

強磁場下二次元電子系のバルク電流とエッジ電流

Bulk and Edge Currents in Two-Dimensional Electron Gas at High Magnetic Field

小宮山 進*

Susumu KOMIYAMA

量子ホール効果状態での輸送電流がエッジ電流なのかバルク電流なのかを議論する。バルク電流は静電ポテンシャル差の変化(ホール電圧)による応答, エッジ電流は全電流中の残余分として定義すると, ほとんどの実験条件下でバルク電流が輸送を担っていると考えられる。また, 最近のエッジ状態が直接関与する輸送現象においても, そこでの輸送を担っているのがエッジ電流かどうかは判定できないことを論ずる。

1. はじめに

GaAs/AlGaAs ヘテロ構造のような高易動度の二次元電子(2DEG)系に強磁場を加えると電子系のエネルギーがランダウ準位に分離し, 各ランダウ準位は試料の端付近では, かこいこみポテンシャルの影響でエネルギーが上昇し, エッジ状態を作る。最近, エッジ状態が直接関係する輸送現象が多数発見された^{1)~4)}。これに伴って, 強磁場下 2DEG 系の代表的現象たる量子ホール効果とエッジ状態との関係がしばしば議論される状況が生じている^{5)~7)}。その際の問題の一つは, 量子ホール効果状態では電流がエッジを流れているのか, バルクを流れているのか, という昔からの問題である。この問題のリバイバルをもたらしているのは, 「エッジを流れているとするのは何となく奇妙であるし, いくつかの知られている現象と矛盾するようだ」しかし「もしバルクを流れているのなら, 最近のエッジ状態に関係した現象とどうつじつまが合うのだろうか」という疑問であろう⁷⁾。第二の問題は, そもそも量子ホール効果の存在をエッジ状態だけで説明できるのか, あるいは, もっと具体的には, ランダウアー流の散乱理論^{8), 9)}で量子ホール効果を説明できるのか, というもっと理論的で難しい問題である^{5), 6)}。

ここでは第一の点について述べたい。結論から言うと, 実際の実験状況下ではほとんどバルク電流が電流を担っているはずである。という事, およびエッジ状態が関与した実験においても, エッジが本質的な意味で電流を担っていることを示すことにはなっていない。ということである。しかしながら, 以下の考察はナイーブな実験家としての私の私見であり, すべて正しいという保証はない。誤りや考察の足りない点を読者に御教示願えれば

*東京大学教養学部

幸せである。

2. エッジ電流とは何か

まず最初に「エッジが電流を運んでいる」と言う時, 何を意味すべきか考えておこう。事は一見する程単純でない。図 1 のように細長い 2DEG 系が両端で電極につながっている系を考える。まず最初に二つの電極の電気化学ポテンシャル μ_L, μ_R が等しい場合 ($\mu_L = \mu_R = \epsilon_F$), つまり試料に正味の電流が流れていない状態を考えよう。この場合でも, 試料の反磁性電流の一部として図示するようなエッジ電流が試料の端を流れているはずである。この時の 2DEG 試料内での局所的な電流密度分布を $j_0(r)$ としよう。今述べたように, $j_0(r)$ は理想的な試料の場合, 試料内部ではゼロ, 試料端のエッジ状態の部分のみで反対方向成分をもつ。このエッジ電流はどんな場合にも存在するが, 今興味があるのはこの電流ではない。問題は μ_L, μ_R にわずかな差をつけて ($\mu_{L,R} = \epsilon_F \pm \Delta\mu/2$) 正味の電流を流す時, その電流 I をもたらす電流分布の変化 $j_0(r) \rightarrow j(r)$ が, 試料の端(エッジ状態)で起こるのか, 試料内部で起こるのか, である。

では, どの位端に片寄って流れていれば「エッジ電流」なのだろうか? また「端を流れる」とはどういう意味だろう。端の意味として, 2DEG 系の端から測って, たとえば波動関数の広がり ($l_B = \sqrt{hc/eB}$) 程度と

