

# 修士論文

## 2次元格子系における金属 モット絶縁体 相転移に関する研究

東京大学大学院 情報理工学系研究科 電子情報学専攻  
修士課程 2006年度 66417番

楠戸 健一郎

指導教授 山本 喜久教授

2008年2月4日

# 目次

<b>1</b>	<b>はじめに</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>背景</b>	<b>3</b>
2.1	二次元電子ガス . . . . .	3
2.2	固体中の電子 . . . . .	6
<b>3</b>	<b>目的と手法</b>	<b>18</b>
3.1	目的 . . . . .	18
3.2	デバイス . . . . .	20
3.3	測定 . . . . .	27
<b>4</b>	<b>実験と解析</b>	<b>33</b>
4.1	サンプル . . . . .	33
4.2	測定 . . . . .	35
<b>5</b>	<b>まとめ</b>	<b>46</b>
<b>A</b>	<b>付録</b>	<b>49</b>
A.1	4.2.2.3 電子密度依存性 . . . . .	49
A.2	4.2.2.4 温度依存性 . . . . .	50

# 1 はじめに

近年、量子多体系の問題を人工的に構築した実験系にマッピングさせて、実験系のパラメータを動かすことでシミュレーションを行い、対象となる系の状態を解明しようとする手法が注目を集めている。量子多体系の問題は、1次元系のような特殊な系を除いて、一般的に解析的に解くことは不可能であり、また、数値的に解こうとした場合、粒子の数に対して系の次元が指数関数的に増大するので、いわゆる NP 問題に帰着してしまう。よって理論的に問題を解こうとしてもなんらかの近似が必要であった。しかし、量子シミュレーションではパラメータを適切にマッピング、調節すれば、多体系の問題を近似することなく、粒子同士の相互作用による効果を解明することができる。

現在最も盛んに行われているのは、ハバードモデルを用いた量子シミュレーションである。ハバードモデルとは、粒子は格子点上にのみ存在するとして、粒子の他の格子点への遷移効果  $t$  と、同じ格子点に二個以上粒子が存在した場合の相互作用効果  $U$  によって表されるモデルである。ハバードモデルが注目を集めたのは、相互作用効果により系のコヒーレントな位相が壊され絶縁体状態 (モット絶縁体) への相転移が観測されるだけでなく、フェルミ粒子に対するハバードモデル (フェルミハバードモデル) において、anti-ferro 磁性や高温超伝導状態の観測が予想されているからである。現在主流となっているのは、冷却した原子を磁場で真空中に集め、光トラップといわれる光を用いたポテンシャルでハバードモデルを実現し、量子シミュレーションを行う手法である。Greiner らはこの手法を用いて、ボゾンである  $^{87}\text{Rb}$  原子の超流動状態から Mott 絶縁体状態への相転移を観測した<sup>1)</sup>。Fig.1.1 は、 $^{87}\text{Rb}$  原子の2次

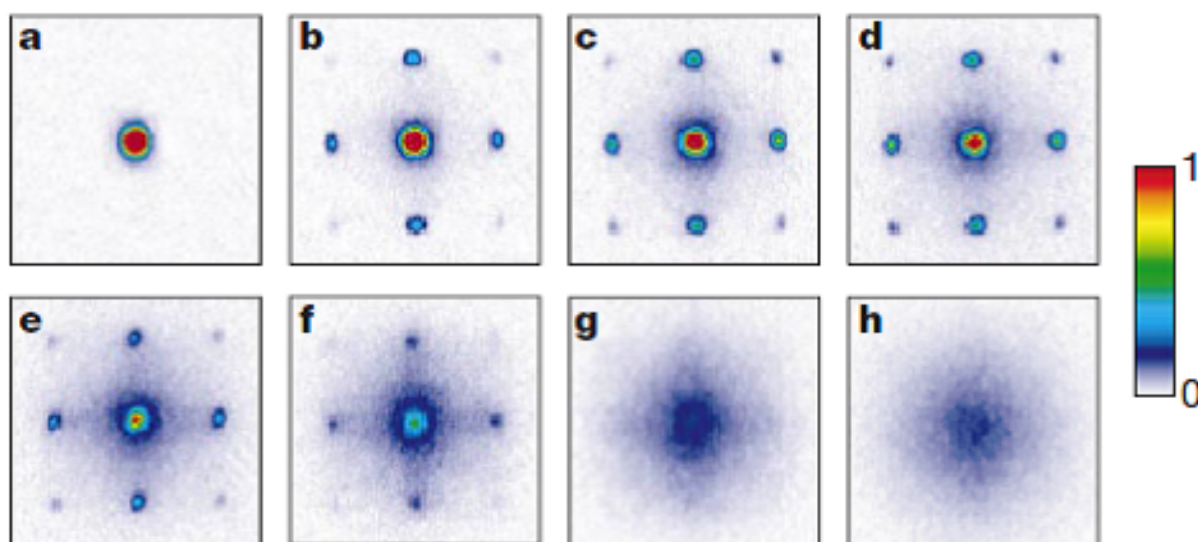


Fig. 1.1 相転移の様子<sup>1)</sup>

元運動量をマッピングしたものであり、縦を  $p_y$  横を  $p_x$  とすると、四角の中心が  $p_x = p_y = 0$

に対応している。a h の方向に進むにつれて、ハバードモデルのパラメータ  $U/t$  を増加させている。また、ある運動量を持つ  $^{87}\text{Rb}$  原子が多いほど、値は大きくなる。a ではほぼすべての  $^{87}\text{Rb}$  原子が  $p_x = p_y = 0$  の状態にあり、超流動性をもつボーズ凝縮が起こっていることがわかる。この状態から、 $U/t$  を断熱的に増やしていくと、h では運動量の相関は見られない。h では各  $^{87}\text{Rb}$  原子の位置が確定されているモット絶縁体状態にあるため、運動量の相関が失われたのである。この Greiner らの実験の他にも今日まで様々な研究がなされているが、フェルミ粒子を用いたハバードモデルの相転移の実験の成功例はまだない。本研究では、半導体界面の二次元電子ガス上でハバードモデルの量子シミュレーションを行い、金属-モット絶縁体相転移を観測することを目的とし、人工的な実験系の構築、実験を行った。

## 2 背景

### 2.1 二次元電子ガス

まず本研究で対象とする二次元電子ガスについて述べる。Fig.2.1 は GaAs/AlGaAs ヘテロ接合のエネルギーバンド構造を示したもので、 $E_c$  が伝導帯 (conduction band)、 $E_v$  が価電子帯 (valence band) を表している。ここで、GaAs、AlGaAs のヘテロ構造では、それぞれのエネルギーバンドが異なるために界面付近でのエネルギーバンドに変調が掛かって、厚さ方向  $z$  に急激なポテンシャルが作られ、 $z$  軸方向に閉じ込められる。また、このポテンシャルによって  $z$  軸方向のモード間のエネルギーギャップが増大され、モード間の遷移が抑制され 1 つのモードにのみ電子は存在し、実質 2 次元とみなすことができる。これを 2 次元電子ガス (2DEG: Two Dimensional Electron Gas) と呼ぶ。他にも AlGaAs-GaAs-AlGaAs の量子井戸構造や Si を用いて 2DEG を構成する方法もある。一方 2 次元方向には有限温度ではフォノン

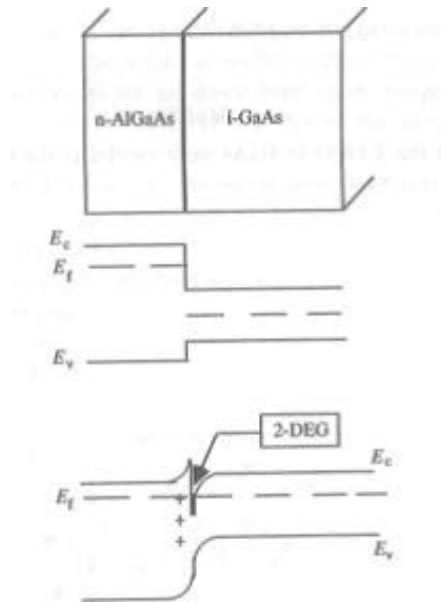


Fig. 2.1 GaAs/AlGaAs ヘテロ接合

散乱による抵抗が生じる。また十分な低温において、理想的にはポテンシャルは存在せず、電子は自由に伝播することができるのであるが、実際は不純物によるポテンシャルの揺らぎが存在し、抵抗が生じる。この不純物によるポテンシャルの揺らぎが 2DEG の性能を左右する。以下、2DEG の特徴を示すいくつかの量を説明する。

### 2.1.1 フェルミ波長と電子密度

まず、2DEG に存在する電子の量を考える。電子密度  $n_s$  は単位面積当たりの電子の数で定義する。電子のエネルギー分布は Fermi 分布

$$f_0(E) = \frac{1}{1 + \exp[(E - E_f)/k_B T]} \quad (2.1)$$

で与えられる。Fig.2.2 は温度が十分低温の領域のフェルミ分布関数を示す。縦軸がフェルミ分布関数  $f_0(E)$  であり、横軸が系のエネルギー、また、 $E_s$  は対象としているバンドの底のエネルギーで、 $E_f$  はフェルミエネルギーである。この場合のように十分低温であれば、2DEG 中の電子は Fermi 縮退していると考えられ、 $f_0(E) \approx \vartheta(E_f - E)$  とかける。 $\vartheta$  は step 関数を表す。

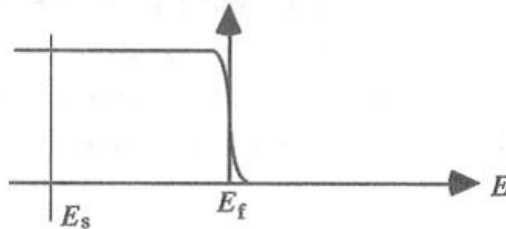


Fig. 2.2 フェルミ縮退の時の状態密度

一方状態密度は

$$N(E) = \frac{m}{\pi \hbar^2} \vartheta(E - E_s) \quad (2.2)$$

であるので、電子密度は

$$n_s = \int N(E) f_0(E) dE = N_s (E_f - E_s) \quad , \quad N_s \equiv \frac{m}{\pi \hbar^2} \quad (2.3)$$

と表すことができる。ただし、 $m$  は GaAs 中での電子の質量、 $E_s$  はコンダクションバンドの底のエネルギーを表す。

2DEG 中においては伝導現象は Fermi 面付近の電子が担っており、Fermi エネルギーを持つ電子の波長: Fermi 波長  $\lambda_f$  を伝導電子の波長と考えることができる。ここで Fermi 波数  $k_f (= \frac{2\pi}{\lambda_f})$  を用いると、

$$E_f - E_s = \frac{\hbar^2 k_f^2}{2m} \Rightarrow \hbar k_f = \sqrt{2m(E_f - E_s)} \quad (2.4)$$

より、電子密度と Fermi 波長の関係が導かれる。

### 2.1.2 移動度と平均自由行程

不純物やフォノンが2DEG中を伝播する電子の運動量を変化させる。この程度は不純物の量や温度によって変化するが、十分低温においては温度変化は無視できるほど小さい。よって十分低温では不純物ポテンシャルの影響を運動量の変化が起こる程度で表すことができる。ここで、運動量の変化が起こる時間間隔  $\tau_m$  とすると、電子が一定の運動量を保ちながら進むことができる距離:平均自由行程  $L_m$  は、

$$L_m = v_f \tau_m \quad (v_f : \text{Fermi velocity}) \quad (2.5)$$

と表すことができる。

ここで

$$\mu \equiv \left| \frac{v_d}{E} \right| \quad (2.6)$$

と定義される移動度と、平均自由行程は

$$\mu = \frac{|e| \tau_m}{m} \quad (2.7)$$

のような関係で結び付けられる。移動度は2DEGのきれいさ(不純物攪乱の少なさ)の指標として用いられる。移動度が高いほど、2DEGがきれいといえる。

### 2.1.3 位相緩和時間

電子は粒子としての性質と波としての性質をあわせ持つ。前節ではこの粒子としての性質に関する項目を説明をしたが、本節では波としての性質に関する項目について述べる。ある系において粒子があるエネルギー一定の定常状態にあるとすると、外部からの攪乱がない限り、この粒子のエネルギーは時間によらず一定であり、波動関数の位相のみが変化する。この状態をコヒーレント状態という。つまり、考えている系のハミルトニアンに含まれていないものとの相互作用により、コヒーレント状態は破壊される。通常、2DEG中の電子について考える際は、静電的な不純物ポテンシャルまでは考慮に入れる。よって、電子のコヒーレンスを考える際に、攪乱の要因となるものは電子同士の相互作用と、スピンのような内部自由度を持つ不純物との相互作用である。また、有限温度においては、フォノンとの接触も起こりうる。フォノンも通常2DEG中の電子のハミルトニアンには含まれていないため、コヒーレンスを破壊する。また、2DEG中で電子の位相がコヒーレントに保たれる時間を位相緩和時間  $\tau_\phi$  と呼ぶ。

## 2.2 固体中の電子

固体中では、電子は原子起動に束縛されている。これをモデル化すると、原子に対応する格子点上を電子が移動している、と考えることができる。電子が隣りの格子点へ遷移できる程度を  $t$  と表すと  $t$  が大きい場合は束縛が弱い状態を表し、 $t$  が小さい状態は束縛が強い状態を表す。 $t$  が 0 であれば、電子はある格子点から動くことができない。つまり、電子はその原子軌道に完全に束縛されていて、系は伝導性を示さない。このようになんらかの理由で、電子がある部分に局在し系全体を行き来することができない状態を絶縁体状態であるという。絶縁体状態を引き起こす要因と考えられているものは種々有り、上で述べたものはもっとも単純なものでしかない。実際には周期ポテンシャルによるバンド構造の生成や、不純物ポテンシャルによる影響、電子同士の相互作用による影響などさまざまな効果が、固体中の電子の運動に影響する。本節では、これら固体中の電子について説明する。

### 2.2.1 バンド理論

初めに、不純物の存在や、電子間相互作用を無視し、周期ポテンシャルのみの影響を考える。これは、固体中の電子に関する最も単純なモデルであるが、金属、半導体、絶縁体の説明など大きな成功を収めている。

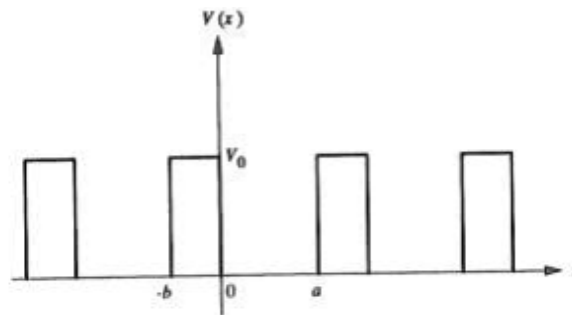


Fig. 2.3 周期ポテンシャル

原子のポテンシャルを Fig.2.3 のようなモデルとする。このときシュレーディンガー方程式は、

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi_1}{dx^2} = \mathcal{E}\Psi_1 \quad (0 < x < a \text{ のとき}) \quad (2.8)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi_2}{dx^2} + V_0\Psi_2 = \mathcal{E}\Psi_1 \quad (-b < x < 0 \text{ のとき}) \quad (2.9)$$



と表される。ただし、 $\mathcal{E}$  は電子のエネルギーで、 $\mathcal{E} < V_0$  とする。また、 $x$  軸に沿って、 $d = a + b$  だけ移動させても、ポテンシャルは同等なので、その領域でもこの式は成り立つ。よって、波動関数もポテンシャルと同じ周期を持つことが予想される。そこで、波動関数を周期  $d$  を持つ関数  $u_i(x)$  を用いて、

$$\Psi_K(x) = \exp(iKx)u_K(x) \quad (2.10)$$

と表す。この 2.10 の形を持つ関数をブロッホ関数という。式 2.10 を、式 2.8、2.9 に代入したものと、波数  $k = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}\mathcal{E}}$  と、減衰定数  $\gamma = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(V_0 - \mathcal{E})}$  より、

$$u_1 = A\exp-i(K-k)x + B\exp-i(K+k)x \quad (0 < x < a \text{ のとき}) \quad (2.11)$$

$$u_2 = C\exp-i(K-\gamma)x + B\exp-i(K+\gamma)x \quad (-b < x < 0 \text{ のとき}) \quad (2.12)$$

とかける。波動関数の連続の条件をこの 2 つの式に適用し、 $V_0 \rightarrow \infty$  と同時に  $b \rightarrow 0$  とすると、

$$\frac{\gamma^2 b}{2k} \sin ka + \cos ka = \cos Ka \quad (2.13)$$

という条件がわかる。右辺のとりうる値は  $[-1, 1]$  であるので、 $K$  の値によって、許される  $ka$  の値、つまりは状態が存在するエネルギーが決まる。これを図示したものが、Fig.2.4 である。影のある領域が波動関数が 0 ではなく、状態が存在し、この領域をそれぞれエネルギー

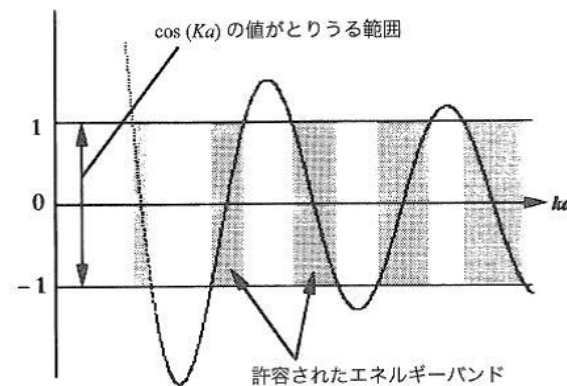


Fig. 2.4  $ka$  のとりうる範囲

バンドという。また、エネルギーの分散関係は Fig.2.5 のようになる。

以上の議論では Fig.2.3 のような特殊な形のポテンシャルを仮定し、 $b \rightarrow 0$  などを仮定したが、一般の周期ポテンシャルにおいても成立する。ここで、フェルミ面とバンドの関係を考える。Fig.2.6(a)、(b) のようにフェルミレベルがバンドギャップ内にある場合は、フェルミレベルより下のバンドは完全に電子で占められ、上にあるバンドは空となる。このとき絶対零度において、フェルミレベル付近の電子は存在しないため、絶縁体となる。これが、バンド

