

人の立位平衡時におけるフィードバック制御解析 (2)

—多変量自己回帰モデルの利用—

Feedback Control in Maintenance of Standing Balance by Humans:
2. Analysis by Multivariate Autoregressive Modeling

鶴岡政子*・柴崎亮介*・和田孝雄**

エルジーン オーボックス*・村井俊治*

Masako TSURUOKA, Ryosuke SIBAZAKI, Takao WADA,
Elgene O. BOX and Shunji MURAI

1. はじめに

ランダムな振幅を経時的に繰り返すデータに規則性が存在するかどうかを見つける場合、フィードバック制御が働いている現象である時は、赤池の多変量自己回帰モデル (Auto Regressive Model) の適応による解析が、近年有効な情報をもたらしている。その分野は広く、船舶、飛行機の運転制御、原子力発電制御、震源地推定、音響ホール建築、さらに生体系では複雑な代謝のしくみの解明に貢献している²⁾。

本報告では人の立位平衡時のフィードバック制御に適応し、

1) 左右下肢の荷重変化を2変数とした場合

2) 左右足圧力中心位置の前額面、矢状面変化を2変数とした場合の時系列ランダムデータからパワー寄与率、インパルス応答を求めて解析を行った。

2. 赤池の多変量自己回帰モデル^{1)~3)}
(Auto Regressive Model)

赤池の多変量自己回帰モデルは次式で表す。

$$X_i(s) = \sum_{j=1}^K \sum_{m=1}^M a_{ij}(m) X_j(s-m) + n_i(s)$$

K は系の個数、 M は次数で過去のどこまでさかのぼってモデルを作るかを定める。変数 X_i の現在の値を過去の m 時点における他の変数 X_j で表す。 $n_i(s)$ はホワイトノイズ、 $a_{ij}(m)$ は自己回帰係数で、各変数間の制御関係を表す。

1) パワー寄与率

変数 X_i に対して変数 X_j がどの程度の制御を行っているかは、変数 X_j についてのホワイトノイズが変数 X_i にどの位の割合で寄与しているかで表現する。次に示すステップよりパワー寄与率を求めることができる。

(1) ホワイトノイズ

$$n_i(t) = x_i(t) - \sum_{m=1}^k \sum_{j=1}^k a_{ij}(m) \cdot x_j(t-m)$$

(2) ホワイトノイズの分散・共分散を求める

$$Rn_i n_j(l) = \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^M \sum_{r=1}^K \sum_{s=1}^K a_{ir}(m) \cdot a_{js}(n) \cdot R_{rs}(l-m+n)$$

(3) フーリエ変換すると

$$s_{ij} = \sum_{r=1}^K \sum_{s=1}^K a_{ir}(f) \cdot p_{rs}(f) \cdot a_{js}(f)$$

(4) 行列表示すると

$$S = A(f) \cdot P(f) \cdot A(f)^T, \text{ただし}$$

$$A(f) = - (I - \sum_{m=1}^k A(m) \exp(-i2\pi f m))$$

$$P(f) = A(f)^{-1} \cdot S \cdot (A(f)^T)^{-1}$$

(5) 異なる変数のノイズ間の相関をゼロとすると

$$p_{ii}(f) = \sum_{j=1}^K |((A(f))^{-1})_{ij}|^2 s_{jj} = \sum_{j=1}^K q_{ij}(f)$$

$$q_{ij}(f) = |((A(f))^{-1})_{ij}|^2 s_{jj}$$

(6) 赤池のパワー寄与率

$$r_{ij}(f) = q_{ij}(f) / p_{ii}(f)$$

2) インパルス応答

変数 X_i の変動が変数 X_j に時間のずれをもって伝わりフィードバック制御が行われたとすると変数 X_i の変動曲

* 東京大学生産技術研究所 第5部

** 東京都稲城市立病院 内科学

研究速報
 線はすべてインパルスの波と考えられる。X_jは順次応答し続ける。その応答特性は系により特定の形式を示す。今、1.0のインパルスに系を与え、応答シミュレーションを試みると次の過程を経て制御系の特徴を知ることができる。k変数p次のモデルを考えると次式が成立する。

$$X(t) = \sum_{m=1}^k X(t-m) + N(t)$$

また、変数 X(t) は t 時点における多変数の観測値で、p 時点までさかのぼった過去までの情報の集合である。

$$Z(t) = \begin{bmatrix} X(t) \\ X(t-1) \\ \vdots \\ X(t-p+1) \end{bmatrix}$$

したがって状態変数 Z(t) は次式となる。V(t) はホワイトノイズである。

$$Z(t) = \Psi Z(t-1) + V(t)$$

$$\Psi = \begin{bmatrix} A(1) & A(2) & \cdots & A(m-1) & A(m) \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad V(t) = \begin{bmatrix} N(t) \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

