特 集 3
研究解説

UDC 533.6.011.1：533.6.08

Dynamic Subgrid-scale Model に基づく LES による 2 次元角柱周辺流れの解析

Large Eddy Simulation of Turbulent Flow past 2D Square Cylinder using Dynamic SGS Model

持 田　灯*・村 上 周 三**・富 永 禎 秀*・小 林　光*
Akashi MOCHIDA, Shuzo MURAKAMI, Yoshihide TOMINAGA and Hikaru KOBAYASHI

2 次元角柱周りの渦放出流れを Dynamic Subgrid-scale (SGS) モデルを用いた LES によって解析した．本報では有限体積法に基づく計算コードに Dynamic SGS モデルを組み込み，channel 流の解析に適用し，その精度を確認した後，2 次元角柱周りの流れの解析を行った．Dynamic SGS モデルの結果は，Van Driest 型の wall damping function を併用した通例の Smagorinsky モデルの結果と比較して，角柱後方循環流の風速分布に関して大幅な改善がみられた．

1．序

Large Eddy Simulation (LES) における subgrid scale (SGS) のモデルとして，近年いくつかの高精度モデルが提案されているが[1)~4)]，複雑な流れ場を対象とする工学上の問題へ適用する場合には依然として Smagorinsky モデルが用いられることが多い．筆者らはこの Smagorinsky モデルを用いて 2 次元角柱まわりの渦放出流れを解析し，ストレスモデル (DSM)，k-ε モデルに比べ，実験との対応が秀れていることを確認している[5)]．しかしながらこの Smagorinsky モデルでは，①流れ場の性状の変化に対応してモデル定数の選択あるいは最適化が必要である，②壁近傍の低レイノルズ効果を考慮するには減衰関数を併用しなければならない等の問題点が指摘されている．筆者らの行った 2 次元角柱周りの解析の場合も，①角柱背後の循環流域が実験に比べて狭い，②角柱後方の速度変動のレベルが過小となる等の問題を残している[5)]．Germano ら[2)]により提案された Dynamic SGS モデルは，このような Smagorinsky モデルの短所を改善する可能性を持つモデルの一つである．このモデルは，Channel 流のようなスペクトル法等の利用可能な流れ場を適用対象とすることが多かったが，最近，有限体積法 (差分法) を用いた Dynamic SGS モデルの解析が Back step 流れ[6)]，正方 Cavity 流れ[7)]，旋回ジェット[8)]等を対象として行われつつある．これらの研究報告によれば，同モデルは計算不安定を起こしやすく，これを回避するためにはさまざまな工夫が必要であるとされている．本研究では，bluff body まわりの乱流渦放出流れの解析に，有限体積法に基づく Dynamic SGS モデルを適用し，同モデルの有効性を検討する．本報ではまず Dynamic SGS モデルを組み込んだ有限体積法の計算コードにより Channel 流を解析し，その精度を確認した後，2 次元角柱まわりの流れに適用し，Smagorinsky モデルの結果および Lyn の実験結果[9)]と比較する．

2．Dynamic SGS モデルの概要

Germano ら[2)]によって提案された Dynamic SGS モデルは，通常の Grid Scale (GS) のフィルタ (グリッドフィルタ，本稿ではグリッドフィルタを施された量を $\bar{f}$ で表記) の他に，これよりも大きいフィルタ幅を持つテストフィルタ (本稿では $\hat{f}$ と表記) を導入する．グリッドフィルタを N-S 方程式に適用し次式を得る．

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{u}_i\bar{u}_j)=-\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{\bar{p}}{\rho}\right)-\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}+\nu\frac{\partial^2\bar{u}_i}{\partial x_j\partial x_j} \tag{1}$$

ただし，$\tau_{ij}=\overline{u_iu_j}-\bar{u}_i\bar{u}_j$ (2)

(1)，(2)式にさらにテストフィルタを施すと(3)，(4)式となる．

$$\frac{\partial \hat{\bar{u}}_i}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_j}(\hat{\bar{u}}_i\hat{\bar{u}}_j)=-\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{\hat{\bar{p}}}{\rho}\right)-\frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j}+\nu\frac{\partial^2\hat{\bar{u}}_i}{\partial x_j\partial x_j} \tag{3}$$

ただし，$T_{ij}=\widehat{\overline{u_iu_j}}-\hat{\bar{u}}_i\hat{\bar{u}}_j$ (4)

(2)，(4)式の τ_{ij}，T_{ij} を用いて L_{ij} を(5)式のように定義する．L_{ij} は(5)式に(2)，(4)式を代入することで(6)式となる．

$$L_{ij}=T_{ij}-\hat{\tau}_{ij} \tag{5}$$

$$L_{ij}=\widehat{\bar{u}_i\bar{u}_j}-\hat{\bar{u}}_i\hat{\bar{u}}_j \tag{6}$$

*東京大学生産技術研究所　第 5 部
**東京大学生産技術研究所　付属計測技術開発センター

ここで，τ_{ij} ((2)式)，T_{ij} ((4)式) を Smagorinsky モデルに基づいて以下のようにモデル化する（モデル係数 C は Smagorinsky 定数 Cs の 2 乗に対応）.