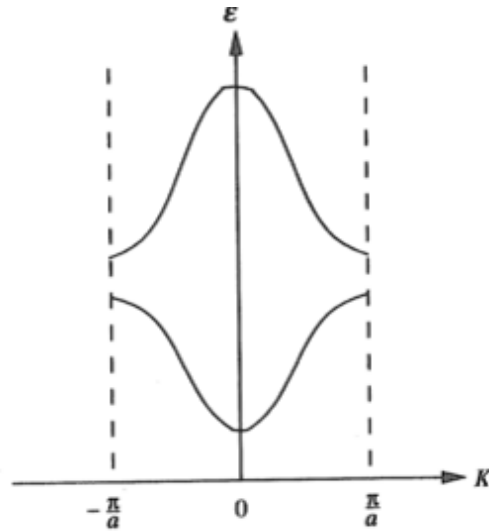


Fig. 2.5 分散関係

絶縁体である。一方、(c)、(d)においてはフェルミレベルがバンド内部にあるため絶対零度においてもフェルミレベル付近の電子が存在する。このため、絶対零度においてもコンダクタンスは有限の値を持ち、金属特性を示す。ここで、有限温度を考える。温度  $T$  が有限の大

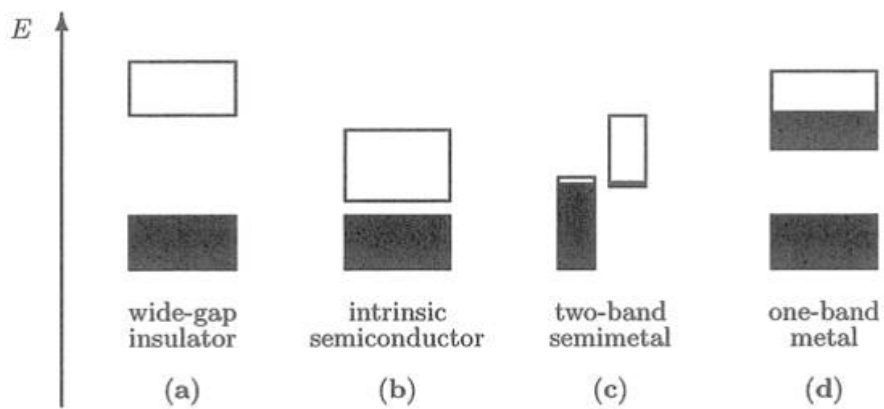


Fig. 2.6 フェルミレベルとエネルギーバンド

きさを持つ場合、電子のフェルミ分布関数はフェルミレベルより大きなエネルギー領域にも有限の値を持つ。バンドギャップ  $\Delta$  が十分大きく  $k_B T \ll \Delta$  のような場合、温度  $T$  が有限の値であっても、上のバンドにおいてフェルミ分布関数の値は十分小さく、依然としてコンダクタンスはほぼ0である。しかし、 $\Delta$  が小さく  $k_B T \approx \Delta$  の場合、上のバンドにおいてフェルミ分布関数が有限の値を持ち、系は有限のコンダクタンスを示す。

バンド理論では、ギャップの存在の有無が金属と絶縁体の違いとなっているのであるが、 $\Delta$  の大きさは、ポテンシャルの大きさ、周期による。よって、電子密度を一定とすれば理想的に

はポテンシャルの大きさを変えていけばバンド理論による金属 絶縁体転移が観測できる。

## 2.2.2 ハバードモデル

本節では、周期ポテンシャルに電子間の相互作用をとり入れたハバードモデルについて説明する。ここでは、周期ポテンシャルの影響を、「電子は格子点状にのみ存在する」とする。また、簡単のため書く格子点には電子が存在できる状態は1つとする。電子はフェルミ粒子であるので、各サイトには最大で異なるスピンをもつ2つの電子が存在できる。簡単のため、電子が存在できる状態のエネルギーを基準ととり、となりあう格子点*i,j*間の遷移行列要素を  $t$  とし、同じサイトに2つの電子がいたときのクーロン相互作用によるエネルギーを  $U$  とすると、ハミルトニアンは

$$\mathcal{H} = -t \sum_{\langle i,j \rangle, \sigma} (c_{i,\sigma}^\dagger c_{j,\sigma} + c_{j,\sigma}^\dagger c_{i,\sigma}) + U \sum_i n_{i,\downarrow} n_{i,\uparrow} \quad (2.14)$$

と書ける。ここで、 $\sigma$  はスピンを表し、 $c_{i,\sigma}$  は格子点  $i$  におけるスピン  $\sigma$  の粒子に対する消滅演算子、 $n_{i,\sigma} = c_{i,\sigma}^\dagger c_{i,\sigma}$  である。この周期ポテンシャルによる影響を  $t$ 、クーロン相互作用による影響を  $U$  で表したモデルをハバードモデルという。

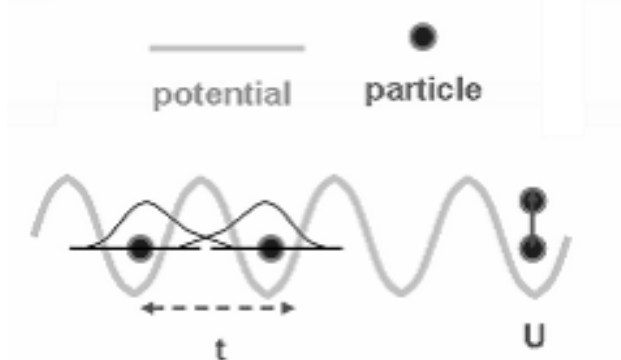


Fig. 2.7 1次元ハバードモデルの概念図

### 2.2.2.1 金属 モット絶縁体相転移

ここで、各格子点に平均1個の電子が存在する状態を考える。

$U/t \gg 1$  の場合

十分低温において  $U$  が十分大きく、 $U \gg k_B T$  が成り立っているとする。また、周期ポテンシャルによるバンドの広がり  $U \gg t$  より、また格子点間の遷移も抑制されるので、電子は各格子点上に1個ずつ局在する。この、クーロン相互作用  $U$  による局在状態をモット絶縁体と

いう。一般には低温において、この絶縁体状態は反強磁性を持つ。

### $U/t \ll 1$ の場合

バンド幅  $t$  が  $U$  に比べて十分に大きければ、これは前節で述べたバンド理論と同じ状態であると考えられる。よって、電子はこのバンド内を自由に動き回ることができ、系は局在のない金属状態にある。また、このときの定常状態のエネルギーは2次元においては

$$\varepsilon_k = -2t(\cos k_x + \cos k_y) \quad (2.15)$$

と書け、これはバンド理論における最低エネルギーのバンドに相当する。ここで、 $k_x, k_y$  はそれぞれ  $x, y$  方向の波数である。

### $U/t \approx 1$ の場合

上の二つの極限状態のちょうど中間を考える。モット絶縁体状態から、 $U/t$  を小さくし、 $U/t \approx 1$ 、つまりバンド間幅  $t$  が  $U$  と同じくらいになると、どこかで、格子点間遷移による運動エネルギーによる利得が電子間相互作用による損を上回り、系はモット絶縁体状態から金属状態に相転移する。これを、モット転移という。Fig.2.9 は、 $t = 1$  の状況下で、化学ポテンシヤ

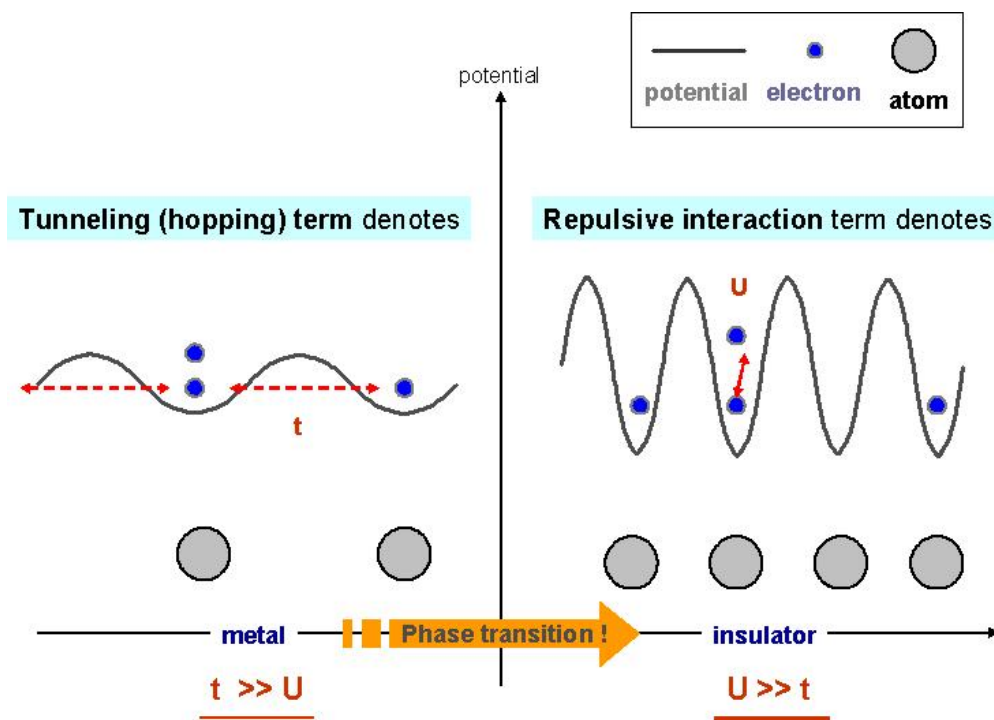


Fig. 2.8 金属 モット絶縁体相転移の概念図

ル、縦軸に  $U$  をとった相図である。ここでは、化学ポテンシャルはフェルミレベルと考えてよい。また、2番目に近接しているサイトへのホッピング  $t' = 0.2$  も考慮に入れた計算である。 $U$  が小さければ、電子の数をかえても金属のままであるが、 $U$  が十分大きければモット

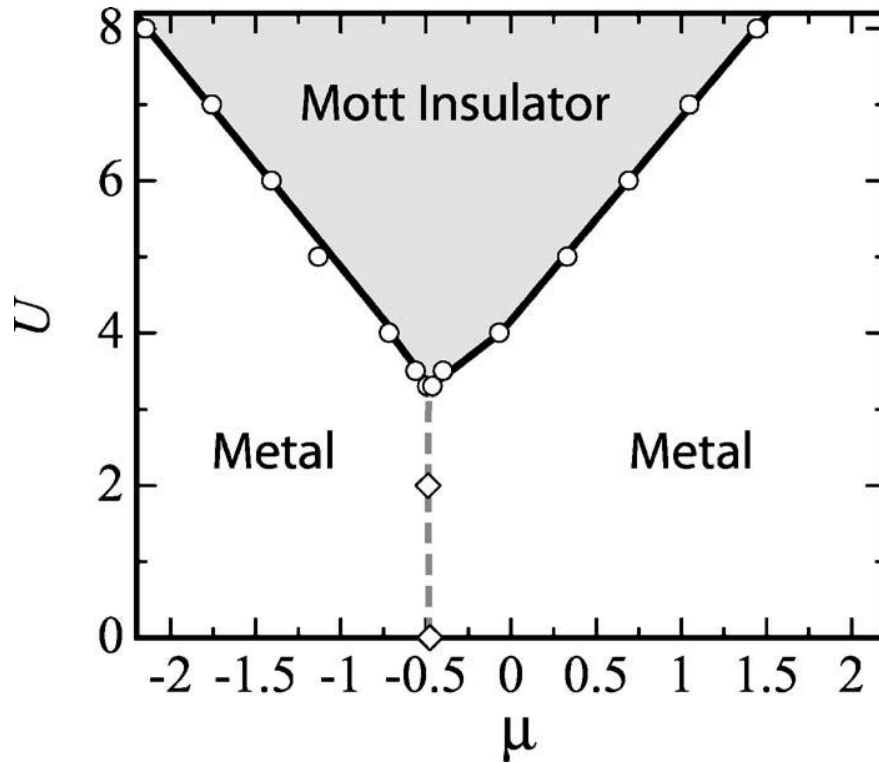


Fig. 2.9 金属 モット絶縁体相転移の相図<sup>2)</sup>

絶縁体状態が存在することがわかる。また、電子の数を一定のまま  $U(/t)$  を変化させると金属 モット絶縁体相転移が起こることも示されている。また、Fig.2.10 は、横方向に  $\mu/U$ 、奥行き方向に  $t/U$ 、高さ方向に  $U \frac{\partial \hat{N}}{\partial \mu}$  の相図である。 $t$  と  $\mu$  をそれぞれ  $U$  で規格化している。ここで  $\hat{N}$  はひとつのサイトあたりの電子平均子数であり、 $U \frac{\partial \hat{N}}{\partial \mu}$  はある化学ポテンシャル (フェルミエネルギー) において系に入ることができる電子の数である。よって、 $U \frac{\partial \hat{N}}{\partial \mu}$  が有限の値を持てば系に電子が通ることができるチャンネルが生まれて、コンダクタンスが有限の値を持つが、 $U \frac{\partial \hat{N}}{\partial \mu}$  が 0 であればコンダクタンスは 0 であると考えることができる。Fig.2.10 から、 $t/U$  が大きい極限 (紙面奥) では  $U \frac{\partial \hat{N}}{\partial \mu}$  のピークに相当する化学ポテンシャル (フェルミレベル) で有限のコンダクタンスが現れ、それ以外ではコンダクタンスは 0 となる。一方、 $t/U$  が大きくなるにつれて、このピークは滑らかになり、バンドに近づく様子が示されている。よって、理想的には、モット絶縁体においても、フェルミレベルを上げていけば、ある値において、コンダクタンスがピークをもつということがわかる。ここで、 $t/U$  が大きい極限でのピーク間隔エネルギーは  $\Delta + U$  である。 $\Delta$  はバンド間のエネルギーギャップである。ここでの計算では、 $2 \times 2$  の格子上で 3 つの状態を持つ仮想粒子 (スピンアップ、ダウンともうひとつ等、つまりひとつのエネルギーに最大 3 つの粒子が入ることができる。これが、Fig.2.10 の  $t/U$  が大きい極限で 3 つのピークが現れることに相当) を用いて計算しているが、あるフェルミレベルでコンダクタンスピークが生じることのような一般的な性質は私たちが対象としている系と同じであると考えられる。

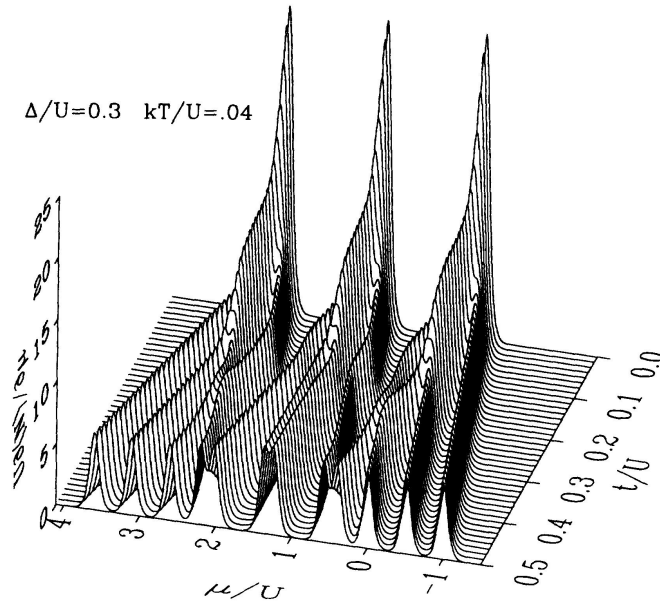


Fig. 2.10 フェルミハバードモデルにおける additional spectrum<sup>3)</sup>

このピークは温度によってなめらかにされ、実際の測定ではコンダクタンスの振動となって現れる。ここで注意しておかなければいけないのは、このようなフェルミレベルを動かすことによってコンダクタンスの振動が現れるのは、2.2.1 バンド理論においても導かれることである。よって、振動の原因がどちらであるかを検証する必要があるといえる。

実際に 2DEG に周期ポテンシャルをかけて、コンダクタンスを測定する実験は行われていて、コンダクタンス振動が観測されている。Fig.2.11 は 1 次元上に 4 つ接続された量子ドット系のコンダクタンス測定である。横軸のゲート電圧が量子ドットの閉じ込めポテンシャルの強さを変化させていて、量子ドット内のエネルギー順位の分布を変化させるため、相対的にフェルミエネルギーを変化させることに相当する。ゲートエネルギーを負にするにつれ、フェルミエネルギーは下がる。また、ソースドレイン間の電圧  $V_{DS}$  を大きくすると振動は消えていく。Fig.2.12 は 15 個の 1 次元上に接続された量子ドット系でのコンダクタンス測定である。ここでは、Fig.2.12 の挿入図のような構造でゲート 2 だけを単独で変えている。ゲート 2 による効果は閉じ込めポテンシャルの大きさを変えていて、エネルギー順位の分布を変えることに相当する。Fig.?? は 2 次元格子にゲート電極をつけ、周期ポテンシャルをかけた系の測定である。ここでは、縦軸に微小電圧  $dV$  をかけた時の応答  $dI$  をとっている。ここでは、ゲートはポテンシャルの強さと共にフェルミレベルも変化させていると考えられる。どれも、周期ポテンシャルにおけるコンダクタンス振動が見られているが、バンド構造によるものと理解されている。