次に示すステップによりインパルス応答を求めることができる。

1. Z(0) をゼロマトリックスにする。

$$Z(0) = \begin{bmatrix} X(0) \\ X(-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \\ x_1(-1) \\ x_2(-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

2. m₁(1) に1.0インパルスを入れる。以後のノイズは0とする。

$$Z(1) = \Psi Z(0) + V(1)$$

$$= \begin{bmatrix} A(1) & A(2) \\ I & 0 \end{bmatrix} Z(0) + \begin{bmatrix} N(1) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a_{11}(1) & a_{12}(1) & a_{11}(2) & a_{12}(2) & 0 \\ a_{21}(1) & a_{22}(1) & a_{21}(2) & a_{22}(2) & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

3. Z(1) から Z(2) を求める。ノイズは0。

$$= \begin{bmatrix} a_{11}(1) & a_{11}(1) & a_{11}(2) & a_{12}(2) \\ a_{21}(1) & a_{22}(1) & a_{22}(2) & a_{22}(2) \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a_{11}(1) \\ a_{21}(1) \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

4. 以後は同様な操作で Z(3), Z(4) …… を求める。

3. パワー寄与率による解析

被験者の重心動揺の平均的な人の検査データを示すと図1の閉眼時の左右下肢の荷重変化は図2の開眼時と比較すると両荷重の動揺の振幅が大きく変化している。そこで閉眼時の左下肢パワーを1とした時の右下肢荷重のパワー寄与率を求めて図3に示すと、右下肢のパワーがだんだん大

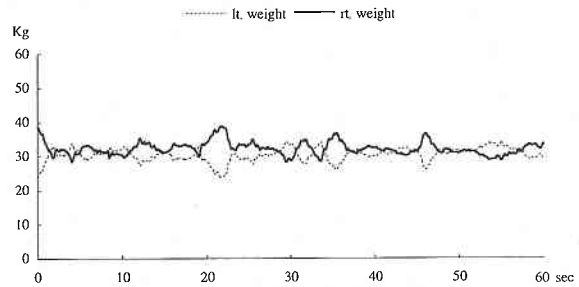


図1 左右下肢の荷重変化 (閉眼時)

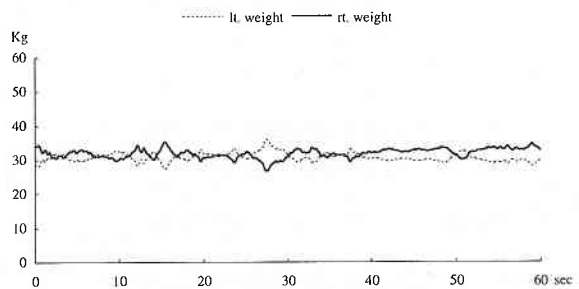


図2 左右下肢の荷重変化 (開眼時)

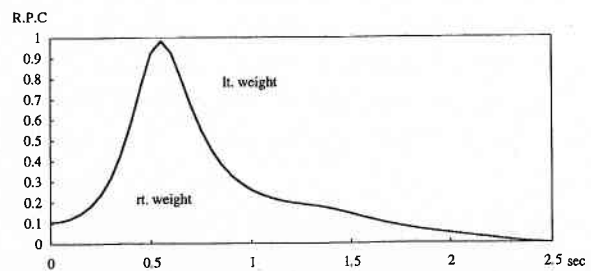


図3 左右下肢の荷重変化におけるパワー寄与率

きくなり左下肢のパワーと交代する部分がある。図4の人は左右のパワーが等しく交代する穏やかな制御関係といえる。左右足圧力中心位置軌跡のデータから矢状面と前額面の動きに分けて比較すると図5のように矢状面の動きと前額面の動きは互いに反対の起伏になっており、被験者すべてに共通した特徴であった。図6を見るとA(矢状面)のパワーが強くB(前額面)を制御している。

