

量子細線の電気抵抗の温度依存性 ——朝永・ラティンジャー液体の不純物散乱——

Temperature Dependence of Resistivity in a Quantum Wire
——Impurity Scattering of Tomonaga-Luttinger Liquid——

福山 秀敏*・白崎 良演*・河野 浩*
Hidetoshi FUKUYAMA, Ryoen SHIRASAKI and Hiroshi KOHNO

1次元電子系においては相互作用が本質的な役割を果し、フェルミ液体は安定ではなく朝永・ラティンジャー液体となることが理論的に明らかにされてから久しい。最近の微細構造作成技術の進歩はこの理論的知見を現実の系において検討し新しい可能性を探求することを可能にした¹⁾。本稿ではこの1次元電子系の多体効果の問題を電気抵抗の温度依存性という観点から調べる。

1. はじめに

1次元電子系のフェルミ面は $k=k_F, -k_F$ の2つの点より成りフェルミ速度 v_F 或いは $-v_F$ で運動する2つのグループ電子で構成される (図1)。電子間相互作用による散乱過程には速度の向きの変化を伴わない前方散乱 (図2b) と変化を伴う後方散乱 (図2a) がある。このような1次元導体の電子物性、とくに多体効果については1970年初め有機導体 TTF-TCNO の出現をきっかけに多くのことが研究され、基本的なことは明らかにされた²⁾。これらの研究では、図2a, bの相互作用の大きさを波数およびエネルギーに依存しない定数 (g_2, g_1, \dots) で近似し、その高次効果を考慮している。その結果を以下に列挙する：

- 1) スピンと電荷の励起の自由度が分離 (spin-charge separation) し、そのため、フェルミ液体は安定でなく、分布関数 $n(k)$ が $k=k_F$ でとびを持たない朝永・ラティンジャー液体 (Tomonaga-Luttinger liquid) となる (図3)。
- 2) 種々の相関関数 χ_A (電荷密度波 (CDW), スピン密度波 (SDW), 1重項超伝導, 3重項超伝導) は有限の温度, T , で異常を持たないが, $T \rightarrow 0$ でそれぞれ特徴的な臨界指数, γ_A , で発散, 或いは減少する: $\chi_A \sim T^{-\gamma_A}$ 。ここで γ_A は相互作用の大きさに依存する。
- 3) 相互作用定数の平面の各点で $T \rightarrow 0$ とともに最も強く発散する相関関数が決定され、それに伴い $T \rightarrow 0$ での相関が得られる。(これは g -ology と呼ばれる。)

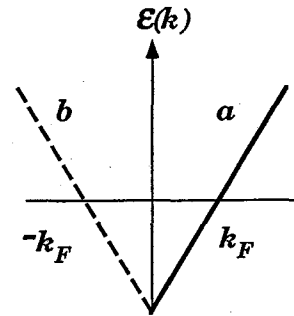


図1 1次元電子系のエネルギー・スペクトル。フェルミ・エネルギーがエネルギーの原点に、速度 $v_F, -v_F$ で運動する電子がそれぞれ実線、波線で示されている。

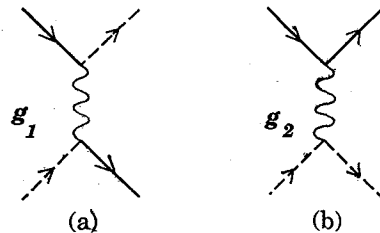


図2 (a)後方散乱 (b)前方散乱

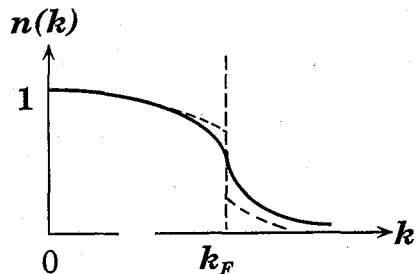


図3 朝永・ラティンジャー液体での分布関数(実線)。波線はフェルミ液体の場合。

*東京大学理学部

上に述べた事実を最も見通しよく理解する方法が朝永のボソン化法³⁾に基礎を置く位相ハミルトニアンの方法^{4),5)}である。

2. 位相ハミルトニアン

1 次元電子系の低エネルギー励起を位相変数で表現する方法はパイエルス転移で導入され, CDW の不純物ピン止め等の研究で有用であった⁶⁾。しかしこの場合は, 格子系との強い結合のためにこの位相変数の量子性は重要ではなかった。より一般的に 1 次元電子系の多体問題にこの考えを導入したのは Suzumura⁷⁾である。それによると, ハミルトニアンは一般に以下のように書ける。

