

塑性加工の数値解析・現状と課題

Numerical Simulation of Metal Forming Processes

—Present Status and Problems—

木 内 学*

Manabu KIUCHI

発展を続ける塑性加工の数値解析技術のうち、各分野で主要な役割を担っている剛塑性有限要素法、上界法、エネルギー法、スラブ法について、解析・計算技術に関する研究の現状とそれらの利用状況を説明し、併せて、圧延、押し出し、引抜き、鍛造分野でこれまでに得られた成果の概要を紹介する。

1. はじめに

近年、塑性加工各分野における数値解析技術および数値実験技術の進歩には目覚ましいものがある。圧延、押し出し、引き抜き、鍛造、深絞り、張り出し、曲げ、矯正、あるいは、各種機械部品等の生産の場で、主として有限要素法、上界法、エネルギー法を用いた数値シミュレーション技術の応用が急速かつ広範囲に進み、(1)被加工材の部分的・全体的変形挙動の解明、(2)製品の形状・寸法精度の予測、(3)加工条件が製品に与える各種影響の解明、(4)工具に加わる負荷の把握、(5)工具変形の定量的予測、(6)製品の機械的特性や残留応力分布の推定、などがさまざまな角度から試みられている。さらに、それらの成果を利用した、(1)ロール・金型・その他治工具の最適設計、(2)パススケジュールや加工工程の合目的化および高効率化、(3)新しい加工方式・加工機・加工システムの開発支援、(4)加工機・加工プロセスの高機能化に要する技術データの作成、(5)製品品質の高度化と品質つくり込み技術の開発、などが続けられている。本稿では、塑性加工時の被加工材の変形挙動の解析技術の現状と、これまでに得られている各種の成果、あるいは今後の課題について述べる。

2. 解析技術の概況

塑性加工時の被加工材の変形挙動の解析に際し、塑性力学的諸条件、すなわち降伏条件・釣合条件・流動法則・境界条件、などをすべて満足する応力・ひずみあるいは変位・速度の正解を求めることは一般に非常に困難であるため、多くの場合、その近似解を得る努力がなされる。

近似解析法としては、(1)スラブ法、(2)エネルギー法、(3)す

べり線場法、(4)上界法または上界接近法、(5)有限要素法、(6)境界要素法、などがあるが、それぞれ、数学的処理の難易、適用範囲の広狭、解析計算に要する時間、得られる結果の質および量、などについて長所・短所を有しており、目的に応じて使い分けられている。

それらの中で、現在、広く用いられているのは、スラブ法、上界法（エネルギー法）、剛塑性有限要素法（以下剛塑性 FEM）である。

被加工材を分割してスラブ要素を設定し、各スラブ要素内での変形と応力の一様性を仮定するスラブ法の応用にはおのずと限界があるが、たとえば、棒線材の引き抜きや板材圧延の分野へのスラブ法の導入はきわめて大きな成功を修め、現在の先進的な引き抜き技術や圧延技術も、その基礎はスラブ法の活用によって確立されたと言っても過言ではない¹⁾。さらに今なおその高度利用技術の開発が進められており、スラブ法の有用性は少しも失われていない。

上界法または上界接近法、あるいは一般性を有するエネルギー法は、塑性力学における「第 2 変分原理」すなわち「上界定理」を用いて、剛塑性体近似した被加工材の変形・加工に要する荷重、変位増分または速度分布等を求める手法であり、Hill による基本的な定式化が示された後²⁾、逐次理論的な拡張が図られ³⁾、あわせて、押し出し、引き抜き、鍛造加工時の変形・加工問題に広範な適用が試みられるなど、各種の塑性加工過程の数値シミュレーション技術として大きな役割を果たしてきた。

さらに、コンピュータの利用環境の発達とともに、上界法の応用技術も急速に進み、現在、塑性加工各分野において、必須の要素技術となっている（図 1 参照）。特に、(1)解析の実行が容易であり、短時間で結果が得られる、(2)解析の過程および結果が直観的に理解しやすい、(3)解析

*東京大学生産技術研究所 第 2 部

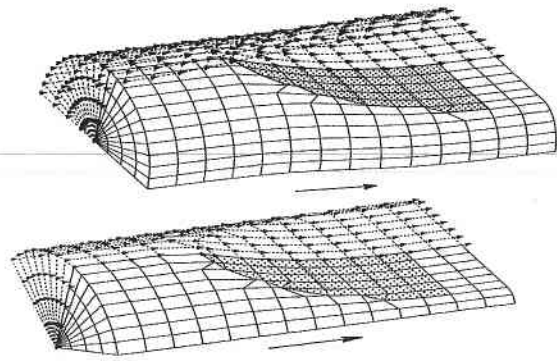
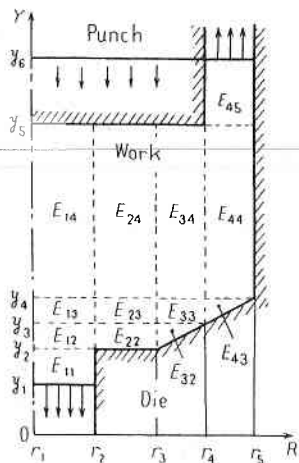


