

粗粒からなる構造物の動的破壊とその周波数依存性

Dynamic Failure of a Coarse Particle Assemblage and Its Frequency Dependence

小長井 一 男*・松 島 亘 志**・佐 藤 豪*

Kazuo KONAGAI, Takashi MATSUSHIMA and Takeshi SATO

1. は じ め に

粗粒からなる構造が振動破壊を生ずる過程では、細粒からなる構造と異なり破壊加速度に周波数依存性が現れることが模型実験などによって観測されている。田村等¹⁾は砂利、玉石など5種類の材料で2次元フィルダム模型を構築し、これを振動台上で加振してその破壊過程を観測し、破壊加速度が加振振動数、あるいは粒径が大きくなるにつれて増加することを確認し、破壊加速度が粒径の対数の一次関数として表現されるとする経験式を提案している。小長井、田村²⁾らはガラス粒子からなる堤体模型を同じ屈折率の液体に浸して透明にしたうえで、ここにレーザー光シートを透過させ、任意断面を可視化する新たな手法 (LAT: Laser-Aided Tomography) でやはり加振振動数が増すにつれて断面内部で生ずる破壊開始の加速度が増加するようすを確認している。このような破壊加速度の周波数依存性は、滑り面に Coulomb 摩擦を仮定する従来の解析手法では考えられない現象であり、これらの構造の設計にも重要な意味を持つてくると考えられる。本研究ではこのような周波数依存性の現れる概念モデルを提示し、これを用いて観測された現象の物理的意味を考察する。

2. 堤体斜面の破壊の特徴と概念モデル

写真 1 (a), (b) は LAT による堤体模型中央断面の破壊のようすを示したものである。ガラス粒子からなるこの模型の底面は 6Hz の正弦波で軸直角の水平方向に加振されている。振幅は時間に比例して 4.0gal/s の割合で増加している。加速度振幅がある段階に達した後、斜面が厚みをもって急速に滑落していくようすが撮影されている。図 1 はこの堤体右半分の断面積 (体積) 変化のようすを加振加速度振幅を横軸にとって表示したものである。この図中に矢印で示した記号は、写真 1 の (a), (b)

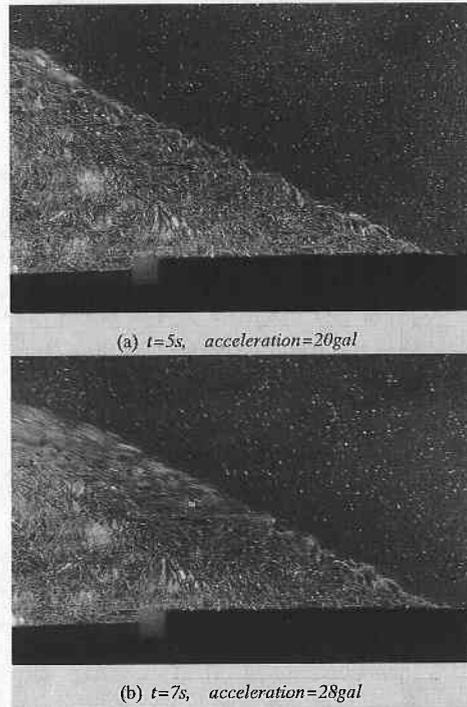


写真 1 堤体模型の中央断面

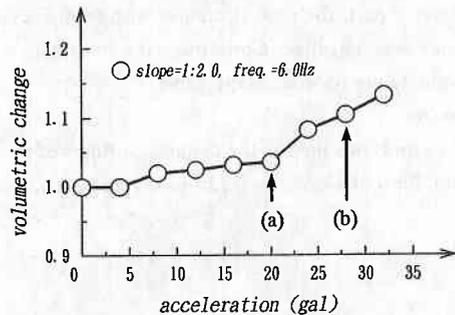


図 1 堤体模型 (右半分) の体積変化 ($V_{dynamic} / V_{static}$)

