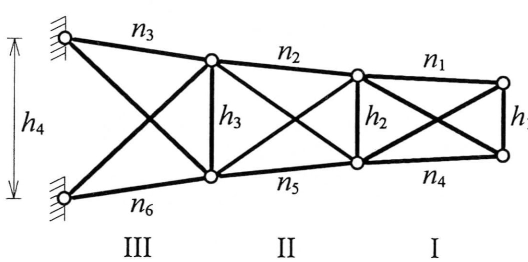


図 6　モデル（設計変数＝節点位置）

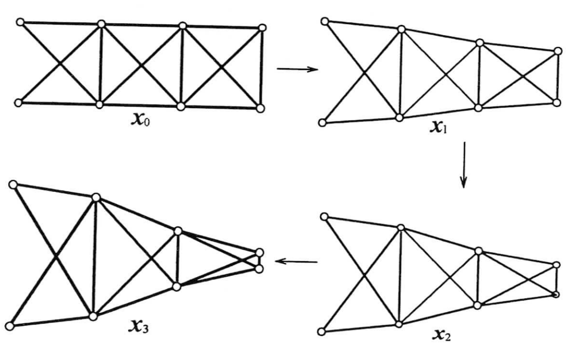


図 7　節点位置の変化

ここに,

$$N_{total} = N_{\mathrm{I}} + \frac{N_{\mathrm{I}} + N_{\mathrm{II}}}{2} + \frac{N_{\mathrm{II}} + N_{\mathrm{III}}}{2} + N_{\mathrm{III}} \tag{4.3}$$

α は収束計算を加速あるいは減速するパラメータである. $\alpha = 1$ の場合の結果を図7に示す.

5. 基礎方程式による形態解析

節1.2で力，形，材料に対応する 3 個の基礎方程式を示した. 式（1.1),（1.3),（1.5）から σ と ε を消去すると

$$f = K(x)\,d \tag{5.1}$$

上式は荷重－変位式で，剛性マトリクス $K(x)$ は

$$K(x) = B(x)\,D(x)\,A(x) \tag{5.2}$$

本章では，式（1.1),（1.3),（1.5),（5.2）に基づく形態解析を述べる.

5.1　適合方程式

式（1.3）より

$$\varepsilon = A(x)\,d \tag{5.3}$$

ひずみ ε が零で生じる変位を**不伸張変位**（**剛体変位**ともいう）と呼び，不伸張変位の存在する構造物を**不安定構造**という（図 8).

不安定構造ではひずみが零で生じるから，式（5.3）で $\varepsilon = 0$ とおくと

$$A(x)\,d = 0 \tag{5.4}$$

ここに，$A(x)$ は（m, n）型長方マトリクスで，m, n はそれぞれ，適合条件数，自由度である.

$x = x_0$ の形態で式（5.4）を解くと，A^+ を一般逆行列として

$$d = [I_m - A^+(x_0)\,A(x_0)]\,\alpha \tag{5.5}$$

ここに，α は任意のベクトルである. $A(x_0)$ のランクを

$$\mathrm{rank}\,(A(x_0)) = r \tag{5.6}$$

とする. このとき，式（5.5）の係数マトリクスのランクは $p = n - r$ となり，係数マトリクスは p 個の独立な列ベクトルを持つ. p 個の列ベクトルを h_1, ……, h_p とすると式（5.5）は次式となる.

$$d = \alpha_1 h_1 + \cdots\cdots + \alpha_p h_p \tag{5.7}$$

ここに，h_1, ……, h_p は無ひずみで生じる剛体変位モードを示している. 上式より，$p = 0$ の場合，x_0 の形態は安定，$p > 0$ の場合，不安定という.