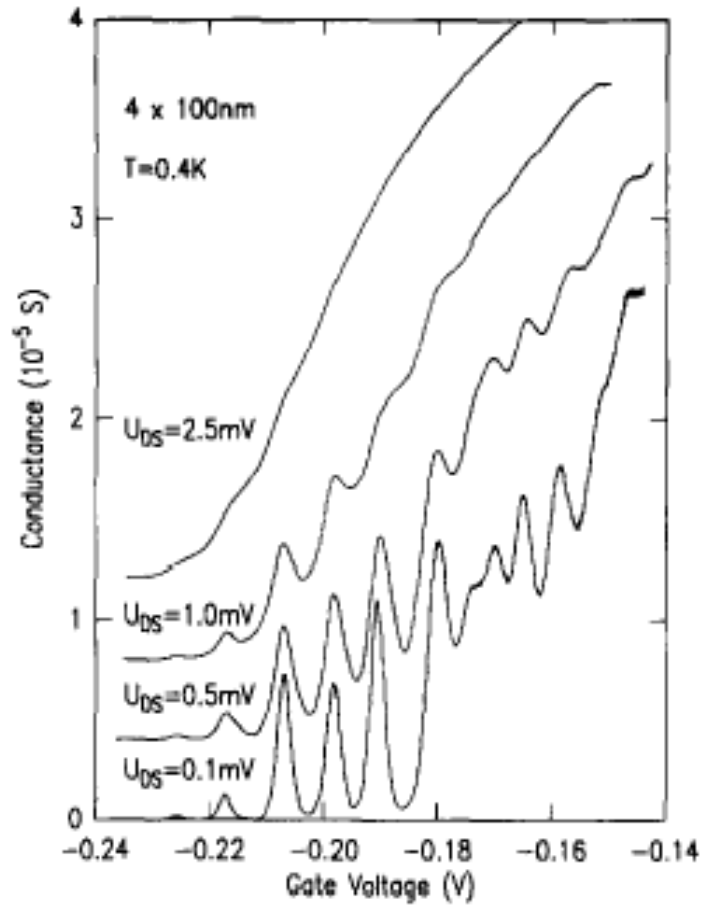


Fig. 2.11 4つ連続に並んだ1次元量子ドット系におけるコンダクタンス振動<sup>4)</sup>

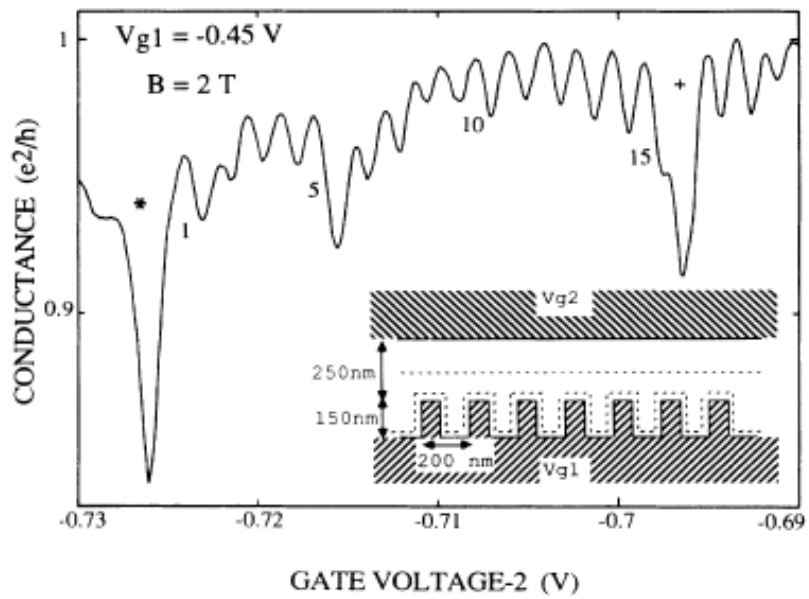


Fig. 2.12 15個連続に並んだ1次元量子ドット系におけるコンダクタンス振動<sup>5)</sup>

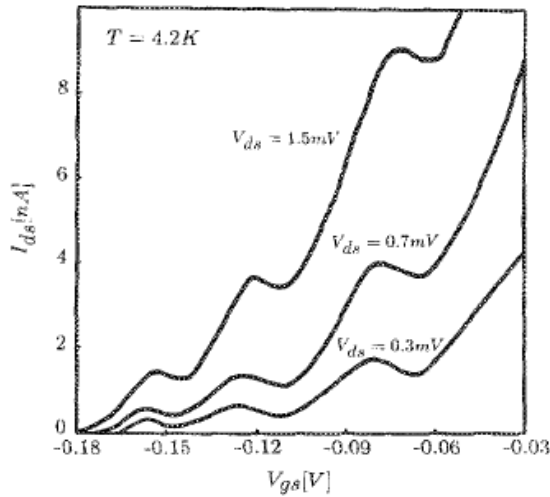


Fig. 2.13 2次元格子系におけるコンダクタンス振動<sup>6)</sup>

### 2.2.2.2 反強磁性と高温超伝導

モット転移近傍の振る舞いが現在注目を浴びている。それは以下に述べるように高温超伝導などの興味深い現象を予言しているからである。系がモット絶縁体状態にあるとき、十分低温であれば、隣り合う格子点上の電子のスピン相互作用により、隣り合う電子のスピンは反並行となり、系は全体として反強磁性を示す。この状態から電子を減らしていくことを考える。すると、電子は隣の格子点があいていれば動くことができるようになる一方、スピン相互作用は弱くなっていく。このバランスが適当な値になった場合に、電子同士が相互作用によってクーパー対を作り、超伝導状態になるといわれている。これを  $U/t=4$  のときに相図で示したものが Fig.2.14 である。ここで、 $T$  は温度、 $n$  はサイトあたりの平均電子数で、 $n$

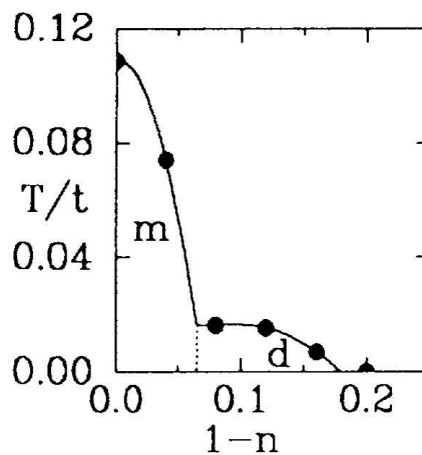


Fig. 2.14  $U/t=4$  のときの相図<sup>7)</sup>



が0から1の領域においての計算である。また、図中の  $m$  は反強磁性状態、 $d$  は高温超伝導状態を示し、空白の右上欄は金属状態である。

### 2.2.3 不純物による効果

前節まででは原子の作るポテンシャルは均一であると仮定した。本節では、原子の作るポテンシャルが均一ではなく、不純物や格子欠陥により、乱雑さを持っている場合を考える。電子同士の相互作用についてはないものとする。バンド理論で述べたように、完全な周期ポテンシャルであれば、電子は各バンド内に存在し、バンド内のあるエネルギーをもつ電子が各点に存在する確率は等しく、波動関数は無限に広がっている。しかし、ある点においてポテンシャルが  $\Delta E$  だけ小さいとする。このとき、この点と隣の点について考えると、 $\Delta E$  が十分に大きければ、波動関数は Fig.2.15 のようにどちらかの点に局在する。これをより一般的に考えると、ある不規則ポテンシャルは、電子の波動関数の広がりを有限にしてしまう。よって、図 2.15 のように、横軸  $x$ (位置)、縦軸  $E$ (エネルギー) に対して波動関数は局在して

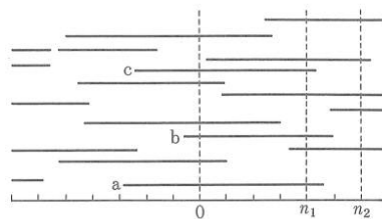


Fig. 2.15 波動関数の局在の概念図

存在する。ここで、 $x=0$  と  $n_1$  を結ぶ波動関数は a,b,c の3つ存在するため、 $x=0$ 、 $n_1$  間で電流が流れることができるが、 $x=0$  と  $n_2$  を結ぶ波動関数は存在せず、 $x=0$ 、 $n_2$  間は絶縁体性質を示す。温度を 0T とすれば、異なるエネルギーの波動関数間を電子は行き来することができないので、系を十分大きくすれば、端子間を結ぶ波動関数は存在しなくなり、絶縁体となってしまうことがわかる。この不純物による波動関数の局在効果をアンダーソン局在という。

#### 2.2.3.1 金属における効果

ここで、不純物ポテンシャルがあまり大きくない金属状態を考える。温度  $T$  は 0 とする。波動関数の広がり(局在長)の程度を  $\xi$  とし、系の大きさを  $L$  とすると、 $L \gg \xi$  とすると上のように系は絶縁体となるが、 $L \approx \xi$  の場合は、ほぼすべての状態が系全体に広がっているとみてよく、系は金属として振舞う。系の大きさ  $L$  が金属領域からだんだんと大きくなってい

くと、系全体に広がっている波動関数は少なくなり、電流が流れにくくなると考えられる。つまり、コンダクタンスが、系の大きさ $L$ に依存し、 $L$ の増大と共に減少すると考えられる。この系の大きさ $L$ と電気伝導率の関係は、Abrahamsらによるスケーリング理論により、解明された。まず、系が金属であり、コンダクタンス $G$ が $G = \rho L^{d-2}$ 表されるとする。ここで、 $\rho$ は電気伝導率、 $d$ は次元である。これより、無次元コンダクタンス $g(L)$ を

$$g(L) = \frac{G(L)}{e^2/\hbar} \quad (2.16)$$

で定義する。ここで、系の大きさ $L$ が $L_2 = \nu L_1$ であったとすると、 $g(L_2)$ は無次元量なのだから、 $g(L_1)$ がわかっているれば、 $L_2$ や $L_1$ にあらわに依存することはない。よって、 $g(L_2)$ は、 $g(L_1)$ と $\nu$ だけで決まるとしてよい。つまり、

$$\frac{g(L_2)}{g(L_1)} = f(g(L_1), \nu) \quad (2.17)$$

と仮定する。これをスケーリング仮定という。この仮定を用いて計算すると、 $g$ が大きな金属状態の2次元において、 $g(L_0) = g_0$ という初期条件の下で、

$$g(L) = g_0 - a \log\left(\frac{L}{L_0}\right) \quad (2.18)$$

と解け、金属領域において、系の大きさに対して、コンダクタンスは対数的に減少することがわかる。これは、局在の前触れと考えられ、弱局在という。これらは、波動関数の位相がコヒーレントに保たれている領域においての理論であり、不純物により複数の異なる経路が存在するために、異なる経路を通過してきた波動関数が干渉を起こすことでコンダクタンスの減少が生じると考えられている。一般には系のサイズは必ずしもコヒーレント長よりも小さいわけではない。

### 2.2.3.2 絶縁体において

#### 温度依存性

まず、不純物効果によって系が局在している状態(局在長が系のサイズよりも小さい状態)の温度依存性を考える。有限温度において、ある局在状態から隣り合う局在状態への有限の遷移確率が存在する。それは、フォノンにより活性化されたホッピングによるものであり、波動関数が互いに重なり合っている局在状態間を動く。このとき、電子同士の相互作用を無視すると

$$\sigma = A \exp\left[-\left(\frac{T_0^{MT}}{T}\right)^{1/3}\right] \quad (2.19)$$

となる。<sup>8)9)</sup> また、クーロン相互作用によるフェルミレベル近辺の状態密度の減少を考慮に入れると、

$$\sigma = A \exp\left[-\left(\frac{T_0^{EF}}{T}\right)^{1/2}\right] \quad (2.20)$$

となることが知られている。<sup>10)</sup> この時  $T_0^{EF}$  より、局在長  $\xi$  を求めることができ、それは

$$\xi = \frac{Ce^2}{\epsilon k_B T_0^{EF}} \quad (2.21)$$

となる。ただし、 $C = 6.2$ 、 $\epsilon$  は GaAs の誘電率、 $k_B$  はボルツマン定数である。<sup>11)</sup>

### 電子密度依存性

次に電子密度に対して、コンダクタンスがどのように変化するかを考える。ある温度におい

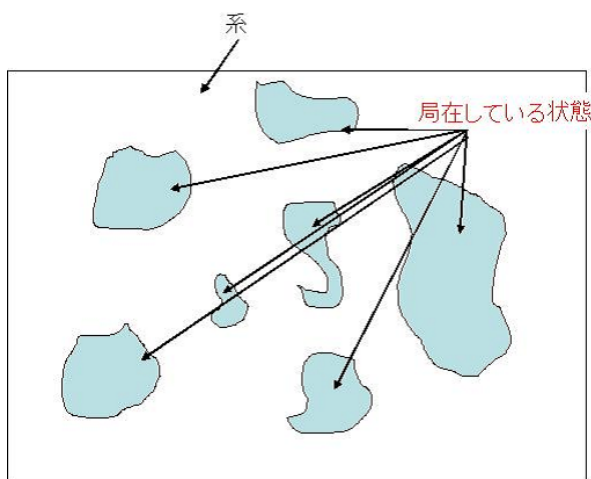


Fig. 2.16 局在状態の点在

て、局在状態が点在しているとする (Fig.2.16)。ここで、電子は最も近い状態にのみ遷移することができるとして、それぞれの状態間を移動できる確率は0か1であるとする、ソースからドレインに電子の通る道がうまくできればコンダクタンスは有限の値を持ち、道が存在しなければコンダクタンスは0となる。道が多く存在すればするほどコンダクタンスは大きくなり、また、電子の総量(フェルミレベル)が大きければ電子の通ることができる道は多くなる。このモデルを用いて、電子密度とコンダクタンスの関係が計算されており、2DEGにおける実験的ともよく一致することが知られている。<sup>12)13)14)</sup> それは、

$$\sigma = A(n - n_c)^{1.3} \quad (2.22)$$

という関係である。 $n$  は電子密度、 $n_c$  は道の数 $\nu$ が0となる臨界密度、 $\sigma$  はコンダクタンスである。

## 3 目的と手法

### 3.1 目的

最終的な目的は、モット絶縁体 金属の相転移を観測することである。そのため、はじめに2DEG中の電子に周期ポテンシャルをかけ、ハバードモデルを構築することを目指す。具体的には、GaAs-AlGaAsヘテロ構造の2DEGを内部にもつ半導体表面上に加工を施し、周期ポテンシャルをかけるためのメッシュ状ゲート、微分コンダクタンス測定用のホールバーを作成する。ソース、ドレインのみの2端子構造ではなく、ホールバーを使用するのは、ホール測定を行い、イニシャルな2DEGの状況を測定できるためである。また、周期ポテンシャルの影響を確認するため、メッシュ状ゲートではなく、平板ゲートを同時に作成し、2つの違いの測定も目指す。

#### 必要条件

周期ポテンシャルが有効的に構築されれば、微分コンダクタンス測定で観測できる。<sup>1)</sup>しかし、有限温度においてはフォノン散乱の影響でデータが滑らかにされてしまうので、周期ポテンシャルによるバンド幅 $\Delta E$ よりも温度を十分小さくしなければならない。この条件は、

$$\Delta E \sim \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m\lambda^2} \gg k_B T \quad (3.1)$$

で表される。ここで、 $\lambda$ は周期ポテンシャルの周期波長、 $m$ はGaAs中の電子の質量である。このため、周期ポテンシャルのもととなるメッシュ電極の間隔は小さいほうが良いことがわかる。また、温度 $T$ は、ハバードモデルにおいての $t$ や $U$ などの他のエネルギー次元量に比べても十分小さいことが望ましい。最後に、2DEGは十分きれいな系であることが望まれる。つまり、不純物による影響がメッシュポテンシャルよりも小さく、系の振る舞いを決定する主要な要因とならないことが必要である。このため、本実験では、2DEG中の不純物の少なさを示す指標である移動度が世界最高基準のウェハを使用し、数100nm程度の極微細周期をもつメッシュゲートを作成し、数10mKのオーダーまで減温可能な希釈冷凍機の使用する。メリット、デメリット

光トラップした原子を用いた量子シミュレーションとの比較を行うと以下ようになる。

#### メリット

- 減温が比較的容易
- 実験系が対象としている系に近い

原子を用いた系では、相転移を観測するのに必要な、金属相におけるフェルミ縮退という条件をクリアするために数段階の冷却を必要とする。一方、2DEG中の電子は、数100mK領域環境下ではフェルミ縮退することが知られているので、希釈冷凍機中で実験すればこの条件は満たされる。また、高温超伝導のように固体中での電子の興味深い現象を解明していく

には、同じように固体中の電子を用いたシミュレーションが最適であると考えられる。

#### デメリット

- 系に不純物が存在する

最大のデメリットは、半導体中の不純物ポテンシャルによる散乱である。真空中で実験を行い、光ポテンシャル以外には固定用のほぼ一様な磁場しか存在しないため、きわめてクリーンな系である原子系に対して、系の汚さは半導体を用いる手法が劣っている条件である。以下、3.2 節ではデバイス作成に関して、3.3 では測定手法に関して述べる。

## 3.2 デバイス

### 3.2.1 デバイスデザイン

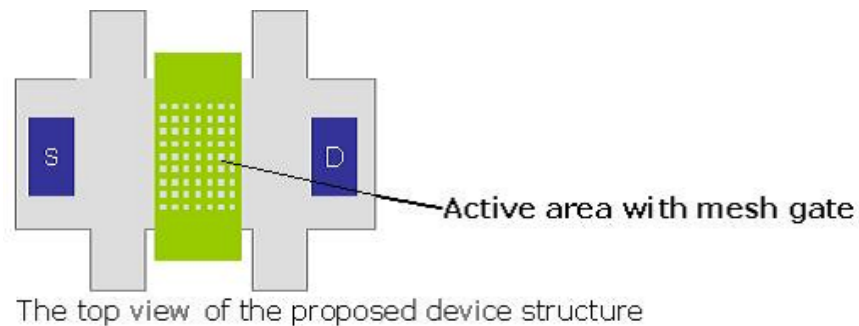


Fig. 3.1 デバイスデザイン (上から)

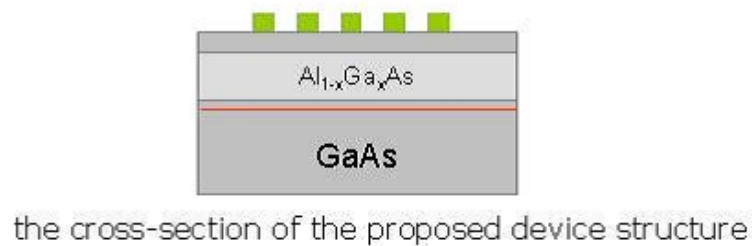


Fig. 3.2 デバイスデザイン (横から)

Fig.3.1,3.2はデバイスデザイン(上から見た図と、横から見た図)である。半導体表面にホールバーを構築し、その伝導エリアにメッシュ上の金属ゲートを作成し、このゲートに電圧をかけることで、2DEG中の電子に周期ポテンシャルを与える。電圧の大きさを変えることで、ポテンシャルの強さが変わり、ハバードモデルでの  $U/t$  を変化させることができる。

### 3.2.2 加工手法

半導体を加工する際、基本的に

レジスト塗った半導体上にパターンを転写し、

パターンどおりに金属を蒸着 or 半導体を削る、

ことにより半導体上に微細パターンを作成する。まずパターン作成手法について、

：フォトリソグラフィ、電子ビームリソグラフィ

：エッチング、金属蒸着

の順に説明する。

**フォトリソグラフィ** ガラス板上に所望のパターンを描いたものをマスクとし、フォトレジストと呼ばれる感光性材料の塗布しておいた基板に、マスクを通した可視光あるいは紫外光（主に発振波長  $200\text{nm}$  程度の紫外線で）で露光する。露光によってフォトレジストの現像液に対する溶解度が変化するため、現像工程で、マスクに対応するパターンがサンプルに転写されることになる。簡単にパターンを転写することができ、半導体デバイスの量産に良く使われている。フォトリソグラフィは  $10\mu\text{m}$  程度の比較的大きなパターンを加工するのに使が、これは露光に用いる光の波長以下のパターンの転写は困難で、寸法上の限界があるためである。

