

# 磁気浮上システムのオートチューニングレギュレータ

Auto Tuning Regulator for Magnetic Levitation System

田 鍾 業\*\*・ハネス ブロイレル\*・樋口 俊 郎\*\*

Jong Up JEON, Hannes BLEULER and Toshiro HIGUCHI

## 1. はじめに

磁気浮上システムはその非接触性、特殊環境での使用、制御性、力の分布などさまざまな面ですぐれた特性を持っていてその用途は拡大してきている<sup>1)</sup>。しかし、制御系の設計にあたっては、システムの本来持っている非線型特性、漏れ磁束および渦電流の影響、アンプとか磁束の飽和などのため正確な線形モデリングが困難である。それゆえ、いかにうまくシステムを設計しても実システムの特性は設計とおりにならないので、なんらかの形で制御器のチューニングを行わなければならない。

プラントの同定および制御器のチューニングはかなり煩雑で熟練の要求される作業である。本報では、1自由度電流制御型磁気浮上システムに対してシステムの安定な浮上および制御器のチューニングを自動的に行うアルゴリズムを示す。初めに、センサキャリブレーションを行った後リレー制御によって開ループシステムの固有振動数を同定し、その同定結果に基づいてシステムの浮上の自動化を行う。それから、バイアス電流の調整を行い、定常偏差を除去した後、与えられた規範モデルに実システムが一致するようにコントローラの可変パラメータをチューニングして行く。

## 2. 1自由度磁気浮上システムの数学モデリング

水平に配置された一組の電磁石をプッシュプル的に動かして物体の浮上を行うときの1自由度磁気浮上システムの運動方程式は、平衡点  $I_b$ ,  $X_g$  回りで微小変化  $i$ ,  $x$  を考えて線形化を行うと次式となる<sup>1)</sup>。

$$m\ddot{x} = k_s x + k_i i \quad (k_s = 4k \frac{I_b^2}{X_g^3}, k_i = 4k \frac{I_b}{X_g^2}) \quad (1)$$

\* 東京大学生産技術研究所 第2部

\*\* 東京大学工学部

ただし、 $m$  は質量で、 $k$  は吸引力の大きさを表す定数、 $I_b$  はバイアス電流、 $X_g$  は浮上体と電磁石間のギャップである。このシステムは本来不安定なシステムなのでフィードバック制御によって安定化を図る。本報ではPD制御を行う。制御則は次式となる。

$$i = -(K_p x + K_d \dot{x}) \quad (2)$$

一方、数値の見通しがよく、システムの寸法によらず一般的なチューニング則を見つけるため式(1)(2)の無次元化を行う。基準量  $x_0$ ,  $i_0$ ,  $t_0$ ,  $K_{p0}$ ,  $K_{d0}$  によって無次元変数  $x^*$ ,  $i^*$ ,  $t^*$ ,  $K_p^*$ ,  $K_d^*$  を

$$x^* = \frac{x}{x_0}, i^* = \frac{i}{i_0}, t^* = \frac{t}{t_0}, K_p^* = \frac{K_p}{K_{p0}}, K_d^* = \frac{K_d}{K_{d0}} \quad (3)$$

のように定義し、各基準量を

$$i_0 = \frac{k_s}{k_i} x_0, t_0 = \sqrt{\frac{m}{k_s}}, K_{p0} = \frac{i_0}{x_0}, K_{d0} = K_{p0} t_0 \quad (4)$$

のように定義する。なお、 $x_0$  としてギャップ  $X_g$  を取り、開ループシステムの固有振動数  $w_{n0}$  が  $\sqrt{k_s/m}$  であることと式(1)からの関係  $k_s/k_i = I_b/X_g$  を用いると各基準量は

$$x_0 = X_g, i_0 = I_b, t_0 = 1/w_{n0}, K_{p0} = I_b/X_g, K_{d0} = K_{p0} t_0 \quad (5)$$