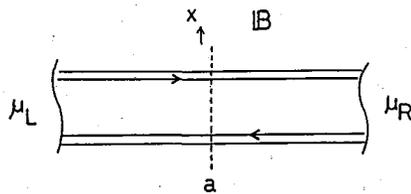


図 1 磁場中の細長い 2DEG 系

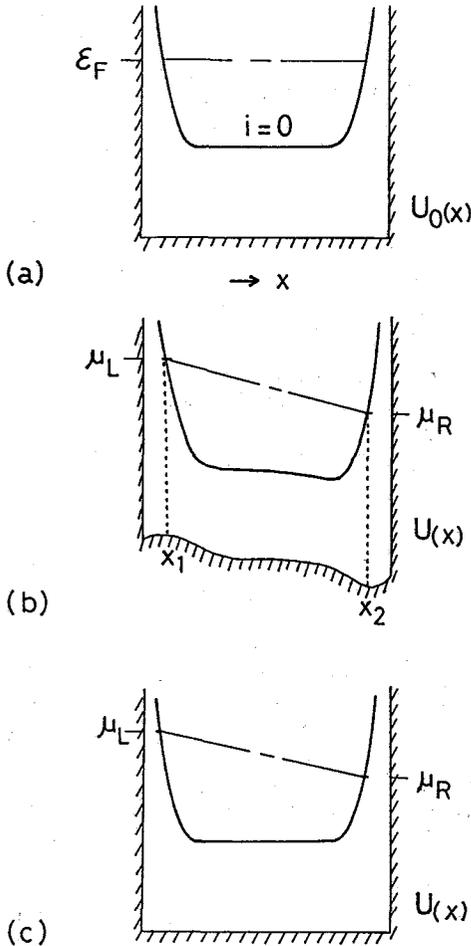


図 2 (a)図 1(a)において輸送電流が存在しない時の、断面 a でのランダウ準位と静電ポテンシャルの模式図
 (b)輸送電流存在下での同様の図 (一般の場合)
 (c)(b)と同様の図 (ただし母体結晶の誘電率が無限に大きい場合)

しておけばよいのだろうか、またはランダウ準位が試料端の影響でエネルギー変化を起こしている程度の広がり、とすべきなのだろうか？ どのように決めても良いように見えるが、それでは定義次第で“エッジ電流”の内容が変わってしまい、実のある議論にならない。以下で、“エッジ電流が輸送電流を担っている”と言う時に何を意味すべきかをもっと物理的に定義しておく。

正味の電流がゼロの時 ($\mu_L = \mu_R = \epsilon_F$) の試料中のランダウ準位 $i = 0$ と静電ポテンシャル $U_0(x)$ のようすを図 1 の断面 a で見た時、図 2 (a) のようになっていたとしよう。 $U_0(x)$ の形は簡単のために試料の両端で無限大、内部では平ら ($U_0(x) = 0$) としておく。今、この状態から出発して電極の μ_L, μ_R を変化させ ($\mu_L > \mu_R$)、正味の電流を流す。その時この断面はどう変わるだろう

か、図の左端では電子が μ_L までつまり、右端では μ_R までつまることになるが、そのためには、断面の左のエッジ状態には新たに電子を付け加え、右のエッジ状態からは電子を取り去らねばならない。そのために正味の電流が存在している時、断面の左端は負に、右端は正に帯電し、静電ポテンシャルに必ず変化 $\Delta U(x)$ が起こる。つまり図 2 (b) のように左端が上昇し、右端が下降するはずである。この時生じる両端間の静電ポテンシャル差

$$\Delta U = \Delta U(x_1) - \Delta U(x_2) \tag{1}$$

を、電子系が感ずるホール電圧 ($V_H = \Delta U/e$) と呼ぶべきであろう。この時重要なのは、 ΔU が電気化学ポテンシャル差 $\Delta\mu = \mu_L - \mu_R$ に厳密には等しくはなく、必ず ΔU よりある程度小さいということである。その差を両端の間の電子の化学ポテンシャル差と呼び、 $\Delta\mu_{ch}$ で現そう。つまり、