形態安定は 2 種類に分類できる. 図 9 のトラスで説明す

ると，(a) の場合には変位することにより剛性が付与され，形態安定となる．しかし，(b) の場合には与えられた形態の近傍で変位が生じても剛性が付与されない．

x_0 を原形態，変位によって生じる新しい形態を x_1（x が座標を表す位置ベクトルとすると $x_1 = x_0 + d$）とすると，(a) では $\mathrm{rank}(A(x_1)) = n$，(b) では $\mathrm{rank}(A(x_1)) < n$ となっている．(a) を微小変位の範囲の形態不安定，(b) を有限変位の範囲の形態不安定という．

図10の例で示すように，有限変位の範囲で形態不安定な構造に荷重を作用すると，形態を変化させながら，最終的には運動の生じない安定な形態にたどりつく．この過程を不安定構造の安定化移行過程と呼び，安定化移行過程の形態を求める問題を「**不安定構造の形態決定問題**」という．この問題に対する解析法は文献[3)]に，また応用として，空気膜構造のインフレート過程の解析[4)]，不安定平板構造の解析[5)]，ラメラドームの畳み込み移行過程の解析[6)]等がある．

式 (5.3) において，ひずみ ε を任意に指定すると式 (5.3) は満足できない．式 (5.3) の解を持つ条件を作ると

$$[I_m - A(x)A^+(x)]\varepsilon = 0 \qquad (5.8)$$

上式はひずみ ε の**適合条件式**である．上式の左辺を

$$e_c(x) = [I_m - A(x)A^+(x)]\varepsilon \qquad (5.9)$$

と置くと，上式は x の関数となっている．そこで，$\varepsilon = \bar{\varepsilon}$ を指定し，このひずみが適合する形態 x_0 を求める問題を

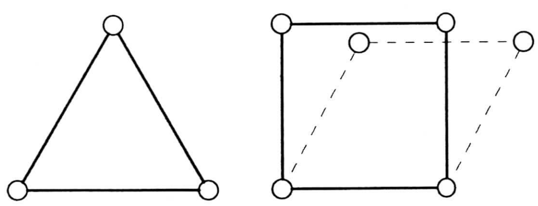
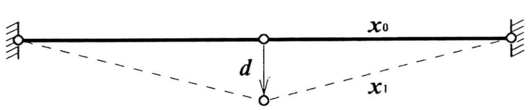
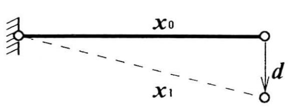

(a)形態安定　　(b)形態不安定

図8　形態安定と形態不安定

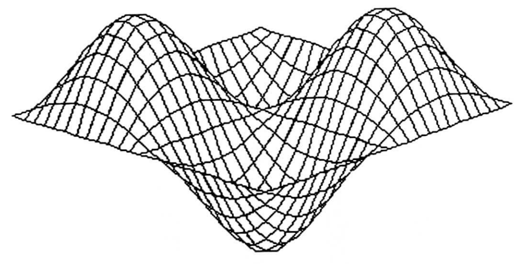


(a)



(b)