**電子ビームリソグラフィ** 基本的な描画原理は上のフォトリソグラフィと似ているが、フォトリソグラフィでは光の波長よりも小さな  $100\text{nm}$  オーダーのファインパターンの描画できない。そこで光の代わりに電子ビームを用いて露光を行う。感光材料はフォトリソグラフィの時に用いたフォトレジストとは異なるものを用い、このレジストは可視光では感光されない。また、パターンの切り出しについて、フォトリソグラフィのときに用いたようなガラス状のマスクは使わず、マスク製作用のCADとリンクさせることでマスクパターンなしのより柔軟なリソグラフィ技術が可能となる。ただし、真空中でパターン通りに電子線をラスタあるいはベクタ走査しなくてはならないため、一括露光と比較して露光時間がかかるという欠点がある。レジストはスピンコートを用いて塗布し、この回転数によって膜厚は決定される。レジストには通常の写真フィルムと同様に、ネガ型ポジ型の2種類があり、ネガ型では電子線によって架橋反応が起こり照射部分が不溶化しネガティブ像を得る。逆にポジ型では分解反応が起こり、照射部分が溶けやすくなりポジティブ像を得る。

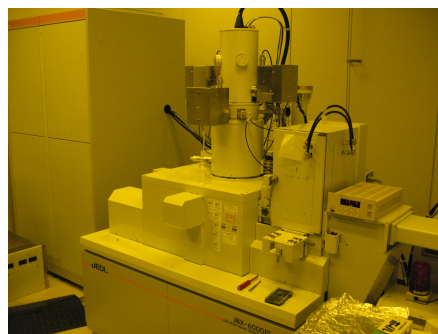


Fig. 3.3 電子ビームリソグラフィ装置

**エッチング** リソグラフィ後、現像をした半導体表面のレジストで覆われていないむき出しの半導体表面の部分を削り出す技術である。酸やアルカリを用いるウエットエッチングは比

較的簡単に行うことができるが、レジストと基板との界面からの回り込みがあるため、 $1\mu\text{m}$ 以下の加工には使えない。一方、気体を使うドライエッチングではこのような限界はない。ドライエッチングには物理的機構によってエッチングが行われるスパッタエッチング、化学的機構によるプラズマエッチング、両者が関与している反応性イオンエッチングなどがあるが、どれも高電場によって活性化した希薄気体を利用する。極微細パターンや高精度のエッチング深さが必要とされる場合にドライエッチングを、それ以外ではウェットエッチングを用いるのが一般的である。本研究では $\text{H}_2\text{SO}_4 : \text{H}_2\text{O}_2 : \text{H}_2\text{O} = 5 : 1 : 25$ の薬液を用いてウェット・エッチングを行っている。

電子ビーム蒸着 現像後の金属がむき出しになっている部分に金属を蒸着する。金属の電極形成には主にこの手法が用いられる。蒸着装置内を高真空にし、ゲート電極となる金属 (Ti, Au, Ni, AuGe など) を減圧状態に置き、加熱をすることにより蒸気圧を上げる。電子ビームを被蒸発材料に照射することにより材料を加熱して蒸発させることにより、固体のまま金属を蒸発させ、基板となる物質に固体の被膜を形成する技術である。



Fig. 3.4 電子ビーム蒸着

### 3.2.3 加工工程

詳細なレシピはFig.3.6、3.7、3.8にのせ、ここでは簡単にパターン作成の方法と各工程の目的を述べる。

本研究におけるデバイスの作成工程は主に4段階に分かれている。

1. Mesa etching



2. Ohmic contact
3. Mesh gate
4. Gate contact

### 1. Mesa etching

本研究ではホールバーといわれるソース、ドレイン以外に4つの端子を持つ構造を使用する。この工程ではこのホールバー構造を作成する。Fig.3.5 左図のホールバーマスクをフォトリソグラフィで転写し、ウェットエッチングでホールバーの部分だけ2DEGを残す。

### 2. Ohmic contact

ソース、ドレイン、その他の4つの端子に電極を構成するのがこの工程での目的である。Fig.3.5 中央のマスク。フォトリソグラフィにより作られたパターン上にチタン、金を蒸着し、アニールすることで電極と2DEG間にオーミックコンタクトを実現する。

### 3. Mesh gate

ホールバーの伝導部分にメッシュ上の金属ゲートを作成する工程である。このメッシュ上ゲートに電圧をかけることによって周期ポテンシャルを加えハバードモデルを実現する。メッシュの間隔が300nm程度なため、パターン作成には電子ビームリソグラフィを用いる。

### 4. Gate contact

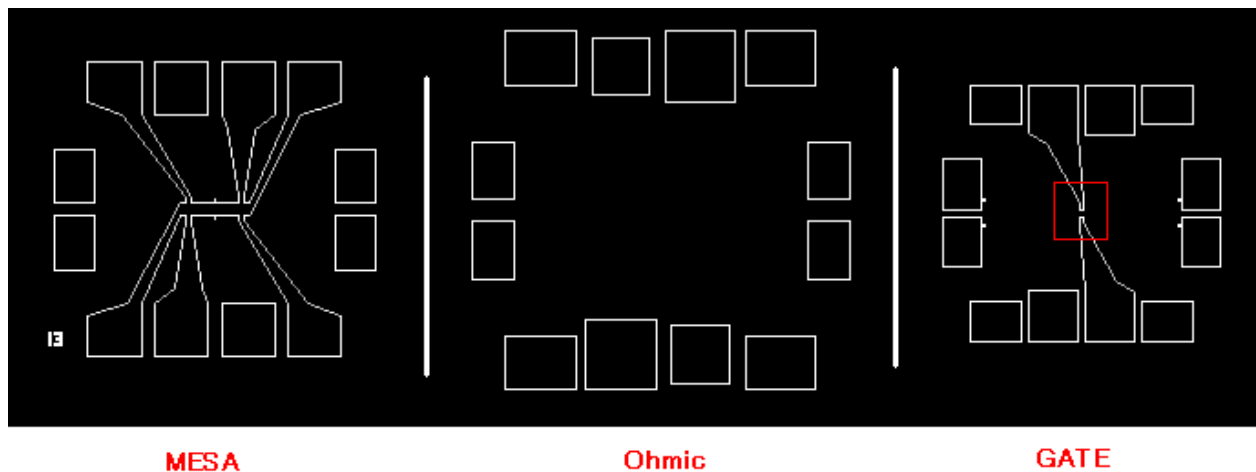


Fig. 3.5 フォトマスク

最後にメッシュ上の金属ゲートに電圧をかけるための電極を作成する。Fig.3.5 右のマスク。

## Fabrication Steps

### 1. Mesa etching

Note: It may be skipped for optical measurement device

Note: Turn on the oven before the resist coating (90°C)

Cleaning	IPA/ultrasonic (5') N <sub>2</sub> blow-dry
Resist	S1813 (photo resist) : 500(3'')/4000(40'')
Prebake	90°C (20'~40')
Photo Litho	Mask-aligner (Mikasa), Exposure (12')
Developing	Diluted 351 (45') Water clean N <sub>2</sub> blow-dry
Etching	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> : H <sub>2</sub> O <sub>2</sub> : H <sub>2</sub> O=5:1:25 @10°C (~40') Water clean N <sub>2</sub> blow-dry
Resist Removal	Acetone (~30') Water clean N <sub>2</sub> blow-dry

### 2. Ohmic Contacts

Note: It may be skipped for optical measurement device

Note: Turn on the oven before the resist coating (90°C)

Resist	S1813 (photo resist) : 500(3'')/4000(40'')
Prebake	90°C (20'~40')
Photo Litho	Mask-aligner (Mikasa), Exposure (12')
Developing	Diluted 351 (45') Water clean N <sub>2</sub> blow-dry
Evaporation	AuGe (3pieces ~1765Å burn out) / Ni (300Å)
Lift off	Acetone (>2hrs) Acetone spray Water clean N <sub>2</sub> blow-dry

Fig. 3.6 プロセス 1

Annealing 440°C (60")

### 3. Mesh gate

Note: Turn on the oven before the resist coating (110°C and 170°C)

Note: Confirm the UV-Ozone (RT) before evaporation

Cleaning	Acetone clean Water clean N <sub>2</sub> blow-dry Oven 110°C (5')
Resist	PMMA thinner 3:2 (EB resist) : 500(3")/4000(50") ~100nm thickness
Prebake	170°C (50'~60')
EB Litho	(>6hrs) : it should be done overnight
Developing	MIBK:IPA=10ml:20ml (30") IPA (30") <b>Gentle</b> N <sub>2</sub> blow-dry
? Cleaning	UV-Ozone RT (1') : resist removal
Evaporation	Ti (100Å) / Au (300Å)
Lift off	Acetone (overnight) Strong acetone spray Ultrasonic (3') it may be seen under the microscope while immersed under acetone Water clean N <sub>2</sub> blow-dry

### 5. Large Gate contacts

Note: It would be done at first for the optical measurement device so that it owns PQ marks

Note: Turn on the oven before the resist coating (90°C)

Cleaning	UV-Ozone 200°C (10') : resist removal Acetone clean Water clean N <sub>2</sub> blow-dry
Resist	S1813 (photo resist) : 500(3")/4000(40")
Prebake	90°C (20'~40')

Fig. 3.7 プロセス 2

<b>Photo Litho</b>	Mask-aligner (Mikasa), Exposure (12")
<b>Developing</b>	Diluted 351 (45")
	Water clean
	N <sub>2</sub> blow-dry
<b>Evaporation</b>	Ti (500 Å) / Au (1500 Å)
<b>Lift off</b>	Acetone (overnight)
	Acetone spray
	Water clean
	N <sub>2</sub> blow-dry

Fig. 3.8 プロセス 3

### 3.3 測定

本章では、まず測定に用いる冷凍機について、続いて測定の手法について説明する。

#### 3.3.1 測定装置

##### 3.3.1.1 1.4K クライオスタット

最低到達温度が 1.4K 程度であるが、最低温度に到達するまで、2~30 分程度と短く、比較的簡単に使用できる冷凍機である。減温する空間をまず真空にし、気体の  $\text{He}^4$  で満たす。そこに一定の割合で液体の  $\text{He}^4$  を供給しながら、ロータリーポンプを用いて減圧する。すると、気体の  $\text{He}^4$  が減るので液体  $\text{He}^4$  の蒸発が推進され、蒸発する  $\text{He}^4$  は液体層から蒸発熱を持っていく。よって、液体の  $\text{He}^4$  が冷却される。デバイスはこの液体層中におかれる。

##### 3.3.1.2 希釈冷凍機

ヘリウムには 2 つの安定な同位体、前節で登場したフェルミ粒子 6 個で構成（陽子 2 個、中性子 2 個、電子 2 個）されたボース粒子  $\text{He}^4$  と、フェルミ粒子 5 個で構成（陽子 2 個、中性子 1 個、電子 2 個）されたフェルミ粒子  $\text{He}^3$  が存在する。 $\text{He}^4$  は天然資源として産出され（存在量は水素に次いで宇宙で 2 番目に多い）、低温装置においては、沸点が 77K である窒素と並んで最も一般的な寒剤である。また、この沸点は 4.2K で、2.17K において超流動状態となる。それに対して、 $\text{He}^3$  は天然にほとんど存在せず、主に原子炉を使って人工的に製造されるため、大変高価なガスである。また、沸点は 3.2K で、減圧することによって約 400mK まで温度を下げられる。



Fig. 3.9 実験で用いた希釈冷凍機

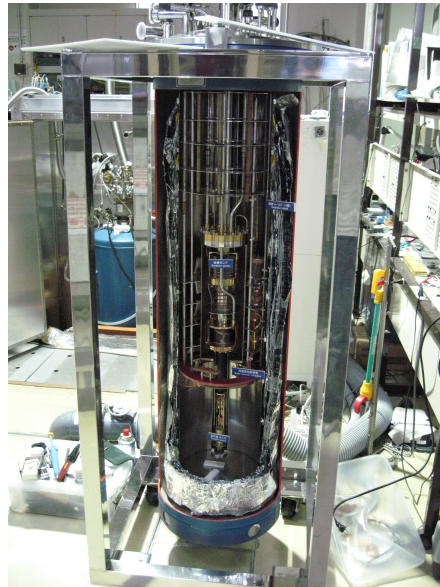


Fig. 3.10 希釈冷凍機のクライオスタットの内部

希釈冷凍機は $\text{He}^3$ と $\text{He}^4$ の混合液を用いることで、10mK以下まで温度を下げられる極低温装置である。この装置は最低温度まで冷却し、実験を開始するまでに数日かかるが、冷却能力が高く、長期にわたって連続運転が可能で、磁界の影響をほとんど受けない、という特徴を持つ。 $\text{He}^3$ と $\text{He}^4$ の混合液を冷却していくと、ある温度までは任意の割合で混ざり合うことが可能であるが、0.87K以下の低温になると $\text{He}^3$ の多い濃縮相(c-相)が $\text{He}^3$ の少ない希釈層(d-相)の上に浮き、相分離を起こす。c-相は100mK以下ではほぼ純粋な液体 $\text{He}^3$ で満たされている。一方この温度では、d-相は超流動 $\text{He}^4$ 中に $\text{He}^3$ が溶け込んでいる状態であり、 $\text{He}^3$ の溶解度は温度が下がるにつれて減少していくが、絶対零度においても有限値(飽和蒸気圧で約6.4%)にとどまる。つまり、この状態のd-相では、 $\text{He}^3$ が6.4%だけ混ざった $\text{He}^4$ 溶液ができています。d-相の $\text{He}^3$ は周囲の $\text{He}^4$ とほとんど相互作用せず、c-相からd-相に $\text{He}^3$ が溶け込む際、通常の液体が周りから希釈熱として熱を奪って、その周囲を冷却する。続いて、Fig.3.11に希釈冷凍機の概略図を示す。まず、1Kポットと呼ばれる槽で $\text{He}^4$ を1~1.5Kに冷却する。熱交換器で冷やされた後、混合室(ミキシングチャンバー)と呼ばれる槽で、 $\text{He}^3$ と $\text{He}^3$ の相分離界面が生成される。に拡散する際に冷却が生じ、混合室の温度を10mk以下まで冷却することができる。 $\text{He}^4$ 相の $\text{He}^3$ は、分留室(スティールチャンバー)で気化され、排気された $\text{He}^3$ を再注入することで冷却を連続的に続けることができる。

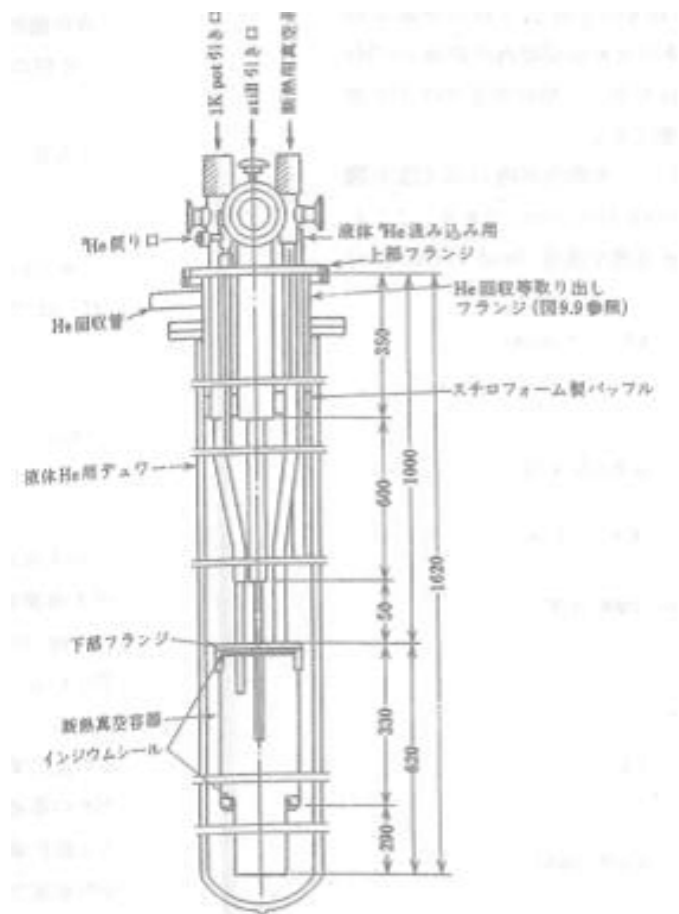


Fig. 3.11 希釈冷凍機の概略図

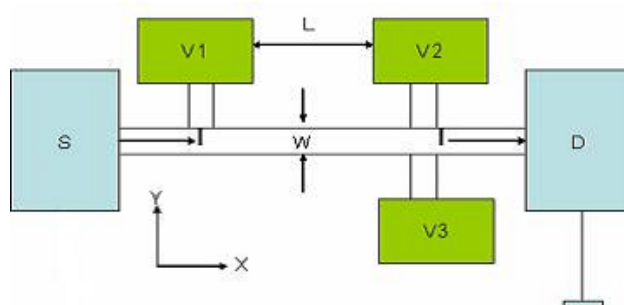


Fig. 3.12 ホール測定概略図

### 3.3.2 測定手法

#### 3.3.2.1 ホール測定

Fig.3.12のようにソースドレイン間に微小電流を流し、2DEG面に垂直にかけた磁場Bを変化させながら、ホール電圧 $V_H (= V_2 - V_3)$ と磁気電圧 $V_x (= V_1 - V_2)$ を測定する。この結果より以下のように電子密度、移動度を計算することができる。

#### 低磁場領域

低磁場領域では電子の振る舞いは古典的なドルーデ理論に従うと考えられ、電子のx,y方向の速度を $v_x, v_y$ 、電場を $E_x, E_y$ 、磁場を $B$ とすると

$$\begin{bmatrix} m/e\tau_m & -B \\ +B & m/e\tau_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

が成り立つ。よって、 $J = ev_d n_s$ とすると、

$$\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} \\ \rho_{yx} & \rho_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_x \\ J_y \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

を満たす抵抗率は、

$$\rho_{xx} = \rho_{yy} = \frac{1}{|e| n_s \mu}, \quad \rho_{yx} = -\rho_{xy} = \frac{B}{|e| n_s} \quad (3.4)$$

