

空間構造の形態解析

Shape Analysis of Spatial Structures

半谷 裕彦*

Yasuhiko HANGAI

空間構造は形態抵抗型構造で、設計時における形態決定は重要な課題となっている。本稿では、空間構造を具体例として取り上げ、形態解析の背景と現状を紹介する。

1. 空間構造と形態設計

構造形態は、a) 地震や風など外部環境に対する抵抗能力を確保すること、b) 機能上の要求を満足すること、c) 人工構造物として環境に同化すること（美しいこと等）、など、種々の条件によって決定される。

図1は屋根重量の年代による変化を表したもので、横軸は年代を、縦軸は単位当りの屋根重量（単位： kgf/m^2 ）を示している。この図には、縦軸 100kgf/m^2 を起点として水平線が引かれている。1962年、吊構造に関するシンポジウムにおいて、Rene Sarger は、図1を示しながら、「屋根重量が 100kgf/m^2 以下になる時代に構造革命（Structural Revolution）が起きるであろう」という興味ある発言をおこなった。 100kgf/m^2 のレベルは、風によるサクシンのオーダーで、構造設計における「自重の支配」からの解放を意味している。図1をみると、屋根重量の曲線は21世紀初頭において 100kgf/m^2 の水平線内に突入している。現在は、まさに、革命前夜にあるといえる。

空間構造の形態は建設された時代の社会的、技術的背景をよくあらわしている。空間構造は、a) シェル構造、b) スペースフレーム、c) ケーブル構造、d) 膜構造、

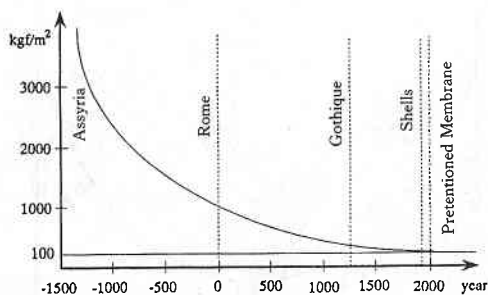


図1 屋根重量の年代変化

の順で発展してきた。素材の剛性より、a, bは「剛な構造」、c, dは「柔な構造」と大別できる。横尾¹⁾は、「硬い構造」と「軟かい構造」という言葉を用い、箱とふろしきに喩えている。シェル厚を t 、曲率半径を R 、変位を w とすると、 $w=t$ のオーダーの領域を構成している。一方、「柔な構造」においては、力学挙動の領域は $w=R$ のオーダーまで拡大している。 $w=t$ と $w=R$ の相異は、変形後の構造形態をあらかじめ予想できるかどうかの差となって現れる。シェル構造の構造挙動は曲率半径の大、小によって概略、把握できる。このことが、 $w=t$ のオーダーのシェル構造の設計において、球や円筒などの幾何学的曲面による構造形態が採用される根拠となっている。しかし、 $w=R$ の領域では、異なる構造形態設計法が必要となる。「剛な構造」と「柔な構造」は共通する基盤を持ちながらも異なった領域を構成している。

構造形態を設計する過程（形態設計過程）と設計された形態が外乱等によって変化していく過程（形態変化過程）を考える（図2）。設計する、あるいは、目標とする形態を「価値のある形態」、外乱等により変化した後の形態を「無価値な形態」と呼ぶことにする。通常の構造解析は形態変化過程に対する情報を得ることを目的とし、構造解析は外乱等の作用後には価値のある形態に復帰することを目標とする。この意味では、価値のある形

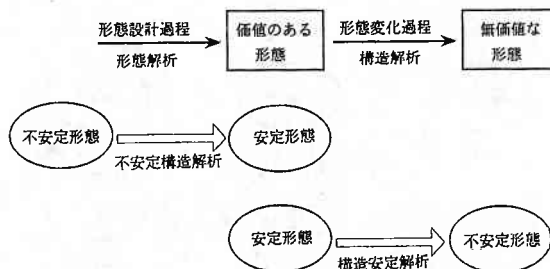


図2 形態設計過程と形態変化過程

*東京大学生産技術研究所 第5部

態は、「剛な構造」と「柔な構造」とにかかわらず、ある程度のレベルの外乱等に対して「安定形態」であることを前提としている。ここでの安定形態とは、外乱等の作用後に、元に復帰できる形態を意味している。 $w = R$ の領域においては、特に、「安定形態」を設計することが重要な課題となる。

2. 形 態 解 析

形態変化過程における挙動を数理解析的に扱う方法を構造解析と呼ぶのに対し、形態設計過程において、形態を数理解析的に決定する方法を形態解析という。図2の下段に安定形態と不安定形態における形態解析と構造解析の具体例を示す。

