

## 支持点の機械インピーダンスと振動パワーの推定

Estimations of the Mechanical Impedance at the Supporting Points and of Vibrational Power

金 在 徹\*・大 野 進 一\*・鈴 木 常 夫\*・大 石 久 己\*

Jeachul KIM, Shinichi OHNO, Tsuneo SUZUKI and Hisami OHISHI

### 1. ま え が き

設備機器、一般的に運転に伴って加振力を発生する。このような機器が他の構造物によって支持されている場合には、機器の加振力によって支持構造物に生じる振動や固体伝播音を解析するために、統計的エネルギー解析法 (Statistical Energy Analysis: SEA 法)<sup>1)</sup>が広く用いられる。SEA 法で解析する場合、構造物の各要素の応答は、機器の加振力によって支持構造物に与えられるパワー (振動パワー) によって決定される。機器からの入力振動パワーの推定はいろいろな方法が試みられているが、まだ研究の余地が多い。本研究では、打撃実験によって測定されるモビリティをもとに、設備機器から建物や船舶などの支持構造物に伝達される振動パワーの大きさを推定する方法を提案する。

### 2. 振動パワーの基礎理論

機械振動系のある点に作用する力を  $F(t)$ 、力の方向の速度を  $V(t)$  とすると、その点を通じて伝達される単位時間当たりの力学的エネルギー、すなわちパワー  $P$  は、次式で表される。

$$P = \langle F(t) V(t) \rangle_t \quad (1)$$

ただし、 $\langle \rangle_t$  は時間平均である。

機械振動系で力と速度によって定義されるモビリティ  $M$  と機械インピーダンスを用いて式(1)を表現すると以下ようになる。

$$P = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \text{Re} \{ F(f) V^*(f) \} df \quad (2)$$

$$= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |F(f)|^2 \text{Re} \{ M(f) \} df \quad (3)$$

$$= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |V(f)|^2 \text{Re} \{ Z(f) \} df \quad (4)$$

ただし、 $V^*$  は  $V$  の共役複素数である。

### 3. 振動パワーの推定

#### 3.1 推定方法

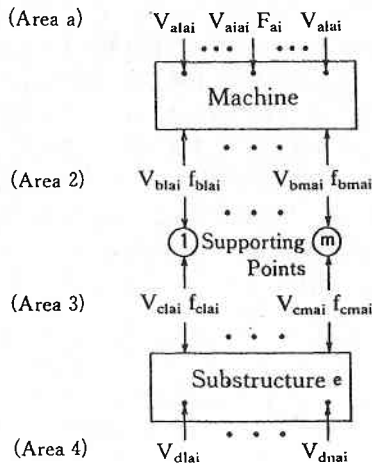
機器の運転に伴う加振力は様々な要因で発生し、支持点に作用する加振力はその大きさを理論的にも実験的にも知ることは困難であるので、式(2)によって支持構造物に伝達される振動パワーを求めることは一般的にはできない。しかし、速度は支持点で測定可能である。この点に着目すると、支持点での支持構造物の機械インピーダンスがわかれば、支持点の速度と機械インピーダンスから支持点を通じて伝達する振動パワーを式(4)により計算することができる。しかし、機械インピーダンスは複雑な構造物の場合には理論的に求めることが困難であり、特に加振力を発生する機器と支持構造物が結合された状態では、支持点の機械インピーダンスを測定することはできない。

そこで、本研究では、構造物に簡単な加振実験を行い、そのとき測定できる伝達関数より支持点の機械インピーダンスを推定することにする。さらに支持点の速度を測定し、推定した機械インピーダンスを用いて式(4)より振動パワーを推定する。

