特集 10
研究解説

UDC 537.624：537.311.4：621.382

変調構造下に置かれた電子系の磁気輸送

Magnetotransport in Modulated Structures

八木隆多*・家　泰弘*
Ryuta YAGI and Yasuhiro IYE

2次元電子系を弱い1次元周期ポテンシャル中に置きさらにこれに磁場をかけた時，ポテンシャルの周期性とサイクロトロン半径との整合条件によって磁気抵抗に振動が現れることが知られている．ここではこれに密接に関連した2つの現象――(1)円柱状のフェルミ面をもつ擬2次元電子系に対して磁場の角度掃引したときに現れる抵抗振動効果，および(2)2次元電子に周期的な磁場をかけた場合に期待される磁場抵抗振動効果――について報告する．

1．はじめに

電子系に周期ポテンシャルと磁場とが同時にかかった場合のエネルギースペクトルは，ポテンシャル周期とサイクロトロン半径という2つの長さのスケールの整合関係に依存して複雑な構造を示すことが知られている．この問題がHofstadter[1]によって考えられた当時は，純粋に数理的な興味に過ぎなかったが，近年微細加工技術の進歩によってメソスコピックサイズの超周期構造が作製できるようになって，実験の対象としての現実味が出てきた．いわゆるホフスタッターダイヤグラムそのものを直接的に見るような実験は未だなされていないが，いくつかの系において磁場と周期構造とが織りなす興味ある現象が捕らえられてきている．ここでは，それらのいくつかを解説するとともにわれわれの最近の研究を紹介する．

2．磁場中の電子の運動

はじめに，磁場中における伝導電子の運動および磁気抵抗に関して初等的なことがらを復習しておく[2]．自由電子に磁場Bをかけると，磁場に垂直な方向の運動はいわゆるサイクロトロン運動となる．これに電場 $\boldsymbol{E}$（$\boldsymbol{B}$ に垂直とする）が加わると，電子は電場と磁場のいずれにも垂直な方向に速度 $(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B})/B^2$ でドリフト運動を行う．金属における電気伝導はフェルミ面上の電子が担っているが，磁場中でのそれら電子の $\boldsymbol{k}$ 空間での運動は運動方程式

$$\hbar d\boldsymbol{k}/dt = e[\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v}_k \times \boldsymbol{B}] \qquad (1)$$

によって決まる．半古典的な描像では，これはフェルミ

*東京大学物性研究所

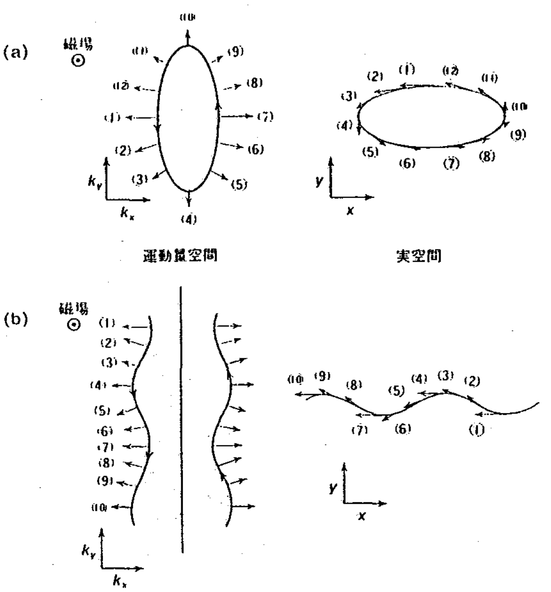

図1　磁場中に置かれた伝導電子の運動．
(a)閉じた軌道の場合，(b)開いた軌道の場合のそれぞれについて運動量空間での軌道と実空間での軌道が示されている．両者は互いに相似形で90度だけ回転した関係にある．