形態解析は逆問題のひとつである。図3に示すように、通常の構造解析では、構造形態、境界条件、外力が指定された後に、応力や変位等の応答を解析する。一方、構造形態解析では、境界条件、外力、および応答の一部を指定して、構造形態（あるいは、その一部）を解析する。構造解析の流れを順方向とすると形態解析の流れは逆方向となっている。

構造を表現する3個の基礎概念は、1) 力、2) 形、3) 材料、である。これらの概念を定式化したものが構造解析の基礎方程式であり、

$$\text{力：釣合方程式 } \mathbf{f} = \mathbf{B}(\mathbf{x}) \boldsymbol{\sigma} \quad (1)$$

$$\text{形：適合方程式 } \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{A}(\mathbf{x}) \mathbf{d} \quad (2)$$

$$\text{材料：構成方程式 } \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{E} \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3)$$

の3個となっている。ここに、 \mathbf{f} ：荷重ベクトル、 $\boldsymbol{\sigma}$ ：応力ベクトル、 $\boldsymbol{\varepsilon}$ ：歪ベクトル、 \mathbf{d} ：変位ベクトル、

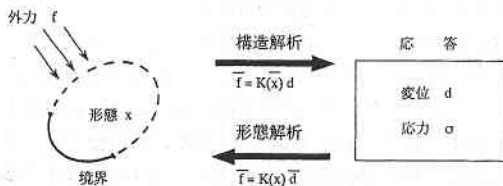


図3 構造解析と形態解析

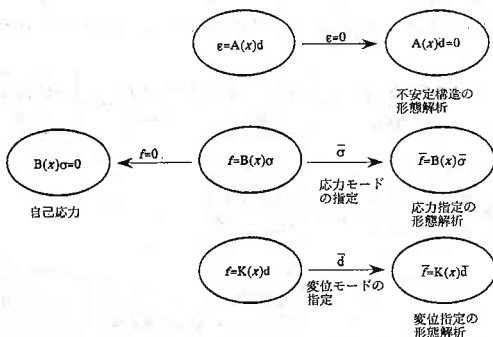


図4 形態解析の種類

\mathbf{B} ：釣合マトリクス、 \mathbf{A} ：適合マトリクス、 \mathbf{E} ：弾性マトリクス、 \mathbf{x} ：構造形態を表すパラメータ、である。

$w = t$ の領域では形態の変化が小さく、応力が設計要因となり、そのため、釣合方程式が構造設計において重要な役割をはたしてきた。その典型例がシェル構造における「膜理論」である。形態変化が小さいということは、 \mathbf{x} がほぼ一定であることを意味し、そのため、 \mathbf{A} や \mathbf{B} は定マトリクスとなる。この場合、 $\boldsymbol{\sigma}$ と $\boldsymbol{\varepsilon}$ を消去して得られる力と変位の関係式：

$$\mathbf{f} = \mathbf{Kd} (\mathbf{K} = \mathbf{BEA}) \quad (4)$$

を作成することは容易であり、コンピュータの発達とあいまって、構造解析の主役をつとめている。

一方、 $w = R$ の領域では、形態変化が非常に大きく、構造形態を直感的に予想することは不可能になり、 \mathbf{x} の決定が構造設計における中心的課題となる。形態の決定と安定形態の確保のためには、形を表現する「適合方程式」と力を表現する「釣合方程式」の詳細な検討が必要となる。(1)、(2)を個別化した方程式とすると、(4)は個性をかくした総合化した方程式といえることができる。構造革命とは、「個別化した方程式によって表現される新しい構造形態の出現」を含んでいるとも考えられる。

図4は方程式(1)、(2)、(4)に基礎を置く形態解析の種類を示したものである。以下、個々の内容を紹介する。

3. 不安定構造の形態解析

直線材を回転自由な接合部で連結した構造を立体トラスという。この立体トラスが剛であるかどうかを最初に

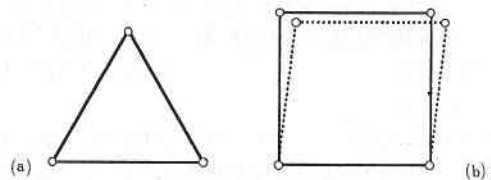


図5 形態安定(a)と形態不安定(b)