#### 3.2 モビリティの関係式

本推定方法の理論について簡単に述べる。以下では機器と支持構造物が結合された全体を結合構造物と呼ぶ。図1に示すように機器と支持構造物を四つの領域に分けて考える。すなわち、機器の支持点以外の点 ( $1 \sim l$ ) と支持点 ( $1 \sim m$ )、支持構造物の支持点 ( $1 \sim m$ ) と支持点以外の点 ( $1 \sim n$ ) である。まず機器と支持構造物を打撃加振する場合について、力と速度の関係式を立てる。図1においてモビリティ、力および速度の添字の前半は応答点の領域を表し、後半は加振点の領域を表している。加振実験はインパルスハンマを用いて四つの領域について打撃加振を行う。ここで力と速度の関係式は、機器と支持構造物が結合されている場合と、機器と支持

\*東京大学生産技術研究所 第2部



- $F$  : Exciting force
- $f$  : Force at the supporting point
- $G$  : Mobility of the machine
- $H$  : Mobility of the substructure
- $T$  : Mobility of the machine-substructure
- $V_a$  : Velocity in the area a
- $V_b$  : Velocity in the area b
- $V_c$  : Velocity in the area c
- $V_d$  : Velocity in the area d

Fig. 1 Model of the Machine and Substructure

構造物が分離されている場合について、別々に立てる。

### 3.2.1 機器の支持点以外の点を加振する場合

結合構造物についての関係式は

$$V_{aa} = T_{aa}F_a \tag{5}$$

$$V_{ba} = T_{ba}F_a \tag{6}$$

$$V_{ca} = T_{ca}F_a \tag{7}$$

$$V_{da} = T_{da}F_a \tag{8}$$

機器についての関係式は

$$V_{aa} = G_{aa}F_a + G_{ab}f_{ba} \tag{9}$$

$$V_{ba} = G_{ba}F_a + G_{bb}f_{ba} \tag{10}$$

支持構造物についての関係式は

$$V_{ca} = H_{cc}f_{ca} \tag{11}$$

$$V_{da} = H_{dc}f_{ca} \tag{12}$$

### 3.2.2 その他の点を加振する場合

機器の支持点を加振する場合、支持構造物の支持点を加振する場合、支持構造物の支持点以外の点を加振する場合についても、3.2.1節と同様の関係式を立てることができるが、ここでは省略する。なお、機器と支持構造

物が多点で結合されている場合、式(5)~式(12)は各領域の応答点と加振点について力、速度、モビリティがマトリックスになる。

### 3.3 推定式

式(5)~(12)の力と速度の関係式を用い、加振実験で測定できるモビリティから支持構造物の支持点のモビリティ  $H_{cc}$  を推定する式を求めることにする。なお、機器と支持構造物は線形であり、Maxwell-Bettie の相反定理が成り立つと仮定する。また、機器と支持構造物が分離できる場合と、機器と支持構造物が分離できない場合について推定式を求める。

#### 3.3.1 機器と支持構造物が分離できる場合

この場合、加振実験で測定される支持構造物のモビリティ  $H_{dc}$ ,  $H_{cd}$  と結合構造物のモビリティ  $T_{ca}$ ,  $T_{da}$  を用いた結合構造物の支持点のモビリティ  $H_{cc}$  の推定式は、全部で7種類導くことができるが、そのうち本研究で用いたものは次の二つの式である。

$$H_{cc} = T_{ca}T_{da}^{-1}H_{dc} \tag{13}$$

$$H_{cc} = T_{ca}T_{da}^{-1}H_{cd}T \tag{14}$$

式(13)と(14)により、支持構造物の各支持点においてモビリティ  $H_{cc}$  を推定することができる。また、推定したモビリティの逆マトリックスを計算すると、機械インピーダンスを求めることができる。

#### 3.3.2 機器と支持構造物が分離できない場合

この場合の推定式は省略する。

## 4. 実 験

推定式(13), (14)の妥当性を検討するために、図2に示す実験装置を使用し、実験を行った。加振力を発生する機器は横×縦が250mm×250mm、厚さ20mmの鋼板に加振機を載せる構造とした。支持構造物は定盤の上に横×縦が500mm×400mm、厚さ2mmまたは10mmの鋼板と地面を含む全体とした。また、上の鋼板に四つのくろ形防振ゴムを取り付け、機器の一部として考えた。こ

