

メニスカスの形態解析

SHAPE FINDING OF MENISCUS

中 桐 滋*

Shigeru NAKAGIRI

古来、水は円形のかたちに従うと言われ、そのかたちは器のかたちと一致する。器に入っていない自由な液体のかたちは泡や滴として自然界には多く見られる。本稿では自由な液体のかたちを離散化モデルを用いて求める定式について解説し、その数値計算結果について検討を加える。

1. は じ め に

表面張力により器壁近くで湾曲している液体の自由表面はメニスカス (meniscus) と呼ばれている。本稿では、静止している泡、液滴のかたちおよびメニスカスを求める方法について解説する。ただし、メニスカスを少し広く解釈して、固体の器壁近くのみならず、他の液体近くの液体表面も取り扱う。ここでかたちを求めると称するのは、目から出る涙のかたちは涙滴型であるというような定性的表現を採ることではない。液体の体積および液体が付着している固体または液体の物性値が与えられているときに、液体表面の座標値を定量的に定めることを指す。

出来たものは仕方がないという立場にとどまれば、メニスカスや液滴のかたちを求めるのは単なる好奇心の満足に過ぎない。しかし、最近では工学においても液滴のかたちに注意を払う必要が出現しつつある。後述のように、地上では液滴のかたちは表面張力と重力に依存する。地上とは重力の異なる所、たとえば微小重力場の宇宙空間、でのメニスカスは地上のそれとは異なる¹⁾。宇宙で使用される液体内蔵の精密計器の機能を発揮させ、また不測の事態発生を防ぐためにメニスカスを求める研究が行われている²⁾。さらに、メニスカスの安定性も検討されている³⁾。一方、表面張力は温度により変化する。この性質を利用すれば、温度勾配をかけて表面張力を制御することにより、液滴のかたちひいては付着の制御が可能となる。金属の回収技術の一つに液滴への凝縮と滴下を利用する方法があり、その基礎として液滴の流動・成長とかたちが研究されている⁴⁾。これ等は、液体や軟体のかたちに工学的関心が払われている例である⁵⁾。

かたちを求める (shape finding) には数理的な方法と数値的な方法がある。本稿では、適宜の等式制約条件の下でのエネルギー最小の仮説に基づいて単一液滴のかたちやメニスカスを求める数値的手法を解説する。

2. 極小曲面の方程式

物のかたち (外形) とは表面のかたちである。また、面には平面と曲面があり、その広さは面積により表される。いま、曲面を記述する f がある領域 D 内で定義され、また二階微分が可能な連続実関数とすると、その面積 S は直交デカルト座標 x, y, z によれば式 (1) で表される。ここで、添字はそれによる偏微分を意味する。

$$S = \iint_D (1 + f_x^2 + f_y^2) dx dy \quad (1)$$

この面積汎関数の停留条件を表す Euler-Lagrange 方程式は式 (2) となり、極小曲面方程式と呼ばれている。

$$(1 + f_y^2) f_{xx} - 2 f_x f_y f_{xy} + (1 + f_x^2) f_{yy} = 0 \quad (2)$$

上記の方程式は幾何学的測度論から導き出され、曲面の勾配 (一階微分量) と曲率 (二階微分量) のみで決定されており、力学的な物性値は含まれていない。この偏微分方程式は非線形であり、指定された幾何学的境界条件に対する解を求めるのは解析的にも数値的にも一般には難しい。この方程式を満たす極小曲面として知られているのは平面、懸垂面、螺旋面、Schenk の曲面等の少数である⁶⁾。後述するが、表面張力係数が等方的で一樣な場合、表面積最小は表面張力最小と同等である。したがって、この場合は表面積最小のかたちは表面張力最小のかたちと同一となる。

体積が一定で表面積が最小のかたちは球である。この場合には、面内の体積 (これを以後容積と称する) が一定と

* 東京大学生産技術研究所 第 1 部

の制約条件が指定されているが、幾何学的境界条件は指定されていない。幾何学的境界条件が指定されている曲面のかたちの古い例は、幌馬車の幌や陣屋の帷である。これらの例では内部と外部が明確に仕切られていないので、内圧を保持できない。また、面を引き絞って、幌や帷の面積を最小にしてもいない。最近の例で工学的にも重要なのは、軽量で大スパン構造の形成に用いられる天幕や内圧をかけて形態を保持している気腔構造 (pneumatic structure) の壁膜であろう。前者は、幾何学的境界条件が指定されたただけの場合で、後者は幾何学的境界条件にさらに容積一定の制約条件が付加される場合である。前者は、一般的な膜構造の立場から面積最小の膜形態が解析されている⁷⁾。

3. 液膜のかたち

3.1 前提

空中に浮遊するシャボン玉は身近に見られる自由液膜の例である。微風等の擾乱が無いときにはシャボン玉は球となるはずである。シャボン玉は液膜が薄く、形成する石けん液自体の体積はシャボン玉の容積に較べて無視できる程小さく、液の重量も小さい。シャボン玉を作るには内圧を外圧より高くしなければならない。シャボン玉を赤道面で仮想的に切断して考えると、この内外圧の差圧はシャボン玉を膨張させようとする。この作用に拮抗してシャボン玉を一定容積で一つの球に保つのは液体の有する表面張力である。表面張力は絶対温度が零度のときは表面自由エネルギーと等しいので表面自由エネルギーとも呼ばれ⁸⁾、表面を小さくしようと表面に沿って作用するエネルギーで、温度依存性を示す表面張力係数と表面積の積で表される⁹⁾。要するに、液膜のかたちは表面積を小さくしようとする液体の表面張力と大きくしようとする内外差圧の釣り合いで定められ、その表面積は与えられた容積について最小となる。この釣り合いは Laplace の公式といわれる式 (3) で表される。

$$p_1 - p_2 = \alpha (1/R_1 + 1/R_2) \quad (3)$$

ここで、 p_1 と p_2 は内圧と外圧、 α は表面張力係数、 R_1 と R_2 は表面の任意の一点の液膜の第一および第二主曲率半径である¹⁰⁾。もしも内外差圧が無いとき、液膜は表面張力の作用で容積が零に縮退し、その表面積も零となろう。