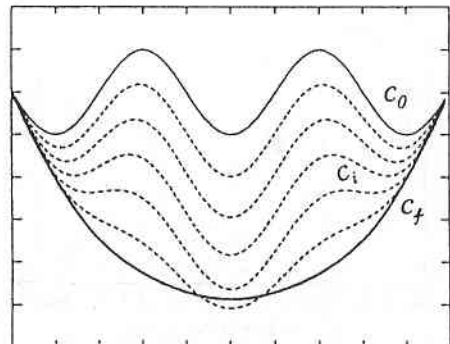


図6 ケーブルの形態変化

調査したのは J. C. Maxwell (1831-1879) である。ここで言う剛とは、部材に伸び縮みがない場合において、構成した形態が変化しないことを意味しており、形態安定と呼ぶことができる。一方、立体トラスが剛でないとき、形態不安定という。形態不安定な立体トラスには、剛体変位（ひずみが零で生じる変位で不伸張変形ともいう）によってメカニズムが形成される。

形態不安定である構造を不安定構造という。図 6 はケーブルを示したもので、 C_0 で示す初期形態に重力を作用すると、無ひずみ状態で変位が生じ、 C_f の形態に落ちつく。このように、ケーブルや膜、あるいは、塑性ヒンジが形成され不安定状態にあるフレームなど、不安定構造に属する構造は多い。

形態不安定は 2 種類に分類される。図 7 のトラスで説明すると、(a) の場合には変位することにより剛性が付与され、安定な構造になる。しかし、(b) の場合には与えられた形態の近傍で変位が生じても剛性が付与されない。(a) を微小変位の範囲の形態不安定、(b) を有限変位の範囲の形態不安定、という²⁾。

図 6 に示す例のように、有限変位の範囲で形態不安定な構造に荷重を作用すると、形態を変化させながら、最終的には運動の生じない安定な形態にたどりつく。この過程を不安定構造の「安定化移行過程」と呼び、安定化移行過程の形態を求める問題を「不安定構造の形態決定問題」という。

不安定構造ではひずみが零で変位が生じるから、(2) において $\epsilon = 0$ と置く。つまり

$$A(x)d = 0 \quad (5)$$

ここに、 A は (m, n) 型長方マトリクスで、 m, n はそれぞれ、適合条件数、自由度である。

$x = x_0$ の状態で(5)を解くと

$$d = [I_n - A^+A] \alpha \quad (6)$$

ここに、 A^+ は A のムーア・ペンローズ型一般逆行列で、 α は任意のベクトルである。 A のランクを r とすると、

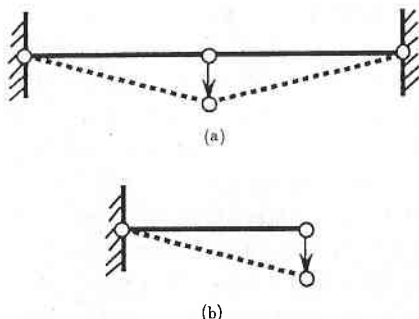


図 7 不安定トラス

(6) の係数マトリクスのランクは $p = n - r$ となり、係数マトリクスは p 個の独立な列ベクトルを持つことになる。 p 個の列ベクトルを h_1, \dots, h_p とすると(6)は次式となる。

$$d = \alpha_1 h_1 + \dots + \alpha_p h_p \quad (7)$$

ここに、 h_1, \dots, h_p は無ひずみで生じる剛性変位モードを示している。上式より、 $p = 0$ の場合、形態安定、 $p \neq 0$ の場合、形態不安定であることがわかる。

不安定構造は荷重の作用下において、荷重モードに応じた安定形態へ移行していく。不安定形態から安定形態への移行過程を追跡するには、(7)において $\alpha_1, \dots, \alpha_p$ を決定すればよい。つまり、 $x = x_0$ の状態で d が決定されると、 $x_1 = x_0 + d$ の新しい形態へ変化することになる。

荷重をベクトル f で表す。今、 C_0, C_i, C_f の状態におけるポテンシャルエネルギー関数 Π を考えると次式が成立している (図 6 参照)。

$$\Pi(C_0) > \dots > \Pi(C_i) > \dots > \Pi(C_f) \quad (8)$$

C_f の状態でポテンシャルエネルギーは最小となる。そこで、ポテンシャルエネルギーを安定化移行過程における計量として採用し、減少する方向へ変位を進行させていく。 C_i から C_{i+1} の区間におけるポテンシャルエネルギーの変化を $\Delta\Pi$ とすると

$$\Delta\Pi = -d^T f \quad (9)$$

上式に(7)を代入すると

$$\Delta\Pi = -(\alpha_1, \dots, \alpha_p) \begin{bmatrix} h_1^T f \\ \vdots \\ h_p^T f \end{bmatrix} \quad (10)$$