$$\Delta\mu = \Delta U + \Delta\mu_{ch} \tag{2}$$

$\Delta\mu_{ch}$ は、電流が流れている状態での伝導帯の底、 $U_0(x) + \Delta U(x)$ から測ったフェルミエネルギー (今の場合は μ_L か μ_R) の変化分である。 $\Delta\mu_{ch}$ がゼロでない理由は、ホール電圧 $\Delta U/e$ を発生させるために、さきに記したように、 $\mu_L = \mu_R = \epsilon_F$ だった時に比して電子が左端ではより多く、右端ではより少なくなっているから、及び電子がフェルミ粒子であるために、そのことがフェルミレベルに変化をもたらすからである。

$\Delta\mu_{ch}$ の存在を手っとり早く納得するために、2DEG 系の母体結晶の誘電率 ϵ を増大させてゆくことを考えよう。左右のエッジ状態に誘起される正負の分極が作る ΔU は ϵ 増大とともにスクリーンされて減少し、 $\epsilon \rightarrow \infty$ ではゼロになる。つまり、その場合にはももとの静電ポテンシャル $U_0(x)$ は図 2 (c) のように全く変化せず、 $\Delta\mu$ は電子の化学ポテンシャル差 $\Delta\mu_{ch}$ のみで与えられることになる。現実の系では必ず ΔU と $\Delta\mu_{ch}$ がある比率で存在する。

図 2 で、断面を貫く正味の電流 I は ΔU や $\Delta\mu_{ch}$ のみによって決まるのではなく、その和である $\Delta\mu$ によって決まることが重要である。つまり¹⁰⁾

$$I = (e/h) \Delta\mu = (e/h) (\Delta U + \Delta\mu_{ch}) \tag{3}$$

このうち第一項

$$I_b = (e/h) \Delta U \tag{4}$$

はホール電圧 $\Delta U/e$ によって発生したホール電流 ($\sigma_{xy} = e^2/h$)¹¹⁾ と考える事ができるのでバルク電流と呼ぼう。 I_b の分布がどの程度試料内部に及ぶのかは $\Delta U_0(x)$ の分布の問題であり、実際の実験では電流の絶対的の大きさや温度による有限 σ_{xx} の影響で大きく変化する筈である。

たとえ I_b が試料端近傍のみに限られているとしても、 I_b の物理的内容からしてバルク電流と呼ぶのがふさわしい。一方、残りの電流

$$I_e = (e/h) \Delta\mu_{ch} \quad (5)$$

はホール電圧によらずに流れる電流である。これを“輸送エッジ電流”と命名しよう。「エッジ電流が輸送になう」と言う時には、この輸送エッジ電流のことでなければならぬ。この輸送エッジ電流と、この節の始めに記した試料端に常に存在する、いわば真正エッジ電流とが、ともに“エッジ電流”という同一の言葉で現されるために時に混乱が生じているように思える。

3. エッジカバルクか

上記した様に、 $e=\infty$ の仮想的試料の中では分極による電場が発生せず、輸送エッジ電流 I_e のみが存在することになる。では現実の、($e=12.8$ の) GaAs/AlGaAs 試料中での I_e の比率はいかほどであろうか。実はこれが非常に小さいと考えられる。一般に、 $I_e/I_b = \Delta\mu_{ch}/\Delta U$ の比は関与するエッジ状態間の静電容量に比例するため、 ϵ だけでなく、試料幅 W にも依存する。方向としては、試料幅が小さい程静電容量が増大し、 I_e の寄与が増大する。試しに幅 600 Å という非常に細い 2DEG 試料を考えると、それでも輸送エッジ電流 I_e の寄与は数%にしかならないという結果が単純な計算から得られる⁴⁾。もっと幅の広い現実の試料では I_e の寄与はずっと小さく、バルク電流 I_b がほとんどの部分を担っていると考えられる。