$$H = H_p + H_\sigma, \tag{1}$$

$$H_p = \int dx \{ A_p (\nabla \theta)^2 + C_p P^2 + B_p \cos [(G - 4k_F)x + 2\theta] \}, \tag{2}$$

$$H_\sigma = \int dx \{ A_\sigma (\nabla \varphi)^2 + C_\sigma M^2 + B_\sigma \cos 2\varphi \}, \tag{3}$$

$$[\theta(x), P(x')] = [\varphi(x), M(x')] = i\delta(x-x'), \tag{4}$$

ここで θ, φ はそれぞれ電荷とスピンの密度のゆらぎ, $N(x), S^z(x)$ を表現する:

$$N(x) = \frac{\nabla \theta}{\pi} + \frac{2}{\pi\alpha} \cos(2k_F x + \theta) \cos \varphi \tag{5}$$

$$S^z(x) = -\frac{\nabla \varphi}{2\pi} + \frac{1}{\pi\alpha} \sin(2k_F x + \theta) \sin \varphi \tag{6}$$

また $A_p, C_p, B_p, A_\sigma, C_\sigma, B_\sigma$ は相互作用のない自由電子の場合には $A_p = A_\sigma = v_F/4\pi, C_p = C_\sigma = \pi v_F, B_p = B_\sigma = 0$, である。とくに B_p の項は Umklapp 散乱による寄与でありバンドが half-filled に近い状況で重要になる。一方 B_σ の項はスピンの逆向きの電子間の後方散乱に起因する。スピンおよび電荷の励起に gap が存在しない場合 (gapless, 多くの場合がこのようになっている) にはこの B_p, B_σ の項は重要でない。

上式は最初, 相互作用が弱い場合 (弱結合: weak coupling) に導出されたが, 強結合の場合にも, 係数 A_σ, C_σ 等に強結合の場合に正しい表式を用いれば, 上の一般型は保たれることを Haldane⁸⁾ が主張した。(最近の強相関 1 次元系の研究については文献⁹⁾を参照。) 上の位相ハミルトニアンに基づけば種々の相関関数の臨界指数の計算は容易である。

3. 長距離クローン相互作用

従来の g-ology の研究では相互作用が波数とエネルギーによらない定数で近似されていたが量子細線で重要

となるクローン相互作用の場合にはそれは適当ではない。以下にそれを考えよう。

量子細線の巾を W (図 4) とすれば, 長さ方向の座標 x, x' を持つ 2 点間のクローン相互作用, $v(x, x')$, は次のように書ける:

$$v(x, x') = \int_{-\infty}^{\infty} dy \int_{-\infty}^{\infty} dy' \frac{e^2}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}} f(y) f(y'), \tag{7}$$

ここで $f(y)$ は電荷の巾方向の分布である。それをガウス型にとる場合には

$$f(y) = \frac{2}{\sqrt{\pi} W} \exp[-4y^2/W^2] \text{ となり,}$$

$$v(x, x') = e^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dq}{2\pi} e^{iq(x-x')} v(q), \tag{8}$$