となる。式(1)(2)の無次元方程式は次式となる。

$$\ddot{x}^* = x^* + i^* \quad (6)$$

$$i^* = -(K_p^* x^* + K_d^* \dot{x}^*) \quad (7)$$

### 3. オートチューニングの方法

#### 3.1 オートチューニングのアルゴリズム

システムを自動的に浮上させ、チューニングして行くアルゴリズムは図1のようである。センサオフセットの調整を行った後、リレー制御で開ループシステムの固有振動数を同定する。その同定結果に基づいて算出したPDゲインを用いて浮上の自動化を実現する。それから浮上体の平衡点からのずれを除去するためバイアス電流の調整を行い、初期値応答を調べてシステムが与えられた規範モデルに一致するようにPDゲインをチューニングして行く。

#### 3.2 センサオフセットの調整

開ループ状態で両方の電磁石にバイアス電流を交互に流し、浮上体を片方に引き付けた後、センサの値を読み込むことにより、オフセットのキャリブレーションを行う。

#### 3.3 固有振動数の同定

磁気浮上システムの同定方法としては重りを用いる方法<sup>2)</sup>と比例制御による方法が考えられる。しかしこれらの方法はかなりの時間と忍耐を要する欠点を持つ。それで本報ではリレー制御による方法を提案する。図2のリレーによるフィードバックを施したシステムを考える。リレーを記述関数で表すと<sup>3)</sup>,

$$N(D_x) = \frac{4i_r}{\pi D_x} \tag{8}$$

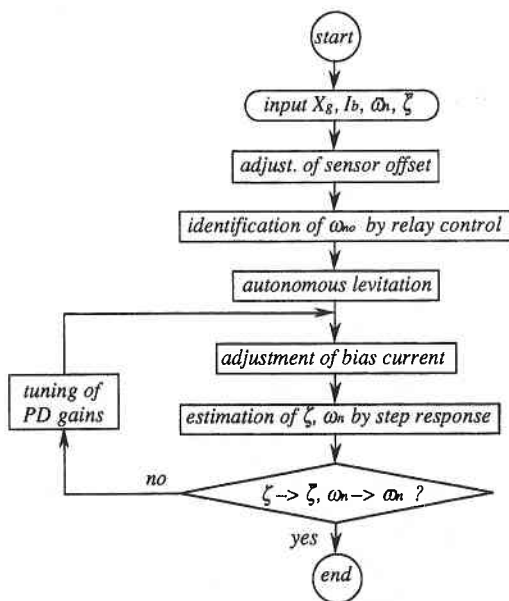


Fig. 1 Flow Chart for Auto Tuning Procedure

となり、ナイキスト定理により開ループ伝達関数が

$$1 + N(D_x)P(j\omega_d) = 0 \tag{9}$$

の条件を満たすとき出力には周波数  $\omega_d$ 、振幅  $D_x$  のリミットサイクルが発生する。ここで、 $P(j\omega_d)$  は磁気浮上システムの伝達関数である。式 (1)(8) を用いて式 (9) を計算すると

$$\omega_{no} = \frac{\omega_d}{\sqrt{\left(\frac{4i_r}{\pi D_x}\right)\left(-\frac{X_g}{I_b}\right) - 1}} \tag{10}$$

となる。故に、次のように  $\omega_{no}$  を同定する。適切な値  $i_r$  のリレーフィードバックを施してロータにリミットサイクルを発生させる。浮上体が振動するとその振動数と振幅を測定し、式 (10) より固有振動数を求める。

以上の方法はパラメータの近似値しか得られないが、かなり簡単な方法で次節で示す浮上を自動化するには十分であると考えられる。

#### 3.4 オート浮上

フィードバックを施した後の閉ループシステムは式 (6) に式 (7) を代入すると次式となる。

$$\ddot{x} + K_d^* \dot{x} + (K_p^* - 1)x = 0 \tag{11}$$

この式をダンピング比  $\zeta$  と固有振動数  $\omega_n^*$  で表す一般的な2次システムと対応づけると

$$K_p^* = 1 + \omega_n^{*2}, K_d^* = 2\zeta\omega_n^* \tag{12}$$

のような関係が得られる。ここで、オート浮上のための初期ゲインとしてたとえば、 $\zeta = 0.5$ ,  $\omega_n^* = 1$  に相当するシステムを考えて見よう。上式からゲイン  $K_p^*$  と  $K_d^*$  は