*東京大学生産技術研究所 第 1 部

**東京工業大学工学部

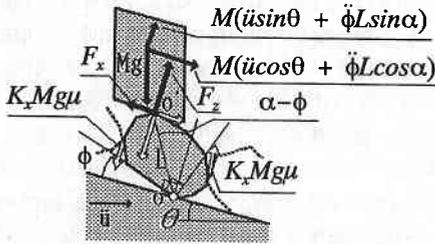


図 2 堤体斜面破壊の概念モデル

に対応する。斜面の破壊は堤体の体積が急増したときに一挙に進行する。以上のように粗粒からなる構造の破壊では構造全体の大きさに比べ粒子サイズが無視できる大きさでないためダイラタンシーが斜面の破壊時に顕著に現れる。

このように、斜面の崩壊が比較的大きな体積膨張を伴うことから、図 2 に示すような斜面滑動の概念モデルを想定する。これは代表的な寸法、形状を有する粒子が粒子塊内に挟み込まれているとするもので、この粒子が摩擦を伴いながら回転し、上載する粒子塊のポテンシャルエネルギーを増すことが、斜面全体に及ぶ滑動のきっかけを与えるとするものである。ダイラタンシーを伴う機構として、起伏に富んだ互いに接触する 2 面が滑る状況を考えることもできる。いずれの場合もその重心が持ち上げられる過程で摩擦によるエネルギー損失を伴うもので、これらの支配方程式は同じ形式になる。したがって図 2 に示す系を代表的な概念モデルとして検討を進める。

摩擦を伴いながら回転する代表粒径 L の粒子に載って動く粒子塊 (質量 M) の運動方程式は図 2 の記号を用いて以下のように与えられる。

$$\begin{aligned} M(\ddot{u} \cos \theta + \ddot{\phi} L \cos(\alpha - \phi)) &= Mg \sin \theta - F_x \\ M(\ddot{u} \sin \theta + \ddot{\phi} L \sin(\alpha - \phi)) &= -Mg \cos \theta + F_z \end{aligned} \quad (1)$$

ここで回転する小石の慣性力は無視し得るものとするれば、 o 点周りのモーメントの釣り合いから粒子間の接触力 F_x と F_z の間には次の関係式が成立する。

$$\begin{aligned} F_x \cdot L \cos(\alpha - \phi) \\ \doteq F_z \cdot L \sin(\alpha - \phi) + K_x M g u L \end{aligned} \quad (2)$$

式(1), (2)は数値的に解くことが可能であるが、 α , ϕ , θ がいずれも大きくないものとして、簡略化を進めると最終的に次式を得る。

$$\ddot{\phi} - p^2 \phi = p^2 \left(\theta - \alpha - K_x \mu - \frac{\ddot{u}}{g} \right) \quad (3)$$

ただし、

$$p^2 = \frac{g}{L} \quad (4)$$

ここで基盤の加速度を、

$$\ddot{u} = -a \sin(\omega t + \chi) \quad (5)$$

と置き、 $t = 0$ で浮き上がり開始するものとする、式(5)に $t = 0$ を代入して、式(3)で $\ddot{\phi} = 0$, $\phi = 0$ とおき加速度振幅 a を以下のように求めることができる。

$$a = g \frac{\alpha - \theta + K_x \mu}{\sin \chi} \quad (6)$$

これを式(5)に代入し、さらに式(5)を式(3)に代入して

$$\phi'' - p^2 \phi = p^2 (\alpha + K_x \mu - \theta) \left(\frac{\sin(\omega t + \chi)}{\sin \chi} - 1 \right) \quad (7)$$

を得る。この式は Housner³⁾ によって誘導された矩形の剛体ブロックの転倒の運動方程式とまったく同じ形をしていて、容易にその解を求めることができる。Housner は正弦半波の加振でブロックが転倒するに必要な加速度振幅を求めているが、その式展開に従えば、正弦半波の加振で斜面の滑りが開始する加速度振幅は以下のように求められる。

$$\frac{a}{g(\alpha + K_x \mu - \theta)} \doteq \sqrt{1 + \frac{\omega^2}{p^2}} = \sqrt{1 + \frac{L}{g} \omega^2} \quad (8)$$