図2 剛塑性 FEM による棒・線圧延の解析例

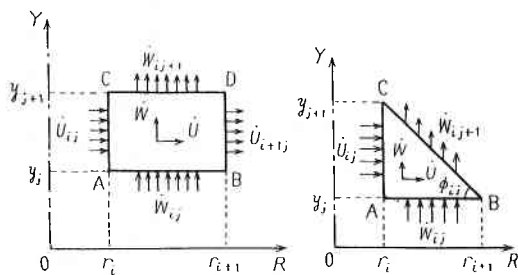


図1 上界法の応用：UBETによる前後方押し出しの解析

手法としての柔軟性と汎用性がある、などの面から、将来へ向けて依然として高いポテンシャルを有する解析技術と考えることができる。

有限要素法の塑性加工への適用は、1970年代前半の剛塑性 FEM の提案により本格的に始まった⁴⁾。以来、その応用は、(1)平面ひずみすえ込み、軸対称すえ込み、などの単純なすえ込み加工の解析から、(2)各種平面ひずみ鍛造、同圧延、同押し出し、あるいは各種段付軸等の軸対称鍛造および押し出しの解析、(3)次いで多段鍛造や多パス圧延の近似(擬)3次元解析、(4)続いて完全3次元圧延解析、同鍛造解析、同じく押し出し解析、(5)さらにまた複雑形状品の3次元板成形の弾塑性解析などへ向かって拡張されてきた。その過程で、各加工プロセスあるいは被加工材の変形に関する種々の数学モデルや計算手順に関する検討も進んだ。その結果、従来の解析技術では考えられなかった有用な成果が得られるようになり、その利用技術、応用技術はさらに高度な目標に向かって進展しつつある。

3. 剛塑性 FEM 応用技術の現状

上記剛塑性 FEM には、現在、基礎となる理論の構成および数値解析手法に関連して、いくつかの異なる手法が導入されている⁵⁾。

理論構成の手法としては、(1)「仮想仕事の原理」を利用し、Hill の General Method を離散化して解く方法、(2)剛

塑性材料については「エネルギー関数」(汎関数)を最小にする速度場が正解であるとする「変分原理」を用い、その停留条件を表す積分方程式を解く方法、とがある。

さらに、被加工材の体積不変の拘束条件の処理方法についても、(1)Lagrange の未定乗数法を用いる方法、(2)被加工材の構成式に体積の変化を許容する「圧縮特性」を導入する方法⁶⁾、(3)いわゆる「ペナルティ法」を用いる方法、がある。

以上の理論・手法の枠組みは、その適用範囲や得られる解の特性にも影響を与えるため、解析対象、目的、種々の制約条件を勘案して選択することが重要である(図2参照)。同様な意味で、被加工材の要素への分割方法の選択も重要である。要素と分割方法の選択に際しては幾何学的な関係や制約条件だけでなく、形状関数の形、さらには方程式の積分方法をも含めて検討する必要がある。

実際の解析に際しては、以上に述べた理論および数値計算手法にかかわる問題以外に、物理モデルの構成にかかわる問題、数値計算技術にかかわる問題、境界条件の取り扱いにかかわる問題がある。すなわち、(1)摩擦力のモデル、摩擦応力の算出方法、中立点の取り扱い方、固着・すべりの判定方法、(2)連立方程式の収束解法、収束の効率化、収束判定条件、(3)定常変形の判定方法、判定条件、(4)変形・非変形の判定条件、変形・非変形領域の設定方法、(5)境界条件の設定方法、境界条件の内容、(6)被加工材と工具あるいはロールとの接触判定方法、判定条件、(7)加工荷重・加工トルクの計算方法、(8)リメッシングの必要性の判定方法、リメッシング技術、(9)被加工材の構成式、機械的特性、その他必要な材料定数、(10)解析にかかわる数値情報・画像情報の処理技術、マン・マシンインターフェース、などの問題に対応していく必要がある。

これらのモデルや考え方およびそれらの処理方法については、現在、各研究者の間にかなり相違があり、得られた結果を相互に比較評価する際に、さまざまな面で障害となっている。剛塑性 FEM の利用をさらに促進するために

は、これらの各問題についても組織的・系統的な検討あるいは解析結果の整理を行い、最も適切な考え方や手法の採用、データの共通化、共有化などを進める必要がある。

4. 上界法応用技術の現状

1970年代後半以降、上界法の応用技術もきわめて大きな転換を遂げてきた⁷⁾。衆知のように、上界法による解析は、「第2変分原理」に基づき、(1)被加工材の変形挙動を数学的に表示(近似)する動的可容速度場(以下、単に速度場という)の構成と、(2)それに基づく内部仕事率・せん断仕事率・摩擦損失などを含む全変形仕事率の計算、ならびに(3)その変形仕事率の最小化を達成するための速度場の修正・最適化、などの数学的な手続きを含んでいる。

このうち、全変形仕事率の計算には、(1)塑性変形域や想定された速度不連続面あるいは工具面における内部仕事率、せん断仕事率、摩擦損失算出のための積分の実行、速度場の最適化に関しては、(2)いわゆる多変数関数の極値問題を解く必要がある。数値計算技術の積極的な活用が可能となる以前には、これらの解析・計算処理を可能とするために、上界法応用の基本となる速度場の構成に種々の制約が加わり、またその適用範囲も限定されることになり、上界法そのものの評価を低める結果となっていた。