ここで、 $\Delta\Pi$ の減少の割合が最大である向きに移行することとすると、 $\alpha_1, \dots, \alpha_p$ は次式で与えられる³⁾。

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_p \end{bmatrix} = \alpha \begin{bmatrix} h_1^T f \\ \vdots \\ h_p^T f \end{bmatrix} \quad (11)$$

上式を用いると、(10)は

$$\Delta\Pi = -\{(h_1^T f)^2 + \dots + (h_p^T f)^2\} \alpha \quad (12)$$

上式において、中括弧内の値は非負であり、増分量 α の値を正に与えれば $\Delta\Pi < 0$ は自動的に満足される。

安定形態 C_f に至ると、ポテンシャルエネルギーは停留状態になるので、 $\Delta\Pi = 0$ となる。(12)を用いると

$$h_1^T f = 0, \dots, h_p^T f = 0 \quad (13)$$

上式は安定形態に到達すると、無ひずみで生じる独立な剛体変位モードはすべて荷重ベクトル f と直交することを意味している。

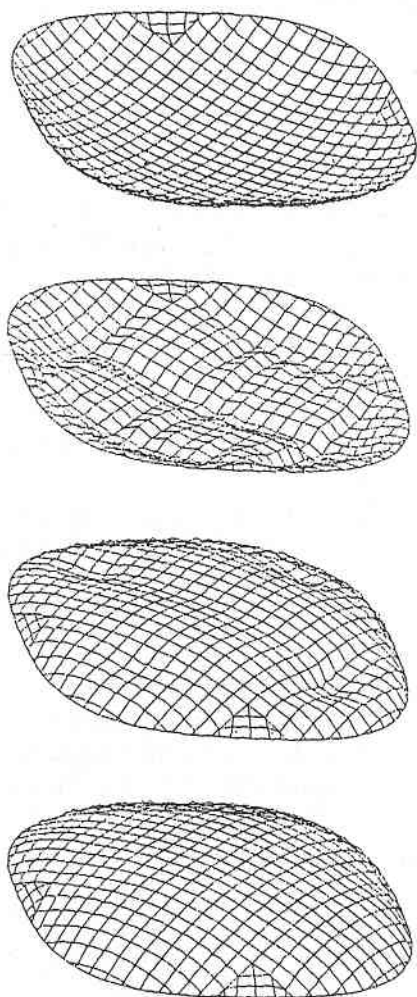


図8 空気膜構造のインフレーション

具体的な解析例として、図8に空気膜構造のインフレーション過程における形態を、また、図9にラメラドームの畳み込み移行過程⁴⁾を示す。

4. 自己応力と安定形態

ケーブルネット構造、膜構造、Tensegrity構造等の本来は不安定である構造が実際の構造として採用される理由は、有限変位の範囲において、剛体としての運動が拘束される構造であること、および、自己応力（初期張力など）の導入により、正の幾何剛性を付与し得ることにある。本節では(1)を利用して自己応力の存在、自己応力の導入による安定化、などを述べる。

自己応力は荷重 \mathbf{f} が零に対応する応力である。 $\mathbf{f} = \mathbf{0}$ の場合には、(2)は次式となる。

$$\mathbf{B}\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{0} \quad (14)$$

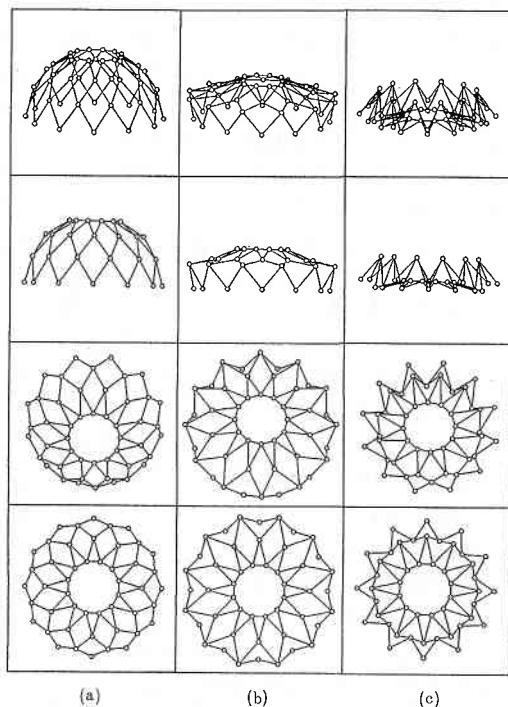


図9 ラメラドームの畳み込み

ここに、 \mathbf{B} は (n, m) 型長方マトリクスで、 $\mathbf{B}^T = \mathbf{A}$ の関係が成立している。(14)の解は、 \mathbf{B} を任意のベクトルとして、

$$\boldsymbol{\sigma} = [\mathbf{I}_m - \mathbf{B}^T \mathbf{B}] \boldsymbol{\beta} \quad (15)$$