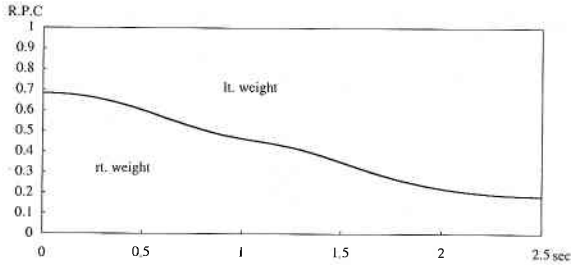


図4 左右下肢の荷重変化におけるパワー寄与率

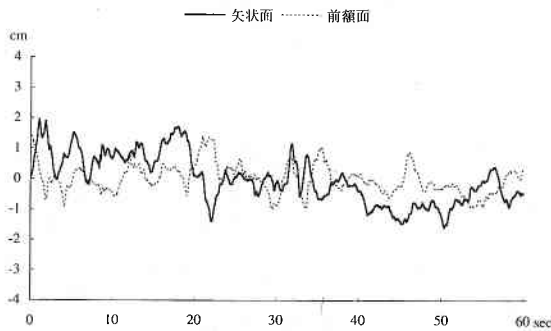


図5 左右足圧力中心位置の時系列変化

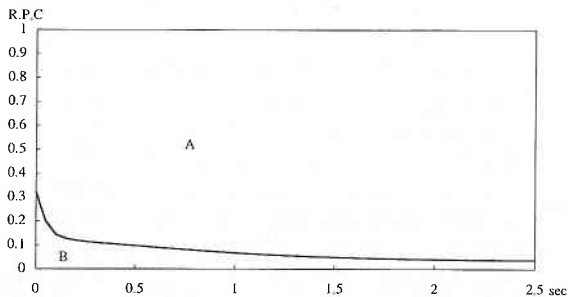


図6 左右足圧力中心変位のA(矢状面)とB(前額面)のパワー寄与率

4. インパルス応答による解析⁴⁾

左右の下肢荷重データを2変数として1kgのインパルスを与えた時、応答による結果は人により異なり、次の3グループA型、B型、C型に分類された。図7(R-L>L-R, A型)は右下肢から左下肢へのインパルス応答が大きく、右下肢のインパルスの吸収が弱かったことを示唆している。5名。図8(R-L<L-R, B型)は反対で左下

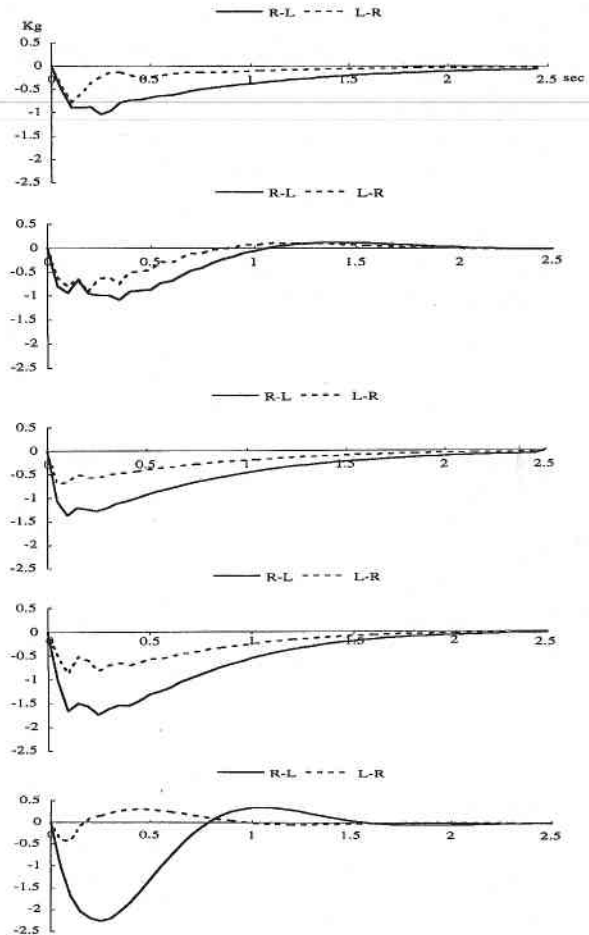


図7 左右下肢のインパルス応答(R-L>L-R) A型

肢のインパルス吸収が弱く6名、図9(R-L=L-R, C型)では左右下肢がほぼ均等に働いている。3名。各型においてインパルス応答の大きさは個人により異なり特徴的であった。

5. 考 察

多変量自己回帰モデルを利用して人の立位平衡時のフィードバック制御を調べると共通性があり、またその安定性は個人により特徴を持つことが示された。生体のフィードバック制御は複雑で、その解釈の指標、特徴づけるファクターを軸として、変数を取り扱う必要がある。静止立位でも動いている場合でも人は多くの関節を協調的に動かしている。

スポーツ選手の立位平衡時の安定性は種目により特異性があるのか、スポーツ障害をおこした原因や適性の指標としての検討とdynamic shoe insideを使用したとき膝、足部等疾患を持つ人の歩行形態において、全体のリズミカルな3次元空間での動きの改善をみた時の立位平衡の安定