しかしながら計算機の利用環境の進展と共に、上述の仕事率関数の積分や最適解の導出には、さまざまな数値計算法を導入することとし、代わりに速度場の構成に際しては、被加工材の変形挙動の特徴をできるだけ適確に表現しようとする考え方が主流になってきた(図3参照)。これによって、上界法による解析精度およびその適用範囲は大幅に改善される結果となり。かつて、上界法はごく限られた問題を対象とするいわば初歩的な解析手法であり、特に被

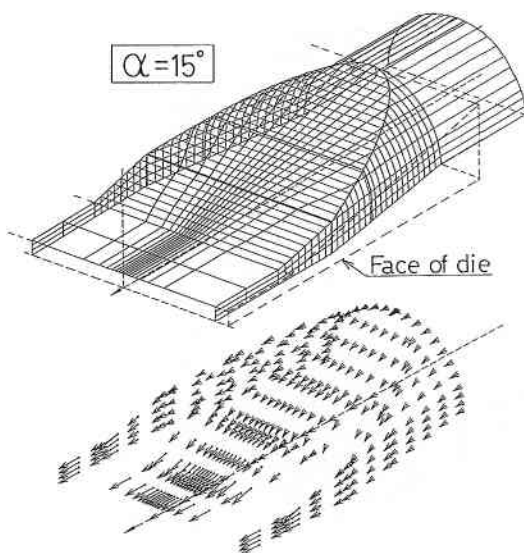


図3 押し出し加工解析の速度場の例

加工材の変形挙動を精度よく推定し予測する目的にはなじまないものと考えられてきたが、このような応用技術の転換により、その内容は大きく変化し、他の解析手法と比較して、多くの分野においてその優位性を主張できるようになった。現在、種々の塑性加工分野において、被加工材の三次元変形、非軸対称変形、加工限界、各種欠陥の発生限界の解明など、他の解析手法では処理できない問題への適用も進み、多くの成果が得られつつある。

5. 圧延の3次元解析

1980年代に入って、3次元剛塑性FEMによる圧延の数値解析が本格的に試みられるようになり、実用に供し得る成果が得られるようになった^{8)~11)}。特に板材圧延については、(1)エッジドロップを含む圧延後の板形状(クラウン)の詳細な予測、(2)板形状の制御機能の高度化を目指して考案された各種の圧延機および圧延ロールの機能の解明、(3)圧延ロール、圧延工程、圧延条件の最適設計および効率的操業に要する技術データの整備、等を目指して多くの研究が行われてきた(図4参照)。

さらに1990年代に入ると、ロールの弾性変形解析と3次元剛塑性FEMによる被圧延材の塑性変形解析とを結合した連成解析システムを構築し、これを用いて、多段圧延機による薄板圧延について、圧延後の板クラウンに与える圧延条件の影響を詳細に調べる研究なども積極的に行われるようになった。それらの結果として、(1)ワーカーロールシフトによる板クラウン制御効果、(2)ワーカーロール小径化によるエッジドロップ低減効果、(3)ワーカーロールの水平面内ベンディングのエッジドロップ低減効果、(4)クロスロール圧延の板クラウン制御効果、などが解明され、新形式圧延機や新圧延方式の開発が大きく進展した^{12)~15)}。

さらに、3次元弾性FEMによるロール表面の扁平変形解析をも導入して、熱間圧延時の板クラウンの変化を詳細に解析し、実測値との対比を通して、実用に供し得るレベルの精度を有する圧延板材の形状予測が可能であることも報告されている¹⁶⁾。

ところで、薄板の冷間圧延では、ロールの出口近傍での被圧延材の弾性変形挙動の影響が無視できない場合も多く、

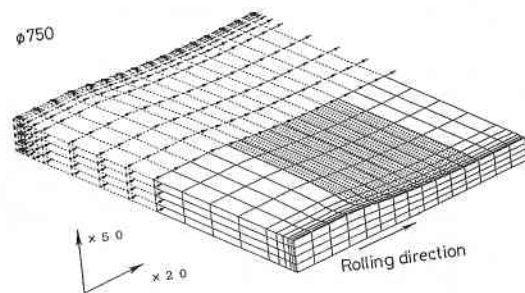


図4 板圧延の3次元解析・板クラウンの予測(例)

3次元弾塑性 FEM の導入の必要性が指摘されている^{17)~19)}。しかしながら3次元弾塑性 FEM の適用は、同剛塑性 FEM の場合に比して格段に煩雑であり、簡便に使用し得る解析手段とするためには、今後検討を要する計算技術上の問題がいくつか残されている。

棒・線・形材圧延についてもロールギャップにおける被圧延材の塑性流動や圧延圧力分布の詳細な検討、あるいは製品の形状・寸法の予測などが広く行われている。

これらの解析に際しては、(1)幾何学的に複雑な被圧延材とロール表面との接触および離脱の判定、(2)空間的に複雑となる流線の定常流れへの収束のさせ方、が問題になる。しかしながら、棒・線・形材圧延に対して現時点で要求されている解析精度、特に製品寸法に関する予測精度は、板材圧延の場合に比しておおむね1桁低いので、板材圧延の場合に比較して解析が難しい場合もあれば、比較的容易な場合もある。