$$\tau_{ij}-\frac{1}{3}\delta_{ij}\tau_{kk}=-2C\overline{\Delta}^2|\overline{S}|\overline{S}_{ij} \tag{7}$$

$$T_{ij}-\frac{1}{3}\delta_{ij}T_{kk}=-2C\hat{\Delta}^2|\hat{\overline{S}}|\hat{\overline{S}}_{ij} \tag{8}$$

$\overline{\Delta}$：グリッドフィルタのフィルタ幅，$\hat{\Delta}$：テストフィルタのフィルタ幅

$$\overline{S}_{ij}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\overline{u}_i}{\partial x_j}+\frac{\partial\overline{u}_j}{\partial x_i}\right),\quad \hat{\overline{S}}_{ij}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\hat{\overline{u}}_i}{\partial x_j}+\frac{\partial\hat{\overline{u}}_j}{\partial x_i}\right) \tag{9}$$

$$|\overline{S}|=2(\overline{S}_{ij}\overline{S}_{ij})^{1/2},\quad |\hat{\overline{S}}|=2(\hat{\overline{S}}_{ij}\hat{\overline{S}}_{ij})^{1/2} \tag{10}$$

(7)式にテストフィルタ^を施したものと(8)式を(5)式に代入し，

$$L_{ij}=T_{ij}-\hat{\tau}_{ij}=\left(\frac{1}{3}\delta_{ij}T_{kk}-2C\hat{\Delta}^2|\hat{\overline{S}}|\hat{\overline{S}}_{ij}\right)-\left(\frac{1}{3}\delta_{ij}\widehat{\tau_{kk}}-\widehat{2C\overline{\Delta}^2|\overline{S}|\overline{S}_{ij}}\right) \tag{11}$$

を得る．ここで Germano らは $\widehat{C\overline{\Delta}^2|\overline{S}|\overline{S}_{ij}}=C\hat{\overline{\Delta}}^2|\hat{\overline{S}}|\hat{\overline{S}}_{ij}$ を仮定し，(11)式より C の計算式である次式を導出している[2].

$$C=-\frac{1}{2}\frac{L_{ij}\overline{S}_{ij}}{(\hat{\Delta}^2|\hat{\overline{S}}|\hat{\overline{S}}_{kl}\overline{S}_{kl}-\overline{\Delta}^2\hat{\overline{S}}|\hat{\overline{S}}_{kl}\overline{S}_{kl})} \tag{12}$$

(12)式においてモデルパラメータは 2 つのフィルタースケールの比 $\hat{\Delta}/\overline{\Delta}$ のみとなるが，Germano らは Channel 流を対象とした数値実験より $\hat{\Delta}/\overline{\Delta}=2$ がよいとしている[2]. Lilly は(11)式の残差を最小とする C を最小自乗法によって(13)式のように与える方法を提案している[10].

$$C=\frac{1}{2}\frac{L_{ij}M_{ij}}{M_{kl}^2} \tag{13}$$

ただし，$M_{ij}=\hat{\Delta}^2|\hat{\overline{S}}|\hat{\overline{S}}_{ij}-\widehat{\overline{\Delta}^2|\overline{S}|\overline{S}_{ij}}$ (14)

ただし Lilly のモデルにおいても，$C(x_1, x_2, x_3, t)$ は空間的変化が小さいものとして C をテストフィルタの操作の外に出し $\widehat{C\overline{\Delta}^2|\overline{S}|\overline{S}_{ij}}$ の項を $C\widehat{\overline{\Delta}^2|\overline{S}|\overline{S}_{ij}}$ としている．さらに既往の Dynamic SGS モデルの研究[2),6),11)]においては，計算不安定を克服するために解析対象の流れに一様な方向がある場合には，モデル係数 C の算出式を流れの一様な方向に平均化し計算の安定化を図る例が多い.

3. Channel 流の解析

3.1 計算概要

一般に Channel 流の解析では 2 方向について周期境界が採用できることからスペクトル法による解析が行われ，壁面境界条件も no-slip の条件を課すことが多い[12]. 本研究では，工学問題への適用という立場から，有限体積法を使用し，壁面境界条件には壁関数を使用した．また今後の複雑な流れへの適用を考え colocation grid を用いた（注 1）.

表 1　検討ケース

	SGSモデル	grid	壁面に隣接する接点の壁座標	壁面境界条件
CASE 1	Smagorinsky モデル (CS=0.1)	64(x1)×64(x2)×62(x3)	$x_3^+\fallingdotseq 1$	linear-power law[式E3, 文17]
CASE 2		24(x1)×24(x2)×20(x3)	$x_3^+\fallingdotseq 16$	
CASE 3	Dynamic SGS モデル			

・Case1の場合実質的にno-slipに等しい

(1) 検討ケース（表 1）　Smagorinsky モデル（Case 1, 2）と Lilly により改良を施された Dynamic SGS モデル ((13)式，Case 3）を比較した．Case 1 では壁面に隣接する節点の壁座標 $x_3^+\fallingdotseq 1$，Case 2, 3 では $x_3^+\fallingdotseq 16$（ここでは x_2 が横方向，x_3 が鉛直方向）である.