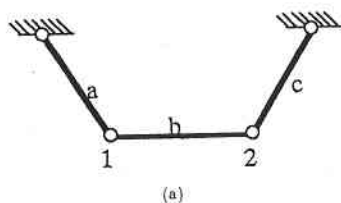
右辺の係数マトリクスのランクは $\text{rank}(\mathbf{B}) = \text{rank}(\mathbf{A}^T) = r$ であるから $q = m - r$ となる。 q は自己応力の独立なモードの数、言いかえ、独立な適合条件の数であり、通常、不静定次数と呼ばれているものである。ここで、(15)の独立な列ベクトルを $\mathbf{g}_1, \dots, \mathbf{g}_q$ と表記すると、(15)は次式となる。

$$\boldsymbol{\sigma} = \beta_1 \mathbf{g}_1 + \dots + \beta_q \mathbf{g}_q \quad (16)$$

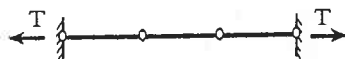
ここに、 β_1, \dots, β_q は任意のスカラーであり、 $\mathbf{g}_1, \dots, \mathbf{g}_q$ は自己応力のモードを表している。

図10(a)に示すトラスは不安定トラスであるが、この形態においては自己応力を導入することは不可能である ($q = 0$ に対応)。しかし、トラスのトポジカルな関係（結合関係）を変えず、図10(b)のように形態を変化すると自己応力の存在が可能となる。このように、自己応力の存在する形態 \mathbf{x} を求める問題が考えられ、この問題を「自己応力の存在可能な形態決定問題」という。

不安定構造に自己応力が導入できたとしても、かならずしも安定化できるとは限らない。具体例を図11に示す。自己応力の導入によって安定化できる形態 \mathbf{x} を求める問

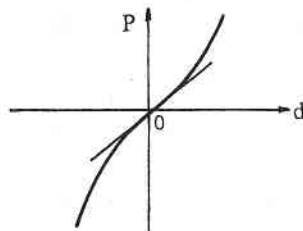


(a)

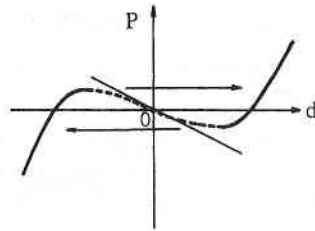


(b)

図10 不安定トラスと自己応力



(a) 安定



(b) 不安定

図11 自己応力の導入による安定化

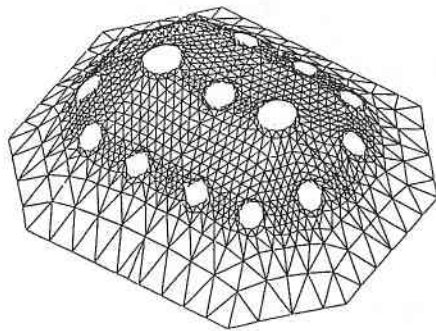


図12 サスペンション膜構造[6]

題を「自己応力による安定化可能な形態決定問題」という。(10)において $q \geq 2$ のときには、自己応力モードが複数個存在する。その場合には β_1, \dots, β_q の決定法が必要となる⁵⁾。

「自己応力の存在可能な形態決定問題」の古典的問題は極小曲面（等張力曲面）を求める Plateau 問題である。極小曲面は膜構造やケーブルネット構造の設計において利用されている。デカルト座標系における極小曲面方程式は、 $z = z(x, y)$ を曲面形状として、

$$\left\{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2\right\} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \left\{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2\right\} \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0 \quad (17)$$

上式は非線形方程式で、特殊な例を除いては、このままの形では解くことができない。そのため、差分法や有限要素法による数値解析法がおこなわれている⁶⁾。図12にその1例を示す。

5. 応力指定の形態解析

次式で与えられる Pucher の膜方程式を考える。

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \bar{P}_z = 0 \quad (18)$$

ここに、 $z = z(x, y)$ は曲面形状、 F は応力関数、 $\bar{P}_z(x, y)$ は鉛直荷重である。膜応力は応力関数を用いて、 $N_x = F_{yy}$, $N_y = F_{xx}$, $N_{xy} = -F_{xy}$ で得られる。通常の応力解析では、曲面形状 z を与え、 F を解析する。一方、応力指定の形態解析では、 F を指定して z を解析することになる。この形態解析は「膜の逆問題」と名付けられ、種々の解析がおこなわれている⁷⁾。