研 究 速 報

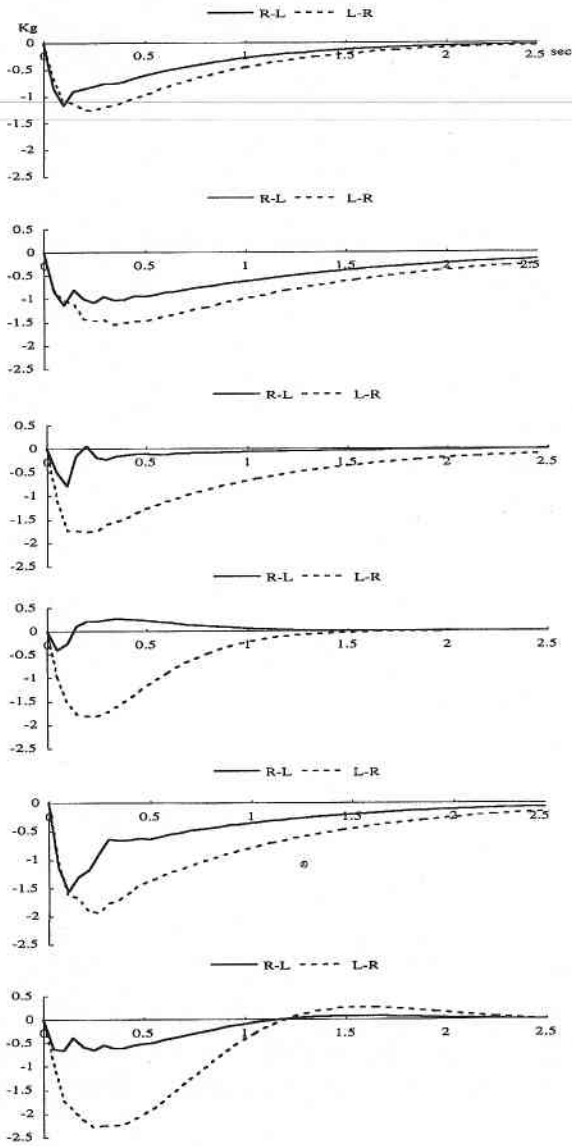


図 8 左右下肢のインパルス応答 (R-L<L-R) B 型

性的変化を把握するリハビリテーション過程においてステレオ Video 撮影記録と重心計測, 平衡機能検査等を継続して行い, 画像より各関節の 3 次元位置データを得て, 重心の移動を軸とし, 疾患回復過程における各関節の制御関係の解析を医学部との合同研究において進めている。

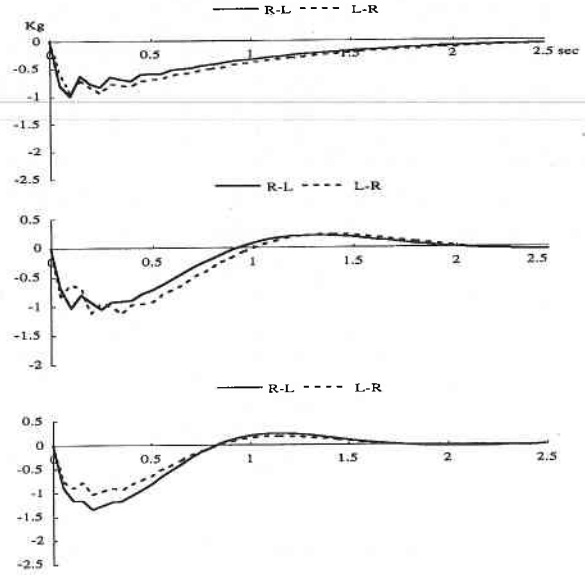


図 9 左右下肢のインパルス応答 (R-L=L-R) C 型

謝 辞

東京都稲城市立病院リハビリテーション科栗田修司氏, 昭和大学医学部藤が丘リハビリテーション病院入谷誠氏, 東京大学医学部第二内科栗田昌弘氏にご指導, ご協力を頂きましたことを深く感謝致します。(1993年10月14日受理)

参 考 文 献

- 1) 赤池弘次, 中川東次郎: ダイナミックシステムの統計的解析と制御, サイエンス社, 1972.
- 2) T. WADA, S. SATO and N. MATSUO: Application of multivariate autoregressive modelling for analysing chloride/potassium/hiearbonat relationship in the body. MBEC Kyoto World Congress, pp. 99-107, 1993.
- 3) 樋口知元: 自己回帰 (AR) モデルの線形代数の観点からの解釈, 統計数理第38巻第 1 号 pp31-45, 1990.
- 4) 鶴岡政子, 柴崎亮介, 村井俊治, 森 英二, 和田孝雄他: 人の動きのバイオメカニクス, フィードバック解析, 日本写真測量学会秋季学術講演会論文集, pp185-188, 1993.