(2) 基礎方程式　Smagorinsky モデルを用いた Case 1, 2 では Smagorinsky 定数 C_S は0.10とし，グリッドスケール $\overline{\Delta}$ に Van Driest 型の wall damping function $(1-\exp(-x_3^+/25))$ を乗じた．一方，Dynamic SGS モデル（Case 3）では wall damping function は用いない．グリッドフィルタとしては 2 次精度の中心差分による離散化の際にグリッド幅の Top Hat フィルタが陰に施されているとみなした[15]. テストフィルタはグリッド幅よりも広い領域の離散点の値の体積重み付け平均で定義する（注 2）. Channel 流の解析では x_1，x_2 面内にのみテストフィルタを施す．この場合，テストフィルタの幅は $\hat{\Delta}_1=\sqrt{8}\overline{\Delta}_1$，$\hat{\Delta}_2=\sqrt{8}\overline{\Delta}_2$ とし，$\hat{\Delta}_3$ は $\overline{\Delta}_3$ と等しくした．したがって $\hat{\Delta}/\overline{\Delta}=\sqrt[3]{\hat{\Delta}_1\hat{\Delta}_2\hat{\Delta}_3}/\sqrt[3]{\overline{\Delta}_1\overline{\Delta}_2\overline{\Delta}_3}=2$. また，ここでは(13)式の分子，分母を流れの一様な x_1，x_2 面内に平均して求めたモデル係数 C を用いた．壁面摩擦速度 $\langle\overline{u^*}\rangle_t$ と Channel 半幅 δ によるレイノルズ数 Re_τ は640である.

(3) 解析領域，グリッド分割　解析領域はすべての Case で主流 (x_1) 方向に 6.28δ，横 (x_2) 方向に 3.14δ[12),16)]. グリッド数は表 1 参照．Case 2, 3 と同じグリッド数による計算を Piomlli らが行っている[16].

(4) 境界条件　壁面上では Werner and Wengle[17] により提案された linear-power law 型の 2 層モデルを用いた（注 3）. Case 1 の場合，これは no-slip の条件とまったく同じとなる．x_1，x_2 方向については周期境界条件を与える.

(5) スキーム　空間に関しては 2 次精度の中心差分．時間に関しては移流項に Adams-Bashforth，拡散項に Crank-Nicolson を使用した.

3.2 計算結果

(1) 平均風速分布（図 1）　$64(x_1)\times 64(x_2)\times 62(x_3)$ のグリッドを用いた Smagorinsky モデルの結果（Case 1，図 1 の○）は $x_3^+\cong 10$ 付近でやや小さめの値を示すものの，log region においては $\langle u_1\rangle^+=(1/0.4)\log(x_3^+)+5.5$ と

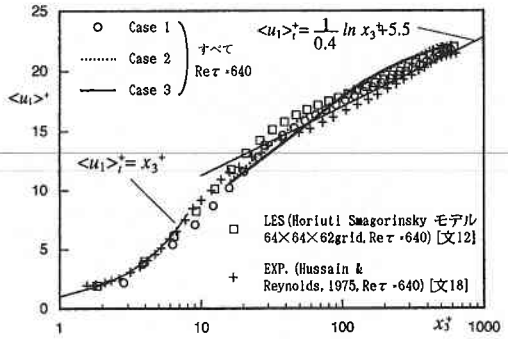


図 1　平均風速分布

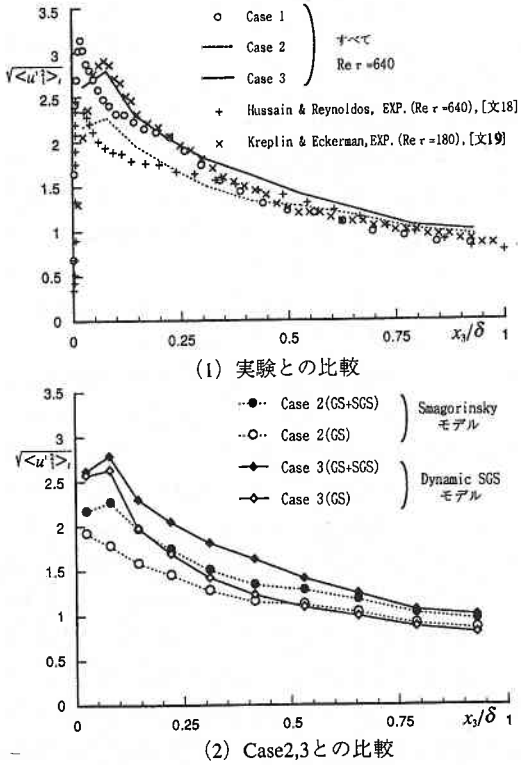


図 2　乱流速度$\sqrt{\langle u'^2_1\rangle}$.