鉄筋コンクリートシェルではコンクリートの性質（圧縮に強く、引張に弱い）から、膜応力がシェル全面で圧縮応力状態になることが望まれる。Isler は逆転曲面の実験を利用して、全面圧縮応力状態の任意形状シェルを多数、建設している⁸⁾。主応力を

$$N_1, N_2 = \frac{N_x + N_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{N_x - N_y}{2}\right)^2 + N_{xy}^2} \quad (19)$$

とする。逆転曲面の形態解析は $N_1, N_2 \leq 0$ の条件下で(18)を解析することに対応する。

一方、膜構造では、圧縮でしわの発生する膜材料を用いる。そのため、膜面全体で $N_1, N_2 \geq 0$ となることが望まれる。膜構造の形態設計では、張力導入とともに、 $N_1, N_2 \geq 0$ となる形状決定が重要となる。

梅谷の生長変形法⁹⁾や尾田によるパターン変換法¹⁰⁾など、一様応力や一様ひずみエネルギー密度等を目標とする形態解析もこの分野に属している。

(1)を用いて離散的に表現すると、 $\bar{\mathbf{f}} = \mathbf{B}(\mathbf{x})\bar{\boldsymbol{\sigma}}$ において \mathbf{x} を求める問題となる。具体例を文献3)に示す。

6. 変位指定の形態解析

シェルやスペースフレームを含む空間構造は「形態抵抗型構造」で、使用時の形態によって外乱に対する抵抗能力が左右される。そのため、「最適形態」に関する研究は設計時において形態を決定する際のひとつの基準を与えることになる。さらに、「最適形態」は種々の環境条件や目標によって異なった形態となることから、形態自身を環境に応じて制御できる「形態制御構造」の開発も要望される。ここでは、「最適形態」や「形態制御構造」を扱う場合の基礎となる「与えた荷重条件のもとで、指定した変位モードが得られる構造形態解析」を述べる。

6.1 解の存在条件による定式化¹¹⁾

(4)の変位 \mathbf{d} を変位指定を受ける変位 \mathbf{d}_h と未知変位 \mathbf{d}_f に分割する。 \mathbf{d}_h と \mathbf{d}_f の自由度を h と f とすると全自由度 n は $n = h + f$ となっている。(4)を次式で表す。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{hh} & \mathbf{K}_{hf} \\ \mathbf{K}_{fh} & \mathbf{K}_{ff} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{d}_h \\ \mathbf{d}_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_h \\ \mathbf{f}_f \end{bmatrix} \quad (20)$$

変位モードを次式で指定する。

$$\mathbf{d}_h = \alpha \mathbf{d}_0 \quad (21)$$

ここに、 α は未知パラメータである。 \mathbf{d}_0 を指定したことにより、変位の未知量 h は 1 個に減少し、全未知量 m は $m = 1 + f$ となる。(21)を(20)に代入し、整理すると

$$\begin{bmatrix} \mathbf{k}_h & \mathbf{K}_{hf} \\ \mathbf{k}_f & \mathbf{K}_{ff} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \mathbf{d}_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_h \\ \mathbf{f}_f \end{bmatrix} \quad (22)$$

上式をまとめて次式で表す。

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}) \mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (23)$$

上式の係数マトリクスは $n \times m$ の長方マトリクスで構造形態 \mathbf{x} の関数となっている。

(23)において \mathbf{x} を変化させるとき、解を持つ必要十分条件は

$$[\mathbf{A}\mathbf{A}^+ - \mathbf{I}_n] \mathbf{f} = \mathbf{0} \quad (24)$$

上式の左辺を $\mathbf{e}(\mathbf{x})$ と置くと、解となる形態 $\bar{\mathbf{x}}$ は次式で満足することになる。

$$\mathbf{e}(\bar{\mathbf{x}}) [\mathbf{A}\mathbf{A}^+ - \mathbf{I}_n] \mathbf{f} = \mathbf{0} \quad (25)$$