この分野への3次元剛塑性 FEM の適用は、棒・線材圧延のラウンド→オーバルパスなど、被圧延材が比較的単純な断面形状を有する場合から始まり、アングル材など各種形材の圧延、H形鋼のユニバーサル圧延、あるいは3ロールによる棒・線材の圧延の解析などへと拡大してきた^{20)~24)} (図5参照)。すでに、解析手法としてはほぼ確立された観のある3次元剛塑性 FEM は、ロールの孔形設計や工程設計の分野にも組み込まれつつあり、現行の圧延工程の評価手段や診断方法としても活用されている。

一方、特定の製品分野については、3次元剛塑性 FEM により、各種の条件下での圧延工程を体系的かつ網羅的に解析し、その結果を整理して実用的なデータベースを構築

し、それを用いてパススケジュールの最適化や実操業条件の決定を行う試みも行われている^{23),24)} (図6参照)。さらに、そのようにして蓄積したデータとエキスパートシステムあるいはニューラルネットワーク理論などと組み合わせ、孔形やパススケジュールの設計をより効率的に行う試みなども始まっている^{25),26)}。いずれにせよ、3次元剛塑性 FEM は、既に、この分野の要素技術として不可欠になっており、その利用無くしては、今後の技術革新に対応できない状況となっている。

管材圧延の3次元変形解析は、(1)被圧延材並びにロール・プラグ・マンドレルなどの幾何学的関係が複雑であり、解析に要する要素数が必然的に増すこと、(2)ロール・プラグ・マンドレルと被圧延材との接触判定が繁雑であること、(3)被加工材各点が描く空間的軌跡すなわち流線が3次元的に複雑となり、定常流れの条件を満足させるための流線の修正に手間どること、などにより、他の圧延分野に比較して若干遅れて進行している。

そのため、これまでに報告されている管材圧延の3次元解析の事例は、上記問題が比較的扱いやすい(1)マンドレル圧延、(2)レデューシング圧延(図7参照)、を対象とする数例であるが、管材圧延の場合にも、被圧延材の変形挙動の解明、ロール面に加わる接触圧力分布の把握、その他の技術情報やデータの取得のために、3次元剛塑性 FEM がきわめて有効であることが示されている^{27)~29)}。

以上、圧延加工を例にとり、剛塑性 FEM による被圧延材の3次元変形解析の発展過程をみてきたが、この解析手法をロール孔形やパススケジュールの設計現場におけるツールとして利用できるようにするためには、計算に要す