3.2 表面張力最小化の定式

ここで、一定の内外差圧の下で、一定容積を保つ単体の液膜のかたちを求める定式を考える。液膜は単体で、固体または他の液体に接し、接触箇所のかたちが幾何学的境界条件 $g(x, y) = 0$ として指定されているとする。さらに、液体の蒸発と凝着は無視し、液膜の重量は一定で、しかも無視できるほど小さいとする。また、液体とその周囲の気体の間の表面張力係数は一定であるとする。

かたちを求める手掛かりには式 (2) と (3) があるが、指定された $g(x, y) = 0$ の境界条件の下で、これ等の方程式の積分によりかたちを解析的に求めるのは困難である。そこで、物質移動が無く、容積 V が一定値 C に等しく、静止している単一の液膜のかたちを離散化モデルにより数値的に求める定式を考える¹¹⁾。この前提の下では、表面張力が最小となるように液膜は形成されるとの仮定はおおむね妥当であろう。さらに、表面張力係数 α が等方的で一定値であると仮定すれば、表面張力最小の仮定は表面積最小の仮定と同じとなる。この仮定の下では、かたちを求めるのは変分法により等式制約条件の下での式 (4) の汎関数最小として定式化される。式 (4) の右辺第一項は液膜の表面積を S として表面張力を表し、第二項は μ を Lagrange 乗数として容積一定の等式制約条件を課す項である。この式の次元はエネルギーの次元と同一で、式に現れる物性値は表面張力係数のみであり、Lagrange 乗数の次元は圧力と同じとなる。

$$\Pi = \alpha S + \mu (V - C) \quad (4)$$

液膜の表面の離散化には、座標原点を液膜の囲む空間内に取り、表面を過不足無く覆う N 個の適宜のセグメントに分割する。図 1 は軸対称となることが自明な液膜 (たとえば、液膜の湧き口が円形である) のセグメント分割を示す。軸対称の液膜に関しては截頭円錐のセグメントを用い、セグメントをつなぐ線の位置を図中の白丸で表し、この白丸を節点と呼ぶ。この節点座標と適当な幾何学の公式により n 番目のセグメントの表面積 S_n および各セグメントと原点を結んで得られる空間の体積 V_n が算出できる。図 1 の

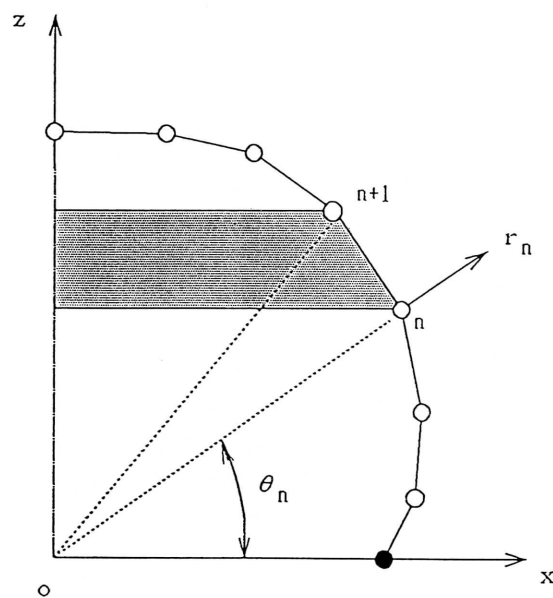


図 1 軸対称液膜の縦断面とセグメント分割

例ではセグメントは網掛け部分、セグメント対応空間は図中の点線で囲まれた部分となり、その面積と容積はそれぞれ下式で与えられる。この例では極座標系を用い、 n 番目の節点の方位角 θ_n は固定し、半径 r_n のみを未知量とする。

$$S_n = \pi (r_{n+1} \cos \theta_{n+1} + r_n \cos \theta_n) l_n \quad (5)$$

$$V_n = \frac{1}{3} \pi r_{n+1} r_n (r_{n+1} \cos \theta_{n+1} + r_n \cos \theta_n) \sin (\theta_{n+1} - \theta_n) \quad (6)$$

ここで、 l_n は式 (7) で定められる n 番目のセグメントの辺長である。

$$l_n = \sqrt{r_{n+1}^2 + r_n^2 - 2r_{n+1}r_n \cos(\theta_{n+1} - \theta_n)} \quad (7)$$

S_n および V_n の総和を取ることにより液膜表面積と容積を節点座標の関数として表すことができる。軸対称とはならない液膜（たとえば、湧き口が正方形である）の場合には、表面の分割には平面三角形のセグメントを用いる。いずれにせよ、節点座標が求められれば、かたちが求められたこととなる。ただし、表面の離散化が截頭円錐や平面三角形等の曲率を持たないセグメントで行われているとき、この定式で推定される表面は平面で構成されるので、推定曲面は滑らかさに欠ける。

式 (4) として構成された汎関数に基づいて未知量である節点半径と Lagrange 乗数を求めるために、汎関数の未知量に関する停留条件式 (8) と (9) を用いる。

$$\frac{\partial \Pi}{\partial u_n} = f(r_{n+1}, r_n) + \mu g(r_{n+1}, r_n) \quad (8)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \mu} = \sum_{n=1}^N V_n - C \quad (9)$$