6.2 Bott・Duffin 逆行列による定式化¹²⁾

変位モードを次式の付帯条件で与える。

$$\mathbf{A} \mathbf{d} = \mathbf{0} \quad (26)$$

λ を Lagrange 乗数ベクトルとすると、(4)は次式に変換される。

$$\mathbf{K} \mathbf{d} + \mathbf{r} = \mathbf{f} \quad (27)$$

ここに、

$$\mathbf{r} = \mathbf{A}^T \lambda \quad (28)$$

(27)において \mathbf{K} は \mathbf{x} の関数あり、 \mathbf{x} が変化すると \mathbf{r} も変化する。つまり、 \mathbf{r} も \mathbf{x} の関数となる。そこで、(27)を次式のように書き換える。

$$\mathbf{r}(\mathbf{x}) = \mathbf{f} - \mathbf{K}(\mathbf{x}) \mathbf{d} \quad (29)$$

解となる形態を $\bar{\mathbf{x}}$ で表すと、(4)、(26)において、 $\mathbf{K}(\bar{\mathbf{x}}) \mathbf{d} = \mathbf{f}$ 、 $\mathbf{A} \mathbf{d} = \mathbf{0}$ の両式を満足することから

$$\mathbf{r}(\bar{\mathbf{x}}) = \mathbf{0} \quad (30)$$

(29)より \mathbf{f} と \mathbf{d} を消去することを試みる。(26)を利用すると、 $\mathbf{d}^T \mathbf{r} = \mathbf{d}^T \mathbf{A}^T \lambda = (\mathbf{A} \mathbf{d})^T \lambda = 0$ となり、 \mathbf{d} と \mathbf{r} は直交していることがわかる。この関係より、 L を n 次元空間の部分空間、 L^\perp を L に対する直交補空間とすると、 $\mathbf{d} \in L$ 、 $\mathbf{r} \in L^\perp$ となる。そこで、 P_L : n 次元空間から L 上への正射影マトリクス、 P_{L^\perp} : n 次元空間から L^\perp 上への正射影マトリクス、 \mathbf{a} : n 次元内のベクトル、とすると次式が成立する。

$$\mathbf{d} = P_L \mathbf{a}, \mathbf{r} = P_{L^\perp} \mathbf{a} \quad (31)$$

上式を(27)に代入し、 \mathbf{a} を求めると

$$\mathbf{a} = [\mathbf{K} P_L + P_{L^\perp}]^{-1} \mathbf{f} \quad (32)$$

上式を(31)に代入することにより(30)の $\mathbf{r}(\mathbf{x})$ は次式で定式化される。

$$\mathbf{r}(\bar{\mathbf{x}}) = P_{L^\perp} [\mathbf{K}(\bar{\mathbf{x}}) P_L + P_{L^\perp}]^{-1} \mathbf{f} = \mathbf{0} \quad (33)$$

変位指定の形態設計はホモロジー設計とも呼ばれ、最近、多くの研究がなされている^{13), 14)}。

形態解析は構造解析における逆問題のひとつとして、高度な非線形問題に属している。そのため、解の存在条件や唯一性条件をはじめ、解析法自身においても未解決の課題は多い。

ここで、解の個数に関して、具体例を紹介する。図13に示す平面トラスにおいて、節点 i の X 、 Y 座標値を $X(i)$ 、 $Y(i)$ とし、変位を $DX(i)$ 、 $DY(i)$ とする。変位モード指定として、節点 1, 2, 3 が変形後においても同一直線上に並ぶことを条件として設定する。つまり、 $DY(1) = DY(2) = DY(3)$ 。形態変化を節点 4, 5, 6 の Y 座標値でおこなうものとする。ただし、対称性を満足させるため、 $Y(4) = Y(6)$ とする。そのため、未知パラメータは $\mathbf{x}^T = (Y(4), Y(5))$ となる。図14に(33)で与えられる $|\mathbf{r}(\mathbf{x})|$ 曲面の等高線図を、図15に鳥瞰図を示す。図14で $|\mathbf{r}(\mathbf{x})| = 0$ となる曲線(網かけ部の境界線)上の点が

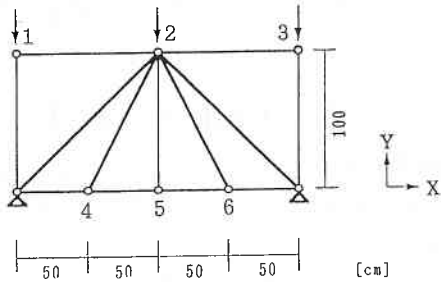
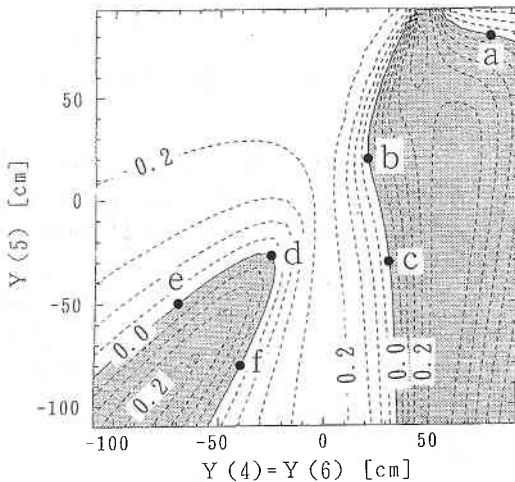