$$v(q) = 2 \int_0^{\infty} ds \frac{e^{-s^2}}{\sqrt{s^2 + (qW)^2/8}}, \tag{9}$$

で与えられる。 $v(q)$ の q -依存性は図 5 に示されている。この $v(x, x')$ と電荷密度, $N(x)$, を用いるとクローン相互作用は

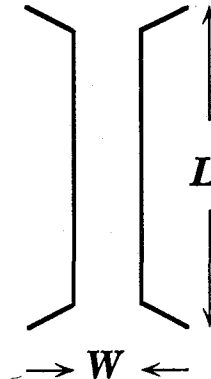


図 4 量子細線 (巾: W , 長さ: L , 厚さは十分薄い)。

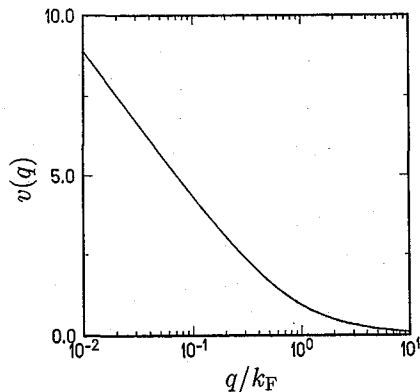


図 5 $v(q)$, (9)式, の q -依存性。

$$V_c = \frac{1}{2} \int dx \int dx' N(x) v(x, x') N(x') \quad (10)$$

$$= \frac{e^2}{2\pi^2} \sum v(q) q^2 \theta_q \theta_{-q} \quad (11)$$

で与えられる。ここで $\theta(x) = L^{-1/2} \sum e^{iqx} \theta_q$ (11)式では $q=0$ での電荷のゆらぎの寄与のみを考慮した。(10)式の V_c は(2)式の H_p に新しい項をつけ加えることになるが H_σ は自由電子のそれで与えられる：

$$H_p = \sum [A_p(q) q^2 \theta_q \theta_{-q} + C_p P_q P_{-q}], \quad (12)$$

$$H_\sigma = \sum [A_\sigma q^2 \varphi_q \varphi_{-q} + C_p M_q M_{-q}], \quad (13)$$

ここで P_q, φ_q, M_q は θ_q と同様に定義した。また、 $C_p = C_\sigma = \pi v_F, A_\sigma = v_F / 4\pi$ で $A(q)$ は次式で定義される。

$$A_p(q) = \frac{v_F}{4\pi} \left[1 + \frac{2e^2}{\pi v_F} v(q) \right], \quad (14)$$

上式 H_p, H_σ で与えられる系での波数 $2k_F$ 近傍での密度・密度相関関数は次式で与えられる。

$$N(2k_F + q, \omega) = \frac{1}{(2\pi\alpha)^2} \int dx \int dt e^{i(qx - \omega t)} \times \langle \exp[i(\theta(0,0) - \theta(x,t))] \rangle_\rho \times \langle \exp[i(\varphi(0,0) - \varphi(x,t))] \rangle_\sigma. \quad (15)$$

ここで $\theta(x,t) = e^{iHt} \theta(x) e^{-iHt}$ 等、 $\langle \rangle_\rho, \langle \rangle_\sigma$ はそれぞれ H_p, H_σ での期待値を表す。

4. 不純物散乱による電気抵抗

不純物による散乱ポテンシャルが弱い場合の電気抵抗, ρ , は森公式¹⁰⁾により

$$\rho = \left(\frac{ne^2}{m} \tau \right)^{-1}, \quad (16)$$

$$\frac{1}{\tau} = n_u u^2 \sum_{k, k'} \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial k} - \frac{\partial \epsilon}{\partial k'} \right)^2 \text{Im} \frac{N(k-k', \omega)}{\omega}, \quad (17)$$

と表される。ここで n_u, u は不純物の濃度および不純物ポテンシャルのフーリエ成分 (ポテンシャルは短距離と仮定), $N(q, \omega)$ は密度・密度相関関数で(15)式で与えられる。(17)式と1.(2)に基づけば, $\rho \propto T^{-\gamma}$ となることは有機導体の電気抵抗の温度依存性の研究の際に明らかにされた^{11)~13)}。