面を磁場に垂直な面で切った断面の縁に沿った周回運動となる．実空間での電子の運動がどのようになっているかを見るには，フェルミ面上の各点での群速度 v_k がどのようになっているかを図1のようにして追ってみればよい．実空間での電子の軌跡は $\boldsymbol{k}$ 空間でのそれと相似形でちょうど90度だけ回転したものになっていることがわかる．

図1aのようば閉じた軌道では実空間の運動も有界で

ある．すべての軌道が閉じている場合，強磁場極限 $\omega_c\tau\rightarrow\infty$ では磁場に垂直な方向の伝導度が $\sigma_{yy}\sim H^{-2}$ で減少する．一方，ホール伝導度は $\sigma_{xy}\sim H^{-1}$ であるから，磁気抵抗は

$$\begin{aligned}\sigma_{xx}&=\sigma_{yy}/(\sigma_{xx}\sigma_{yy}-\sigma_{xy}\sigma_{yx})\\&\sim H^{-2}/(H^{-4}+H^{-2})\rightarrow\text{一定}\end{aligned}\qquad(2)$$

となる．すなわち，この場合磁気抵抗は飽和する．それに対して，開いた軌道がある場合にはその方向の伝導度は強磁場極限でも有限の一定値に留まるので，磁気抵抗は $\sim H^2$ で発散することになる．

以上の議論は半古典論であって磁場による量子化の効果は考慮されていない．強磁場中の電子エネルギースペクトルはランダウ準位に量子化される．各ランダウ準位は一般に分散を持ち，ランダウサブバンドを形成する．分散をもたらすものは，サイクロトロン運動の中心座標（guiding center）の自由度および磁場に平行な方向の自由度（3次元系の場合）である．

3．周期ポテンシャル下に置かれた 2次元電子系の磁気抵抗振動

Gerhardts et al.[3] と Winkler et al.[4] は2次元電子を弱い1次元周期ポテンシャルの中に置き，これに垂直磁場をかけた時の磁気抵抗を測定し，図2のような振動現象を見いだした．0.4T 以上で観測される振動は通常のシュブニコフ=ドハース振動であるが，低磁場領域に現れている振動は周期ポテンシャルに起因するものである．

2次元系を考えるので磁場方向の自由度はなく，ランダウサブバンドの分散は中心座標の自由度のみからくる．1次元周期ポテンシャル V(x) 中に置かれた電子に対するシュレディンガー方程式は，

$$\left\{-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{1}{2m}\left[-i\hbar\frac{\partial}{\partial y}-eB_0x\right]^2+V_0\cos(\kappa x)\right\}\psi(x,y)=E\psi(x,y).\qquad(3)$$

と書くことができる．古典的なイメージとしては図3に示したような洗濯板ポテンシャル（washboard potential）上のサイクロトロン運動である．

ポテンシャル $V(x)$ が無い場合のランダウ準位はその中心座標に関して縮重している．$V(x)$ の存在によってその縮重が解け，分散をもったランダウサブバンドが形成される．このことは，上記のシュレディンガー方程式から電子エネルギースペクトルを計算することによって見て取れる．図4はその計算例を示したものである．図3を見ると，サブバンド幅は電子エネルギーによって変化しており，特定のところで分散が無くなって平らなサブバンドができていることが判る．サブバンドエネルギースペクトルは $V(x)$ を摂動として取り扱うと

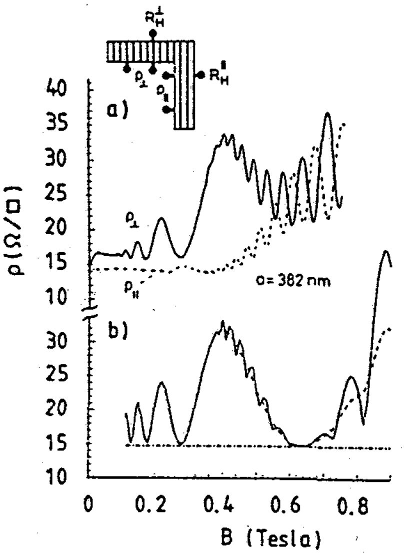

図2　1次元周期ポテンシャル中の2次元電子の磁気抵抗に見られる振動効果．高磁場側の振動は通常のシュブニコフ=ドハース効果であるが，0.4 T 以下で見られる振動は周期ポテンシャルの効果である．（文献3）