加振円振動数 ω を 0 として静的な状態を考えると右辺は 1 となる。この時、左辺の分母 $g(\alpha + K_x \mu - \theta)$ 中の $\alpha + K_x \mu$ が θ に等しいと自然に斜面が崩壊することになるのでこの $\alpha + K_x \mu$ は粒状体の安息角 θ_0 に一致すると考えられる。したがって式(8)は改めて、

$$\frac{a}{g(\theta_0 - \theta)} = \sqrt{1 + \frac{L}{g} \omega^2} \quad (9)$$

と書け、安息角 θ_0 、粒子の代表径 L そして加振円振動数 ω の関数として与えられる。式(9)において、加振円振動数 ω が大きいときは、

$$\frac{a}{\omega} = v = \sqrt{gL}(\theta_0 - \theta) \quad (10)$$

となり、これは斜面崩壊が一定の速度 v で生ずるようになることを示している。

粒状体が水中にあるときは、水からの抵抗と浮力を受ける。粒子間隙が大きく、水からの力が付加質量項を考慮することで与えられるとすると、式(9)は以下のように書き換えられる。

研 究 速 報

$$\frac{\gamma(\gamma_m+1)a}{(\gamma-1)g(\alpha+K_x\mu-\theta)} = \sqrt{1 + \frac{\gamma(\gamma_m+1)L}{(\gamma-1)g}\omega^2} \quad (1)$$

ここで γ_m は付加質量係数, γ は粒子の比重である. $\gamma(\gamma_m+1)/(\gamma-1)$ は必ず 1 より大きいので, この式は (1)水中に置かれた粒状体構造の破壊加速度が陸上のものより小さくなること, そして(2)周波数依存性がより顕著に現れることを示している.

3. 概念モデルによる実験結果の検討

小長井ら²⁾は LAT による可視化実験で, ガラス粒子を積んだ堤体模型 (勾配=1:2.0) を同じ屈折率の液体中で加振し, その中央断面での破壊加速度の周波数依存性を調べている. この模型は液体中に吊り下げられた籠に載せられ, この籠は徐々に振幅を増す正弦波で加振さ

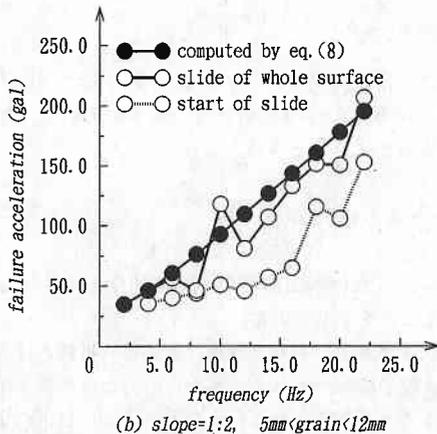
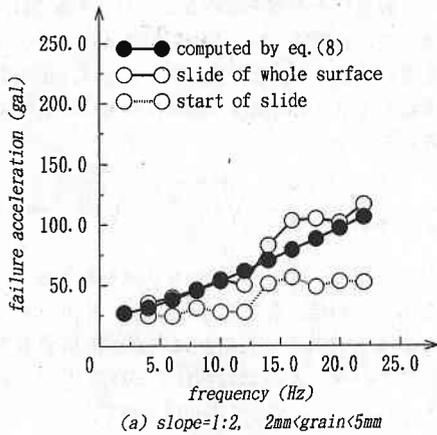


図3 斜面破壊加速度の周波数依存性

れた. 図3は粒径2~5mm, および粒径5~12mmのガラス粒子からなる2つの模型の破壊加速度の加振周波数による変化を示したものである. またこの図には式(8)による加速度の計算値を併せて記入してある. 式(8)を用いる場合, 粒状体の安息角 θ_0 と付加質量係数 γ_m が与えられなければならない. この実験では安息角の測定ができていなかったため, ここでは最も振動数の低い4Hzでの破壊加速度を準静的な状態と見なして粒径2~5mmの模型では $\theta_0=30.2^\circ$, 粒径5~12mmの模型では $\theta_0=30.9^\circ$ とした. また付加質量係数 γ_m は球のそれと等しい0.5とした. 式(8)が正弦半波の加振での破壊を条件に求められたのに対し, 実験では振幅を徐々に増やしながら連続する正弦波で破壊現象が観測されているので, 本来ならば両者を直接比較することは困難であるが, 式(8)による解は観測された加速度の周波数依存性の傾向とよく符合している. すでに図1で示したように模型斜面の破壊が短い時間内で急激に進行したことが, 式(8)による計算値との良好な符合につながったと考えられる.