この二式は容積一定の条件の下で表面張力の節点座標に関する変化率を零とする。したがって、表面張力が最小になると期待はするが、実際は極値となることしか保証されない。また、式 (8) と (9) は未知量 r_n と μ のやや複雑な非線形連立方程式である。これを解くために、未知量をその推定値と微小未知量 Δr_n と $\Delta \mu$ の和として式 (10) および (11) と表す。上付きの棒記号は推定値を示す。

$$u_n = \bar{u}_n + \Delta u_n \quad (10)$$

$$\mu = \bar{\mu} + \Delta \mu \quad (11)$$

この線形化により、微小未知量の決定方程式が連立一次方程式 (12) として導き出される。対称な係数行列 $[A]$ と右辺ベクトル $\{b\}$ は推定値の関数で既知量となり、 $\{x\}$ は未知量を配列したベクトルである。

$$[A] \{x\} = \{b\} \quad (12)$$

そして、この求解で求められた未知量によって推定値を式

(10) と (11) として更新し、この更新を $\{b\} = \{o\}$ 、したがって $\{x\} = \{o\}$ となるまで反復する。この解法を以後逐次線形化解法と呼ぶ。

上述のように定式本体は簡明直截である。しかし、実際の数値計算に際しては少々の工夫を要する。たとえば、座標原点を液膜内にとるので、節点の半径は常に正值でなければならない。この条件を満たすために、 $r_n = u_n^2$ の変数変換により未知量を u_n に変えている。一方、式 (5) の S_n の定義式や式 (8) の $f(r_{n+1}, r_n)$ 等から式 (12) の $[A]$ および $\{b\}$ を作成するのは冗長なので、人手だけに頼るときに混入する誤記等を避けるために、数式処理を利用している。

3.3 数値計算結果

図 2 は上述の定式で推定した容積が 37.7 mm^3 , 127 mm^3 , 286 mm^3 , 644 mm^3 および 1449 mm^3 の水膜縦断面を内側より順次示している。前述の逐次線形化解法が一つの容積について収束に要した反復回数は数回であった。この水膜は半径 6 mm の円縁に固定してあるので、そのかたちは軸対称になるとして、片側のみが図示されている。以下の軸対称のかたちも同様に片側のみ表示とする。表面張力係数は水温 20°C の水膜がテフロン台上にあるとして $\alpha = 0.0728 \text{ N/m}$ とする。水膜の縁の半径を固定せず自由にすると、水膜のかたちは球となる。その計算結果では、容積が $C = 1450 \text{ mm}^3$ のときの球半径と 7.05 mm , Lagrange 乗数値は 20.8 MPa である。この球半径を式 (3) に代入すると内外差圧は 20.7 MPa となる。この一致は定式と計算の妥当性を示すとともに、式 (4) の Lagrange 乗数は一定容積を保つために要する内外差圧と等しいことを意味している。

図 3 は湧き口が一辺 12 mm の正方形で容積が 28.5 mm^3

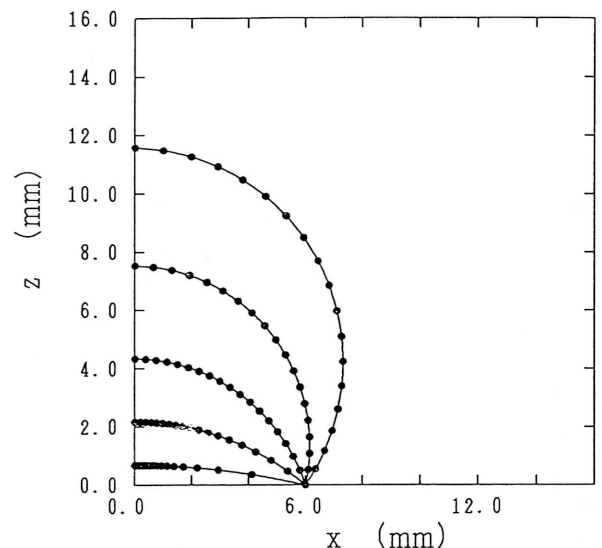


図 2 縁が円に固定された軸対称水膜の縦断面

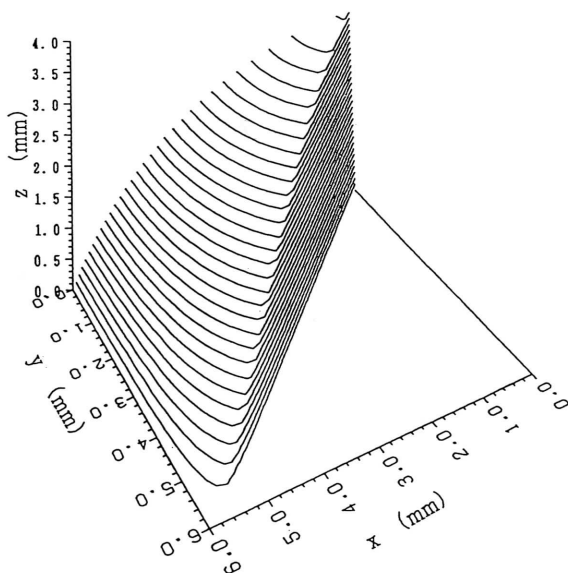


図3 縁が正方形に固定された水膜の等高線図

である水膜のかたちを等高線で示している。かたちの対称性から正方形の1/8のみを計算の対象領域とし、表面分割は420個の平面三角形セグメントによる。図4はこの水膜の中心線（図心を通り、縁に平行な x - z 断面）と対角線の縦断面を示す。対角線位置では二つの縁からの表面張力の影響で水膜は縁側に引き下げられ、膜面の曲率中心は水膜の外側に出ている。上述の定式は、このように Gauss 曲率が負となるかたちの推定も可能であり、また境界条件が二箇所以上で指定されている液膜のかたちも求められる¹²⁾。