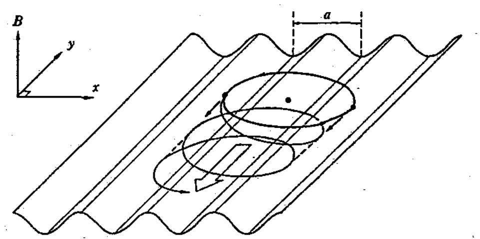

図3　1次元周期ポテンシャル（洗濯板ポテンシャル）の上でのサイクロトロン運動

$$\begin{aligned}E(N,X)&=\left(N+\frac{1}{2}\right)\hbar\omega_0+\langle N,X|V_0\cos(x)|N,X\rangle+\cdots\\&=\left(N+\frac{1}{2}\right)\hbar\omega_0+V_0J_0(\kappa R_c)\cos(\kappa X).\end{aligned}\qquad(4)$$

のように計算できる．ここでベッセル関数のゼロ点がサブバンド分散の消失する条件を与える．引数が大きいところでのベッセル関数の漸近形

$$J_0(\kappa R_c)\sim\left(\frac{2}{\pi\kappa R_c}\right)^{1/2}\cos\left(\kappa R_c-\frac{\pi}{4}\right).\qquad(5)$$

から，ゼロ点が

$$2R_c=\left(n-\frac{1}{4}\right)a\qquad(6)$$

という条件で与えられることがわかる．すなわちサイクロトロン半径とポテンシャル周期がある整合条件を満たすときに平らなサブバンドとなるわけである．

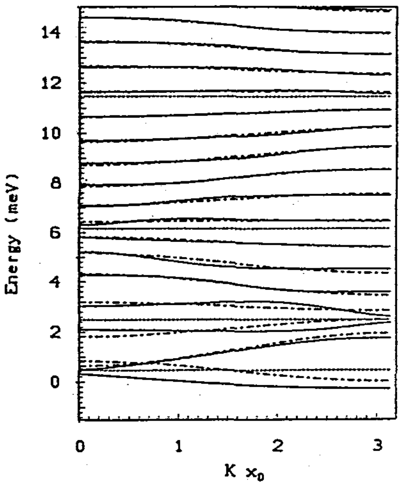

図4　1次元周期ポテンシャル中の2次元電子のランダウサブバンド構造．（文献3）

サブバンド分散は k_y 方向の運動の自由度に対応しているので，平らなサブバンドが起こる条件では，y方向の伝導度 σ_{yy} がゼロとなる．実験では磁気抵抗を測定することが多いが，$\rho_{xx}=\sigma_{yy}/(\sigma_{xx}\sigma_{yy}-\sigma_{xy}\sigma_{yx})$ であるから，σ_{yy} に対する上記の効果は ρ_{xx} に顕著に反映される．

この効果に対する半古典的描像の明快な説明がBeenakker[5]によって与えられている．一様な直交電磁場の中の電子が速度 $\boldsymbol{v}_{\rm drift}=(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B})/{\rm B}^2$ でドリフト運動することは良く知られている．周期的ポテンシャル $V(x)=V_0\cos(\kappa x)$ による電場は $E=-dV/dx=\kappa V_0\sin(\kappa x)$ のように空間変化する．この中を図3のようにサイクロトロン運動する電子が感じる電場は場所ごとに向きが変化する．従って，ドリフト速度自身も場所ごとにその向きを変える．このような局所的ドリフト速度をサイクトロン1周期にわたって平均したものが正味のドリフト速度を与える．

$$\bar{V}_y=-\frac{1}{T_0}\frac{\kappa V_0}{B}\int_0^{T_0}\sin\left(\kappa(X+R_c\cos\omega t)\right)dt$$
$$=\frac{\kappa V_0}{eB}J_0(\kappa R_c)\sin(\kappa X) \qquad (7)$$