図9　形態不安定トラス


(a)外力形状

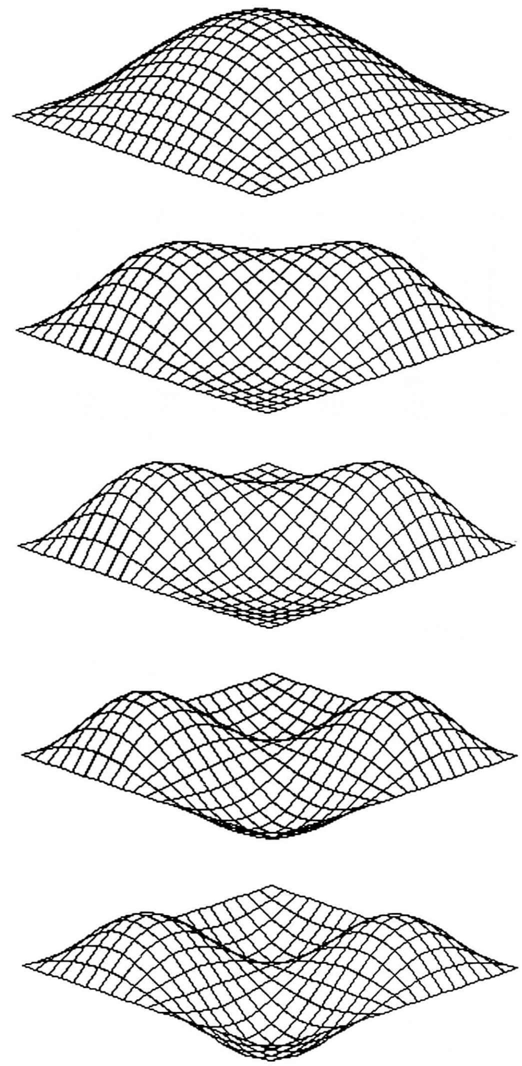

(b)形態変化

図10　不安定構造の安定化移行過程

考える．形態 x_0 が存在するとき，次式が満足される．

$$e_c(x_0)=[I_m-A(x_0)A^+(x_0)]\bar{\varepsilon}=0 \qquad (5.10)$$

このように，ひずみ指定の形態解析が定式化できる．この問題を「**ひずみの指定下における適合条件を満足する形態決定問題**」という．

5.2 釣合方程式

ケーブルネット構造，膜構造，テンセグリティ構造等の本来は不安定である構造が実際の構造として採用される理由は自己応力（初期張力など）の導入により，正の幾何剛性を付与し得ることにある．

式（1.1）より

$$f=B(x)\sigma \qquad (5.11)$$

自己応力は荷重 f が零に対応する応力である．$f=0$ の場合，式（5.11）は次式となる．

$$B(x)\sigma=0 \qquad (5.12)$$

ここに，$B(x)$ は（n, m）型長方マトリクスで，$B^{\mathrm{T}}=A$ の関係が成立している．式（5.12）より，β を任意のベクトルとして

$$\sigma=[I_m-B^+(x)B(x)]\beta \qquad (5.13)$$

右辺の係数マトリクスのランクは，式（5.6）より rank $(B)=\mathrm{rank}\,(A^{\mathrm{T}})=r$ であるから，$q=m-r$ となる．q は自己応力の独立なモードの数で，通常，不静定次数と呼ばれているものである．

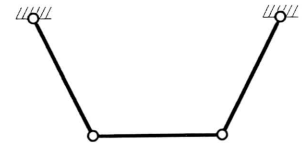
式（5.13）の係数マトリクスの独立な列ベクトルを g_1, ……, g_q と表すと，式（5.13）は次式となる．

$$\sigma=\beta_1 g_1+\cdots\cdots+\beta_q g_q \qquad (5.14)$$

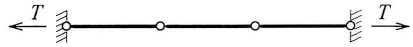
ここに，β_1, ……, β_q は任意のスカラーで，g_1, ……, g_q は自己応力のモードを表している．

図11（a）に示すトラスは不安定トラスであるが，この形態においては $q=0$ で，自己応力の導入は不可能である．しかし，トラスの結合関係を変えず，図11（b）のように形態を変化すると $q=0$ となり，自己応力の存在が可能となる．このように，自己応力の存在する形態 x を求める問題が考えられ，この問題を「**自己応力の存在可能な形態決定問題**」という．この問題の古典的問題として，**極小曲面**（**等張力曲面**）を求める**プラトー問題**をあげることができる．等張力曲面やそれを拡張した**異方張力曲面**は膜構造やケーブルネット構造の設計に利用され，そのため，差分法や有限要素法による数値解析が行われている[7)〜11)]．

式（5.14）において $q\geqq 2$ の場合には自己応力モードが複数個存在する．その場合には，β_1, ……, βq の決定法が必要となる[12)]．さらに，不安定構造に自己応力が導入できたとしても，かならずしも安定化できるとは限らない．自己応力の導入によって安定化できる形態 x を求める問題を「**自己応力による安定化可能な形態決定問題**」という．