とわかる。ここで、ホール測定による測定値 $V_x, V_H$ と、 $\rho_{xx}, \rho_{yx}$ は、

$$\rho_{xx} = \frac{V_x W}{IL}, \quad \rho_{yx} = \frac{V_H}{I} \quad (3.5)$$

の関係があるので、電子密度、移動度はそれぞれ

$$n_s = \left[ |e| \frac{d\rho_{yx}}{dB} \right]^{-1} = \frac{I/|e|}{dV_H/dB} \quad (3.6)$$

$$\mu = \frac{I/|e|}{n_s V_x W/L} \quad (3.7)$$

と求めることができる。

$$n_s = \frac{\nu}{eB/h} \quad (3.8)$$

という関係が成り立つので、これより電子密度が計算できる。

#### 高磁場領域

高磁場領域では電子の状態密度が通常の低温で見られるようなフェルミ縮退状態 (Fig.2.2) で



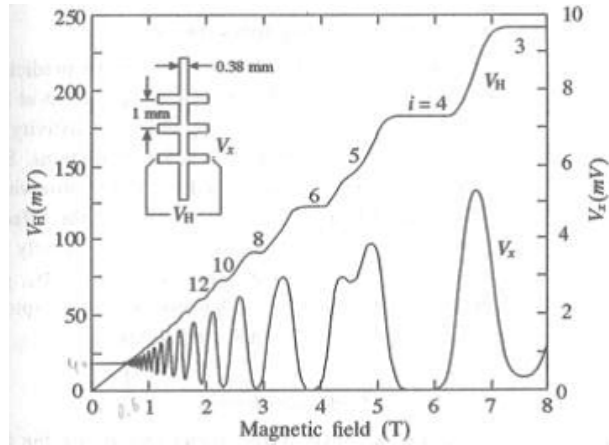


Fig. 3.13 典型的なホール測定の結果<sup>15)</sup>

はなく、量子化されたエネルギーにおいてのみ存在するランダウ準位 Fig.3.14 と呼ばれる状態になることが知られている。この影響で、ホール抵抗値が  $h/e^2$  の整数 ( $\nu$ ) 分の 1 に留まるホールプラトーが観測される。これを量子ホール効果という。そのときの磁気抵抗はシュブニコフ-ドハース振動という明瞭な振動を示し、量子ホール状態ではゼロになる。Fig.3.13 高磁場参照。

あるプラトーにおいてのホール抵抗値はフェルミエネルギー以下のランダウ準位の数によって決まり、 $\nu$  と電子密度には

$$n_s = \frac{\nu}{eB/h} \quad (3.9)$$

という関係が成り立つので、これより電子密度が計算できる。

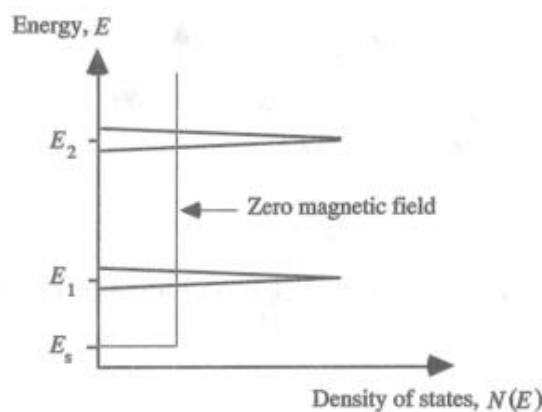


Fig. 3.14 ランダウ準位の概念図

### 3.3.2.2 $dI/dV$ 測定

ソースドレイン間に微小電圧  $dV$  をかけて、電流  $dI$  を測定し、微分コンダクタンス  $dI/dV$  を求める測定である。理想的には直流電圧  $dV$  をかけて測定したいのであるが、実際実験では低周波交流電圧  $dI$  を用いることが多い。本実験では約 23Hz の交流電圧を用いている。

## 4 実験と解析

### 4.1 サンプル

#### 4.1.1 ウェハ

まず、Fig.4.1 に本研究で使用したウェハの構造を示す。表面から 250nm のところにデルタドーピング層があり、350nm の界面に 2DEG が形成されている。また、このウェハのメッ

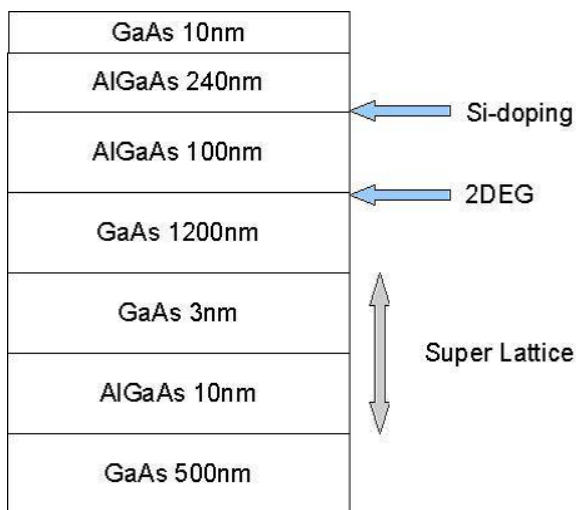


Fig. 4.1 ウェハの構造

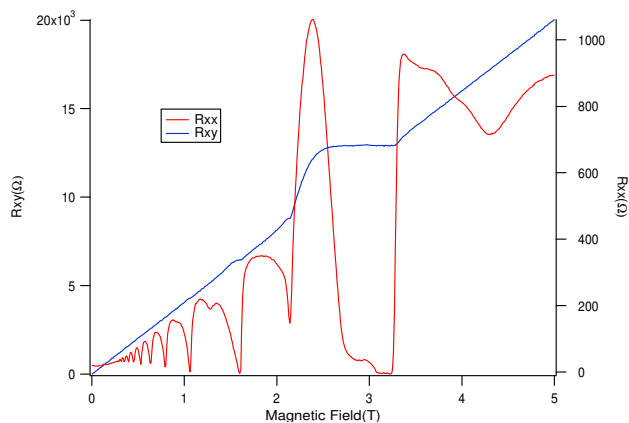


Fig. 4.2 ホール測定結果

シュ加工前のホール測定結果が、Fig.4.2 である。これより、

移動度:  $8.97 \times 10^6$  (cm<sup>2</sup>/Vs)

電子密度:  $1.34 \times 10^{11}$  (cm<sup>-2</sup>)

である。

#### 4.1.2 サンプル構造

実験に使用したサンプルの写真を示す。

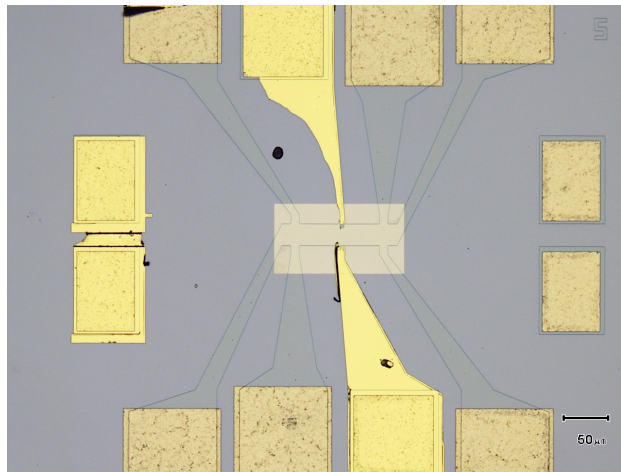


Fig. 4.3 サンプル全体図

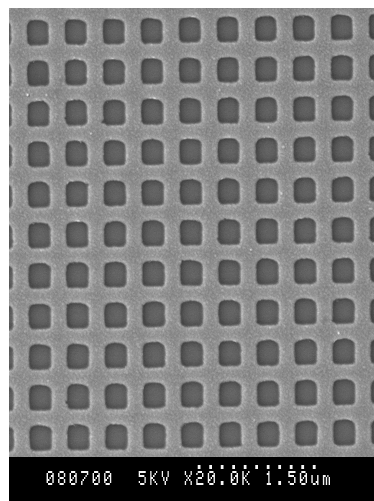


Fig. 4.4 メッシュ部分拡大

このように、 $450\text{nm}$  間隔のメッシュゲート作成に成功し、これを用いて実験を行った。

## 4.2 測定

測定は、ソースドレイン間に微小電圧  $dV = 0.01\mu V$ 、低周波の交流電圧を行い、ロックインアンプを用いて、さまざまな温度、メッシュゲート電圧において応答電流  $dI$  を計測した。また、サンプルは、そのままの状態では有限のコンダクタンスを持たなかったため、LED を用いて励起を行った。よって、測定条件は、温度、メッシュゲート電圧、LED の強さや回数 の3つで表される。メッシュゲート電圧による 2DEG への効果は2つある。ひとつは周期ポテンシャルが加わることであり、もうひとつはフェルミレベルが上下することである。メッシュゲートに負の電圧をかけると 2DEG 中の電子に対して格子状のポテンシャルが形成される。フェルミレベルの上下は、メッシュゲートと 2DEG の間のキャパシタンスによるものであり、メッシュゲートに負の電圧をかけると 2DEG のフェルミレベルは下がる。また実験から、LED の強さ、回数は、主にメッシュゲートによる 2DEG の電子密度の変化の最大値を決めるものであると考えられる。

### 4.2.1 高密度の場合

まず、LED を強く当てた場合、つまり最大の電子密度が高いと考えられる場合。メッシュゲートの電極がついたデバイス (赤曲線) と平板ゲートがついたデバイス (青曲線) の比較を Fig.4.5、Fig.4.6

ピンチオフ電圧の違いは、LED の当たり方、ゲート金属による LED 光の減衰の違いなどによる、電子密度の違いであると考えられる。ここでは、メッシュゲートと平板ゲートの大きな違いは見られず、周期ポテンシャルができた際にそのバンドをフェルミレベルが推移することから起こる  $dI/dV$  曲線の振動も観測されなかった。

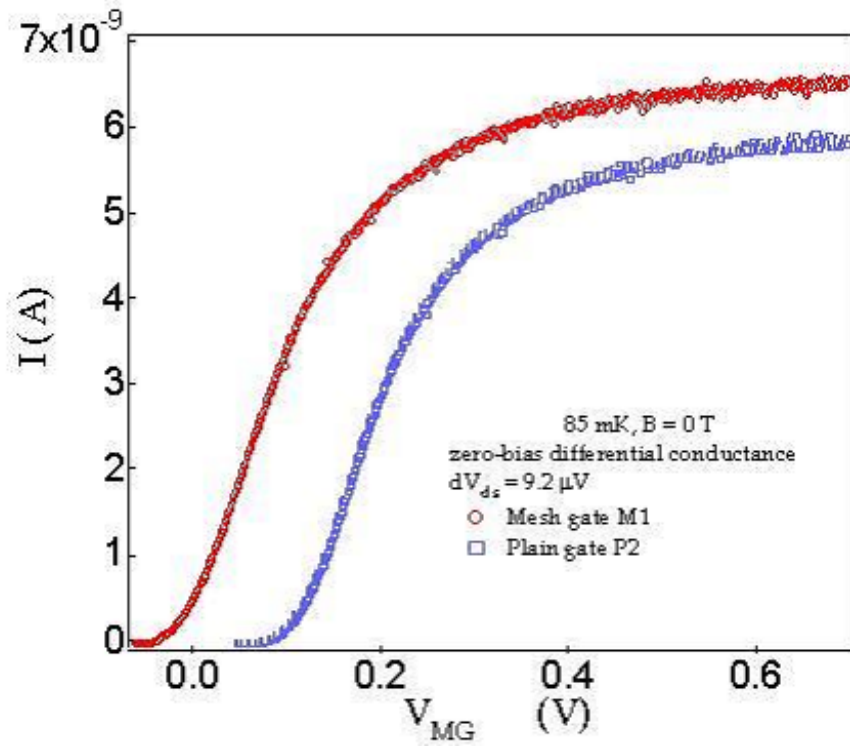


Fig. 4.5 高密度の場合の  $dI/dV$  全体

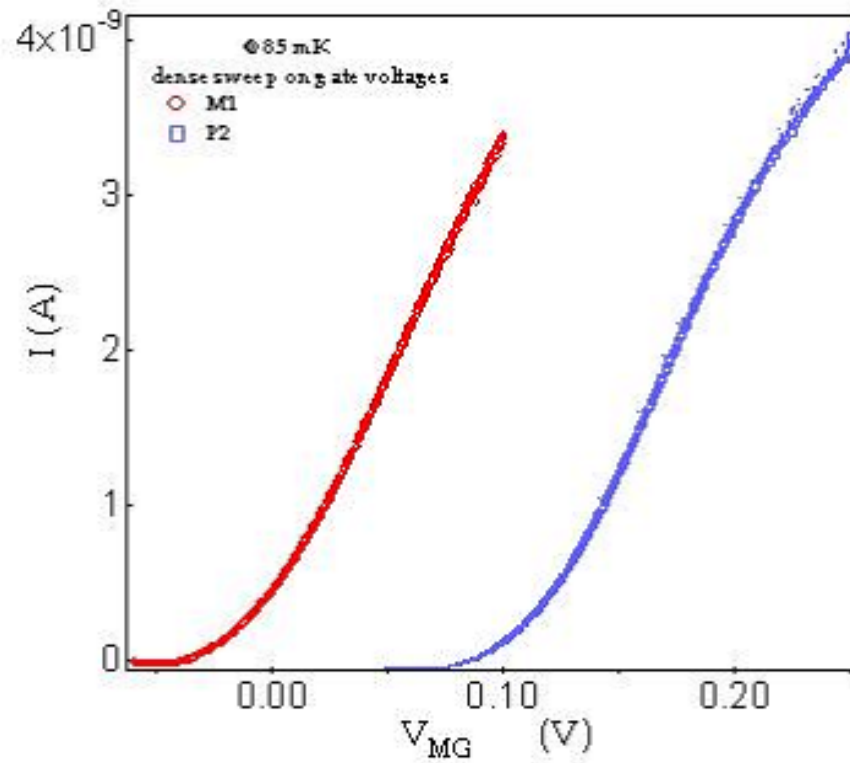


Fig. 4.6 高密度の場合の  $dI/dV$  ピンチオフ付近のズームアップ

#### 4.2.2 低密度の場合

本節は、電流測定値が高密度の場合の100~1000分の1の領域での測定結果についてである。この領域では、平板ゲートのサンプルにおいて、コンダクタンス測定をすることができなかった。LEDを少しずつあてていき、平板ゲートサンプルにおいて初めてコンダクタンスが観測できた時、電流値はすでに高密度の場合の10分の1くらいであった。そこでメッシュゲートについてLEDを何回か当て、条件を変えて詳しく測定を行った。以後それぞれLEDを当てた回数が少ないほうから1st, 2nd...5th LEDと呼ぶ。Fig.4.7のように、メッシュゲート電圧に対して、 $dI$ は飽和性を示した。そこで1st LEDと2nd LEDではこの飽和状態の $dI$ の値が約2倍になるように調整しており、3rd, 4th, 5thも同様である。Fig.4.7は3rd LED、4th LED

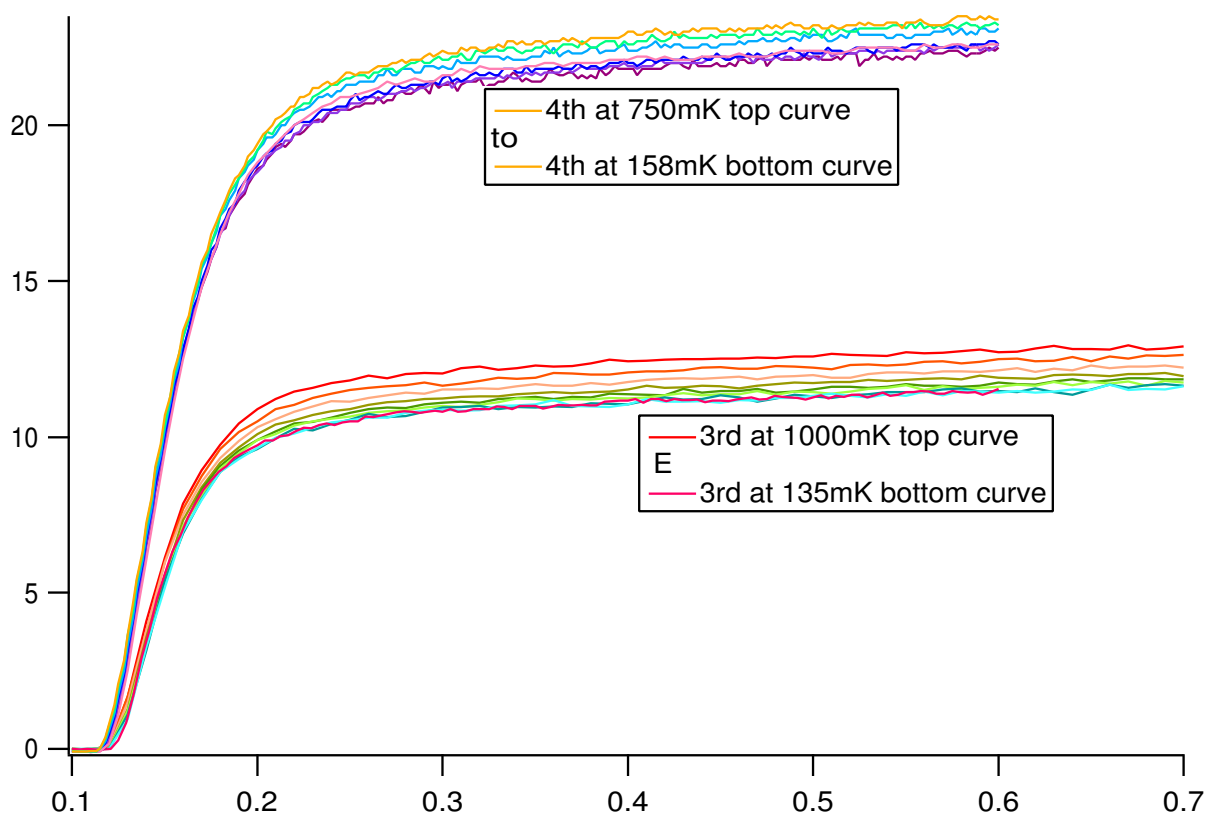


Fig. 4.7  $dI/dV$  全体

の $dI/dV$ 測定の全体プロット。Fig.4.8は1~5LEDのピンチオフ付近をより詳細に測定したものである。横軸はメッシュゲート電圧、縦軸は $dI/dV$ である。ピンチオフ電圧がプラスであるのは、メッシュゲートは金属であるために、ゲート中の電子によるポテンシャルがゲート電圧をかけない状態においても2DEG中に周期ポテンシャルを作っているためであると考えられる。。また、測定点はFig.4.7では10mV間隔、Fig.4.8では100 $\mu$ m間隔である。