きわめてよい一致を示す．全体的にみれば，有限体積法による Case 1 の結果は，Case 1 と同じグリッド数で pseudo スペクトル法を用いた Horiuti の計算（図 1 の□，文12）と同程度の精度と判断される．

24 (x_1) × 24 (x_2) × 20 (x_3) の粗いグリッド分割の Case 2, 3 の場合，Van Driest 型の wall damping function を併用した Smagorinsky モデルによる Case 2 とこれを用いない Dynamic SGS モデルによる Case 3 の結果の差は小さい．また Case 2, 3 と Case 1 の結果の間にはやや差異があり，Case2, 3 の方が Channel 中央での風速が大きくなる傾向にある．この傾向は Case 2,3 と同じ粗いグリッド分割の Smagorinsky モデルによる Piomelli らの解析[16]でも同様である．

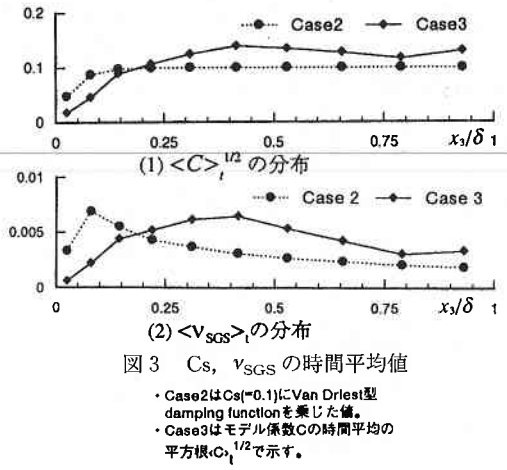


図 3　Cs，ν_{SGS} の時間平均値

・Case2はCs(=0.1)にVan Driest型 damping functionを乗じた値。
・Case3はモデル係数Cの時間平均の平方根$\langle C\rangle_t^{1/2}$で示す。

(2) 乱流速度の分布（図 2 -(1)）　細かいグリッド分割の Case 1（Smagorinsky モデル）の結果は，ピークの発生する x_3/δ の位置は Hussain らの実験(+)[18]と一致しており，全体的レベルは Kreplin らの実験(×)[19]に近い．ここには示さぬが，この傾向は pseudo スペクトル法を用いた Horiuti の結果（Smagorinsky モデル）[12]，ともほぼ対応する．Case 2 と同じグリッドで Dynamic SGS モデルを用いた Case 3 の結果（図 2 (1)の——）は壁近くで Case 2 (------) より大きな値をもち，全体のレベルは細かいグリッド分割の Case 1（○）や Horiuti の計算結果および Kreplin らの実験（×）に近い．したがって Dynamic SGS モデルの結果の方がより秀れていると判断される．Case 2, 3 の結果の差異をもたらす原因について図 2 (2), 図 3 (1)(2)に基づいて注 4 において考察する．

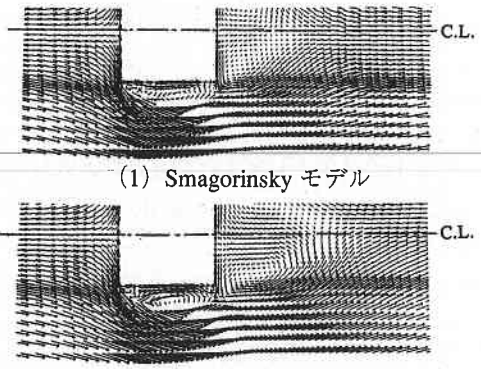
4．2 次元角柱周りの流れの解析

4.1．計算概要

(1) 基礎方程式　Smagorinsky モデル（$C_S = 0.13$）と Dynamic SGS モデルを比較した．$Re(=U_0D/\nu) = 2.2\times10^4$．Smagorinsky モデルではグリッドスケール $\bar{\Delta}$ に Channel 流と同様に wall damping function ($1-\exp(-x_n^+/25)$) を乗じた．テストフィルタの定義は注 2，図11を参照されたい．計算の安定化のため，C < 0 の場合 C = 0 としている[6),7),11)]（注 5）．また，角柱上流および側方の一様流中では(13)式分母の Mij が 0 に近づき，計算不能となるため，$M_{ij}^2 < 10^{-5}$ の場合 C = 0 とした．

(2) 解析領域，グリッド分割，境界条件，スキーム　注 6 に示す．

(3) 統計量の算出　時間差分間隔は Smagorinsky モデルでは $\Delta tU_0/D = 1\times10^{-3}$，Dynamic SGS モデルでは $\Delta tU_0/D = 2\times10^{-4}$．解が周期的定常状態に達するまで Smagorinsky モデルで無次元時間で約80の計算を行った後に，Dynamic SGS モデルの解析を開始．無次元時間で 8 経過



