

三次精度風上差分法による 二次元円柱まわり流れの数値シミュレーション

Numerical Simulation of 2D Flow Around a Circular Cylinder by Using the Third Order Upwind Finite-Difference Method

谷 口 伸 行*・木 枝 香 織**・松 宮 輝***・小 林 敏 雄*
Nobuyuki TANIGUCHI, Kaori KIEDA, Hikaru MATSUMIYA and Toshio KOBAYASHI

$$+|U_j^j| \frac{u_i^{j+2} - 4u_i^{j+1} + 6u_i^j - 4u_i^{j-1} + u_i^{j-2}}{4\Delta x_j} \quad (3)$$

1. 緒 言

近年、乱流モデルを用いず、対流項に3次精度風上スキーム (いわゆる k-k スキーム) を用いたダイレクトシミュレーションが盛んに行われている。

三次精度風上スキームによる高レイノルズ数流れ解析では、四次微分項による散逸機構は十分明らかではなく、評価が定まらない現状である。

本研究は、スキームの基本的な性格、特に層流から乱流への遷移領域における挙動を把握するとともに、解の差分時間間隔依存性を調査することを目的とする。計算対象には、実験データの豊富な円柱を選定し、レイノルズ数と差分時間間隔をパラメータとした一連の数値実験を行った。その結果を報告する。

2. 計 算 方 法

計算には、熱流体解析コード「scryu」を使用した。「scryu」は非定常非圧縮流体のナビエ・ストークス方程式を差分法によって離散化した一般座標系解析コードである。

基礎式はナビエ・ストークス方程式(1)と、式(1)の発散をとり連続の式を考慮して得られる圧力に対するポアソン方程式(2)である。式(2)では、simple 法^{1),2)}の考え方に従い、対流項や粘性項は省略している。

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = -u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x_i \partial x_i} = \frac{\rho}{\Delta t} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \quad (2)$$

差分化は、式(1)の対流項については3次精度風上スキーム (以下、k-k スキーム) を用いる。

$$u_j^j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = U_j^j \frac{-u_i^{j+2} + 8(u_i^{j+1} - u_i^{j-1}) + u_i^{j-2}}{12\Delta x_j}$$

*東京大学生産技術研究所 第2部

** (株)エイ・イー・エス

*** 通商産業省工業技術院 機械技術研究所

ただし u_i^j は格子点 J における速度 u_i を表している。また U_j^j は前ステップの速度である。対流項を除く(1)式の各項は2次精度の中心差分、時間的には陰解法を用いている。

次に結果の評価に用いる式を説明する。式(1)を差分化した方程式の座標点の値をテイラー展開し、差分方程式にもどして整理すると、もとの偏微分方程式(1)にはない $\Delta t, \Delta x$ の依存項があらわれる (ハートの方法³⁾)。今、簡単のためナビエ・ストークス方程式から圧力項を略して、これらの項を求めると、時間離散化によってあらわれる Δt の一次の項は以下であらわされる。

$$\frac{1}{2} \Delta t \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (4)$$

この項は人工粘性として作用することが知られている。

3. 計 算 条 件

3.1 計算領域

O型格子を用い、181×181にメッシュ分割した。格

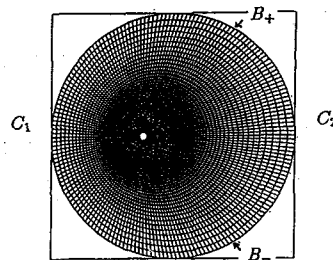


図1 計算格子

y^+ : 円柱近傍第一メッシュの無次元量

- | | | |
|----------------|------------------|---|
| C_i : クーラン数 | S_i : ストロハール数 | ΔT : 無次元差分時間間隔 $\nu \Delta t / d$ |
| C_d : 抗力係数 | t : 時間 s | Δt : 差分時間間隔 s |
| C_l : 揚力係数 | u_i : 速度の各成分 | Δx_i : 空間差分間隔 m |
| d : 円柱直径 m | v : 主流速度 m/s | ν : 動粘性係数 |
| Re : レイノルズ数 | x_i : 空間座標 m | ρ : 密度 |
| | $\nu d / v$ | |

表 1 設定条件 $Re, \Delta T$

Re	10^2	10^3	5×10^2	10^4	5×10^4	10^5	3×10^5
0.1	+						
0.05	×						
1.67×10^{-2}	▽	▽	▽	▽	▽	▽	▽
3.5×10^{-3}	○	○	○	○	○	○	○
1.67×10^{-3}		■	■	■	■	■	■
8.33×10^{-4}							▲