(a) 不可能



(b) 可能

図11　自己応力

次に，応力指定の形態解析を紹介する．次式で与える Pucher の膜方程式を考える．

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\frac{\partial^2 F}{\partial y^2}-2\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}\frac{\partial^2 F}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}=-P \qquad (5.15)$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4 F}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{\partial^4 F}{\partial y^4}$$
$$+k\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}-2\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right)=0 \qquad (5.16)$$

ここに，$z=z(x,\ y)$：曲面形状，F：応力関数，P：鉛直荷重，w：変位，k：膜剛性である．通常の構造解析では曲面形状 z を与え，F と w を解析する．一方，応力指定の形態解析では F を指定，z と w を解析する．この形態解析は「膜の逆問題」と名付けられ，数値解析が試みられている[13)]．

鉄筋コンクリートシェルではコンクリートの性質から膜応力がシェル全面で圧縮応力状態になることが望まれる．Islerは逆転曲面の実験を利用して，全面圧縮応力状態の任意形状シェルを多数建設している[14)]．膜応力は $N_x=\partial^2 F/\partial y^2$, $N_y=\partial^2 F/\partial x^2$, $N_{xy}=-\partial^2 F/\partial x\partial y$ で得られるので，主応力を

$$N_1, N_2=\frac{N_x+N_y}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{N_x-N_y}{2}\right)^2+{N_{xy}}^2} \qquad (5.17)$$

とする．逆転曲面の形態解析は N_1, $N_2\leqq 0$ の条件下で式（5.15），（5.16）を解析することに対応する[15)]．

一方，膜構造では圧縮でしわの発生する膜材料を用いる．そのため，膜面全体で N_1, $N_2\leqq 0$ となることが望まれる．膜構造の形態設計では自己応力の導入とともに，N_1, $N_2\leqq 0$ となる形状決定が重要となる．

次に，離散型の基礎方程式を用いて，「応力モードを指定するときの形状決定問題」を述べる．式（5.1）より d

$=K^{-1}(x)$）求め，式（1.3），（1.5）へ代入すると次式が得られる．

$$\sigma = G(x)f$$
$$G(x) = D(x)A(x)K^{-1}(x) \tag{5.18}$$

応力モードを指定する応力ベクトルを σ_1 とし，未知応力を σ_2 として式（5.18）を次式のように変形する．

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{bmatrix} - G(x)f = 0 \tag{5.19}$$

ここに，G は（m, n）型長方マトリクスである．指定する応力モードを σ_0 とすると

$$\sigma_1 = \beta\sigma_0 \tag{5.20}$$

ここに，β は未知パラメータである．上式を式（5.19）へ代入すると

$$e_s(x, \beta, \sigma_2) = \begin{bmatrix} \beta\sigma_0 \\ \sigma_2 \end{bmatrix} - G(x)f = 0 \tag{5.20}$$

未知量x, β, σ_2 をまとめて x_u で表すと上式は

$$e_s(x_u) = 0 \tag{5.22}$$

上式が応力モードを制約条件とする形態解析の基礎方程式となる[3]．

5.3　構成方程式

等方弾性体や異方弾性体の場合には，式（1.5）の $D(x)$ は既知となり，形態解析は不必要である．しかし，新しい材料を開発する場合の材料設計や有効剛性を指定してラチス構造を設計する場合などでは形態解析が必要となる[16]．

5.4　荷重・変位式

スペース・フレームや複合ケーブル構造などの空間構造は「形態抵抗型構造」で，使用時の形態によって外乱に対する抵抗能力が左右される．そのため，最適形態に関する研究は設計時において形態を設計する際のひとつの基準を与えることになる．