(1) Smagorinsky モデル

(2) Dynamic SGSモデル

図4　平均風速ベクトル

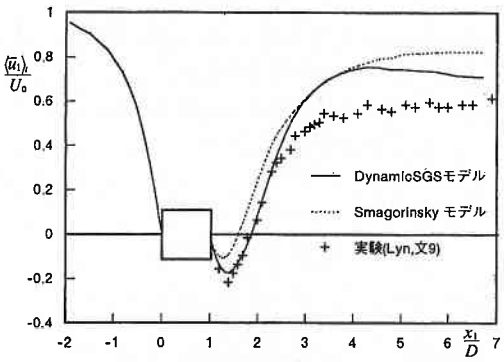


図5　風速の時間平均値 $\langle \bar{u}_1 \rangle_t$ の分布

した時点から，さらに無次元時間で約15の計算を行い，以下で示す諸量を算出した（注7）．

4.2 計算結果

(1) 平均風速（図4，5）　Dynamic SGS モデルの結果（図4(2)）は Smagorinsky モデル（図4(1)）にくらべて，側面付近の剥離域が広い（図6も参照）．したがって Dynamic SGS モデルの方が角柱背後の循環流域が後方まで延びている．図5に角柱中心軸上の風速 $\langle \bar{u}_1 \rangle_t$ の分布を示す．Dynamic SGS モデルの結果は，角柱背後の逆流域の広さが実験結果ときわめてよく一致しており，Smagorinsky モデルと比較して大きな改善が見られた（注8）．

(2) 剥離領域の風速，シアストレス等の分布（図6～9）　本解析で対象としている流れ場は，一様流が角柱風上コーナーで剥離し，乱流に移行する過程を含んでおり，この剥離域における遷移の過程が正確に再現されるかどうかが全体の流れ性状の再現を決定するものと考えられる．また Smagorinsky モデルでは通常，遷移の過程を精度よく解析することは困難であると言われている．図6に風上コーナーより0.325D 後方の位置の平均風速分布を示す．図6の表示位置で最も壁面に近い節点の壁座標 x_2^+ は約4である．Dynamic SGS モデルでは Smagorinsky モデルに比べて，剥離による逆流域が広く，角柱側方のより遠方まで風速が負となる．図7はこの領域でのモデル係数の時間平均値（Smagorinsky モデルでは Cs（＝0.13）に Van Driest 型の wall damping function を乗じた値，Dynamic SGS モデルでは $\langle C \rangle_t^{1/2}$）の分布を示している．C の値は時間的に大きく変動するが，角柱側方付近の逆流域中における時間平均値は $\langle C \rangle_t^{1/2}=0.2$ 程度の値を示し，角柱近傍においても小さくならない．これに対し，Smagorinsky モデルで与えた Cs（＝0.13）に wall damping function を乗じたモデル係数は角柱近傍では0に向かうため，角柱近傍において Smagorinsky モデルと Dynamic SGS モデルには大きな差異がある．また，角柱からある程度離れた領域において $\langle C \rangle_t^{1/2}$ は Smagorinsky モデルで与えた Cs ＝0.13に近い値となった．図8はこの領域での SGS 渦粘性係数の時間平均値 $\langle \nu_{SGS} \rangle_t$ の分布を示している．Smagorinsky モデルでは減衰関数の効果により速やかに壁近

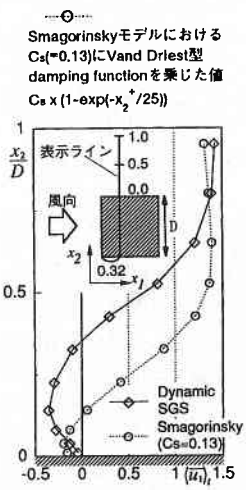


図6　$\langle \bar{u}_1 \rangle_t$

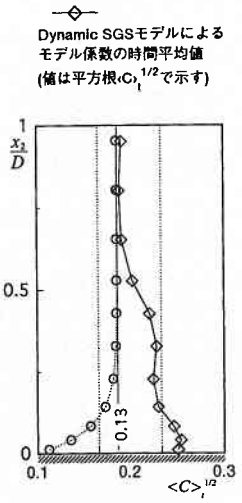


図7　$\langle C \rangle_t^{1/2}$

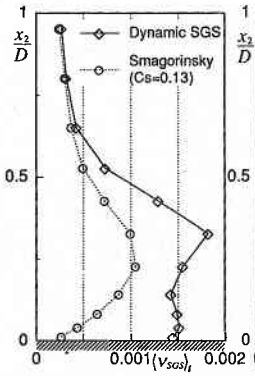


図8　$\langle \nu_{SGS} \rangle_t$

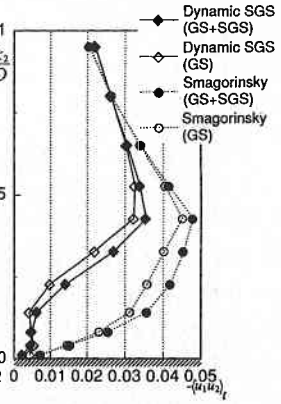


図9　$-\langle u_1' u_2' \rangle_t$

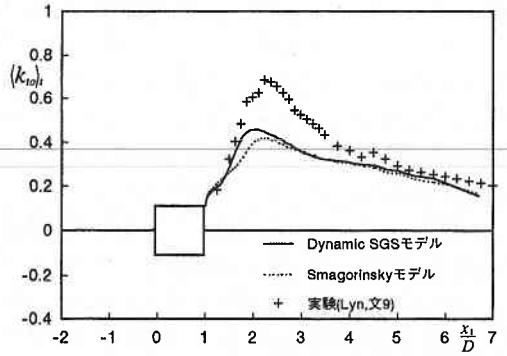


図10　total の変動エネルギー $\langle k_{to}\rangle_t$ の分布
(周期成分＋乱流成分，時間平均値)