$$K_p^* = 2, K_d^* = 1 \tag{13}$$

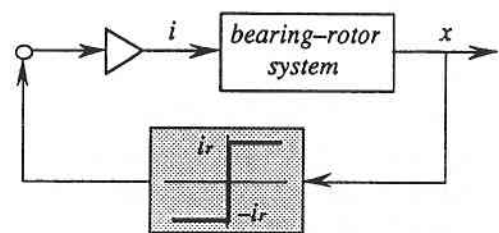


Fig. 2 Relay Control

研究速報

となる. ここで, 式 (5) から  $K_{p0}$  は  $I_b$  と  $X_g$  とだけで決められるし,  $K_{d0}$  は  $K_{p0}$  と  $t_0$  とで決められるので, ユーザによる  $I_b$  と  $X_g$  の入力とリレー制御による  $t_0$  の同定—つまり  $w_{n0}$  の同定—だけでシステムのオート浮上が可能となる. 前節での同定誤差にロバストな安定化を図るためには式 (13) の初期ゲイン  $K_p^*$ ,  $K_d^*$  を大きめに取った方がよい.

3.5 バイアス電流の調整

一組の電磁石を用いてプッシュプル方式で PD 制御を行うとき, 両方の電磁石の特性が等しくないときとか, バイアス電流が異なるとき, 浮上体は設定した平衡点 0 から少しずれた位置で釣り合う. 本報では, 磁石の特性の差とバイアス電流の差によって生じるずれの大きさを調べる.

磁石の特性値をそれぞれ,  $k_p, k_n$  とすると浮上体は定常状態で次の関係式を満たす位置  $x_s$  で釣り合う.

$$K_p \left( \frac{I_b + i_s}{X_g - x_s} \right)^2 = k_n \left( \frac{I_b - i_s}{X_g + x_s} \right)^2 \quad (14)$$

ここで,  $i_s$  は定常制御電流である. 特性の差を  $k_n = k_p(1 - \beta)$  で表し, 定常状態では  $i_s^* = -K_p^* x_s^*$  であることを考慮すると, 上式からずれ  $x_s^*$  は次式となる.

$$x_s^* = \frac{\beta}{2(2 - \beta)} \left( \frac{1}{K_p^* - 1} \right) \quad (15)$$

上式から定常偏差は磁石の特性の絶対値  $k_p, k_n$  には関係なく特性の差だけに依存し, 比例ゲインに反比例することがわかる.

一方, 特性は同じであってもバイアス電流が異なる場合はどの程度影響があるかを調べるため特性の相違をバイアス電流の差  $r$  に換算すると,

$$\beta k = k - k(1 - r)^2 \quad (16)$$

となり, まとめると,

$$r = 1 - \sqrt{1 - \beta} \approx \frac{\beta}{2} \quad (\beta \ll 1) \quad (17)$$

の関係式が得られる. 故に, バイアス電流の差にはもっと敏感であることがわかる.

それゆえに, 特に低ゲイン浮上を行う場合は平衡点の定常偏差を除去するため, バイアス電流の調整は不可避である. 本報では, 浮上体の落ち着いた定常状態でずれを測定し, このずれを積分器を通してフィードバックすることにより, バイアス電流の調整を行う.

3.6 ゲインのオートチューニング

これまでに一般的な形のオートチューニングコントローラに関する研究は数多く報告されている<sup>4)</sup>. 本研究では, 規範モデルを直感的にわかりやすいダンピング比と固有振動数で表し, システムの初期値応答に基づいてコントローラのパラメータをチューニングして行く方法を提案する. その原理を図 3 に示す<sup>5)</sup>.