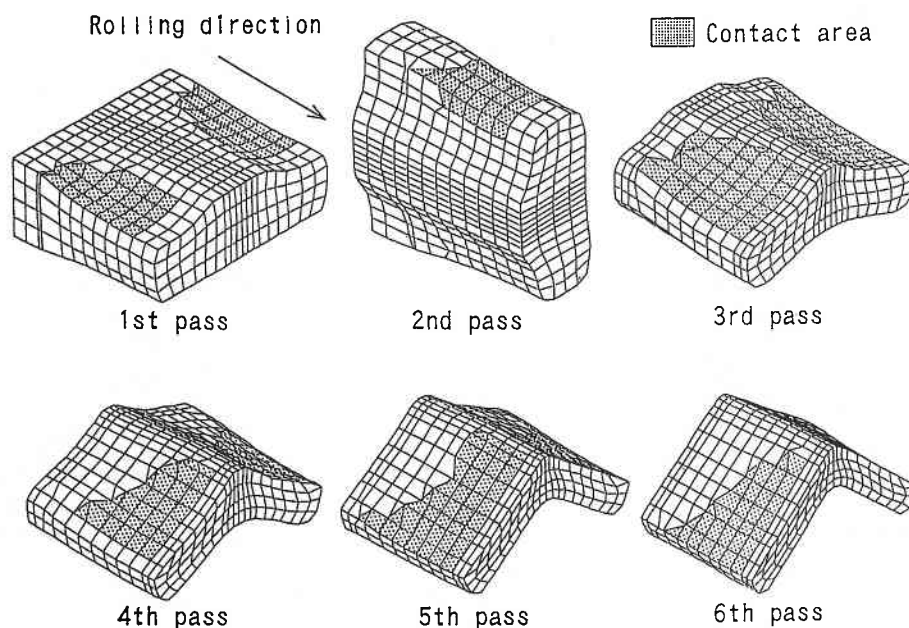


図5 アングル材の多パス圧延過程の解析事例

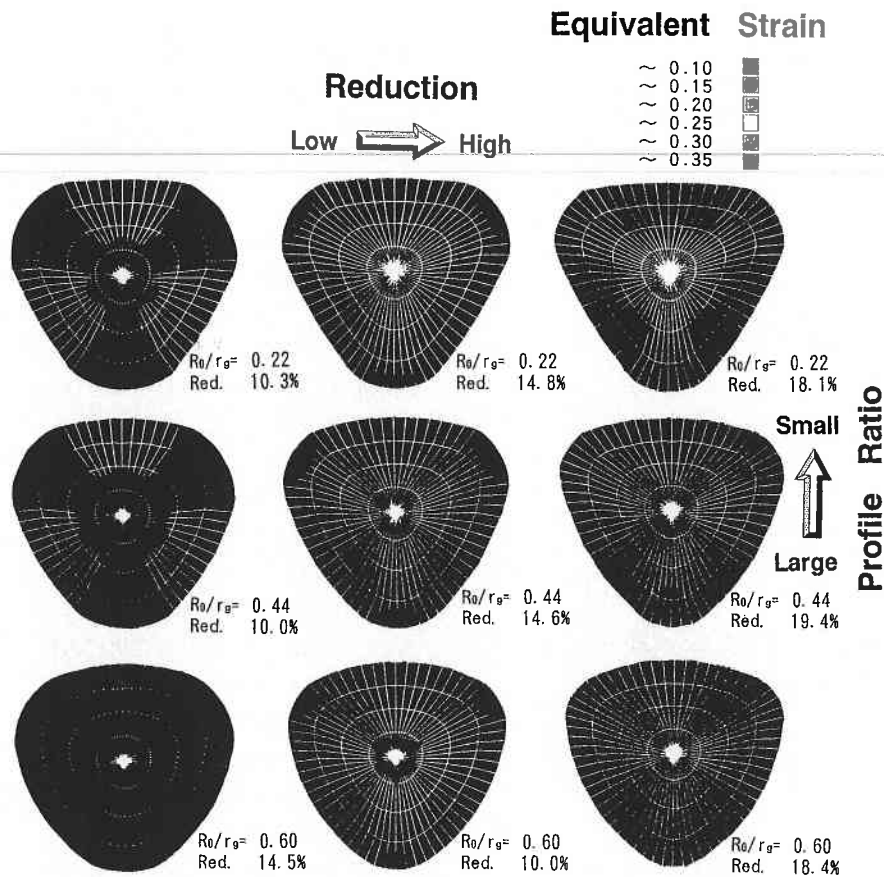


図 6 棒線の 3 ロール圧延の解析 (系統的数値実験)

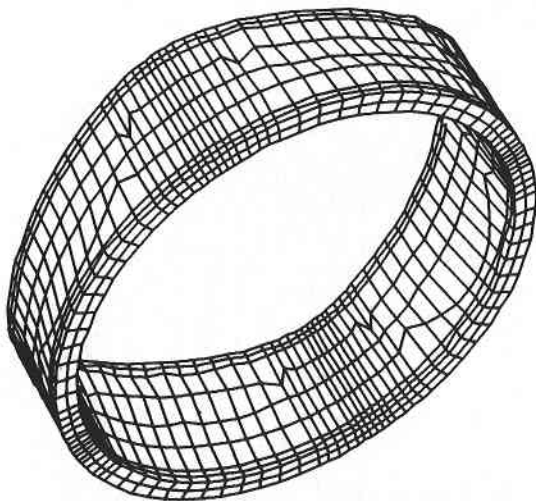


図 7 管材のレデュースング圧延解析例

る時間が長すぎるという問題が依然として残されている。そのため、利用者が文字通り会話形式で解析の実行と結果の引き出しを行い得るようなツールの開発は、今後に残されたきわめて重要な技術的課題である。

このような要求に応えるために、(1)複合要素法、(2)一般

化平面ひずみ法、(3)変形モード法、などが提案されている^{30),31)}。これらの方法では計算時間の大幅な短縮が期待できるが、解析技術としての評価や解の特性の解明がまだまだ不十分である。それゆえ、各方法について解析技術としての改良を加え、上記の要求を満足し得るツールとして整備していくことが望まれる^{32)~35)}。

6. 押し出し・引き抜き加工の 3 次元変形解析

上界法の発展過程において、その応用が最も積極的に行われてきたのは、押し出し・引き抜き加工の分野である。解析の目的も、当初の加工力の評価や最適ダイス角あるいはダイス寸法の予測から、次第に高度化し、破断、引き細り、シェーピングなどを含むいわゆる加工限界の予測、セントラルバースト、表面割れ、その他の製品欠陥の発生のメカニズムと発生限界、等の解明にまで至っている³⁶⁾。

一方、1980年代より、解析の対象が軸対称問題から非軸対称すなわち 3 次元問題へと拡張され、従来、解析が困難と見られていた各種形材・異形材・異形管材などの押し出し・引き抜き過程の解析が可能となってきた^{37),38)}。