上述のように式 (4) の汎関数に基づいて液膜のかたちが求められる。この定式では、表面張力係数は等方的で一定であると仮定されている。一方、ある種のゴムは大変形時には反力が負荷によらずほぼ一定となる。ゴムのこの性

質（バネで言えば constant force spring）は表面張力による変形挙動と類似している。したがって、内圧が低い膨張開始時のゴム膜のかたちの推定には本定式は応用できないが、内圧が高い気球等の膜構造のかたちの推定には利用可能と思われる。さらに、式 (4) の汎関数を表面張力係数で除して面積次元の汎関数に変えれば、容積一定で面積最小のかたちを求めるのに応用できる。このときは、Lagrange 乗数の示現量は圧力ではなく曲率となる。

4. 単滴のメニスカス

4.1 重力エネルギーによる汎関数の補正

前章では膜厚が薄いとして液膜の自重を無視した定式を示した。液滴の場合は、滴の表面が囲む空間内にはその重量が無視できない液体が詰まっている。したがって、表面張力がいくら強くても体積が零に縮退せず、水銀のようにかたちが球に近くなるのみである。一方、表面張力が非常に弱く重力の影響のみが顕著であれば、液滴のかたちはその重心が低くなるように定まると考えられる。したがって、液滴のかたちは表面張力による球形化と重力の作用による平坦化の拮抗により定められると仮定できる。この拮抗の定式は、式 (4) の汎関数を修正し、体積一定の条件下で表面自由エネルギーと重力エネルギーの和が最小となるとして式 (13) で表される。本章で取り扱うのは、前章と同様に、物質移動が無く、固体表面上に静止している単一の液滴のかたちである。

$$\Pi = \alpha_L S + (\alpha_{SL} - \alpha_S) S_0 + \rho g \sum_{n=1}^N V_n Z_n + \mu (V - C) \quad (13)$$

ここで、 α_L は液体と外界気体の間の、 α_{SL} は液体と固体間の、 α_S は固体と外界気体間の表面張力係数、 S_0 は液滴と固体の接触面積（これも未知量となる場合もある）、 ρ は液体の質量密度、 g は重力加速度、 V_n は式 (6) 等で算

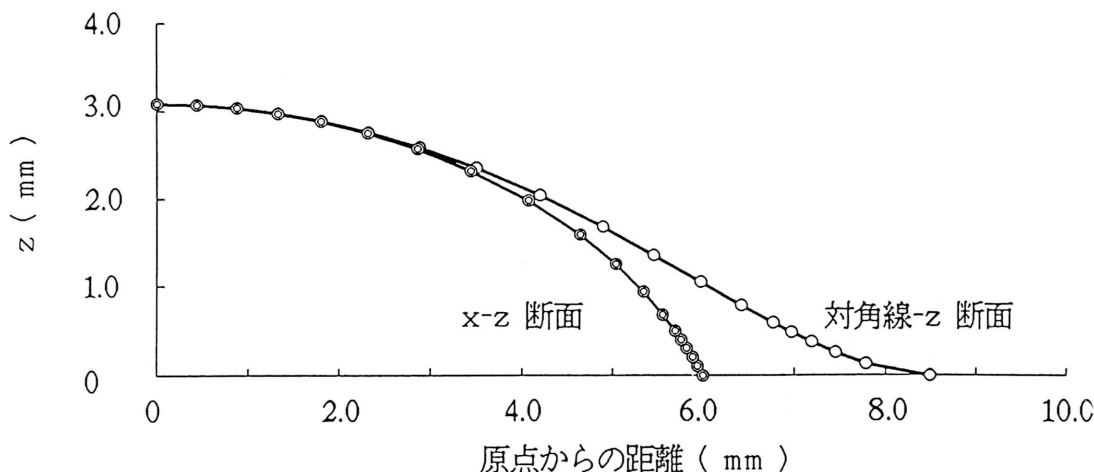


図4 正方縁の水膜の中心線と対角線の縦断面

出されるセグメント対応空間の体積, Z_n はある規準面から測ったセグメント対応空間の重心高さである. 式 (13) 右辺の第一項と第二項が液滴の表面張力, 第三項は重力エネルギーを表している. 一方, 液滴の周縁における固体, 液体, 外界気体の表面張力の平衡から液体と固体間の接触角を β とすると Young の方程式 (14) が導き出される¹⁰⁾. この関係を用いれば式 (13) から α_{SL} と α_S が消去され, 液滴のかたちを求めるに要する物性値は表面張力係数 α_L , 接触角 β および質量密度 ρ のみとなる.

$$\alpha_{SL} - \alpha_S + \alpha_L \cos \beta = 0 \quad (14)$$

前章で述べたように, 液滴表面をセグメントに分割し, 節点座標を未知量としてこの汎関数の停留条件を書き下し, さらにその逐次線形化による求解から液滴のかたちが求められる. また, 回転平板中心に付着している液滴のように質量 m が $mr\omega^2$ の遠心力を受ける場合のかたちを求めるときには, 遠心力のポテンシャル $-mr^2\omega^2/2$ の寄与分を式 (14) で補正すればよい¹³⁾.