式 (12) は比例微分ゲインと  $\zeta, w_n^*$  との間に次式の関係があることを示す.

$$K_p^* = f_1(w_n^{*2}), K_d^* = f_2(\zeta w_n^*) \quad (18)$$

これは比例ゲインはシステムの固有振動数だけにかかわり, 微分ゲインは固有振動数とダンピング比両方に関係することを意味する. それゆえ, 次のようなチューニングを考える. まず, 規範モデルとして与えられた  $\zeta, w_n^*$  から  $w_n^{*2}(\zeta w_n^*)$  を計算しておく. それから実システムの定常状態での初期値応答を調べてシステムの特性  $\zeta, w_n^*$  を測定し,  $w_n^{*2}(\zeta w_n^*)$  を計算する. その後この値と規範モデルの  $w_n^{*2}(\zeta w_n^*)$  との差を積分器を通してフィードバックして,  $\zeta \rightarrow \bar{\zeta}, w_n^* \rightarrow \bar{w}_n^*$  が達成するまで  $K_p^*(K_d^*)$  を調整していく. 図 4 が  $K_p^*(K_d^*)$  のチューニング則である.

次に, 入力  $\bar{w}_n^{*2}$  に対する比例ゲイン  $K_p^*$  の安定性を検討する. 式 (12) での  $w_n^{*2}$  と  $K_p^*$  の関係を用いて入力  $\bar{w}_n^{*2}$  から  $K_{p1}^*(=K_p^*-1)$  までの伝達関数を求めると

$$\frac{K_{p1}^*}{w_n^{*2}} = \frac{zK_1}{(1+K_1)z-1} \quad (19)$$

となり, 積分ゲイン  $K_1$  が陽であれば伝達関数の根は常に単位円内に存在するので  $K_p^*$  の安定性は保証される. 微分ゲインに対しても同様に証明できる.

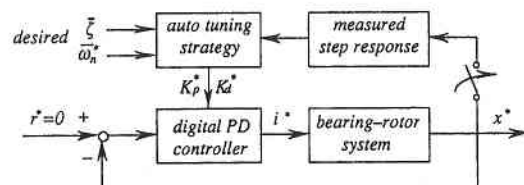


Fig. 3 Block Diagram of Auto Tuning Regulator

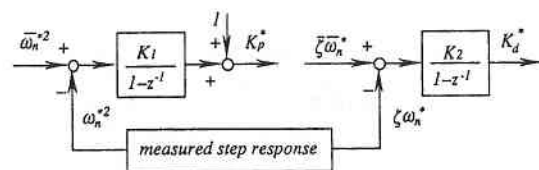


Fig. 4 Auto Tuning for  $K_p$  and  $X_d$

#### 4. 実験および考察

本研究では 5 軸ターボ分子ポンプを用いて 1 自由度オートチューニング実験を行った。

リレー制御で浮上体を振動させ、開ループの固有振動数  $\omega_{no}$  の同定実験を行った。リレー出力の大きさとしてはバイアス電流値 0.3A を用いた。測定した振動の様子は図 5 でかなり正弦波に似た振動が得られた。振動の周期は 18.8msec で、式 (10) を用いて  $\omega_{no}$  を計算すると 36.75Hz となる。理論的な計算によると  $\omega_{no}$  は 34Hz である。かなり正確な同定結果が得られた。

なお、上記の同定した  $\omega_{no}$  に基づいて式 (3) と (5) (13) から計算した比例微分ゲインを用いることにより、安定に浮上できることを確認した。

平衡点からのずれ  $x_s^*$  を除去するためバイアス電流の調整を行った。図 6 に調整する前と調整した後の結果を示す。比例ゲインの小さい場合、定常偏差は比例ゲインにかなり敏感であることがわかる。バイアス電流を 0.3A から 0.2964A に僅か 1.2% 調整したことで最大ずれ  $x_s^* = 0.027$