非軸対称材の押し出し・引き抜き加工時のダイス内の被加工材の塑性流動は、体積一定条件を満足すると同時に、

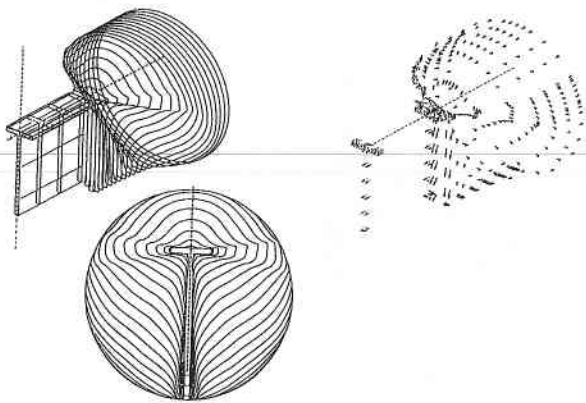


図 8 形材の押し出し加工解析例, 変形域とメタルフローの予測

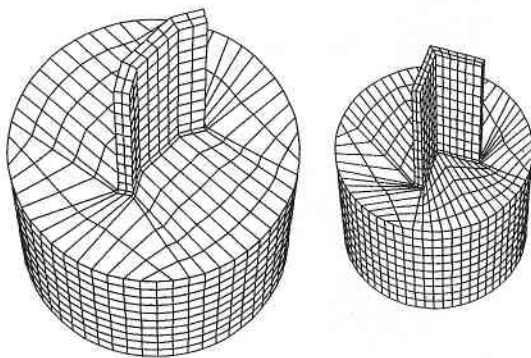


図 9 形材の押し出し加工解析例

ダイス面上の流れに関する幾何学的適合条件が満足されなければならないことから、一般化された速度場の構成が難しく、解析を進めていく上で、この点が最大のネックとなっていた。しかしながら、筆者らによってこの問題を処理する有効な手法が見出され、この分野における上界法応用の範囲および可能性が一気に拡張される結果となった^{39),40)}。この手法は、速度場の構成手法としてはきわめて汎用性が高く、任意の断面形状を有する被加工材の変形過程に適用することが可能であり、またそのようにして構成された速度場を用いての解析手順を統一的に定式化することができる。

この方法により、すでに、種々の異形材・異形管材などの押し出し・引き抜き加工に関する解析が行われ(図8参照)。特に形材押し出しについては、T形材、H形材、溝形材、アングル形材等々について、系統的な数値実験が行われ、有用な技術データが提示されている。他方、管材の偏肉の変化挙動に関するシミュレーションも行われ、その結果として、非軸対称ダイスなど、各種の非対称条件を外部から付加する事により、ダイス内での被加工材の流れを制御し、偏肉を効率よく矯正できることが明らかにされた。この結果は、継目なし管の製造技術に対して、従来得るこ

とができなかった重要な知見を与えるものであり、新しい加工プロセスの開発の可能性をも示唆している。

図9には剛塑性FEMによるアングル材、チャンネル材の押し出し加工の解析例を示す。

7. 鍛造加工の3次元解析

鍛造加工における金型形状の設計理論あるいは設計手法の開発は、被加工材の3次元の塑性流動を適確に予測することなしには不可能であり、被加工材の3次元変形解析はこの分野における最も重要な課題である。すでに、すえ込み加工、前後方押し出し加工をはじめ、各種の複合鍛造加工、各種型鍛造加工などについて、上界法・FEMなどによる変形解析・応力解析が行われている(図10参照)。特に近年急速な発展を見た3次元剛塑性FEMの適用によって、被加工材中の応力・ひずみに関する詳細な解析が可能となっている^{41),42)}。

しかしながら、金型および被加工材の形状の複雑化とともに、各解析法の適用も次第に困難となり、3次元変形解析を要する異形材の複合鍛造などについては、解析手法上の制約あるいは計算機能力上の制約から、解析の試みもなされていない問題が数多く残されている。

現在、3次元剛塑性FEMの利用が広範囲に推進され、多数の汎用解析プログラムが、コマーシャルベースで一般ユーザの便に供されている。この種のソフトウェアの導入を図り、金型や鍛造工程の設計に際して、被加工材の変形

10.2%

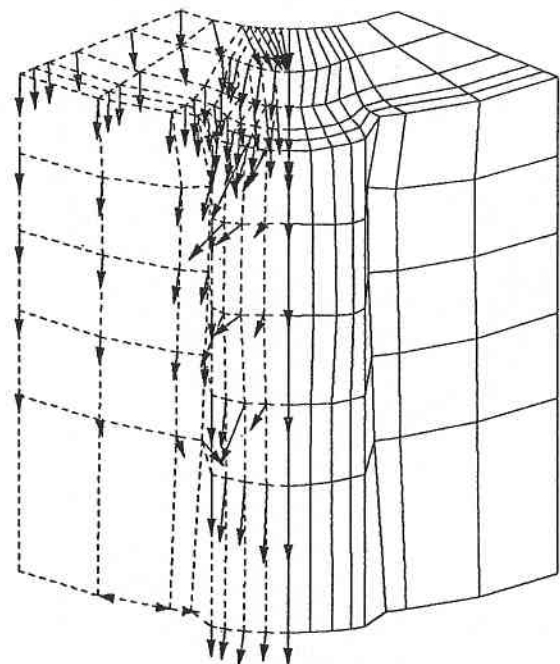


図10 鍛造の3次元解析(例)