田村ら¹⁾は(1)砂混シルト, (2)河床堆積砂利 ($\phi 2 \sim 100\text{mm}$), (3)碎石 ($\phi 5 \sim 10\text{mm}$), (4)玉砂利 ($\phi 20 \sim 600\text{mm}$), (5)玉石 ($\phi 100 \sim 300\text{mm}$) の5種類の材料を用いて長さ10m, 幅2m, 高さ4mの大型振動土槽内にさまざまな堤体模型を築き, これを加振してその破壊加速度を調べている. 図4は斜面の滑りの生じる加速度と代表粒径との関係を示したものである. 材料(4) (玉砂利 ($\phi 20 \sim 600\text{mm}$)) からなる斜面が静的に安定する限界角度は 43° と計測されているので, これを θ_0 として式(8)に代入し破壊加速度を算定し, 同じ図に併記した. 式(8)自体は実験結果の回帰式ではなく, また θ_0 も材料に

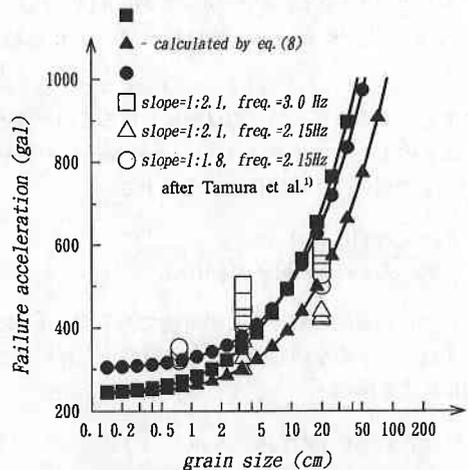


図4 斜面破壊加速度の粒子寸法依存性

よって一律でないため、田村らが提案した経験式ほど実験結果との合致はよくないが、粒径あるいは振動数の増加とともに大きくなる破壊加速度の観測値は、ばらつきながらもおおむね式(8)の曲線に沿う傾向にある。

5. ま と め

粗粒からなる構造の破壊に周波数依存性が現れることを、破壊過程での大きなダイラタンシーを考慮した概念モデルをもとに考察した。このモデルでは粒子群が摩擦を起こしながらそのポテンシャルを増加させ、それがある数居値を越えることが破壊の条件となるため、加速度のみならず速度も相応する数居値を越えることが必要となり、その結果、破壊加速度が粒径および加速周波数の増加とともに大きくなる。破壊加速度は粒状体の安息角、傾斜角度、代表粒径、加振周波数のみの関数として表現

され、このモデルによる破壊加速度の粒径ならびに周波数依存性は過去の実験結果に現われた傾向をよく説明する。
(1993年5月11日受理)

参 考 文 献

- 1) 田村重四郎, 岡本舜三, 加藤勝行: ロックフィルダム模型の振動破壊実験—貯水のない場合, 土質工学会誌, Vol. 20, No. 7, 1972.
- 2) Konagai K., C. Tamura, P. Rangelow and T. Matsushima: Laser-Aided Tomography: A Tool for Visualization of Changes in the Fabric of Granular Assemblage, Structural Eng./ Earthquake Eng., Vol. 9, No. 3 (Proc. of JSCE No. 455/I-21), 193s-201s, 1992.
- 3) Housner, G. W.: The Behavior of Inverted Pendulum Structures During Earthquakes, Bull. of the Seismological Society of America, Vol. 53, No. 2, pp. 403-417, 1963.