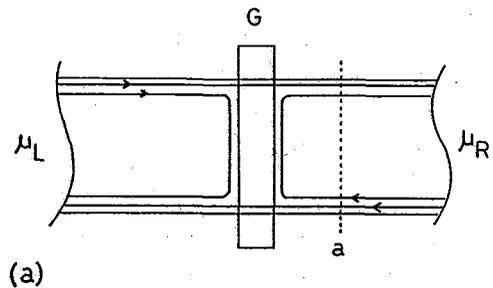
Fontein et al. がポッケルス効果を使って、GaAs/AlGaAs の幅 1 mm 程度の大きな試料中での静電ポテンシャル分布を光学的に測定している¹²⁾。電流が小さくまた低温では電流分布が試料端近傍に集中していること、及び電流増大や温度上昇に伴って電流分布が試料幅全域にわたって均一化することが示されている。これらは $\sigma_{xx} \neq 0$ の発生に伴う $\Delta U_0(x)$ の分布の (つまりバルク電流分布) の均一化を観測しているのであり、いずれのエッジ電流とも関係ない。バルク電流が主要であることを示す最も直接的な実験的証拠である。

現実の試料中でバルク電流が主要であるにもかかわらず、エッジ状態がどうでも良いということでは決してない。試料を流れる正味の全電流が、(3)式によって試料両端のエッジ状態間の電気化学ポテンシャル差 $\Delta\mu = \Delta U + \Delta\mu_{ch}$ で決まるからである。たとえ輸送エッジ電流 I_e がゼロ ($\Delta\mu_{ch} = 0$) でバルク電流のみ存在している場合でも、“エッジ間”の静電ポテンシャル差 ΔU が電流を決めるのである。つまり、輸送エッジ電流の比率が大きかろうが、小さかろうが、さらにはゼロであろうが、エッジ状態は常に重要である。実験家が電圧計によって

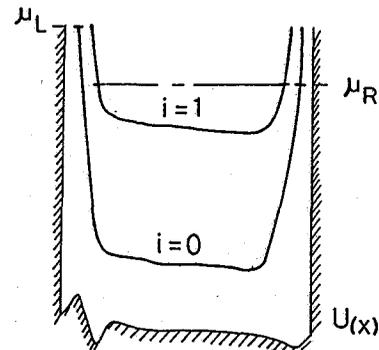
測定できるのは $\Delta\mu$ であり、 ΔU と $\Delta\mu_{ch}$ を識別できる訳ではない。という訳で、エッジ状態の性質が $\Delta\mu$ に影響を及ぼし得るような実験状況を作って現象を観測すれば、“エッジ状態が直接関与した効果”を常に見出すことができる。しかし、そのことが $\Delta\mu$ の内訳たる ΔU と $\Delta\mu_{ch}$ の比率についての情報を直接もたらすものではない。このことを具体例を通して見てみよう。

4. エッジ状態に関与する現象もバルク効果なのか

エッジ電流かバルク電流かの判定基準として、どこを流れているかではなく、ホール電場に対する応答電流と見なせるかどうかの問題であることを上で述べた。具体例として図 3(a)で、二つのランダウ準位が満ちている細長い 2DEG 試料にクロスゲートを乗せ、試料を縦断するポテンシャル障壁を作る場合を考える。障壁の高さは、ランダウ準位の占有数がそこで一つ減っている程度としよう。試料の右と左に、それぞれ電気化学ポテンシャルが μ_R , μ_L の電極をつけると、 $i=0$ と $i=1$ のエッジ状態は、出てきた電極が持っていた電気化学ポテンシャルを保ったままそれぞれ図のような軌跡をたどるはずである。図 3(a)で断面 a でのランダウ準位の占有の様子は、図 3(b)のようにになっているはずである。したがって試料を流れる正味の電流のうち、 $i=0$ のランダウ準位が運ぶのは $I_0 = e/h(\mu_L - \mu_R)$ 、 $i=1$ が運ぶのは $I_1 = e/h(\mu_R$



(a)



(b)

図 3 (a)試料中央にクロスゲートをもつ 2DEG デバイス (b)断面 a におけるランダウ準位の模式図

$-\mu_R) = 0$ となる。また、障壁の右上側 (UR) と左下側では $i = 0$ と $i = 1$ の電気化学ポテンシャルが $\mu_L - \mu_R$ だけ異なる非平衡分布が生じることになり、これは実験的に観測することができる¹⁾。以下では簡単のために隣り合うエッジ状態間の電子の散乱はないものとする。