初期形態を x_0 とし，外乱等の作用下で変位 d が生じると，新しい形態 $x = x_0 + d$ が誕生する．そこで，d を制御することにより構造物の形態を目標とする最適形態を得ることができる．そこで，本節では式（5.1），つまり，荷重・変位式

$$K(x)d = f \tag{5.23}$$

に立脚する「指定変位モードを満足する形態解析」を述べる．指定する変位モードを次式で与える．

$$Cd = 0 \tag{5.24}$$

ここに，C：（k, n）型制約マトリクス，k：制約条件（$k < n$）である．

変位モード指定の形態解析の目標を次のように定める．

式（5.23）の荷重・変位式と式（5.24）の制約条件を満足する形態 x を求めよ．

式（5.23）において，形態 $x = x_0$ を与え，$d_0 = K^{-1}(x_0) f$ をもとめる．この d_0 を式（5.24）に代入すると通常の場合には $Cd_0 = 0$ を満足しない．x_0 が求める形態の場合 $Cd_0 = 0$ となる．

式（5.23），（5.24）は次式で与える変位に関する制約条件付きの全ポテンシャルエネルギー関数の停留問題と等価である．

$$\Pi = \frac{1}{2}d^{\mathrm{T}}Kd = f^{\mathrm{T}}d \rightarrow \text{停留} \tag{5.25}$$

$$\text{付帯条件：} Cd = 0 \tag{5.26}$$

上式を Lagrange 乗数ベクトル λ を導入し，d と λ を未知量とする制約条件無しの停留問題に変換する．そのときの全ポテンシャルエネルギー関数は

$$\Pi_k = \frac{1}{2}d^{\mathrm{T}}Kd - f^{\mathrm{T}}d + \lambda^{\mathrm{T}}Cd \tag{5.27}$$

d と λ の各成分で偏微分し，零とおくことにより d と λ を未知量とする（$n + k$）個の連立方程式が得られる．つまり

$$Kd + r = f,\quad r = C^{\mathrm{T}}\lambda \tag{5.28}$$
$$Cd = 0 \tag{5.29}$$

次に，式（5.29），（5.29）の解析法を述べる．式（5.29）を用いると $d^{\mathrm{T}}r = d^{\mathrm{T}}(C^{\mathrm{T}}\lambda) = (Cd)^{\mathrm{T}}\lambda = 0$ となり d と r は直交していることがわかる．そこで，L を n 次元空間内の部分空間，$L^{\perp}$ を n 次元空間内の L に対する直交補空間とすると，d と r は直交しているから $d \in L$, $r \in L^{\perp}$ が成立する．そこで，P_L を n 次元空間から L 上への正射影マトリクス，$PL^{\perp}$ を n 次元空間から $L^{\perp}$ 上への正射影マトリクス，a を n 次元空間内のベクトルとすると次式が成り立つ．

$$d = P_L a,\quad r = P_L^{\perp} a \tag{5.30}$$

上式を式（5.28）に代入し，a を求めると

$$a = [KP_L + P_L^{\perp}]^{-1} f \tag{5.31}$$

上式を式（5.30）の第2式に代入することにより

$$r(x) = P_L^{\perp}[K(x)P_L + P_L^{\perp}]^{-1}f \qquad (5.32)$$

上式を利用すると目的とする形態解析は次のように定式化できる．$x = x_0$ を解形態とすると $K(x_0)d = f$ と $Cd = 0$ の両式が同時に満足される．このことは，式（5.28），（5.29）において $r(x_0) = 0$ を意味している．以上より

式（5.23）において，$r(x) = 0$ となる
x を求めよ．

具体例は文献[1]を参照していただきたい．

6. お わ り に

ここでは，「構造物の形態解析と創生」の内容を説明し，構造解析の基礎方程式に基礎を置く形態解析を紹介し，その背景を述べた．

構造物の形態設計は，構造解析（価値のある形態の変化の解析）をベースとして，経験によっておこなってきている．しかし，コンピュータの発達と最適設計の理論および逆解析の理論の進歩[19)~25)]によって，形態を直接目標とする解析がおこなわれるようになりつつある．

図12に示すように構造解析を秩序からカオスへの解析とすると，形態解析はカオスから秩序への解析と言うこともできる．解析の出発点となるカオス状態の定式化が困難なところに形態解析の困難さがある（解析的には高度な非線形性を持つ方程式の解析技術が不可欠となる）．