4.2 数値計算例

図 5 はテフロン台上に盛り上がる軸対称水滴の縦断面を 4.7, 10.6, 35.8, 120.7 mm^3 の体積に対して示す. これ等は, 前記の表面張力係数と 1 gr/cm^3 の質量密度は一定として, 軸対称を前提として求めたものである. 前述の逐次線形化解法はおおむね 10 回以内の反復で収束していた. この数値計算例では, テフロン台の水滴半径は無制約 (接触面積 S_0 を未知量) とする一方, 水とテフロン間の接触角は 108 度を入力している⁹⁾. この入力に対する計算結果の接触角は約 106 度となり, この一致は液滴のかたち推定の定式と数値計算の妥当性を示している.

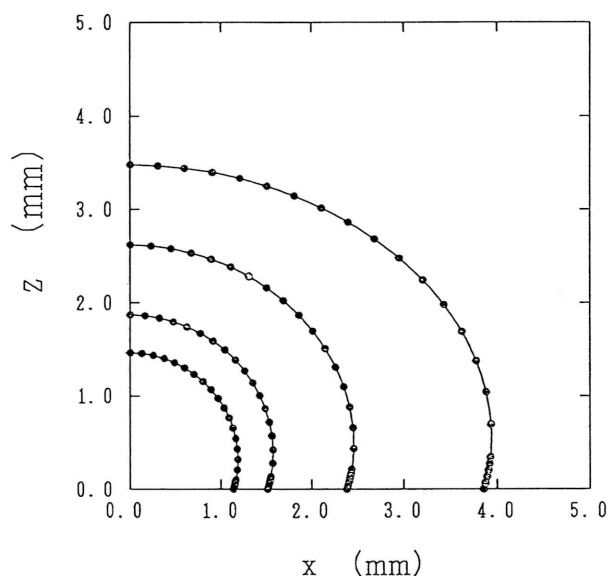


図 5 静止テフロン台上の軸対称水滴の縦断面

図 6 はテフロン台の下に垂れ下がる軸対称水滴の縦断面を 4.7, 10.6, 35.8 mm^3 の体積について示す. 台上にある水滴の重心位置はテフロン台面の下には下がりませんが, 台下にある水滴の重心位置には下限がない. このため, 図 5 と図 6 で同体積の水滴のかたちを比較すると, 垂下水滴はほっそりしていることがわかる.

図 7 は回転する黒鉛平板上にあり体積が 56.5 mm^3 の水滴に及ぼす回転角速度の影響を軸対称水滴の縦断面の違いにより示している. 回転角速度は縦断面の上から順に 0, 30, 60, 90, 100, 103 rad/sec である. この図は回転を始めたときに水滴が平坦化する様の時刻歴の解析結果ではなく, 各角速度で定常回転しているときの縦断面を示している. この数値計算例では, 水と黒鉛の接触角 (無回転のとき) を 86 度とし⁹⁾, 水滴の重心は回転軸上にあるとしている. 当然のことながら, 角速度が大きいほどかたちは平坦になり, 回転軸の近傍で凹みが現れている.

以上の数値計算例は, いずれも前述の逐次線形化解析法によるので, その結果は推定値の与え方に依存する. しかしながら, かたちの初期推定を同じ体積の半球または円錐としても, 最終的には同じかたちが得られたので, 本計算例の範囲内では初期値依存性は弱いと推測される. 一方, 液膜の容積または液滴の体積, もしくは回転角速度が大きいときは, 逐次線形化解法の収束解が得られなくなり, 解が発散した. 一方, 自然界には直径が 3 cm もある水滴が静止台上にも安定には存在していないし, 少し大きくなれば台下の水滴は落下してしまう. これは表面張力で支えられる重量には上限のあることを意味している. 前述の定式による解は, エネルギーの停留条件に基づいているが, 力の釣合を満たす保証はない. 汎関数の第一変分にも注目し,