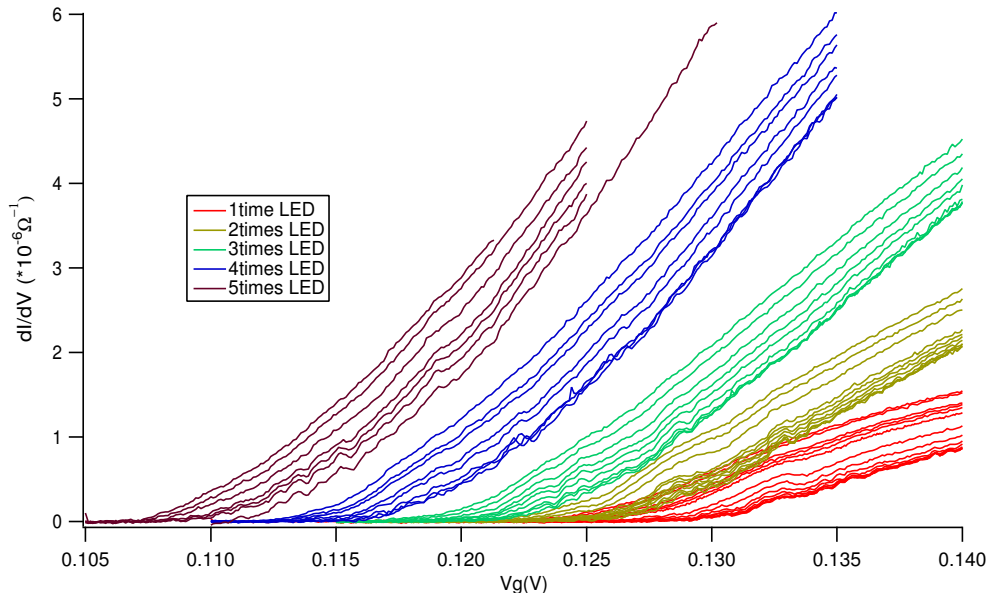


Fig. 4.8  $dI/dV$  ピンチオフ付近のズームアップ

#### 4.2.2.1 クーロン相互作用

Fig.4.8 より、ピンチオフ付近で  $dI/dV$  に振動のようなものがあるのがわかる。Fig.4.9 は

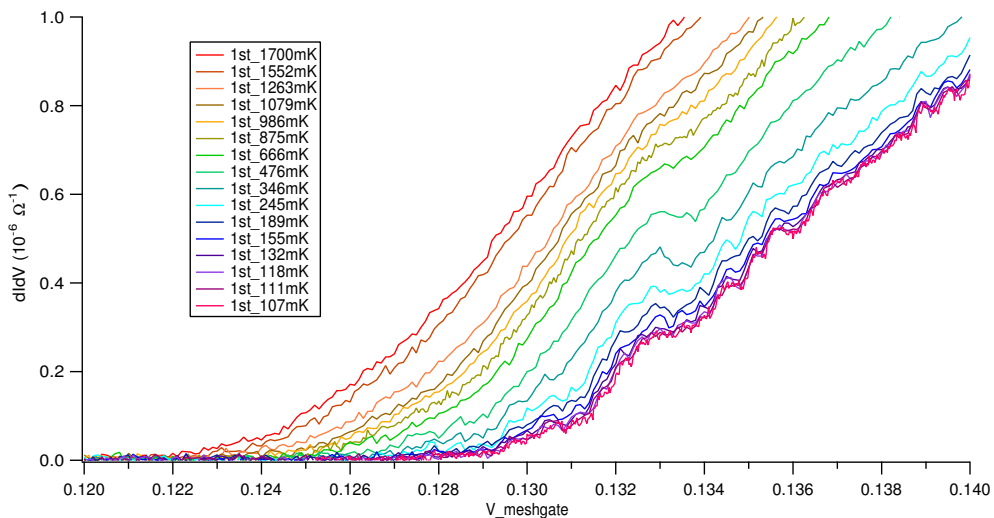


Fig. 4.9 1stLED のピンチオフ付近

1stLED のデータをより拡大したものである。  $V_g = 0.131$  と  $V_g = 0.134$  あたりに谷のような形状が見られる。この谷のようなものは 300mK 程度で最も顕著になっていてそれ以降温度を上げると滑らかになっていき、700mK 以降はほとんど見られない。このような振動は、周期ポテンシャルによって作られるバンド構造からも (Fig.2.4)、ハバードモデルにおける  $U$  による効果<sup>3)</sup> から予想されている。また、実験でも確認されている。(Fig.2.11、2.12、??) 私たちのデバイスについての数値シミュレーションによると<sup>16)</sup>、メッシュゲート電圧  $V_g$  が



1V 変わるにより、フェルミレベル  $E_F$  は 0.61eV 変化する。また Fig.4.9 から振動の山の  
間隔がだいたい  $\Delta V_g = 0.134 - 0.131 = 0.003\text{V}$  とわかる。よって、このときフェルミレベル  
は  $0.004 \times 0.61 \simeq 0.2\text{meV}$  だけ変化すると思われる。バンドギャップとクーロン相互作用効果  
を大体見積もると、バンドギャップ  $\Delta$  は

$$\Delta = \frac{\hbar^2}{m\lambda^2} \simeq 5.6\mu\text{eV} (\lambda = 450\text{nm}) \quad (4.1)$$

であり、クーロンエネルギーは

$$U = \frac{e^2}{4\pi\epsilon\lambda} \simeq 0.25\text{meV} (\lambda = 450\text{nm}) \quad (4.2)$$

である。よって、0.2meV のフェルミエネルギーの変化で見られた振動はクーロン相互作用  
によるものであると考えられる。以下、全体の特性がどのようなものであるかを見ていく。

#### 4.2.2.2 電子密度依存性

メッシュゲート電圧の変化はポテンシャルの深さを変えると同時に、フェルミレベルも連続的に変化させる。ここでは、フェルミレベルの変化による効果を広い範囲のメッシュゲート電圧特性から調べた。Fig.4.10は4thLEDのピンチオフ付近の測定結果であるが、これよ

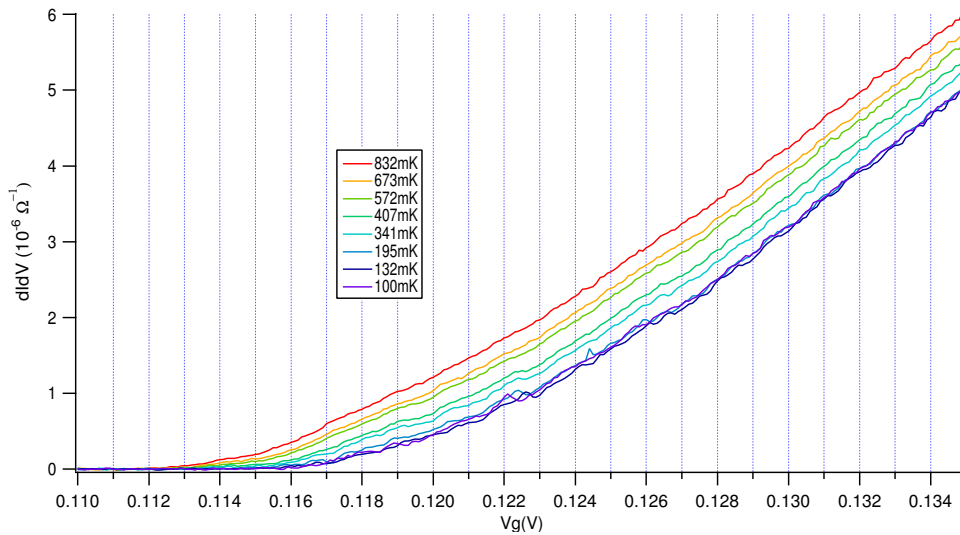


Fig. 4.10 4thLEDのピンチオフ付近

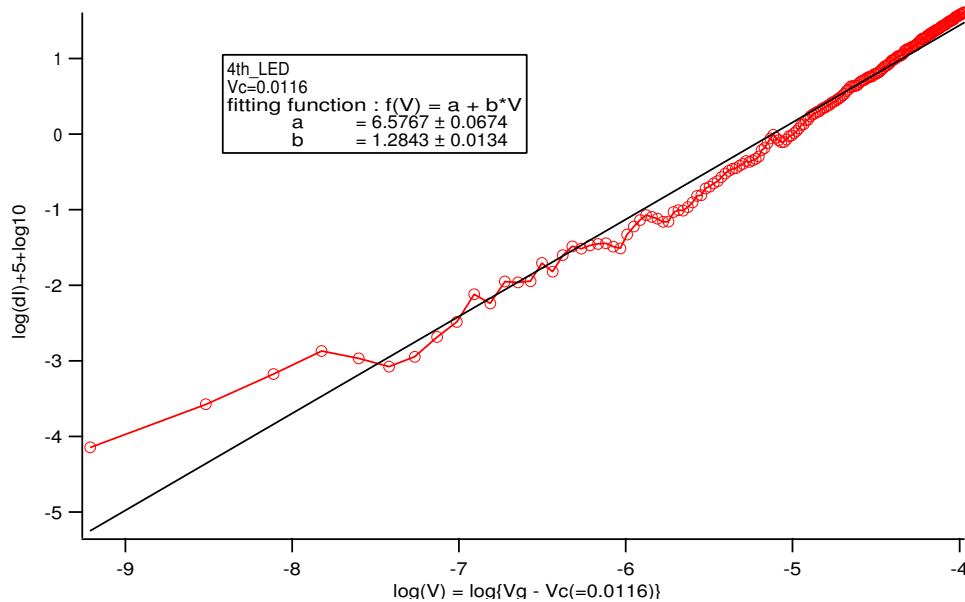


Fig. 4.11 4thLED-fitting

りピンチオフはおおよそ  $V_g = 0.116$  程度であると読み取れる。そこで、 $V_c = 0.0116$  とし、 $\log(dI/dV)$  v.s.  $\log(V_g - V_c)$  をプロットしたものが Fig.4.11 である。これをみると、直線にフィットさせたときに傾きが 1.28 である。つまり、4thLED では、 $dI/dV \propto (V_g - V_c)^{1.28}$  と考えるこ

とができる。一方、パーコレーション理論<sup>12)</sup>では、

$$\sigma \propto (n_g - n_c)^{1.3} \quad (4.3)$$

である。 $n$ は電子密度、 $n_c$ はピンチオフでの電子密度。個々で私たちの系において、ピンチオフ電圧 $V_c$ において電子密度が $n_c$ とすると、メッシュゲート電圧 $V_g$ と電子密度 $n$ の間にはなんらかの関数 $F(x)$ を用いて

$$n(V_g) = n_c + F(V_g - V_c) \quad (4.4)$$

が成り立つ。ただし、 $V_g = V_c$ のとき、 $a(V_g - V_c) = 0$ である。この関数 $a(x)$ を $V_g - V_c$ 付近でテイラー展開し、1次の項をとると、

$$n(V_g) - n_c = a \times (V_g - V_c) \quad (4.5)$$

とかける。ただし、 $a$ は定数。よって、式4.3と4.5よりピンチオフ付近では

$$dI/dV = \sigma \propto (V_g - V_c)^{1.3} \quad (4.6)$$

が成り立つと考えられる。私たちの測定結果 $dI/dV \propto (V_g - V_c)^{1.28}$ は、パーコレーション理論と非常によく一致する。4thLEDだけでなく、他の1st,2nd,3rd,5thの場合も指数は1.3に非常に近い。1stLEDの場合のみ、Fig.4.12に示す。その他の場合については付録にのせておく。

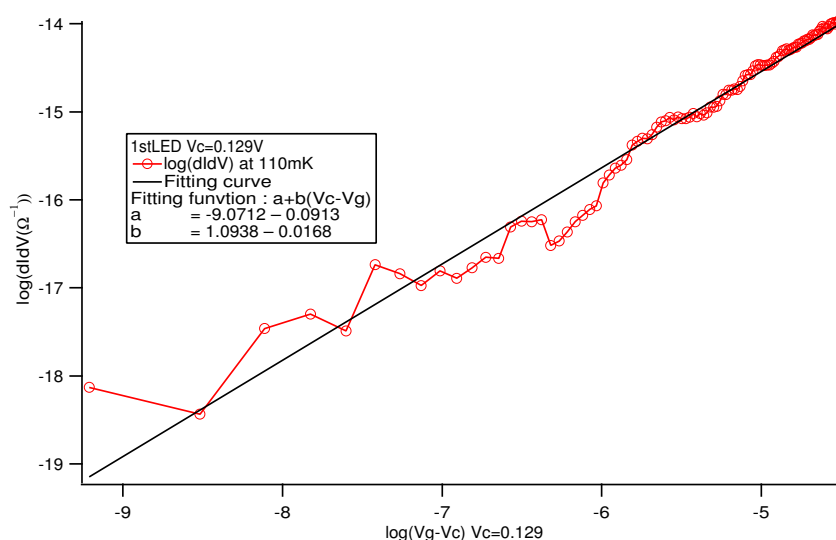


Fig. 4.12 1stLED-fitting

### 4.2.2.3 温度依存性

横軸に温度、縦軸に抵抗 ( $R = 1/(dI/dV)$ ) をとると Fig.4.13 のようにピンチオフ付近も遠い領域も  $dR/dT < 0$  という一般的な絶縁体性質をしめす。密度依存性がパーコレーション理

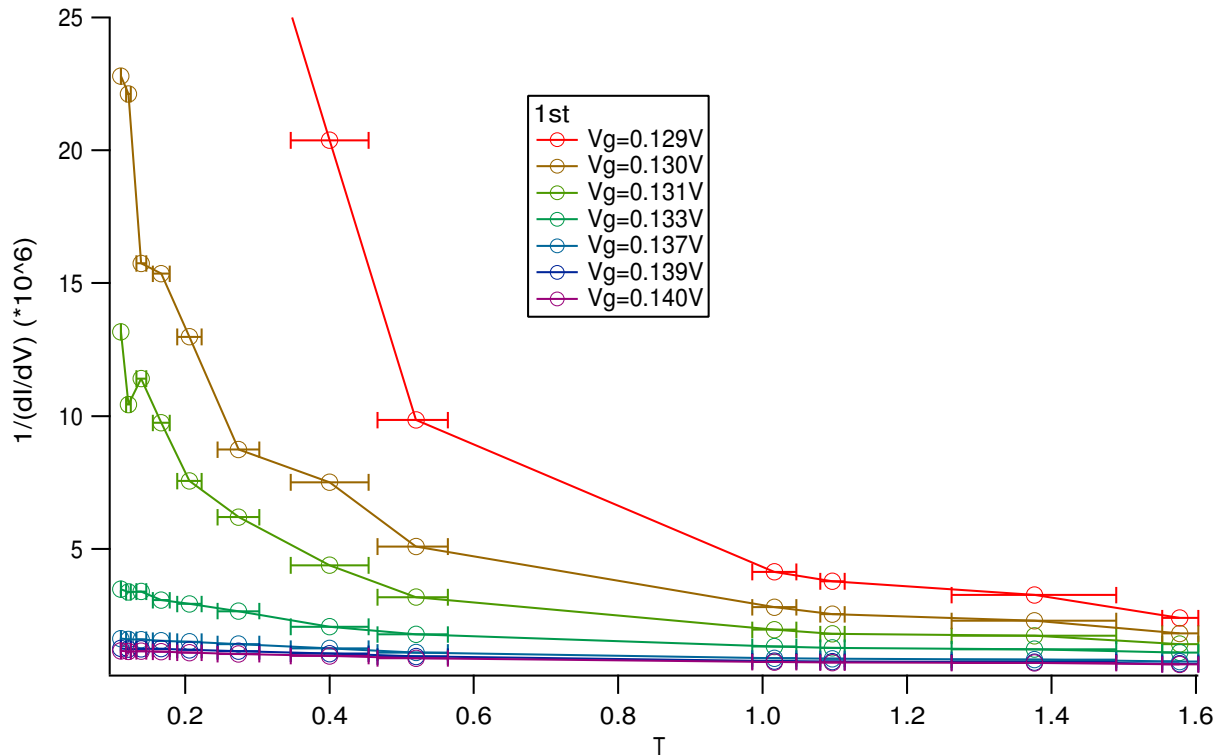


Fig. 4.13 1stLED の抵抗の温度依存性

論とよく一致したことから、系の全体としての特性は不純物による強局在状態にあると考えられる。

そこで、コンダクタンス  $\sigma = (dI/dV)$  は 2.2.3.2 のように

$$\sigma = A \exp\left(-\sqrt{\frac{T_c}{T}}\right) \quad (4.7)$$

の特性を持つと仮定し、 $\log \sigma$  と  $\sqrt{1/T}$  のプロットを行った。

Fig.4.14、Fig.4.15 がその結果であるが、ピンチオフ付近では比較的線形となっていて、 $\sigma = A \exp\left(-\left(\frac{T_c}{T}\right)^{0.5}\right)$  の特性に近いことがわかる。この結果は、多くの金属-絶縁体転移に関する実験でも観測されており、強局在の明らかな証拠といえる。<sup>18)19)20)</sup> 一方、ピンチオフから遠い領域では、明らかに線形ではなく、低温になればなるほど、線形ではない。

低温領域においては、むしろ Fig.4.16 のように  $\sigma = A\left(\frac{T_c}{T}\right)^\mu$  (ただし、 $\mu$  はある定数) の特性を持っているといえる。ただし、いずれの場合も主に低温部のみを対象にして考えている。なぜなら、2.2.3.2 で述べた理論は低温環境下において成り立つものであるからである。