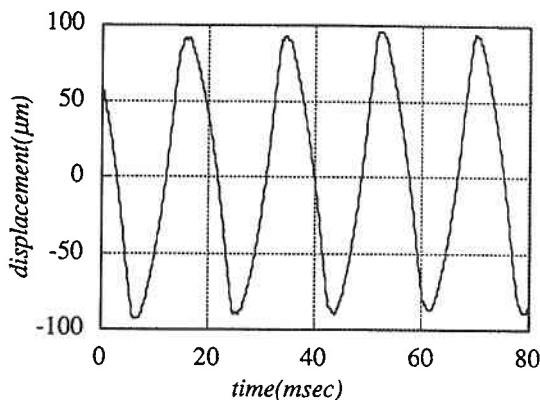


Fig. 5 Oscillation of Rotor by Relay Control

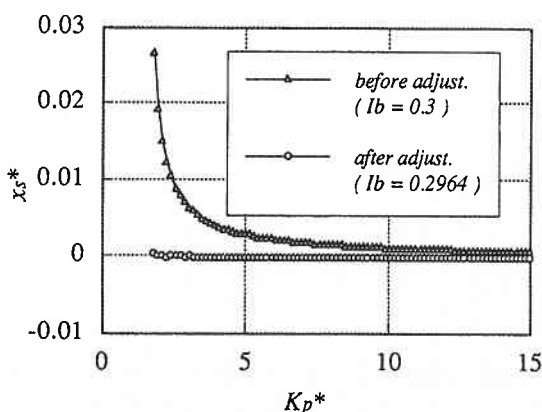


Fig. 6 Adjustment of Bias Current over  $K_p^*$  Gain ( $x_0=0.23\text{mm}$ ,  $K_{p0}=1.3\text{A/mm}$ )

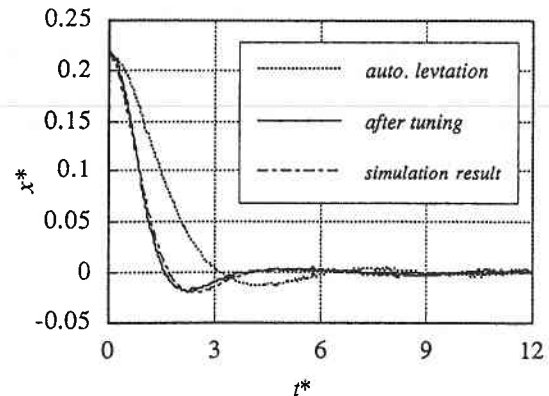


Fig. 7 Step Response before and after Tuning of PD Gains ( $x_0=0.23\text{mm}$ ,  $t_0=4.3\text{msec}$ )

( $x_s=6.2\mu\text{m}$ ) が除去され、かなり敏感な傾向を見せる。

比例微分ゲインのオートチューニング実験を行った。図 7 は初期値応答である。点線で表されているのがオート浮上したときの初期値応答で、実線で表されているのがチューニングした後の応答である。シミュレーションした結果とほぼ一致していることがわかる。

#### 5. おわりに

電流制御型 1 自由度磁気浮上システムの PD 制御時のオートチューニングアルゴリズムを提案し、実験を行った。リレー制御で浮上体を振動させることによって開ループシステムの固有振動数を同定し、その同定結果に基づいて算出した初期 PD ゲインを用いることにより、一回のゲインセットで安定な浮上ができた。バイアス電流の調整を行って浮上体の平衡点からのずれを除去し、初期値応答を調べて閉ループシステムの特徴が規範モデルに一致するように PD ゲインのチューニングを行った。

#### 謝辞

本研究を進めるにあたり実験装置を提供していただいた光洋精工の上山拓知氏に心から感謝いたします。

(1994年9月19日受理)

#### 参考文献

- 1) 電気学会編, 磁気浮上と磁気軸受, コロナ社, 1993.
- 2) 津田, 磁気サーボ浮上とその応用に関する研究, 東京大学博士学位論文, 1990.
- 3) K.J. Åström, B.Wittenmark, Adaptive Control, Addison Wesley, 1989.
- 4) 森, 重政, PID オートチューニングコントローラの動向, 計測と制御, 29-8, 723-728, 1990.
- 5) 適応制御, コンピュートロール, コロナ社, 1990.