これは一般にはサイクロトロン運動の中心座標によって変化する量であるが，先の条件(6)が満たされるときには中心座標によらず正味のドリフト運動が消失することになる．これが先に述べた σ_{yy} の周期的変動に対する古典的描像での解釈である．

4．空間的に変化する磁場の下での2次元電子系の磁気抵抗

前節で紹介したのは，磁場と周期ポテンシャルとの整合関係によって現れる磁気抵抗振動現象であった．この節では，周期ポテンシャルすなわち電場の周期変化に替わって，周期的な空間変化をする磁場中に置かれた2次元電子の電子状態を考える[6),7)]．磁場の周期的空間変化を実際に作り出す方法については後ほど述べる．磁場は2次元面に垂直であるとして，その大きさが1次元的な空間変化をするとする．すなわち，$\boldsymbol{B}=(0,0,B_z)$，$B_z=B_0+B_1\cos(\kappa x)$ とする．ランダウゲージを採ると，$\boldsymbol{A}=(0,A_y,0)$，$A_y=B_0x+\kappa B_1\sin(\kappa x)$ と表すことができる．この磁場の中の2次元電子のシュレディンガー方程式は

$$\Big\{-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{1}{2m}\Big[-i\hbar\frac{\partial}{\partial_y}-eB_0x-\frac{eB_1}{\kappa}\sin(\kappa x)\Big]^2$$
$$-g\mu_BS\big(B_0+B_1\cos(\kappa x)\big)\Big\}\psi(x,y)=E\psi(x,y) \qquad (8)$$

となる．

磁場の効果として軌道運動の効果とゼーマン効果とがあるが，後者はスピンが上向き下向きそれぞれの電子系を別々に考えることにすれば，前節のポテンシャル変化の場合とまったく同じである．したがって，ここではゼーマン項はひとまず無視することにして，軌道運動の効果のみを考えることにする．式(8)からゼーマン項を落とし，変数分離によって1次元の方程式にすると

$$\Big\{-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{1}{2m}\Big[\hbar k_y+eB_0x$$
$$+\frac{eB_1}{\kappa}\sin(\kappa x)\Big]^2\Big\}\phi(x)=E\phi(x) \qquad (9)$$

が得られる．この方程式の固有値が電子エネルギースペクトルを与える．

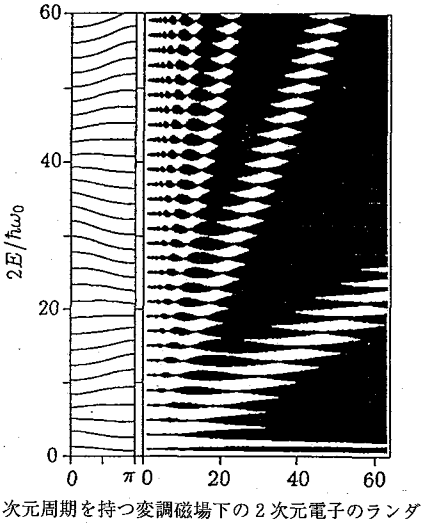

図5　1次元周期を持つ変調磁場下の2次元電子のランダウサブバンド構造（左図）．パラメータの値は $B_1/B_0=0.5$，$d/\ell_s=4$ である．$2E/\hbar\omega=7$，20，40…のところでサブバンド分散が極小になっている．
右図はエネルギースペクトルを $(d/\ell_s)^2$ の関数として表したもの．