以上の説明は正しいのだが、エッジかバルクか判定できない、という点を説明するにはまだ不十分かも知れない。まず、図 3(a) は真正エッジ電流の軌跡とその流れる方向を示す絵であり、輸送エッジ電流がそこに存在するということを示すものではないことを知って頂きたい。これらの軌跡にそって電気化学ポテンシャルは一定 (つまり $\Delta\mu/2 = \mu_L - \epsilon_F = \epsilon_F - \mu_R = \text{一定}$) だが、静電ポテンシャルと化学ポテンシャルからの寄与の度合は軌跡にそって一般には変化しているはずである。一般に、輸送電流 $\Delta j(r) = j(r) - j_0(r)$ の空間分布は図 3(a) からは決まらない。簡単のために試料が誘電率無限大の母体結晶からできているとするなら、§ 2 と § 3 で述べたようにいたる所で静電ポテンシャルの変化はなく、バルク電流は存在しない。その時の輸送エッジ電流の軌跡は図 3(a) に似て図 4(a) の様になるだろう。(矢印の向きに注意) 一方化学ポテンシャルからの寄与が小さい極限 (試料各部が十分大きく、かつエッジ状態のかこいこみポテンシャルがゆるやか) では全てがバルク電流となり、たとえば図 4(b) の様になるだろう。実際の試料では図 4(a) と (b) がある比率で加え合わせた電流分布になっているはずである。

重要なことは、抵抗の測定だけでは以上のような電流分布の違いを見ることができないという事である。つまり伝導の実験では電圧端子で電気化学ポテンシャル μ が測定され、また電流端子にて正味の全電流 I が測られる。したがって図 4(a), (b) がどのような比率で混じっているように、それに無関係に同一の結果が与えられる。実験家が図 3 のような絵を用いるのは、伝導測定の結果を議論するためにはこれで十分だからという理由にすぎないのであって、輸送電流が本当に図示したように流れているからではない。

実際の試料での状況は、前述したようにバルク電流が主要となっていると考えられる。今考えている状況は、図 3(b) に示したように、エッジ状態に非平衡分布が生じていて、正にそのことによって正味の電流が流れているという状況である。この時になおかつ主に“バルク電流による”，というのはどういう事か、説明を付け加えておこう。図 3(b) の左側のエッジにおいて $i = 0$ のエッジ状態は正味の電流がゼロ ($\mu_L = \mu_R = \epsilon_F$) だった時に比べて余分の電子が付け加わっているはずであり、同様に $i = 1$ のエッジ状態からは電子が減っているはずである。これによる分極のために $i = 0$ と $i = 1$ のエッジ状態の間の狭い領域に静電ポテンシャル変化が生じ、新し

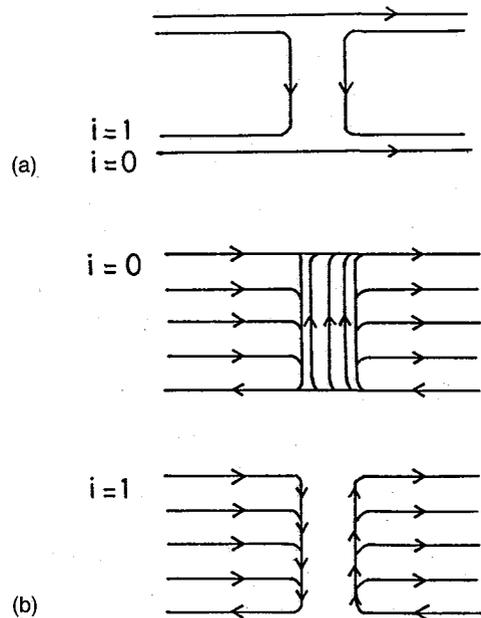


図 4 (a) 図 3 における輸送エッジ電流 ($\Delta j = j - j_0$ を示す)
(b) 図 3 におけるバルク電流の分布例 (ただし簡単のため Δj ではなく j 自身を示す。又、 $i = 0$ と $i = 1$ からの寄与を別々に示す)