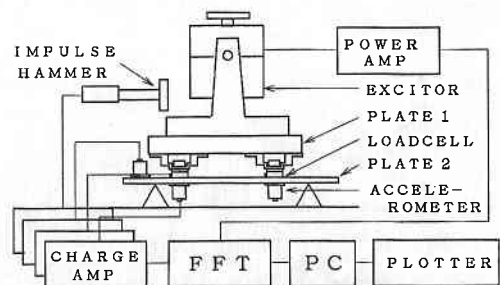


Fig. 2 Experimental Apparatus and Instrumentation

研究速報  
 の防振ゴムと下の鋼板が結合点にロードセルを挿入し、支持点に作用する鉛直方向の力を測定した。この支持点の鋼板の裏側に加振度ピックアップをネジでとめ、鉛直方向の加速度を測定した。またモビリティ  $T_{ca}$ ,  $T_{da}$ ,  $H_{dc}$ ,  $H_{cd}$  を測定するために、機器と支持構造物に各 4 点を定め、インパルスハンマによる打撃加振を行った。

5. 実験値と推定値の比較

5.1 モビリティ

本実験装置は機器が 4 点で支持され、支持点のモビリティ  $H_{cc}$  は 16 個の要素を持つマトリックスになっている。そのマトリックスの要素のうち、式(13)を用いて推定した要素の一つを図 3 に示す。実線は実測値を二点鎖線は推定値を表す。図 3 より 200Hz までの周波数領域で推定値と実測値がよく一致していることがわかる。この結果より、本研究の推定式は妥当性があると考えられる。

5.2 振動パワー

次に式(13)と(14)より推定したモビリティ  $H_{cc}$  を用いて、機器から支持構造物に伝達される振動パワーを推定する。ところで、機器と支持構造物が多点で支持されている場合、ある支持点で支持構造物に伝達される振動パワーは他の支持点に作用する力の影響を受ける。すなわち、推定した支持点のモビリティ  $H_{cc}$  の対角以外の要素は他

の支持点の力によって生じる伝達モビリティ<sup>2)</sup>である。R. J. Pinnington<sup>3)</sup>は支持構造物の振動状態によって近似的に振動パワーを計算する式を提案した。本実験において下の鋼板の厚さが 2 mm の場合は、他の支持点の影響を考慮し、式(15)より各支持点の振動パワーを求めることができる。また下の鋼板の厚さが 10mm の場合は、推定したモビリティ  $H_{cc}$  の各要素が同じであるので、式(16)より全支持点を通じて伝達される総振動パワー  $P_{total}$  を求めることができる。

$$P_i = (Z_{i1} V_i + \dots Z_{i4} V_4) V_i \quad (15)$$

$$P_{total} = \left( \frac{V_i^2}{H_{ii}} \right)_t \quad (i=1\sim 4) \quad (16)$$

図 4 と図 5 は式(13)と(14)より推定したモビリティ  $H_{cc}$  と加振機作動時に測定した支持点の速度  $V_i$  を用いて式(15)と(16)より計算した振動パワーと、実測による振動パワーの比較を示している。実線が測定値、二点鎖線が推定値である。図 4 と図 5 の結果より、式(15)と(16)による推定値と測定値が 200Hz までの周波数領域においてよく一致しており、機器から支持構造物に伝達される振動パワーが精度よく推定されていることがわかる。