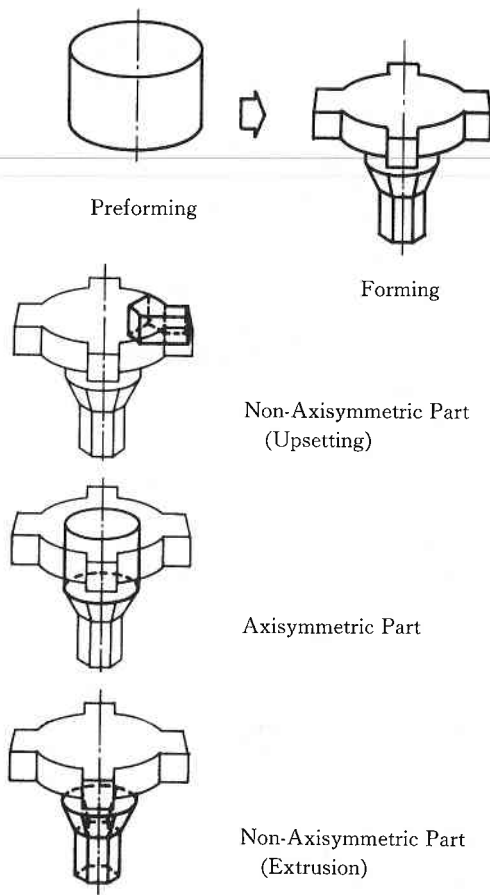


図11 UBETの複合的応用による3次元鍛造解析の事例

挙動の予測に利用している設計・製造部門は数多くあるが、その結果は必ずしも満足できる状態にはない。その最大の理由は、広く言われているように、計算時間・コストが過大な点にあり、現場からの日常的な要求に容易かつ迅速に対応しきれないことにある。このような3次元剛塑性FEMの状況は、計算機能力の高度化に伴い急速に改善される可能性もあるが、現時点では、その具体的な展望が必ずしも明確でない。このため当面の対応策として、下記のUBETの拡張と応用が改めて注目され始めている。

UBET (Upper Bound Elemental Technique) による鍛造加工時の被加工材の3次元変形解析技術は、まだ必ずしも十分に研究されておらず、その応用範囲も、一部の鍛造加工の範囲に留まっている。しかしながら、UBETも、当初の比較的単純な変形を表現する要素モデルの使用段階から、次第に複雑な変形挙動を表現し得る要素モデルの開発・導入へと進み、金型内での被加工材の動きを相当程度細かくシミュレーションできる段階に入りつつある^{43),44)}(図11参照)。一方、UBETは手法的にみて簡便であり、実際面への取り入れや応用が容易であることから、現場的な解析技術として、今後より以上の利用が期待されている。

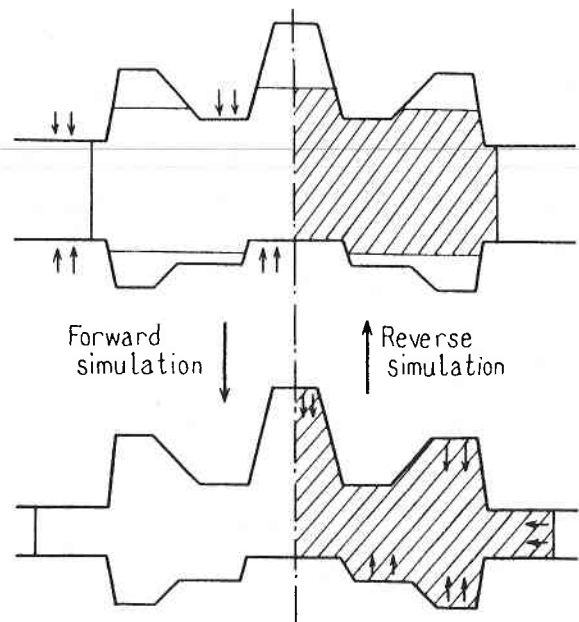


図12 UBETによる鍛造加工の逆解析

UBETのより高度な応用として、いくつかの興味深い試みが進められている。その一つは、複数の工程を要する鍛造加工の各工程に要する金型形状の合理的な決定を行うために、ピレットから製品へ至る変形過程を解析する代わりに、製品からピレットへ至る逆過程での被加工材の変形挙動のシミュレーションを行い、各加工段階での変形を最も効率的に行うのに要する前段階終了時の被加工材の形状を決定しようとする考え方である⁴⁵⁾。従来のように、前工程から後工程へと進む考え方では、前段階での金型形状の適・不適の評価が一義的に行えず、金型形状の決定のためには、当該工程のシミュレーションの繰り返しによる試行錯誤が必要となるが、この考え方によれば、この検討過程が大幅に短縮され、効率の良い金型の設計が可能となる。

このほか、UBETと剛塑性FEMとを組み合わせた複合的な解析手法の開発の試みもある。これは、金型内の被加工材の全体的な変形挙動についてはUBETにより解析し、その概要を把握すると同時に、部分的に詳細な解析を要する箇所については、FEMによる変形解析を行い、ひずみや応力に関する細かい情報を得ようとするもので、これが実現すれば、必要かつ十分な情報をできるだけ短時間で得ようとする設計現場の要求に応え得る解析技術となる。その際、UBETと剛塑性FEMとの連結方法、それらが担う役割分担、解析対象とする変形域区分、またそれらの適正化など、多くの検討課題が残されているが、両解析法の特徴を活かしたこの種の複合解析技術は、今後の新しい研究分野として注目される。

7. 結 言

本稿では、塑性加工の種々の分野において、被加工材の変形挙動の解明あるいは予測と、型・工具・加工プロセス等の設計・評価手法として大きな役割を果たしている剛塑性 FEM, 上界法, UBET, の研究状況と最近の動向について述べた。塑性加工全般を対象とすると、問題が広範囲に及び過ぎるため、説明の範囲を圧延, 押し出し, 引き抜き, 鍛造の分野に限定し, 板成形その他の加工分野については省略した。調査の範囲も限定されており, 内容的な偏りや見落としもあるかと思われるが, 塑性加工時の被加工材の変形解析技術の動向を理解するための一助となれば幸いである。

(1994年9月28日受理)