くできたかこいこみポテンシャルに応じてそれぞれのエッジ状態が新しく作り直されている。そのために、§ 2 で述べたのと同様に、それぞれのエッジに、静電ポテンシャル変化に対応した“バルク電流”と化学ポテンシャルによる“輸送エッジ電流”とが誘起され、正味 $I = (e/h)(\mu_L - \mu_R)$ の電流をもたらしている。このうち輸送エッジ電流の寄与は二つのエッジ状態の間隔が 600 Å 程度の時でも数%程度にしかならない⁴⁾。つまり、エッジ状態に (電場に対する応答という意味での) バルク電流が流されているのであり、これが主要分をなす。

輸送エッジ電流ゼロの極限の場合には、図 3 の状況をホール電圧とホール伝導度の言葉で記述できるはずである。 $\Delta\mu_{ch} = 0$ だから、試料のいたる所で $\Delta\mu = \Delta U$ である。したがって図 3(b) で、 $i = 0$ のランダウ準位に印加されているホール電圧は、このランダウ準位の左右のエッジ状態での電気化学ポテンシャル差に等しく、 $V_{HO} = (\mu_L - \mu_R)/e$ である。一方 $i = 1$ のランダウ準位にはホール電圧は加わっていない。 $V_{HI} = (\mu_R - \mu_L)/e = 0$ 。ここで $i = 0$ はそれぞれ独立に、量子ホール効果状態にあり、 $\sigma_{xy} = e^2/h$ をそれぞれが持っていると考えてよいだろう。(二つのランダウ準位間に電子のやりとりはないとしている。) したがって $i = 0$ のランダウ準位は $I_0 = \sigma_{xy} V_{HO} = (e/h)(\mu_L - \mu_R)$ を運び、 $i = 1$ のランダウ準位は電流を運ばない。これが説明である。二つの電極を通して与えた電位差 $(\mu_L - \mu_R)/e$ が、試料の幅方向に均

等に加わるどころか、試料幅 (たとえば $10\mu\text{m}$) に比べて無視できるような狭い領域……図 3 (b) の $i=0$ と $i=1$ の左側のエッジ状態間……に集中している。この領域は $i=1$ のエッジ状態のさらに外側であるため、 $i=1$ のランダウ準位にある電子はホール電場を感じる事ができないのである。

時々以下の質問を受ける。「図 3 のような実験ではエッジ電流が本質ではないのか?」もし質問の「エッジ電流」の意味がエッジ近傍を流れる電流という意味なら答えはイエスである。(非平衡分布をエッジ状態に作った状況ではそこに強い電場が発生して真正エッジ電流が変化してホール電流が発生し、それがエッジ状態を流れている。) しかし輸送エッジ電流のことを聞かれているなら答えはノーである。その違いを説明しようとする白けた顔をさせてしまうことが多かった。ここまで読んで下さった読者諸兄はいかがであろう。

以上述べてきたように、電流が小さい時には電流分布を問題にせずに測定結果を説明できる。しかし電流が大きい時 (具体的には $\hbar\omega_c$ をランダウ準位間隔として $\mu_L - \mu_R > \hbar\omega_c$) には非線形な現象が観測され、その時何が起るべきかを考えるためには電流分布に対するモデルが必要となる。今まで観測された非線形現象のほとんどは、試料のいたる所で化学ポテンシャル変化 $\Delta\mu_{ch}$ が無視できると仮定した単純化したモデルから出発して説明される⁴⁾。このことも実際の試料中で輸送エッジ電流が小さいことの間接的証拠と見なせよう。

5. おわりに

エッジ状態が直接関与した輸送現象を、(3)式を頼りに説明できることを示そうとした。(3)式中の第一項と第二項の寄与の比率がどうあれ抵抗測定の (少なくとも線形領域での) 結果には影響を与えないことを強調した。(3)式は乱れのない系では解析的に直ちに導かれる。乱れがある場合にも、それがあまり強くない場合や、長距離ポテンシャルによる場合には成り立つであろうことが Halperin によって示唆されている¹⁰⁾。