式 2.21 を使って局在長を求めてみると、メッシュゲート電圧をピンチオフ付近からあげてい

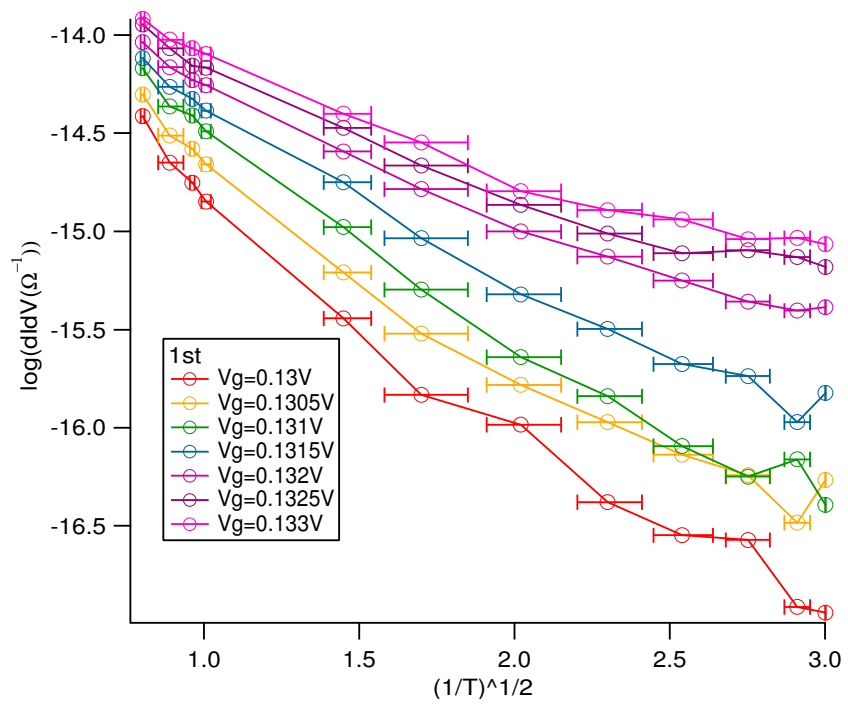


Fig. 4.14 エフロスの式との比較 ピンチオフ付近

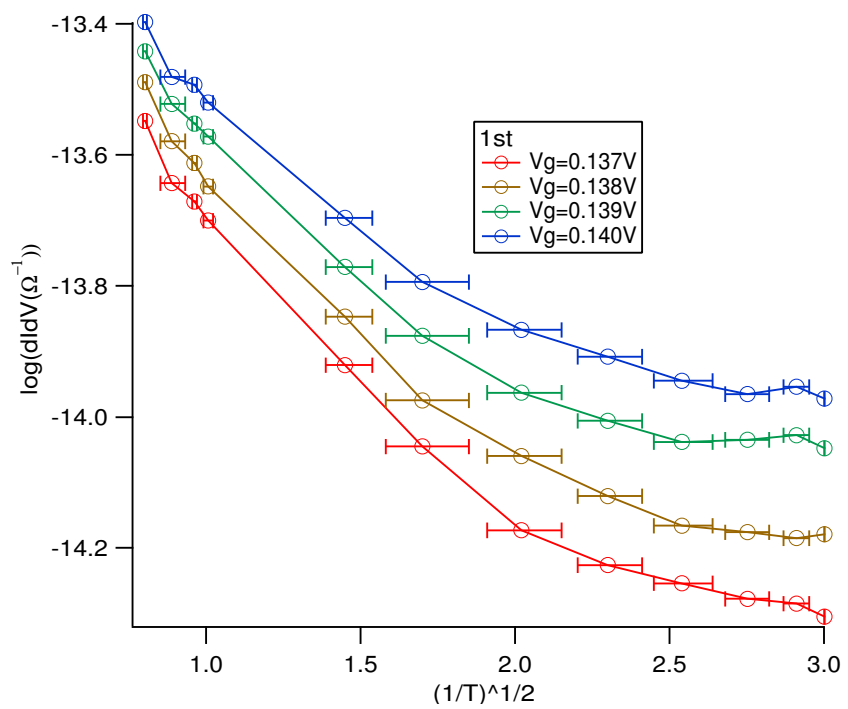


Fig. 4.15 エフロスの式との比較 ピンチオフから遠い領域

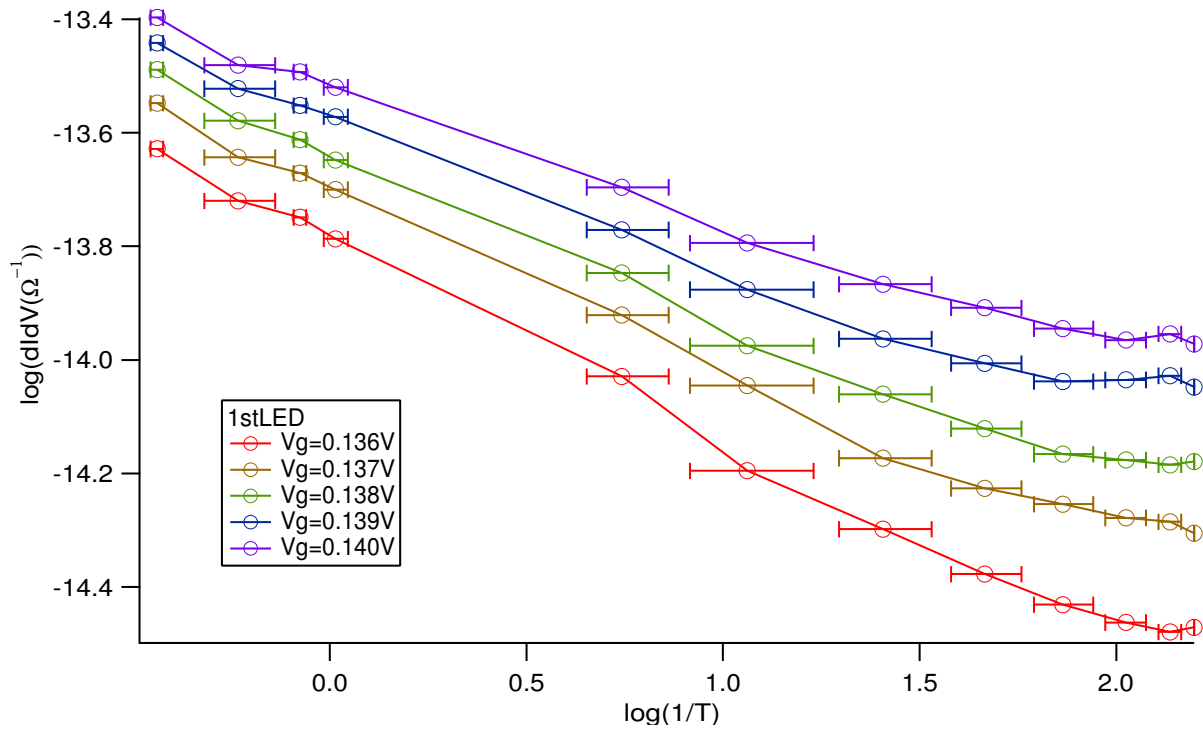


Fig. 4.16 パワーロウとの比較 (log-log plot)

くにしたがって、増加することがわかった。局在長  $\xi \rightarrow \infty$  となると、式 4.7 は成り立たず、

$$\sigma(T) \sim T^{2\alpha/3} \quad \alpha = 0.6 - 0.8 \quad (4.8)$$

が成り立つ<sup>21)</sup>。Fig.4.16 から低温部の傾きは大体 0.2 くらいと読み取れ、式 4.8 との整合性が見られる。上記のピンチオフから離れた地点においての式 4.7 から、パワーロウへの移行はこの局在長の変化の表れにより説明できる。

と同時に、別の解釈も可能である。式 4.7 が成り立つのは低温領域のみで、高温領域では温度のエネルギースケールが不純物ポテンシャルよりも大きくなり、不純物ポテンシャルの影響を無視できる程度となったと考えることである。このとき、高温領域ではコンダクタンスの温度依存性はドナーからの熱的励起される電子数に依存するので、

$$\sigma(T) = A \exp\left(-\frac{W}{T}\right) \quad (4.9)$$

$A$  と  $W$  は比例定数である。このような温度に関する Variable range hopping(式 4.7) 熱励起のクロスオーバーは実験的にも観測されている<sup>20)22)</sup>。詳しくは、より高温領域の測定をしてみないとわからないが、私たちの測定がこのクロスオーバー付近の状況だったという可能性はある。

2nd-4thLED に関しても同様の結果が得られた。Fig.4.17 は 3rdLED について、 $\sqrt{\left(\frac{1}{T}\right)}$  と  $\log(\sigma)$  プロットであり、1stLED の結果と同様の性質が確認できる。その他の結果については、付録に乗せておく。

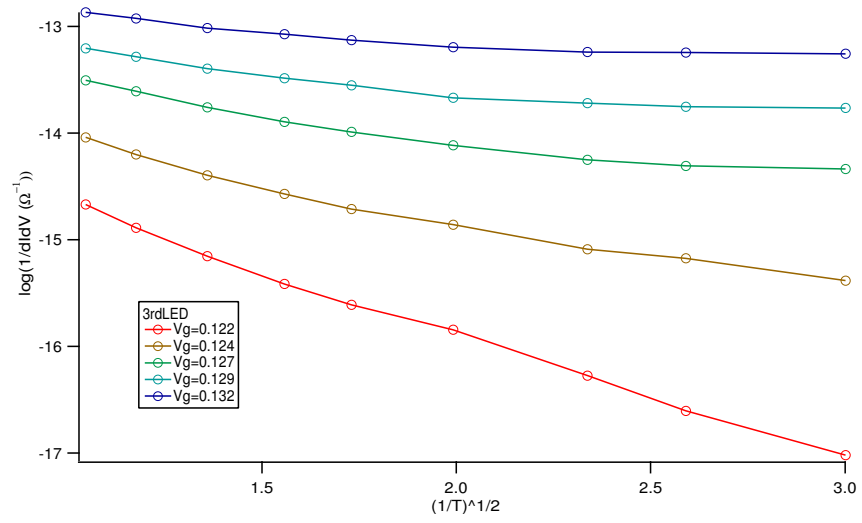


Fig. 4.17 3rdLED についての結果

## 5 まとめ

本研究では、2DEG を用いて、フェルミハバードモデルにおける量子相転移の観測を目的として、研究を行った。半導体微細加工技術を習得し、デバイス作成に成功し、 $dI/dV$  測定を行った。測定においては、4.2.2.2 のようにハバードモデルの構築の証拠となるコンダクタンス振動をピンチオフ近辺で観測できた。この振動の周期を、バンドギャップ  $\Delta$  とクーロン相互作用  $U$  の大きさと比較することにより、コンダクタンス振動の起源がクーロン相互作用効果であることが分かった。また、過去のコンダクタンス振動を観測した実験では、系は数個<sup>4)</sup>~十数個<sup>5)</sup>の1次元量子ドット列か、 $50 \times 50$  個程度の2次元格子系であったが、今回の私たちの実験では、それよりも格子数が多い  $100 \times 400$  個の2次元格子系領域で測定を行った。私たちの系は格子の数から明らかにバルクの性質を観測しているといえる。また、4.2.2.3 の結果からピンチオフ近辺ではパーコレーションが系の主要なメカニズムになっていると考えられる。4.2.2.4 からは、温度依存性が Variable range hopping 理論とよく一致していることが分かった。これらは系全体の主要メカニズムは不純物ポテンシャルによる攪乱であることを示唆している。つまり、メッシュゲートによる周期ポテンシャルは、不純物ポテンシャルよりも小さいために、結果として不純物ポテンシャルが系の性質を決めていると考えられる。周期ポテンシャルが十分に作用しなかった最大の原因は表面と2DEGの距離が長かったことであると考えられるので、今後は浅い2DEGを持つサンプルを用いて、量子相転移の観測にむけて研究をしていく予定である。



## 参考文献

- 1) M.Greiner et al., Nature **415**, 39(2002)
- 2) Masatoshi Imada, Phys.Rev.B, **72** 075113 (2005)
- 3) C.A.Stafford et al., Phys.Rev.Lett. **72** 3590 (1994)
- 4) R.J.Haug et al., Surf.Sci. **263** 415 (1992)
- 5) L.P.Kouwenhoven et al., Phys.Rev.Lett. **65** 361 (1990)
- 6) K.Ismail et al., Appl.Phys.Lett. **54** 460 (1989)
- 7) N.E.Bickers et al., Phys.Rev.Lett. **62** 961 (1994)
- 8) N.F.Mott, Journal of Non-Crystalline Solids, **1**, 1-17(1968)
- 9) V.Ambegaokar et al., Phys.Rev. B, **4**, 2612(1971)
- 10) A.L.Efros et al., J.Phys.C, **8**, L49(1975)
- 11) I.L.Aleiner et al., Phys.Rev.B, **49**, 13721(1994)
- 12) D.Stauffer, Introduction to Percolation theory, Taylor and Francis London and Philadelphia(1985)
- 13) S.Kirkpatrick, Rev.Mod.Phys. **45** 574 (1973)
- 14) Y.Meir, Phys.Rev.Lett. **83** 3506 (1994)
- 15) M.E.Cage et al.,IEEE Trans.Instrum.Meas. **IM-34**, 301(1985)
- 16) Na Young Kim, private discussion
- 17) Y.Meir, Phys.Rev.Lett. **54** 460 (1989)
- 18) E.Abrahams et al., Mod.Rev.phys. **73** 251 (2001)
- 19) Nam-jung Kim, J.Kor.Phys.Soc. **46** 895 (2005)
- 20) Y.F.Tian et al., J.Appl.Phys. **100** 103901 (2006)
- 21) Y.K.Vekilov et al., Phys.Lett.A **300** 500 (2002)
- 22) D.C.Tsui et al., Phys.Rev.Lett. **32** 1200 (1974)

## 謝辞

本研究を遂行するにあたり，多大なる御指導そして御協力を頂きました，東京大学情報理工学系研究科の山本喜久教授に心より感謝いたします．また，様々な指摘，助言をして下さいました，NIIのTim Byrnesさん、Stanford大のNa Young Kimさん、実習生として大変お世話になりました藤澤利正さん、熊田倫雄さんをはじめNTT基礎研究所の皆様にも、心より感謝いたします．