図13 平面トラス

図14 $|r|$ 曲面の等高線図

解形態を与える。解は曲線上の点全てになるので、無数個存在することになる。図中、a～fの点における解形態を図16に示す。(25)、(33)で与えられる非線形方程式は、図15で理解できるように非常に複雑な曲面を形成している。そのため、非線形方程式の代表的数値解析であるNewton-Raphson法では、ヤコビアンマトリクスに直接依存するため、解が得られないことがある¹²⁾。形態解析においては、定式化後の数値解法にも課題が多い。

(1993年6月15日受理)

参考文献

- 1) 横尾義貴：スペースストラクチャー概論，スペースストラクチャーの解析，日本鋼構造協会編，鹿島出版会，1971，pp. 1-6.
- 2) 田中尚，半谷裕彦：不安定トラスの剛体変位と安定化条件，日本建築学会構造系論文報告書，第356号，1985，pp. 35-43.
- 3) 半谷裕彦，川口建一：形態解析，培風館，1991.
- 4) 川口建一，邦花謙二，半谷裕彦，鈴木悦郎：多角形の畳み込みに関する研究，日本建築学会大会学術講演梗概集，1992，pp. 1741-1744.
- 5) 小田憲史，半谷裕彦：ケーブル構造の自己釣合応力決定

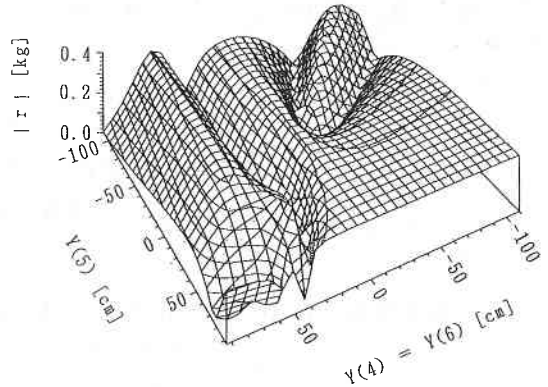


図15 鳥瞰図

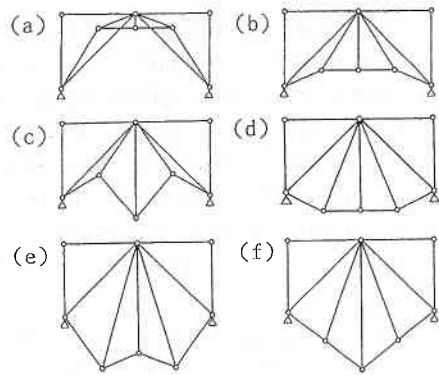


図16 解形態の例

- 6) 石井一夫：膜構造の形状解析（形状決定の問題）概説，膜構造研究論文集'89，No. 3，1989，pp. 83-107.
- 7) E. Ramm: Shape Finding Methods of Shells, Bulletin of the International Association for Shell and Spatial Structures, Vol. 33, No. 109, 1992, pp. 89-99.
- 8) H. Isler: The Quality of Shell Design and Construction, Bulletin of the International Association for Shell and Spatial Structures, Vol. 32, No. 106, 1991, pp. 67-71.
- 9) 梅谷陽二：骨の形態と成長変形法，日本機械学会誌，第79巻，693号，1976，pp. 749-754.
- 10) 尾田十八：有限要素法による強度的最適形状の決定，日本機械学会誌，第79巻，691号，1976，pp. 4-12.
- 11) 半谷裕彦，関富玲：ホモロガス変形を制約条件とする立体トラス構造の形態解析，日本建築学会構造系論文報告集，第405号，1989，pp. 97-102.
- 12) 半谷裕彦，原田和明：変位モード指定の構造形態解析法，日本建築学会構造系論文報告集（投稿中）.
- 13) 尾田十八：構造最適化手法の最近の動向，日本機械学会論文集（A編），57巻，541号，1991，pp. 1952-1957.
- 14) 中桐滋，吉川暢宏，丹羽俊之：A Note on Finite Element Synthesis of Structures, Part 7—Formation of Homologous Vibration Mode—，生産研究，Vol. 44，No. 9，1992，pp. 55-58.