もし(3)式中の第 2 項を忘れ、現実の試料中でも全電流が完全にバルク電流のみによると考えたらどうなるだろう。青木-安藤の結果¹¹⁾を一つのエッジから他のエッジにわたる全領域に適用すれば、(4)式となり、これは乱れが存在しても成立する。その場合でも測定結果に対して正しい予言を与えることになることを上に述べた。

では逆に、バルク電流はまったく存在しない、と思ってみたらどうだろう。この場合も同じである。 $\Delta\mu = \Delta\mu_{ch}$ ($\Delta U = 0$) と思い込んで(3)式を用いても、抵抗の測定結果に対する予言は変わらない。

最後に、§1 で述べた第 2 番目の問題に関係することに触れて終わりにしたい。エッジ状態が関係した最近の

実験の仕事の多くは、Landauer-Büttiker^{8), 9)} による散乱理論的アプローチにそった説明が行われ、解析もその線で行われている。ところが、この取扱は $\Delta U = 0$ の場合には直ちに納得がゆくが、 ΔU が存在する (それどころか主要である) より一般の場合にも適用する根拠があるのかどうかについて、研究者間に共通の理解が成り立っている訳ではない。多くの研究者は適用できないだろうと考えている。そのために、時として Landauer-Büttiker 流の説明の成功 = バルク電流は存在しない という概念の短絡現象が起こっているように見える。これは誤解であって、もしこの取扱の根拠が $\Delta U = 0$ の場合失われるのなら、否定されるべきは Landauer-Büttiker 型取り扱いそのものの方であって、バルク電流の存在ではない事を強調しておきたい。その時には、実験結果の説明がうまくゆくのは単なる偶然という事になる。私自身は、エネルギーの散逸のない、量子ホール効果状態が成立している系に対しては、ホール電場が存在してもこの取扱は正当化されると考えている。問題は、この小論で論じたバルク電流 (ホール電流) と輸送エッジ電流を区別することに、本当に、真の物理的意味があるのかどうかである。これは、より一般的で難しい問題であろうが、将来我々が共通の認識に達することを期待したい⁶⁾。

(1992年12月7日受理)

参考文献

- 1) S. Komiyama et al., Phys. Rev. B40, 12566 (1989); S. Komiyama et al., Phys. Rev. B40, 7767 (1989); H. Hirai et al., J. Phys. Soc. Jpn. 58, 4986 (1989); S. Komiyama et al., Solid State Commun., 73, 91 (1990).
- 2) B. J. van Wees et al., Phys. Rev. Lett. 62, 1981 (1989).
- 3) S. Komiyama et al., Solid State Commun., 80, 157 (1991); S. Komiyama et al., Workbook of the 33rd Yamada Int. Conference on The Application of High Magnetic Fields in Semiconductor Physics (Chiba, 1992) p. 111, to be published in a special issue of Physica B.
- 4) S. Komiyama et al., Phys. Rev. B45, 11085 (1992).
- 5) 小野嘉之, 「バリティ」1992年12月号 p. 40.
- 6) T. Ando and H. Aoki, Workbook of the 33rd Yamada Int. Conference on The Application of High Magnetic Fields in Semiconductor Physics (Chiba, 1992) p. 577, to be published in Physica B.
- 7) K. von Klitzing, Workbook of the 33rd Yamada Int. Cont. on the application of High Magnetic Fields in Semiconductor Physics (Chiba, 1992) p. 1, to be published in Physica B.
- 8) R. Landauer, IBM J. Res. Dev. 1, 233 (1957); Philos. Mag. 21, 863 (1970).
- 9) M. Büttiker, Phys. Rev. B38, 9375 (1988).
- 10) B. I. Halperin, Phys. Rev. B25, 2185 (1982).
- 11) H. Aoki and T. Ando, Solid State Commun. 38, 1079 (1981).
- 12) Fontein et al., Phys. Rev. B43, 12090 (1991); Surface Science 263, 91 (1992).