# A 付録

## A.1 4.2.2.3 電子密度依存性

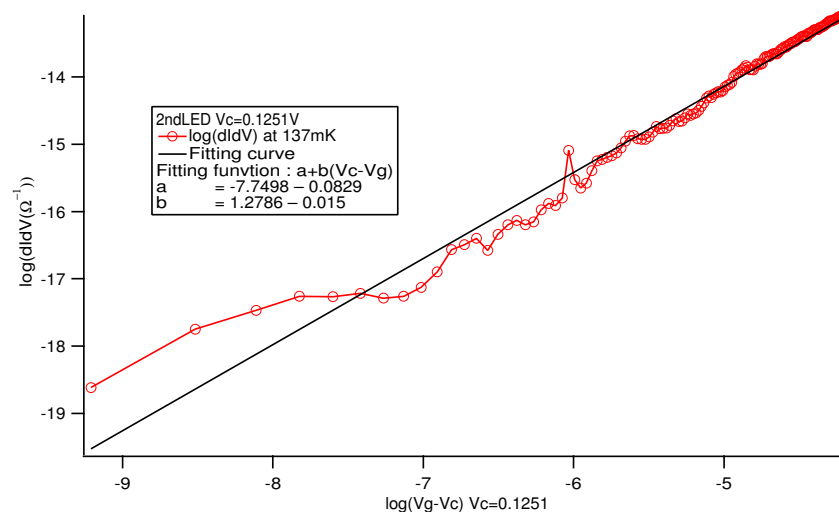


Fig. A.1 2ndLED-fitting

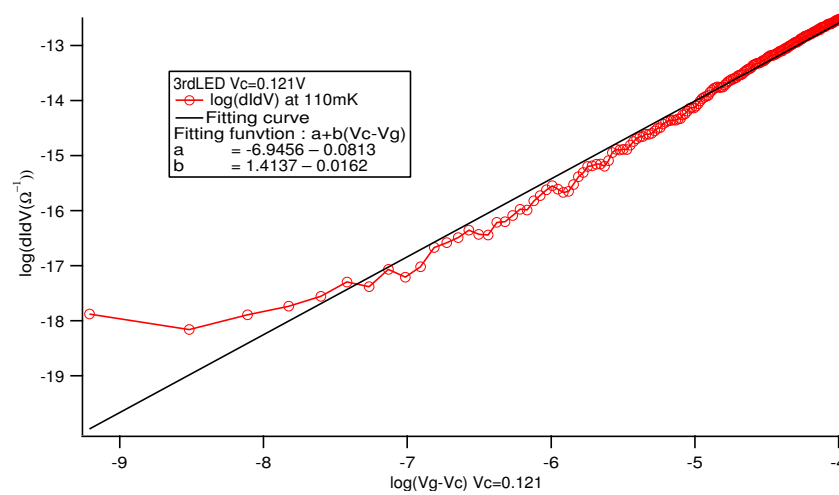


Fig. A.2 3rdLED-fitting

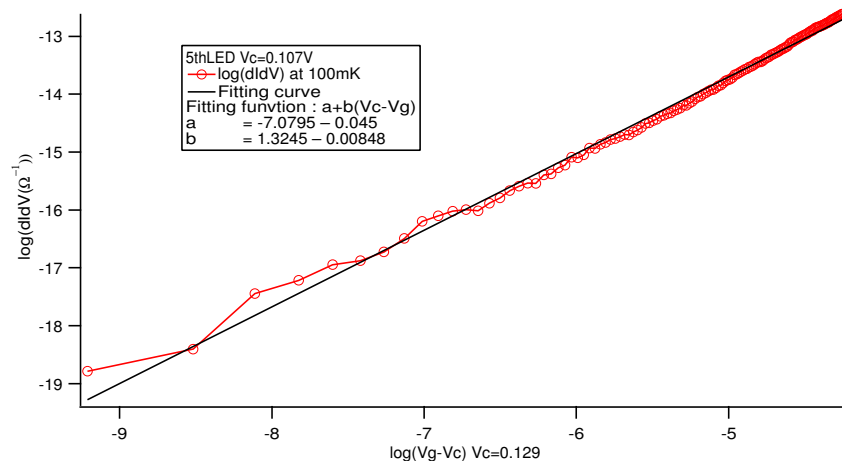


Fig. A.3 5thLED-fitting

## A.2 4.2.2.4 温度依存性

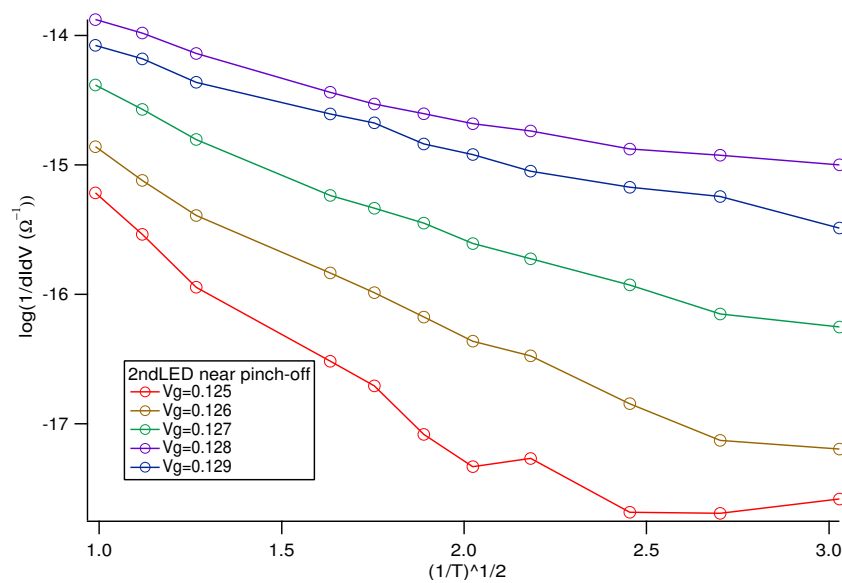


Fig. A.4 2ndLED ピンチオフ付近

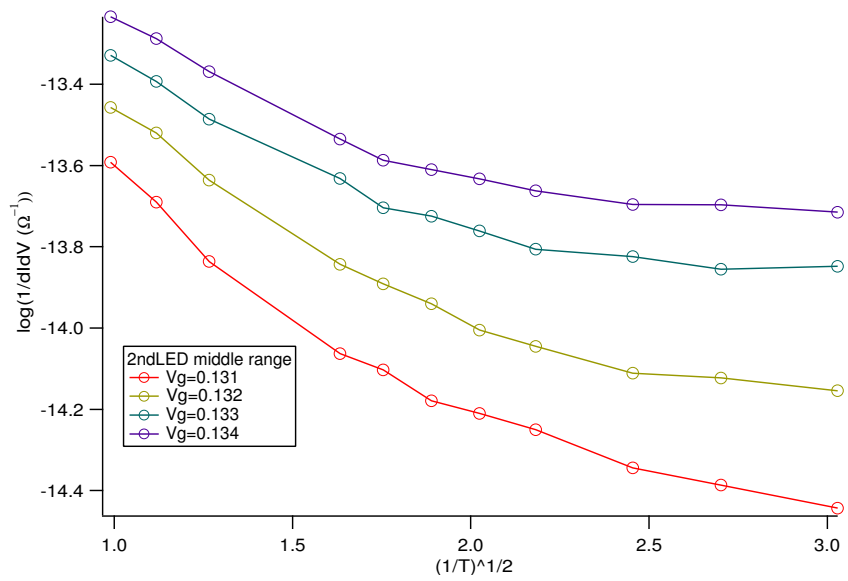


Fig. A.5 2ndLED 中間

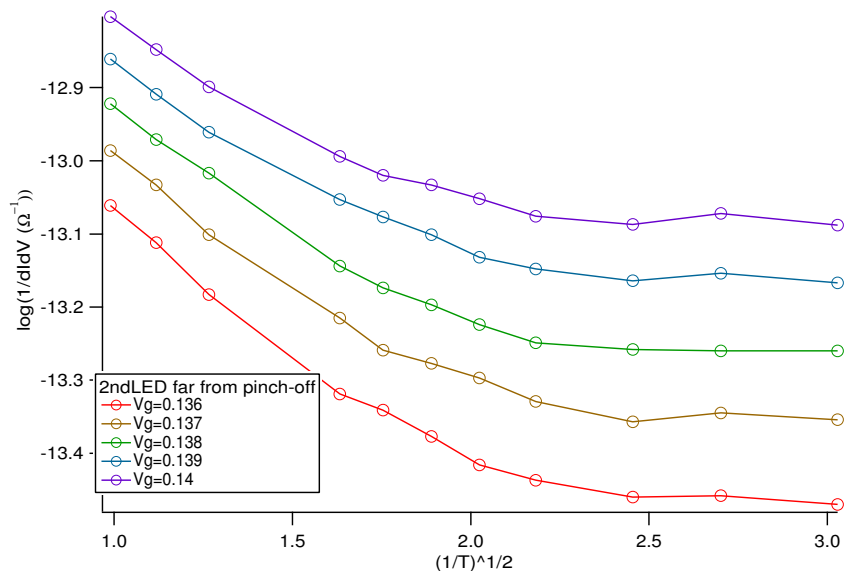


Fig. A.6 2ndLED ピンチオフから離れたところ

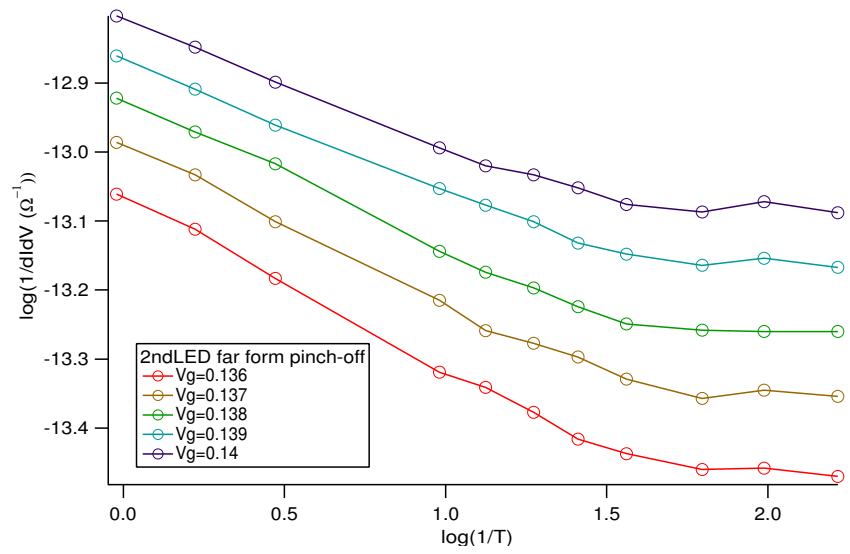


Fig. A.7 2ndLED パワーロウとの比較

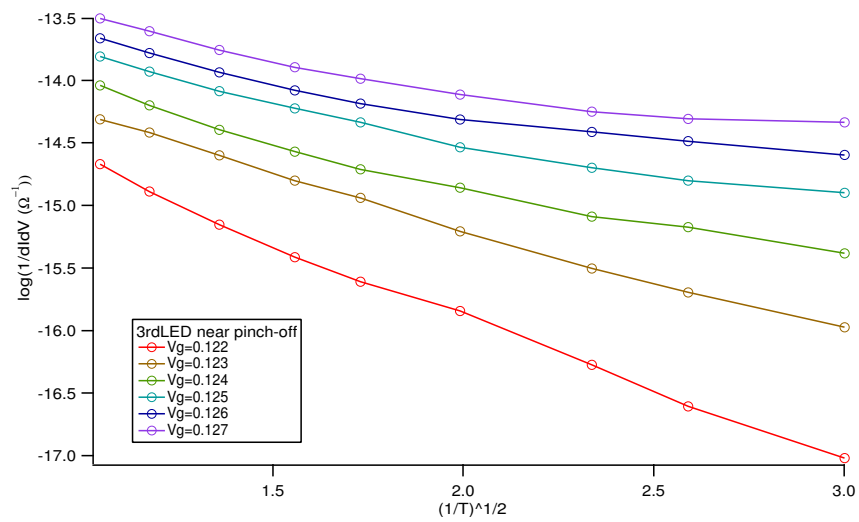


Fig. A.8 3rdLED ピンチオフ付近

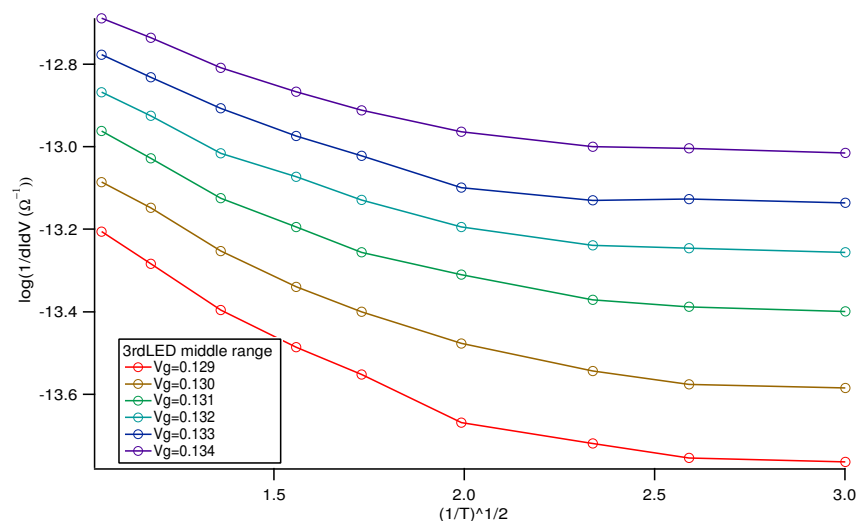


Fig. A.9 3rdLED 中間

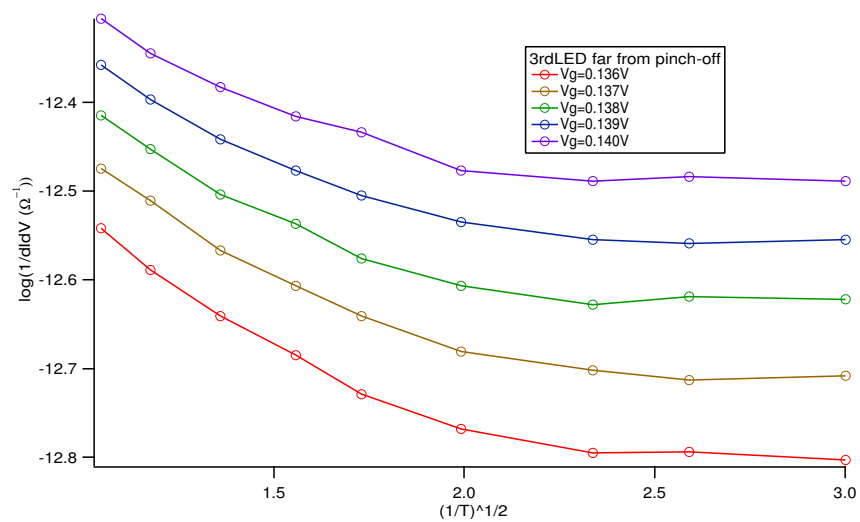


Fig. A.10 3rdLED ピンチオフから離れたところ

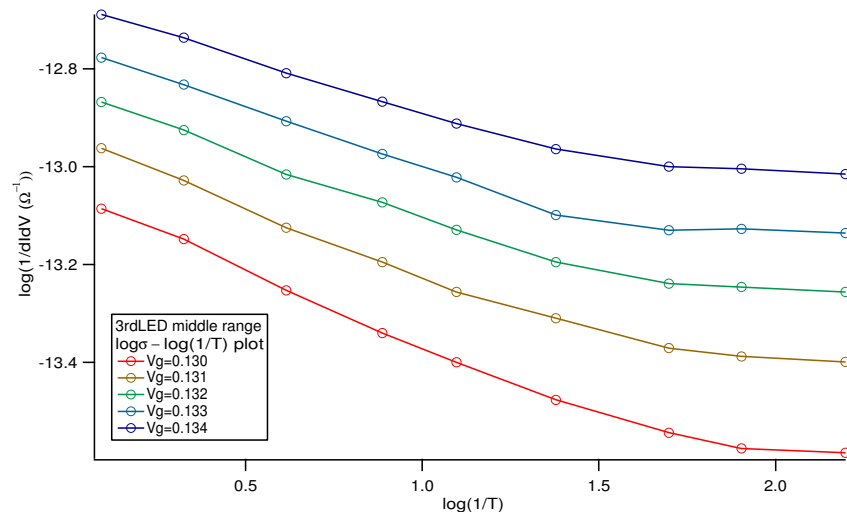


Fig. A.11 3rdLED パワーロウとの比較

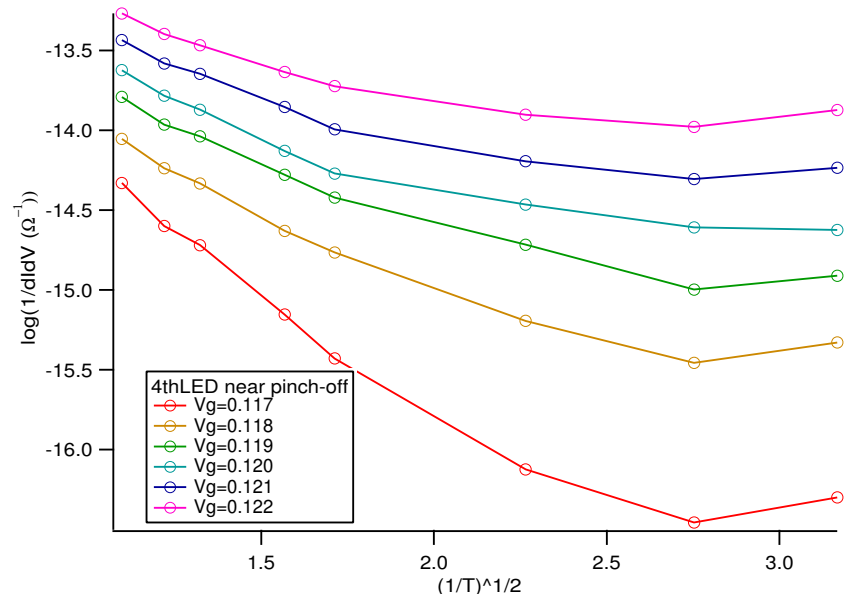


Fig. A.12 4thLED ピンチオフ付近



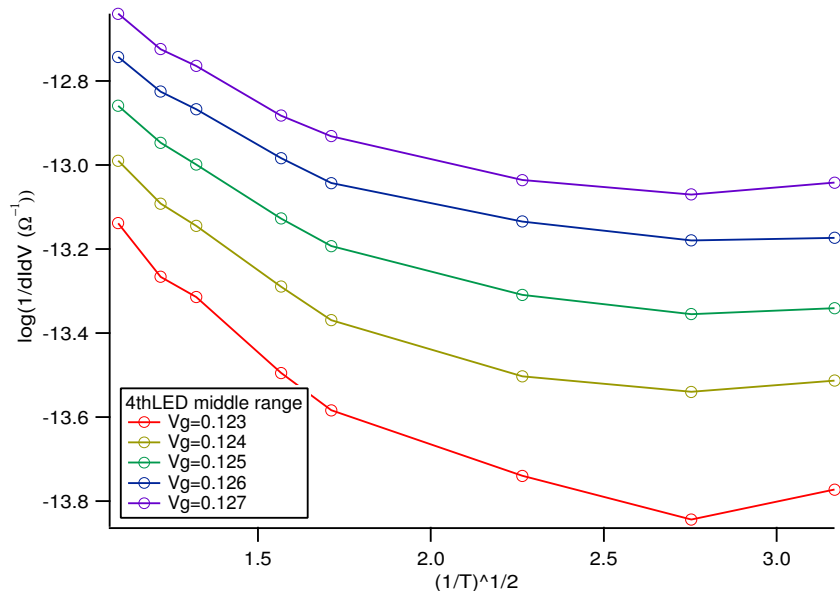


Fig. A.13 4thLED 中間

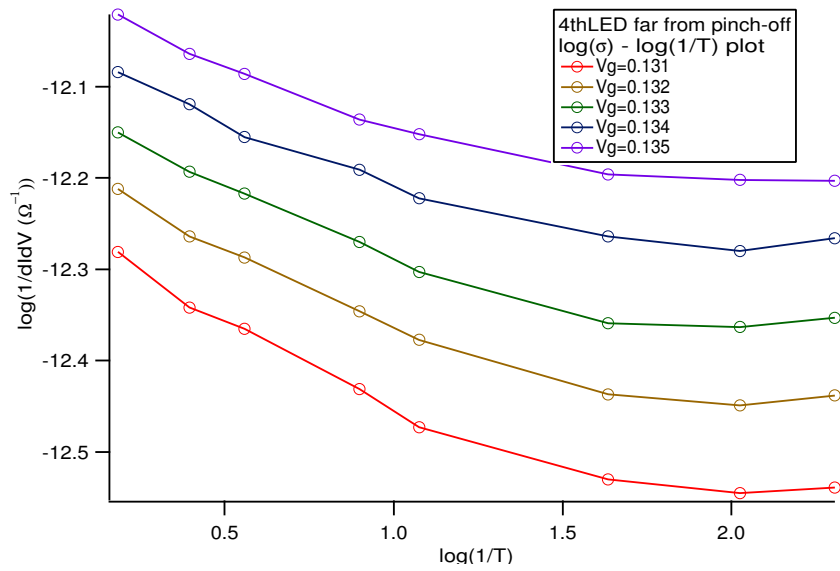


Fig. A.14 4thLED3

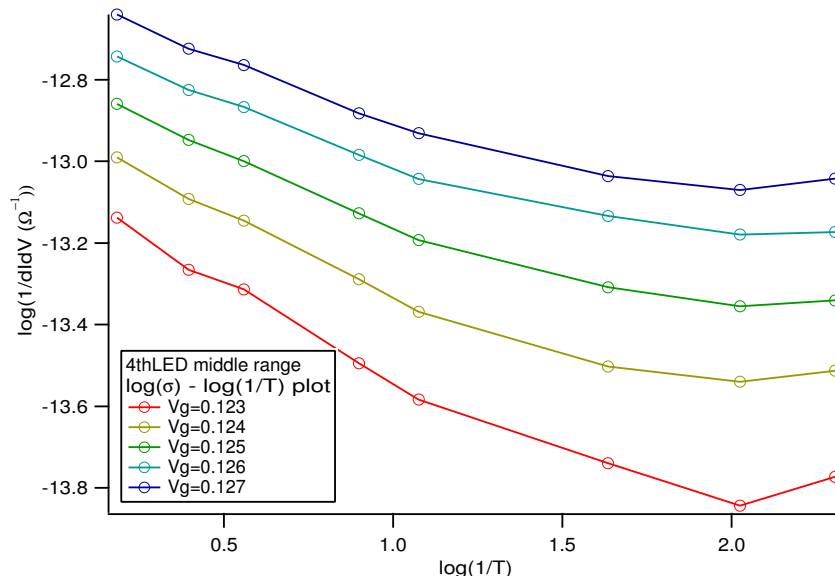


Fig. A.15 4thLED パワーロウとの比較 (中間)

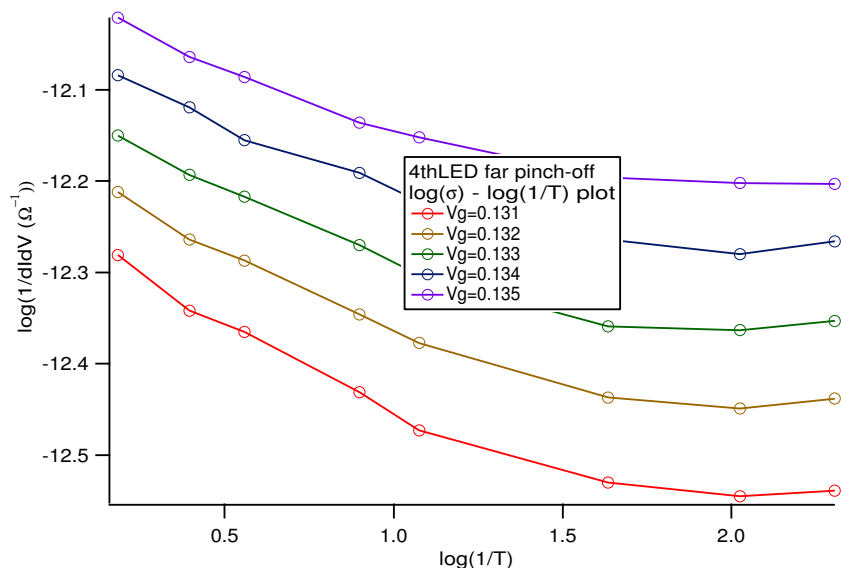


Fig. A.16 4thLED5