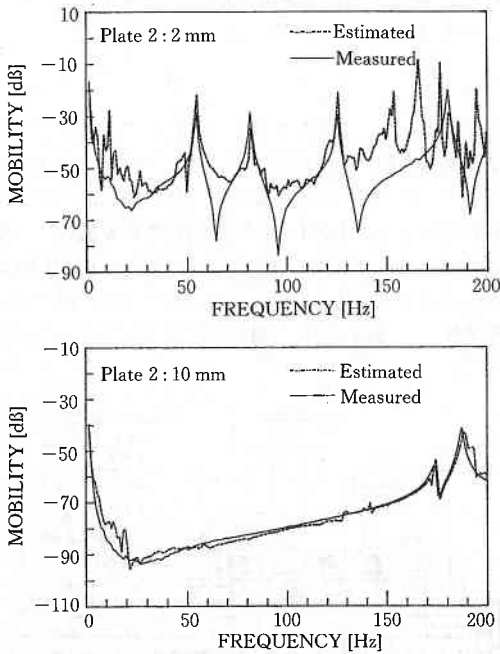


Fig. 3 Estimated and Measured Values of Mobility

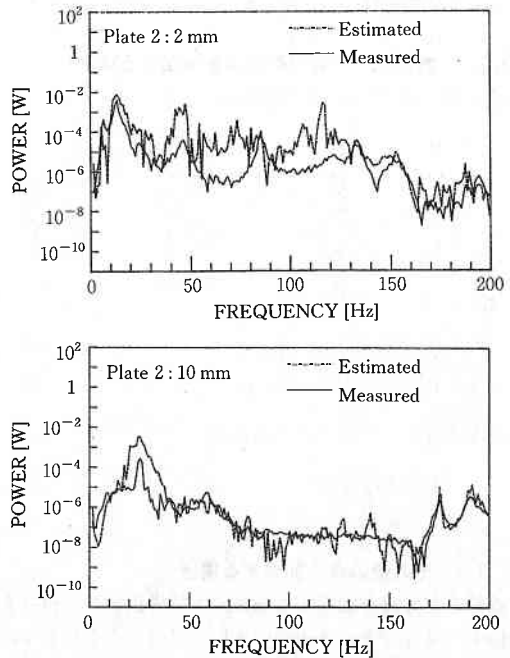


Fig. 4 Estimated and Measured Values of Vibrational Power (Eq (13))

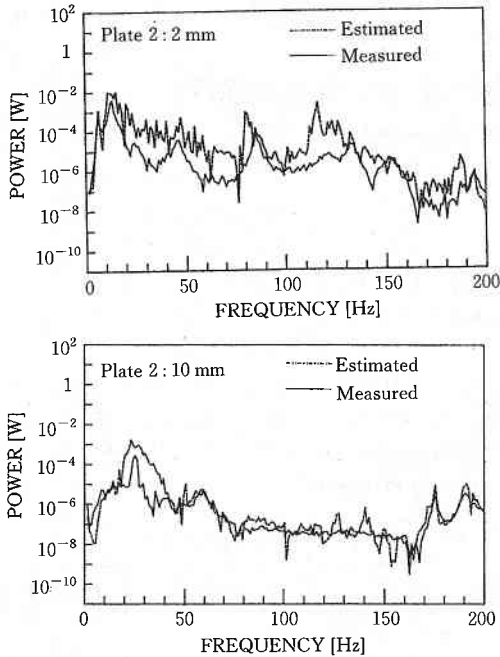


Fig. 5 Estimated and Measured Values of Vibrational Power (Eq (14))

## 6. おわりに

本研究では、以下の結論を得た。

1. 支持構造物の支持点と支持点以外の点間のモビリティ  $H_{cd}$ ,  $H_{dc}$  と、結合構造物のモビリティ  $T_{ca}$ ,  $T_{da}$  を用いて、支持点での結合構造物のモビリティ  $H_{cc}$  を推定することが可能である。
2. 推定したモビリティ  $H_{cc}$  より機械インピーダンスを計算することと、振動入力パワーを推定することができた。
3. 機器が多点で結合されていて支持点が相互に影響し合う場合について、近似的に振動パワーを求めることができた。  
(1993年5月26日受理)

## 参考文献

- 1) Lyon, R. H. "Statistical Energy Analysis of Dynamical Systems" The MIT Press (1975)
- 2) G. J. O'Hara "Mechanical Impedance and Mobility Concepts" J. Acoust. Soc. Am., 41-5 (1967)
- 3) R. J. Pinnington "Vibrational Power Transmission to a seating of a vibration isolated motor" J. Sound and Vib., 118-3 (1987)