構造物の設計行為において，経験の内容を具体的に把握するためにも形態解析の今後の発展に期待したい．

（1994年10月11日受理）

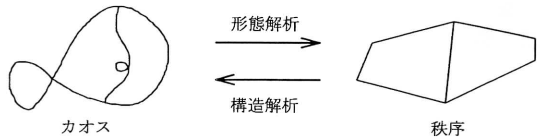


図12　構造解析と形態解析

参考文献

1) 半谷裕彦：空間構造の形態解析，生産研究，45巻9号，1993，pp. 23-29.
2) 半谷裕彦：空間構造における形態形成の数理，カラム，109号，1988，pp. 65-71.
3) 半谷裕彦，川口健一：形態解析，培風館，1991.
4) Hangai, Y., Magara, H., Okamura, K. and Kawaguchi,K.: Shape-Finding Analysis of Air-Supported Membrane Structures in the Process of Inflation, Proceedings of the International Symposium on Innovative Applications of Shells and Spatial Forms, Bangalore, India, 1988.
5) 宮崎賢一，川口健一，半谷裕彦：矩形板要素による膜構造の安定化移行解析，膜構造研究論文集，No. 4，1990，pp. 13-17.
6) 川口健一，那花謙二，半谷裕彦，鈴木悦郎：多角形の畳み込みに関する研究，日本建築学会大会学術講演梗概集，1992，pp. 1741-1744.
7) 石井一夫：膜構造の形状解析（形状決定問題）概説，膜構造研究論文集，No. 3，1989，pp. 83-107.
8) 安宅信行：膜構造の形状解析の線形理論について，膜構造研究論文集，No. 1，1987，pp. 7-18.
9) 大森博司，萩原伸幸，松井徹哉，松岡理：有限要素法による極小曲面の数値解析，膜構造研究論文集，No. 2，1988，pp. 1-10.
10) 本間俊雄，谷口弘子：トラッキング/ステアリング的機能を考慮した膜構造の初期形状決定支援可視化システム，第17回構造工学における数値解析シンポジウム論文集，1993，pp. 519-524.
11) 鈴木俊男，半谷裕彦：極小曲面の変数低減による有限要素解析，日本建築学会構造系論文報告集，第425号，1991，pp. 111-120.
12) 小田憲史，半谷裕彦：張力安定構造の自己釣合応力の導入法，日本機械学会，第4回設計工学・システム部門講演会講演論文集，1944，pp. 85-88.
13) Ramm, E.: Shape Finding Methods of shells, IASS Bulletin, Vol.33, No.109, 1992, pp. 89-99.
14) Isler, H.: The Quality of shell Design and Construction, IASS, Bulletin, Vol.32, No. 106, 1991, pp. 67-71.
15) 吉中進，半谷裕彦：任意形状シェルの形態決定法，日本機械学会，第4回設計工学・システム部門講演会講演論文集，1994，pp. 89-91.
16) 山川宏：最適化デザイン，培風館，1993.
17) 半谷裕彦：関富玲ホモロガス変形を制約条件とする立体トラス構造の形態解析，日本建築学会構造系論文報告集，Vol. 405，1989，pp. 97-102.
18) 半谷裕彦，原田和明：変位モード指定の構造形態解析法，日本建築学会構造系論文報告集，Vol. 453，1993，pp. 95-100.
19) 日本機会学会編：形態とデザイン，培風館，1993.
20) 藤本由紀，川崎恭治，山田道夫，早襲昌一，篠本滋：パターン形成，朝倉書店，1991.
21) 岡部菅行，.鈴木敦夫：最適配置の数理，朝倉書店，1992.
22) 日本機会学会編：逆問題のコンピュータアナリシス，コロナ社，1991.
23) 高木隆司：形の数理，朝倉書店，1992.
24) 加藤寛一郎：工学的最適制御，1988.
25) 久保司郎：逆問題，培風館，1992.