図5は式(9)を数値的に解いて得られた電子エネルギースペクトルである．磁場変調の振幅を$B_1/B_0=0.5$としている．図5の左側は，図4に対応するランダウサブバンド分散を，$a/l_B=4$の場合について示したものである．この場合には，$2E/\hbar\omega\sim 7, 20, 40\ldots$のところでサブバンド分散が小さくなっているのが見て取れる．図5の右側は，$(a/l_B)^2$を横軸にとってエネルギースペクトルを示したものである．黒い部分はバンドで，白い部分がギャップを表している．サブバンド分散が消失するところは$(a/l_B)^2$の関数として直線的に変化しており，その条件は

$$\left(\frac{2E}{\hbar\omega_0}\right)=\frac{1}{4}\left(n-\frac{3}{4}\right)^2\left(\frac{a}{\ell_B}\right)^2,\quad n: integer \tag{10}$$

すなわち，

$$2R_c=a\left(n-\frac{3}{4}\right) \tag{11}$$

で与えられる．

これを前節のポテンシャル変調の場合と比較すると，位相因子が1/2だけずれている，つまりサブバンド幅の振動的変化の山と谷が入れ替わっていることがわかる．このように，周期的磁場変調の効果はポテンシャル変調の場合とよく似ているが，位相因子が異なっているのが特徴である．磁場の関数としてサブバンド幅が変動することから，前節と同様の議論によって磁気抵抗に振動が現れることが予測される．

ここで磁場変調の場合に振動の位相が反転することに関して，その物理的起源を考えてみる．(9)式において，$B_1 \ll B_0$として，B_1の1次までとることにすると，摂動項は

$$V=-\frac{e^2}{m}\frac{B_0B_1}{\kappa}x\sin(\kappa x) \tag{12}$$

となる．ランダウ固有状態に対してこの摂動エネルギーを計算することにより，エネルギースペクトルが

$$E(N,X)=\left(N+\frac{1}{2}\right)\hbar\omega_0+\langle N,X|V|N,X\rangle$$
$$=\left(N+\frac{1}{2}\right)\hbar\omega_0+\frac{e^2}{m}\frac{B_0B_1R_c}{\kappa}J_1(\kappa R_c)\cos(\kappa X)$$

と求められる．ランダウサブバンドの分散は第2項で与えられるが，これは$J_1(\kappa R_c)$のゼロ点において消失する．前節のポテンシャル変調の場合には0次のベッセル関数であったものが1次のベッセル関数となっているところが相違点である．

R_cが変調周期に比べて大きい場合にはベッセル関数の漸近形を用いてゼロ点を求めることができ，サブバンド分散消失の条件として(11)と同じものが得られる．

次にポテンシャル変調の場合の Beenakker による説明[5]に対応する中心座標のドリフトによる半古典的解釈を考えてみよう．ポテンシャル変調の場合には，空間変調を受けた電場$\boldsymbol{E}_{\rm mod}$と静磁場$\boldsymbol{B}$とによるドリフト速度$(\boldsymbol{E}_{\rm mod}\times\boldsymbol{B})/B^2$が重要であった．今の場合には，静磁場として平均の磁場$\boldsymbol{B}_0$をとり，$\boldsymbol{E}_{\rm mod}$としては磁場の空間変調成分$\boldsymbol{B}_{\rm mod}$によるローレンツ力を電場に換算した$\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}_{\rm mod}$をとることができる．サイクロトロン運動する電子の位置座標および速度は

$$(x,y)=(X+R_c\cos(\omega_0 t),\ Y+R_c\sin(\omega_0 t)),$$
$$(v_x,v_y)=(\omega_0R_c\sin(\omega_0 t),\ \omega_0R_c\cos(\omega_0 t)). \tag{14}$$

と表されるので，ドリフト速度$V_{\rm drift}$をサイクロトロン周期にわたって平均したものは

$$\bar{V}_y=\frac{1}{T_0}\frac{B_1R_c\omega_0}{B_0}\int_0^{T_0}\cos(\kappa(X+R_c\cos\omega_0 t))\cos(\omega_0 t)\,dt$$
$$=\frac{e}{m}B_1R_cJ_1(\kappa R_c)\sin(\kappa X), \tag{15}$$