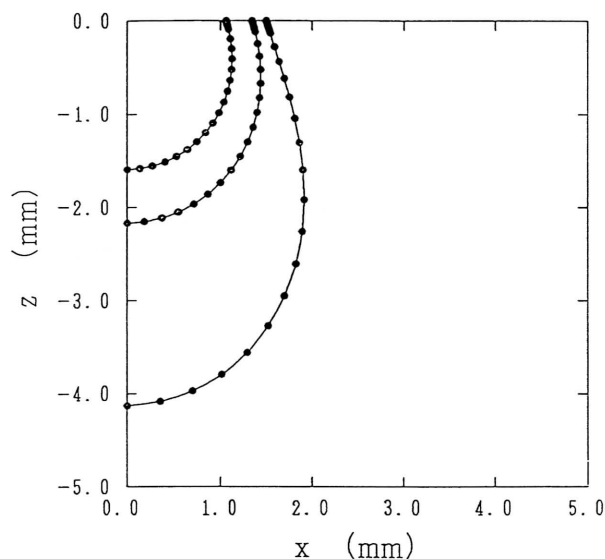


図 6 静止テフロン台下の軸対称水滴の縦断面

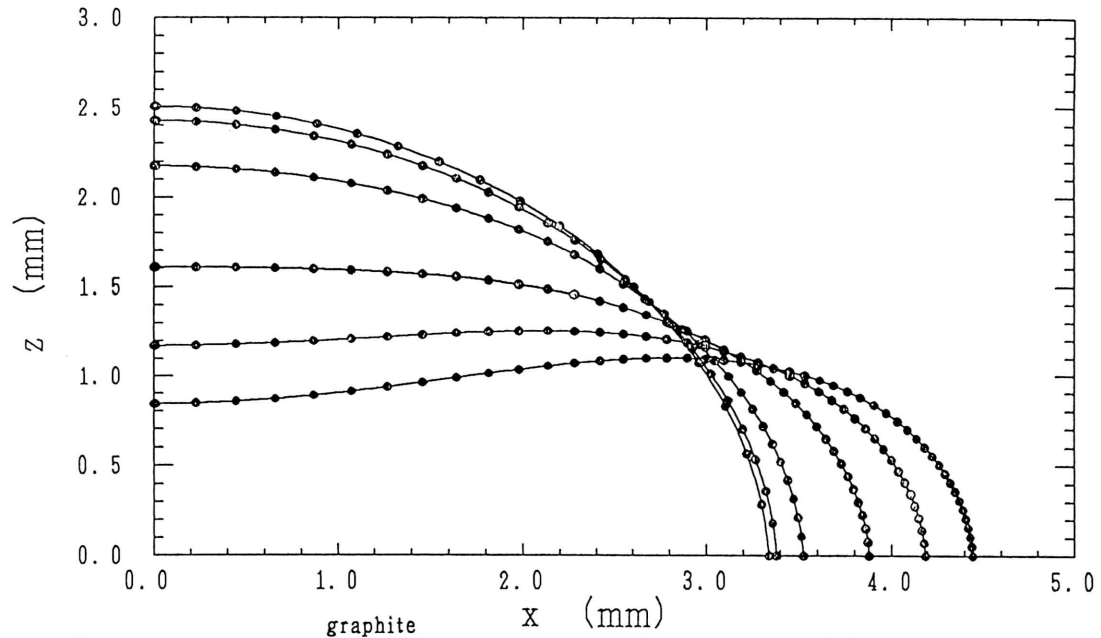


図 7 回転黒鉛平板上の軸対称水滴の縦断面

第二変分を等閑視しているの、かたちの安定を判定することも出来ない。今のところ、逐次線形化解法で収束解の得られる限界の体積または容積が自然界で安定に存在し得る最大の液滴や液膜の値に対応している否かは不明である。

5. 複滴のメニスカス

5.1 二液体に対する汎関数の補正

微小重力場での液体の取り扱い、重力場と異なり、注意を要すると想像される。毛細管現象が想像以上に激しく現れたり、二種の液体が付着して分離が困難になる場合もあろう。本章では、無重力場で液体1と液体2が付着しているときのかたちを液体1の体積が液体2の体積に較べて

非常に大きい場合 A と同程度の場合 B について調べる。ただし、両液体は静止し、また互いに拡散しないと仮定する。物性値は等方的で一定であるとし、場合 A では図 8 の、場合 B では図 9 の軸対称のセグメント分割を用いる。無重力場を仮定するので汎関数は式 (4) と同様に重力エネルギーの寄与を無視するが、液体が二種類あるので、汎関数を場合 A と場合 B についてそれぞれ式 (15) および

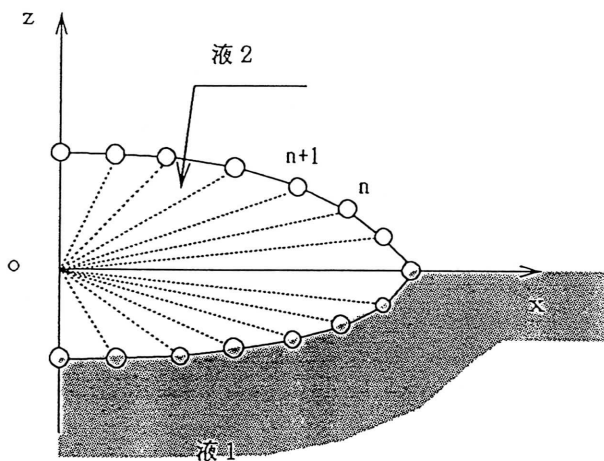


図 8 多量の液体1に付着する液体2のセグメント分割

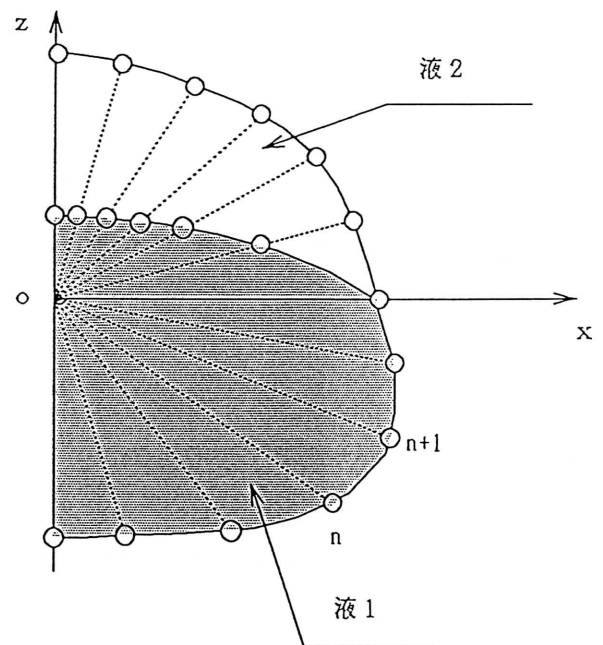


図 9 ほぼ同量の液体1と液体2のセグメント分割

式 (16) と補正する.

$$\Pi = \alpha_{12} \sum_{n=1}^{N-1} S_{12n} + \alpha_2 \sum_{n=M}^{N-1} S_{2n} - \alpha_1 S_0 + \mu \left(\sum_{n=1}^{N-1} V_{2n} - C \right) \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \Pi = & \alpha_1 \sum_{n=1}^{N_1-1} S_{1n} + \alpha_{12} \sum_{n=1}^{N_{12}-1} S_{2n} + \alpha_2 \sum_{n=1}^{N_2-1} S_{2n} \\ & + \mu \left(\sum_{n=1}^{N_1+N_{12}-2} V_{1n} - C_1 \right) + \mu_2 \left(\sum_{n=1}^{N_{12}+N_2-2} V_{2n} - C_2 \right) \end{aligned} \quad (16)$$