参 考 文 献

- 1) 戸澤康寿, 中村雅勇, 石川孝司: 塑性と加工. 17-180 (1976), 37.
- 2) Hill, R. (鷲津・山田・工藤共訳), 塑性学, (昭和29), 59, 培風館.
- 3) 工藤, 塑性学 (昭和44), 208, 森北出版.
- 4) Lee, C.H. & Kobayashi, S.: Trans. ASME, J. Engr. Ind., 95 (1973), 835.
- 5) 木内 学, 松本絃美: 圧延理論部会第100回記念シンポジウム論文集, (1994), 237.
- 6) 森謙一郎, 小坂田宏造, 島 進: 機論 A 編, 45-396 (1979), 965.
- 7) 木内 学: 機論, C, 51-469 (1985), 2197.
- 8) 森謙一郎, 小坂田宏造: 機論 A, 56-525 (1990), 1288.
- 9) 森謙一郎, 小坂田宏造: 機論 A, 57-538 (1991), 1357.
- 10) 豊島史郎, 森賀幹夫, 仲山公規, 蝦名清, 藤井晃二, 竹内正道: 塑性と加工, 31-350 (1990), 398.
- 11) 柳本 潤, 木内 学, 中村 充, 倉橋隆郎: 塑性と加工, 32-367 (1991), 125.
- 12) 山田健二, 小川 茂, 阿高松男, 菊間敏夫: 第41塑加連講論, (1990), 63.
- 13) 豊島史郎, 池田昌則: 第41塑加連講論, (1990), 71.
- 14) 高橋 勲, 森謙一郎, 長倉 弘: 平 3 塑加春講論, (1991), 165.
- 15) 柳本 潤, 佐々木保, 木内 学, 河野輝雄: 塑性と加工, 33-383 (1992), 138.
- 16) 柳本 潤, 木内 学: 塑性と加工, 32-367 (1991), 1007.
- 17) 鎌田征雄, Mallet, R.L., Lee, E.H.: 昭58塑加春講論, (1983), 285, および, 第34塑加連講論, (1983), 113.
- 18) Hirakawa, T., Fujita, F., Kamata, M., & Yamada, Y.: Advanced Tech. Plasticity, 2 (1984), 1132.
- 19) 松浦征浩, 富沢 淳, 浜田龍次: 第443塑加連講論, (1992), 211.
- 20) 森謙一郎, R. Kopp: 第38塑加連講論, (1987), 1.
- 21) 二階堂英幸, 林 宏之, 侍留 誠, 瀬戸恒雄, 直井孝之: 第38塑加連講論, (1987), 17.
- 22) 井田真樹, 山田健二, 林 慎也, 濱渦修一, 藤本 武: 平 2 塑加春講論, (1990), 61.
- 23) 柳本 潤, 木内 学, 井上幸雄: 塑性と加工, 34-384 (1993), 155, 161.
- 24) 柳本 潤, 木内 学, 柴田一良: 第43塑加連講論, (1992), 199, 平 5 塑加春講論, (1993), 29, 第44塑加連講論, (1993), 23.
- 25) 森謙一郎, 相菌岳生, 小坂田宏造: 塑性と加工, 34-384 (1993), 100.
- 26) 柳本 潤, 木内 学: 平 5 塑加春講論, (1993), 187.
- 27) 森謙一郎, 中土井一光, 三原 豊, 平川智之, 福田正成: 塑性と加工, 28-321 (1987), 1054.
- 28) 山田健二, 小川 茂, 濱渦修一, 菊間敏夫, 川並高雄: 昭63塑加春講論, (1988), 463.
- 29) 森謙一郎, 三原 豊, 曾谷保博, 秋田真次: 塑性と加工, 32-369 (1991), 1262.
- 30) 森謙一郎, 小坂田宏造: 塑性と加工, 23-260 (1982), 897.
- 31) 二階堂英幸, 直井孝之, 柴田克巳, 北村邦雄, 小坂田宏造, 森謙一郎: 塑性と加工, 25-277 (1984), 129.
- 32) 小坂田宏造, 古元秀昭, 岡田達夫: 機論 A, 56-528, (1990), 1893.
- 33) 山田将之, 山田建夫, 小坂田宏造, 岡田達夫: 第40塑加連講論, (1989), 385, および, 第41塑加連講論, (1990), 343.
- 34) 山田将之, 小川英範, 山田建夫: 第43塑加連講論, (1992), 207.
- 35) 山口晴生, 草場芳昭 (住金): CAMP-ISIJ, 6 (1993), 1349.
- 36) Avitzur, B., Adv. Technol. Plasticity · II, J.S.T.P. (1984), 948. など.
- 37) Avitzur, B., Trans. ASME., Ser. B, 90-1 (1968), 79. など.
- 38) Hoshino, S., and Gunasekera, J.S. Proc. 21st Int. MDTR Cont., (1980), 97.
- 39) 木内・石川, 塑性と加工, 24-270 (昭58), 7.
- 40) 木内・石川, 塑性と加工, 25-282 (昭59), 604.
- 41) Doege, E., Nagele, H., CIRP ANNALS 1994, 241.
- 42) Wu, W.T., Li, G.J., Tang, J.P., CIRP ANNALS 1994, 235.
- 43) 木内・唐戸, 塑性と加工, 26-290 (昭60), 307.
- 44) 木内・唐戸, 塑性と加工, 26-292 (昭60), 503.
- 45) Osman, F.H., Bramly, A.N. and Ghobrial, M.I., Adv. Technol. Plasticity · I, J.S.T.P. (1984), 563.