となり，やはり$J_1(\kappa R_c)$のゼロ点でドリフト運動の抑止が起こることがわかる．

われわれは，以上のようなモデルから予想される磁気抵抗振動現象を実験的に観測する試みを行った．試料としては GaAs/AlGaAs の HEMT 構造の2次元電子系を用いる．空間変調磁場を作り出すために，ゲート電極の部分に強磁性体をすだれ状に蒸着している．これに一様な磁場をかけると，強磁性体部分に磁束密度が集中して磁場が空間的変調を受けるというもくろみである．ただし，あまり強い磁場では強磁性体が飽和するため変調の効果は薄れる．

実際の構造は図6の挿入図に示したようなものである．

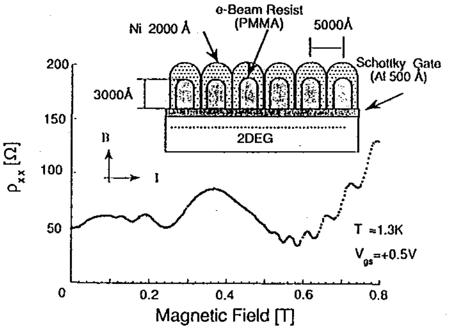

図6　挿入図は，変調磁場による磁気抵抗振動効果を実験的に観測する目的で作製した試料の構造を表している．グラフは磁気抵抗の測定例である．変調構造に関連する振動が観測されているが，これは周期的歪の効果によるワイス振動と解釈される．

2次元電子にポテンシャル変調がかかることを避けるために，まずアルミニウムの一様な層を薄く蒸着し，ショットキーバリアゲート電極とする．これによってポテンシャルは空間的に一様にしている．次にこれにレジストを塗布し，電子ビーム露光によって線幅2500Å，周期5000Åのすだれ状構造をつくる．この上から強磁性体であるニッケルあるいはパーマロイを蒸着しすることによって図のような構造が作製される．

図6は，このようにして作られた試料の磁気抵抗の例である．0.4T以下の低磁場において周期構造に起因する振動効果が観測されている．しかしながら，さらに詳しく調べたところ，この磁気抵抗振動は本質的にポテンシャル変調によるワイス振動に他ならないことが判明した．このことは，非磁性体を用いてすだれ状構造を作った時にもまったく同じ振動効果が観測されたこと，さらにはレジストのみによっても振動効果がある程度見られたことから結論された．

アルミニウムゲート電極によってポテンシャルは一様になっているはずにも関わらず，ワイス振動が現れた原因は図のような構造を作りつけたことによって（特に低温で）試料に周期的な歪が加えられる結果となり，それが変形ポテンシャルを通じてポテンシャル変調と同様の効果をもたらしたものと解釈している．このような事情で，現在のところポテンシャル変調の効果を除去して，純粋に磁場変調の効果を取り出すに至っていない．一方，上記の歪が原因であるとする解釈が正しいとすると，ワイス振動は界面における歪に対する敏感な指標ということになるのかもしれない．

（1992年12月3日受理）

参　考　文　献

1) D. R. Hofstadter, Phys. Rev. B14 (1976) 2239.
2) 例えば，Ziman, Principles of the Theory of Solids, (Cambridge, 1972)
3) R. R. Gerhardts et al., Phys. Rev. Lett. 62 (1989) 1173.
4) R. W. Winkler et al., Phys. Rev. Lett. 62 (1989) 1177.
5) C. W. Beenakker, Phys. Rev. Lett. 62 (1989) 2020.
6) R. Yagi and Y. Iye, J. Phys. Soc. Jpn., to be published.
7) D. Yoshioka and Y. Iye, J. Phys. Soc. Jpn. 56 (1987) 448