5. 電気抵抗の温度依存性

(16), (17)に基づいて電気抵抗の温度依存性, $\rho(T)$, を数値的に評価してみよう。具体的な状況として split

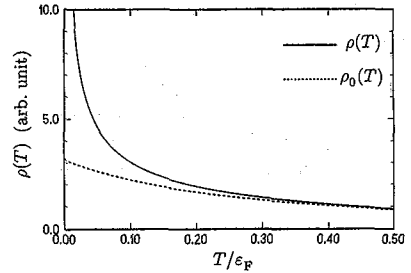


図6 $\rho(T)$ の T -依存性。 $\rho_0(T)$ は自由電子の場合。

gate の場合を想定する。長さ (L) = $4\mu\text{m}$, 巾 (W) = 40nm , 電子密度; $n = 2 \times 10^{11} \text{cm}^{-2}$, とすると $k_F = 13 \times 10^6 \text{cm}^{-1}$, $m^* = 0.067m_0$ として $\epsilon_F = 9.3\text{meV}$ 。さらに巾方向の運動の量子化によるエネルギー間隔, Δ , は $\Delta = (2\pi\hbar/W)^2/2m = 13.6\text{meV}$ となり ϵ_F より大きいので単一の1次元バンドの仮定が満足される。

以上のパラメータの場合の $\rho(T)$ が図6に示されている。クローン相互作用に特有な $v(q)$ の q -依存性 (図5) を反映して $\rho(T)$ は単一の臨界指数を用いて表現することは出来ない。

図6は巾方向の電荷の分布がガウスのであると仮定して計算された。一方この電荷の分布が箱型であるとする $\rho(T)$ の T -依存性は $T \rightarrow 0$ で $\rho(T) \rightarrow \infty$ という点は図6と共通であるものの中間温度での違いを生ずる。すなわち, $\rho(T)$ の温度依存性の詳細は巾方向の電荷分布を反映する。

6. ま と め

電子の運動が1次元的と考えてよい量子細線の電気抵抗はクローン相互作用に起因する強い温度依存性を持ち, さらにそれは巾方向の電荷の分布を反映することが理論的に予言される。実験との比較が待ち望まれる。最近, エピタキシャル成長した NiAl 結晶の細線で電気抵抗の温度依存性が測定された¹⁴⁾。本稿で考察した純粋に1チャンネルの場合とは厳密には異なるが共通点もあり, 詳細な比較は興味がある。 (1992年12月1日受理)

参 考 文 献

- 1) T. Ikoma, private communication.
- 2) J. Solyom, Adv. in Phys. 28 (1979) 201.
- 3) S. Tomonaga, Prog. Theor. Phys. 5 (1950) 349.
- 4) H. Fukuyama and H. Takayama, Dynamical Properties of Quasi-One-Dimensional Conductors, in Electronic Properties of Inorganic Quasi-One-Dimensional Compounds, ed. P. Monceau (D. Reidel, 1985), p. 41.
- 5) 福山秀敏, 「位相と秩序」固体物理 14巻 (1979) 194.
- 6) H. Fukuyama, J. Phys. Soc. Jpn. 41 (1976) 513.
- 7) Y. Suzumura, Prog. Theor. Phys. 61 (1979) 1.
- 8) F. D. M. Haldane, Phys. Lett. 81A (1981) 153.

- 9) N. Kawakami and S. K. Yang, *Prog. Theor. Phys. Suppl.* **107** (1992) 59.
- 10) H. Mori, *Prog. Theor. Phys.* **33** (1965) 423.
- 11) A. Luther and I. Peschel, *Phys. Rev. Lett.* **32** (1974) 992.
- 12) H. Fukuyama, T. M. Rice and C. M. Varma *Phys. Rev. Lett.* **33** (1974) 305.
- 13) W. Apel and T. M. Rice, *Phys. Rev.* **B26** (1982) 7063.
- 14) S. Katsumoto, K. Kamigaki, M. Ishida, N. Sano and S. Kobayashi, private communications.
- 15) Y. Suzumura and H. Fukuyama, *J. Phys. Soc. Jpn.* **52** (1983) 2870.
- 16) T. Saso, Y. Suzumura and H. Fukuyama, *Prog. Theor. Phys. Suppl.* **84** (1985) 269.