くで減衰するのに対して，Dynamic SGS モデルでは壁からやや離れた位置で大きなピークを持ち壁近傍でもあまり減衰しない．この結果は，剥離域では Van Driest 型の wall damping function が妥当性を持ち得ないことを示唆している．次にこの領域での $-\langle u_1'u_2'\rangle_t$ の分布を比較すると（図 9），Dynamic SGS モデルは Smagorinsky モデルより小さな値を持ち，この部分で Smagorinsky モデルの方が拡散的であることがわかる．図 8 で示したように Smagorinsky モデルでは ν_{SGS} が Dynamic SGS モデルと比べて過小となるため，$\varepsilon=2\nu_{SGS}(\overline{S_{ij}})^2$ で評価される ε もまた過小となる．これにより Smagorinsky モデルの場合，乱流変動が散逸しにくくなり，乱流エネルギーが増加し，運動量の乱流拡散が過大となる．この結果，Smagorinsky モデルの場合，図 4，6 に示したように，剥離領域の成長が抑制されたものと考えられる．一方，Dynamic SGS モデルでは，大きな ν_{SGS} によって ε が増加し，乱流拡散が抑制されるため角注側方の逆流域が大きくなる．さらに，この部分での ν_{SGS} の評価の差異により生じる剥離性状の変化が，図 5 に示した角柱後方の循環流の大きさ等にも影響しているものと推定される．

(3) $\langle k_{to}\rangle_t$ (図10)　Dynamic SGS モデルを用いても $\langle k_{to}\rangle_t$ は依然として，全体的に実験値よりも小さいが，Smagorinsky モデルに比べて角柱背後に現われるピークの値がやや大きくなり実験に近づく．実験との差異については今後さらに検討したい．

5．結　　論

(1) Dynamic SGS モデルを有限体積法のコードに組み込み Channel 流および 2 次元角柱周りの流れを解析した．

(2) 粗いグリッド分割に基づく Channel 流の計算に関して，Dynamic SGS モデルの結果は Van Driest 型の wall damping function を併用した Smagorinsky モデルの結果と比較した場合，壁近傍の乱流速度が増加し，少々の改善が見られた．

(3) Dynamic SGS モデルを 2 次元角柱まわりの流れに適用した結果は，wall damping function を併用した Smagorinsky モデルの結果に比べて後方循環流の風速分布に関して大幅な改善が見られた．また角柱後方の $\langle k_{to}\rangle_t$ の分布に関しても若干の改善が見られた．これは角柱側面における乱流拡散の性状を Dynamic SGS モデルがより正確に再現していることによる所が大きいと考えられる．

(4) Dynamic SGS モデルの場合の計算時間は，Channel 流では Smagorinsky モデルの 2 ～ 3 割増だが，2 次元角柱周りでは 4 ～ 5 倍の計算時間を要した．計算の高速化，安定化についてはさらに検討したい．

謝　　辞

Colocation grid の採用に際して，石田義洋氏（鹿島建設㈱）より種々のご助言を頂きました．また，プログラムの高速化に関して，松井巨光氏（五洋建設㈱）のご協力を頂きました．記して謝意を表します．

(1993年12月13日受理)

記　　号

x_i：空間座標の 3 成分，u_i：風速の 3 成分（i=1：主流方向，i=2：主流直角(横)方向，i=3：鉛直方向）

f：変数 f の瞬時値，$\langle f\rangle_t$：変数 f の時間平均値

f'：時間平均からのずれ（$=f-\langle f\rangle_t$）

$\overline{f}$：変数 f に grid filter を施した値，$\hat{f}$：変数 f に test filter を施した値

$\overline{\Delta}_i$：i 方向のグリッドフィルタの幅，$\overline{\Delta}=(\overline{\Delta}_1\overline{\Delta}_2\overline{\Delta}_3)^{1/3}$

$\hat{\Delta}_i$：i 方向のテストフィルタの幅(注 2，図11参照)，$\hat{\Delta}=(\hat{\Delta}_1\hat{\Delta}_2\hat{\Delta}_3)^{1/3}$

ν_{SGS}：SGS 渦粘性係数，C_S：Smagorinsky 定数

k_{SGS}：変動エネルギーの Subgrid Scale (SGS) 成分 ($k_{SGS}=1/2(\overline{u_iu_i}-\overline{u}_i\cdot\overline{u}_i)$)

$\langle k_{to}\rangle_t$：total の変動エネルギー（$(1/2\langle u_i'^2\rangle_t)$ (時間平均値，周期成分＋乱流成分)