ここで, S と V はセグメントの表面積と対応空間の体積, C は指定体積, 添字 1 と 2 はそれぞれ液体 1 と液体 2 を示し, n は n 番目のセグメントを意味する. 場合 A では総節点数を N , 液体 1 と液体 2 の界面のセグメント数を $M-1$ とし, S_0 は界面の面積である. 液体 1 は体積が無限大として, セグメント分割は行わず, 外界気体と接する表面は平面として取り扱う. 場合 B では外界気体に接する液体 1 のセグメント数を N_1-1 , 液体 1 と液体 2 の界面のセグメント数を $N_{12}-1$, 外界気体に接する液体 2 のセグメント数を N_2-1 とし, α_{12} は液体 1 と液体 2 の間の界面張力係数である. この汎関数に関して節点座標を未知量とし, 逐次線形化解法でかたちを求めるのは前章と同様である.

式 (15) と (16) の汎関数でかたちの推定が可能である

のは, 二液体が混り合ず, また液体 2 が液体 1 の表面上で拡張しない場合である. 拡張するか否かは式 (17) の拡張係数 γ の正負で判定される.

$$\gamma = \alpha_1 - (\alpha_2 + \alpha_{12}) \quad (17)$$

拡張係数が負のときのみ, 液体 2 は液体 1 の表面上で拡張せず¹⁴⁾, そのかたちは軸対称のレンズ状となろう.

5.2 水と n-hexadecane の形成するメニスカス

二液体が形成するメニスカスを前節の定式により求める. 互いに不溶で, 拡張係数が負となる水と n-hexadecane の組み合わせを取り上げる. n-hexadecane の表面張力係数は 0.0300 N/m で, 水との界面張力係数は 0.0521 N/m とする¹⁵⁾. 二液体が付着する機構を論じるのが本章の趣旨ではない. ある体積を有する二液体が付着している (界面を通じて一旦付着すれば, 界面張力により二液体は分離しない) とし, そのメニスカスを求めるのである.

図10は, 場合 A に対応する例で, 多量の水の表面に付着する体積 75.4 mm³, 382 mm³, 1932 mm³, および 9783 mm³ の n-hexadecane のかたちを内側から順に縦断面で示す. また, 図11は場合 B に対応し, 体積 75.4 mm³ の n-hexadecane に付着する体積 1.2 mm³, 5.9 mm³, 29.8 mm³, 151.0 mm³ の水のメニスカスを一点鎖線, 点線, 破線, 実線で示す. 外界気体と二種の液体の間の表面張力と二液体間の界面張力の三張力を単位長さあたりで表すベクトルは閉じて, Neuman の三角形と呼ばれる三角形を作る⁹⁾. これは, 三角形の頂角が一定となることを意味している. 一方, 図10と図11の数値計算結果においては,