U_0：流入平均風速（空間および時間についての平均）

u^*：摩擦速度，D：角柱一辺の長さ，δ：Channel 半幅，$Re=U_0D/\nu$，$Re\tau=\langle u^*\rangle_t\,\delta/\nu$

x_n^+：壁座標 ($\langle u^*\rangle x_n/\nu$)，$x_n$：壁面からの距離

無次元化は $\langle u^*\rangle_t$，δ (Channel 流の場合)，U_0，D（2 次元角柱の場合）を用いて行う．

注 1）本計算では圧力と速度を同地点で定義する colocation grid を採用している．これは①Dynamic SGS モデルのテストフィルタを定義する場合，風速各成分の定義点が同一である方がプログラム上の取り扱いが簡単である，②工学上の問題への応用に不可欠と考えられる複合グリッド系への展開が容易である，という理由による．また本計算では colocation grid の節点で定義する速度に追加して，コントロールボリュームの界面（節点間の中点）における速度を計算して移流項に与えるセミスタガードスキームを採用している[13),14)]．通常 colocation grid の節点で定義された速度は，連続式を高精度では満足しないが，界面における速度は staggered grid における速度と同様，連続式を高精度で満足する．

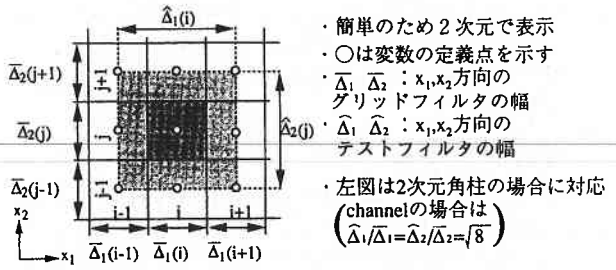


図11　colocation grid の変数定義点と grid filter, test filter の幅

これを移流項に与えて計算精度の向上を計る．さらに本計算では固体壁等の境界面をコントロールボリュームの界面に設定しているため，境界に一番近い節点における，境界に直交する速度の運動方程式を解く際に，この節点における圧力勾配が必要となる．ここでは境界に接する1/2コントロールボリュームを考え，その節点のコントロールボリュームが連続式を満足するように壁面上の圧力を決定し，これを用いて第1節点の圧力勾配を与えた[13]．

注2） 体積重みづけ平均を用いた有限体積法におけるテストフィルタ領域について図11に示す．

注3） W. Werner and W. Wengle[17]により提案された2層モデル．

$\overline{u_t}^+ = x_n^+ \ (x_n^+ \leq 11.81)$　(15)，　$\overline{u_t}^+ = 8.3 x_n^{+1/7} \ (x_n^+ > 11.81)$　(16)

(ただし，u_t，x_n はおのおの壁面接線方向風速と壁面からの距離を示す)．

注4） Case 2, 3 におけるモデル係数の時間平均値（Smagorinsky モデルでは Cs (=0.1) に Van Driest 型の wall damping function を乗じた値，Dynamic SGS モデルでは $<C>_t^{1/2}$）および SGS 渦粘性係数 ν_{SGS} の時間平均値の分布を図3(1)(2)に示す．モデル係数は channel の内部では Case 3 が Case 2 を上回り，$x_3/\delta=0.2$付近でその大小が入れ替わる（図3(1)）．SGS 渦粘性係数 $<\nu_{SGS}>_t$ は，Case 2（Smagorinsky モデル）では $x_3/\delta=0.08$付近までは壁に近づくにつれて徐々に増加し，壁面近傍でのみ wall damping function の効果により急激に減衰する．これに対し，Case 3（Dynamic SGS モデル）では ν_{SGS} が壁面に近づくにつれて緩やかに減衰し0に近づく．図2-(2)に，x_1 方向の乱流速度を GS と SGS 成分に分離した Case 2，3の比較を示す．ただし，ここで $<u_1'^2>_t$ の SGS 成分は $-<\nu_{SGS}\partial\bar{u}_1/\partial x_1>_t + (2/3)<k_{SGS}>_t$ ($k_{SGS}=\nu_{SGS}^2/(C_k\bar{\Delta})^2$，$C_k=0.094$) より算出した．Case 2（Smagorinsky モデル）では図3に示したように $x_3/\delta=0.08$付近で ν_{SGS} が大きくなるため，この部分で SGS 成分が大きい．この大きな ν_{SGS} のため GS の変動が抑制され total の変動量が減少したものと考えられる．これに対して Case 3（Dynamic SGS モデル）では ν_{SGS} が壁面近くで単調に減衰するため，GS の変動成分が大きくなり，この領域に存在する乱流速度のピーク値も増加する．

注5） 今回の計算対象はスパン (x_3) 方向で統計的性状が一様な2次元角柱であるため，角柱スパン (x_3) 方向に(13)式を平均して安定化を図ることができる[2),6),11)]．流れに一様な方向が存在する際には，その方向に平均化したCを用いた上で，C<0の場合のみC=0で置換えた方が置換の頻度は低くなり，その分だけ精度も向上すると考えられる[6)]．しかし本解析では今後のより3次元性の強い流れへの適用を考慮し，角柱スパン方向の平均は行わずに計算を実行した．

注6） (文5) と同様に解析領域は主流 (x_1) 方向に20D（角柱風上側に4.5D，後方に14.5D），横 (x_2) 方向に14.0D，角柱スパン (x_3) に2.0D とした．格子分割は106 (x_1) ×71 (x_2) ×12 (x_3)．角柱

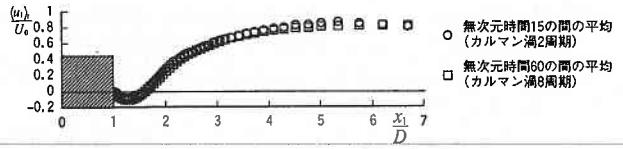


図12　平均時間による $\langle\bar{u}_1\rangle_t$ の変化 (Smagorinsky モデル)

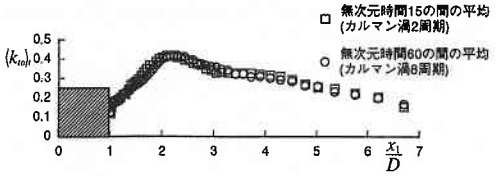


図13　平均時間による $\langle k_{to}\rangle_t$ の変化 ($\langle k_{to}\rangle_t = (\frac{1}{2}\langle u_i'^2\rangle_t)/U_0^2$) (Smagorinsky モデル)

壁面に接する格子の幅は0.022D．壁面に隣接する節点の壁座標 x_n^+ は前面で2～20，側面，背面では3～15．境界条件は，流入面では $\bar{u}_1=U_0$，$\bar{u}_2=0$，$\bar{u}_3=0$．流出面では速度3成分に対して $\partial/\partial x_1=0$．解析領域側面では slip 壁 ($\bar{u}_2=0$，$\partial\bar{u}_t/\partial x_2=0$)，角柱に直交する境界面では周期境界．角柱壁面上では注3に示した2層モデル．スキームは Channel 流の場合と同じ．

注7） 解が周期的定常状態に達した後に，Smagorinsky モデルで無次元時間約15（カルマン渦の変動の2周期分）を平均した結果と無次元時間約60（カルマン渦の変動の8周期分）を平均した結果を比較したところ，平均風速，速度変動のエネルギー $<k_{to}>_t$ の分布に関しては結果はほとんど変わらなかった（図12，13）．

注8） 循環流域よりさらに後方で，Smagorinsky モデル，Dynamic SGS モデルともに Lyn の実験[9)]と異なる分布の傾向を示しているが，(文5) に示したように LES だけでなく DSM，k-ε 等の他のモデルでも循環流域後方の風速を大きめに評価している．またここには示していないが Re=1.4×10⁴の Durao らの実験結果[20)]は LES の結果の方に近く，この点に関しては実験結果の精度も含めて今後さらに検討が必要である．

参 考 文 献

1) J. Bardina, J.H. Ferziger and W.C. Reynolds, AIAA paper-80 (1981)
2) M. Germano, U. Piomelli, P. Moin and W.H. Cabot, Phys. Fluids, A3, 1760 (1991)
3) A. Yoshizawa, Phys. Fluid, A3, 8 (1991)
4) K. Horiuti and N.N. Mansour, Ninth Symposium on "Turbulent Shear Flows", Kyoto (1993)
5) 持田灯，村上周三，W. Rodi，坂本成弘，第6回数値流体力学シンポジウム論文集，277 (1992)
6) K. Akselvoll and P. Moin, Engineering Applications of Large Eddy Simulation, FED-Vol. 162, ASME (1993)
7) Y. Zang, R.L. Street and R. Koseff, Engineering Applications of Large Eddy Simulation, FED-Vol. 162, ASME (1993)
8) M. Olsson and L. Fuchs, Refined Flow Modelling and Turbulence Measurements, Paris (1993)
9) D.A. Lyn, private communication (1992)
10) D.K. Lilly, Phys. Fluids A4, 633 (1992)

11) J. Liu and U. Piomelli, Engineering Applications of Large Eddy Simulation, FED-Vol. 162, ASME (1993)
12) K. Horiuti, Journal of Computational Physics, vol. 107, No. 2 (1987)
13) C.M. Rhie and W.L. Chow, AIAA Journal, vol. 21 (1983)
14) 石田義洋，村上周三，加藤信介，持田灯，日本建築学会計画系論文報告集，第451号，55 (1993)
15) 森西洋平，第36回生研講習会テキスト (1993)
16) U. Piomelli, J. Ferziger and P. Moin, Stanford University, Report TF-32 (1987)
17) W. Werner and W. Wengle, Proc. 8th Symp. on Turbulent Shear Flows, 19-4, Munich (1991)
18) A.K.M.F. Hussain and W.C. Reynolds, J. Fluid Eng. 97, 568 (1975)
19) H. Kreplin and M. Ecklemann, Phys. Fluids 22, 1233 (1979)
20) D.F.G. Durao and M.V. Heitor and J.C.F. Pereira, Experiments in Fluids, vol. 6 (1988)
21) 村上周三，持田灯，石田義洋，富永禎秀，生産研究，46巻 2 号 (1994)