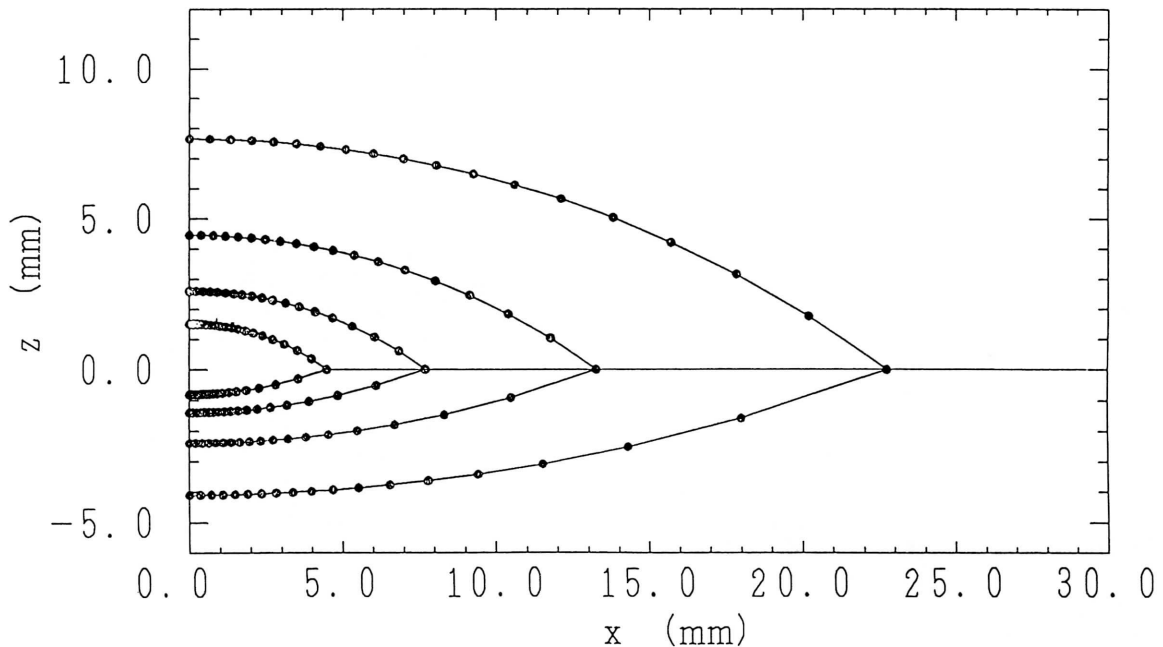


図10 多量の水に付着するn-hexadecaneのメニスカス

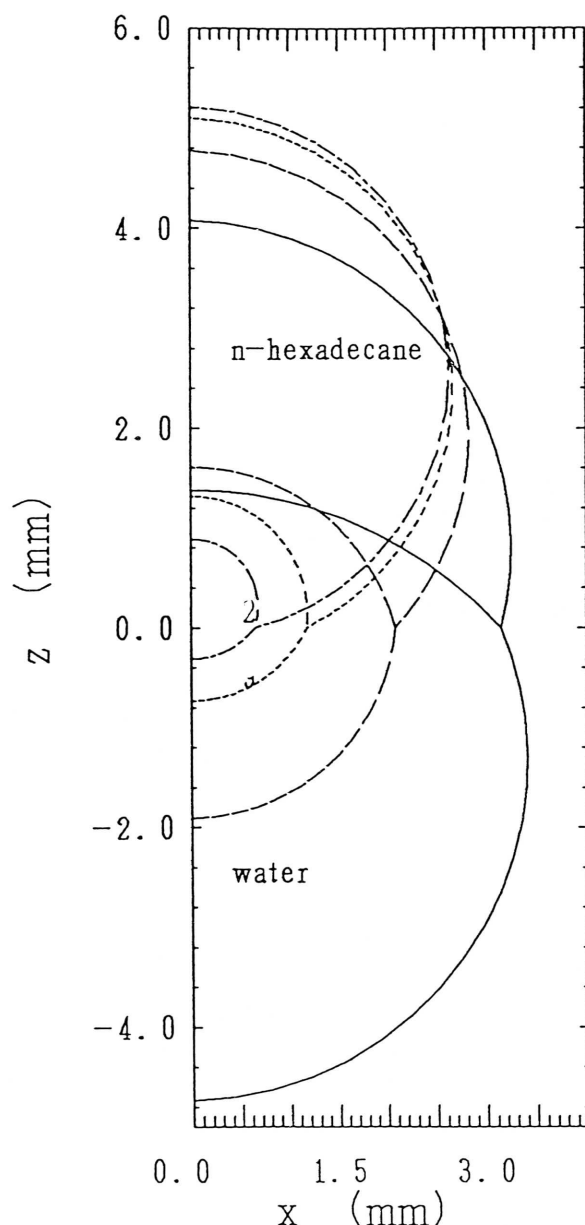


図11 ほぼ同量の水とn-hexadecaneのメニスカス

n-hexadecane の表面および水との界面のなす角は体積によらず55度で、Neuman の三角形が形成されている。これは本数値計算の妥当性を示唆している。

6. お わ り に

本稿では、体積一定の等式制約条件の下でエネルギー最小の仮説に基づいて静止した液膜のかたちと液滴のメニスカスを求める定式を解説し、数値計算を通じてその妥当性を検討した。固体力学と流体力学は工学と工業の広い分野

で応用されているので、これまでに詳細な研究が数多く蓄積されている。一方、固体と流体の中間に位置する軟体は工業上の応用が現在では乏しいので、その力学はほとんど研究されていない。本稿では、軟体の一種である液体のかたちの求め方について静力学の観点から述べた。軟体の動力学、特にその固有振動モードの研究は今後の課題と考える。本稿の内容は東京大学大学院 工学系研究科 博士課程学生 中西 康彦君が修士課程在学中に行った研究の一部である。数値計算等に尽力された同君および流体力学に関して有益な討論を頂いた本所 佐藤 裕助手に謝意を表します。

参考文献

- 1) 東 久雄：微小重力下の流体現象，日本機械学会誌，97巻，910号（1994），pp. 764-766.
- 2) Nakayama, T.: Static Meniscus Configuration in Axisymmetric Containers under Low-gravity Condition, Trans. Japan Soc. for Aeronautical and Space Science, Vol. 34, No. 6 (1992), pp. 212-215.
- 3) 古口日出男，高村祥司，矢田敏夫：平行円板間の液膜の破断におけるメニスカス不安定性（第一報，乱れの成長に関する実験），日本機械学会論文集 B 編，56巻，522号（1990），pp. 417-423.
- 4) 塩田和則，橋立良夫，野中重夫：表面張力を伴う液滴成長過程の流れ解析，日本機械学会論文集 B 編，57巻，540号（1991），pp. 2732-2739.
- 5) 中桐 滋：軟体のかたちと力学，日本学術会議シンポジウム MACHINA SAPIENCE 機械・人間・自然の調和予稿集，（1994），pp. 25-32.
- 6) F. モーガン著，儀我美一監訳：石けん膜の数理解析—初学者のための幾何学的測度論，共立出版，（1990）.
- 7) 鈴木俊男，半谷裕彦：極小曲面の変数低減による有限要素解析，日本建築学会構造系論文報告集，425号（1991），pp. 111-120.
- 8) 渡辺信淳，渡辺 昌，玉井康勝：表面および界面，共立出版，（1988）.
- 9) 小野周著：表面張力，共立出版，（1981）.
- 10) Landau, L. D. and Lifshitz, E. M.: Fluid Mechanics, Pergamon Press, (1982).
- 11) 中桐 滋，中西康彦，吉川暢宏：軟体形状の離散化モデルによる数値的推定，日本機械学会論文集 A 編，57巻，541号（1991），pp. 2104-2109.
- 12) 中桐 滋：離散化モデルと構造シンセシス，培風館，（1992）.
- 13) 中西康彦：離散化モデルによる形態及び固有応力解析，東京大学大学院 工学系研究科 機械工学専攻 修士論文，（1992）.
- 14) 中垣正幸：表面状態とコロイド状態，東京化学同人，（1968）.
- 15) D. J. ショウ著，北原文雄，鈴木幸一郎訳：コロイドと界面の化学，広川書店，（1983）.