子を図 1 に示す。後流域は $22d$ とした。

3.2 境界条件

円柱面上は no-slip, 外側境界は図 1 中の二点 B_+ と B_- で二つの領域に分割し, 前方 (図 1 曲線 C_1 の領域) は $u_1=1.0, u_2=0.0$

後方 (図 1 曲線 C_2 の領域) は

$$\frac{\partial u_1}{\partial x_1} = 0.0, \frac{\partial u_2}{\partial x_2} = 0.0, p = 0.0$$

とした。

3.3 設定条件

当初は, 本来興味ある層流から乱流への遷移領域の挙動を把握するため, $Re=10^4$ から $Re=10^6$ の計算を行った。しかし, 計算を進めるに従い, 高い Re の計算結果には難点があることがわかり, Re 範囲を低い方へ広げ, $Re=10^2$ から $Re=3 \times 10^5$ とした。

設定した Re と ΔT を表 1 に示す。表中, 記号でうまっている部分が計算を実行したもので, 記号は計算結果を示すさいにも用いる。

4. 計算結果

図 2 に (a) Re に対する C_d , (b) ΔT に対する C_d を示す。(a) は横軸 Re , (b) は ΔT , 縦軸は C_d の時間平均をとったものである。図 3 に Re に対する S_t および, 図 4 に Re に対する C_l の振幅を示す。図 3, 4 は横軸はともに Re で, 縦軸は, 図 3 は数周期分の C_l の時刻歴のグラフから求めた S_t , 図 4 は C_l の振幅の時間平均をとったものである。図 2 (a), 図 3 の実線は実験値⁵⁾である。

$Re=10^2$ では, 図 2 より ΔT を小さくすると C_d は減少し, 一定値に近づく。図 3, 4 より S_t と C_l の振幅は増加し, やはり一定値に近づく。このようすを図中の実験値 (実線) と比較すると, ΔT が大きい場合, 設定した Re よりも小さい Re の結果が得られることがわかる。これは, 式(4)で示した ΔT による人工粘性が, Re を下げるように作用しているためであろう。 ΔT を小さくすると値は一定値に近づき, その値は実験値と一致する。 $Re=10^2$ では ΔT に関する収束解が得られた。

$Re=10^3 \sim 10^4$ では, ΔT を小さくすると C_d, S_t, C_l の

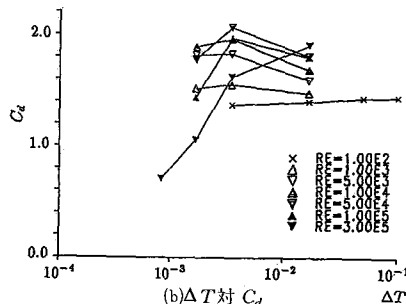
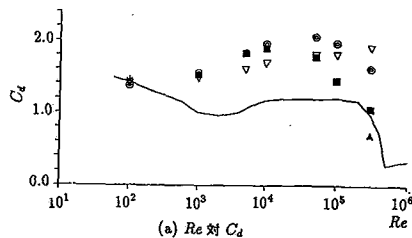


図 2 Re に対する $C_d, \Delta T$ に対する C_d

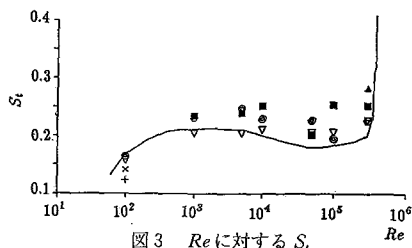


図 3 Re に対する S_t

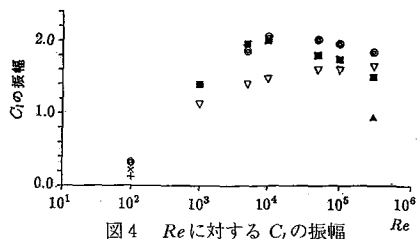


図 4 Re に対する C_l の振幅

振幅ともに値は一定値に近づく。しかし, $Re=10^4 \sim 3 \times 10^5$ では, ΔT を小さくしても一定の傾向では収束しない。まず, $\Delta T=1.67 \times 10^{-2}$ の一番粗い時間間隔の結果をみると, 結果の Re 依存性が小さく, Re の違いによる流れの違いを捕えきれていないと考えられる。

$\Delta T=3.5 \times 10^{-3} \sim 8.33 \times 10^{-4}$ の結果を比較すると, C_d, C_l の振幅は Re が高い程より急激に減少する。これらの結果では, まだ, ΔT に関する収束解を得たとはいえない。

また, もうひとつの問題点は高い Re 領域では実験値と計算値が一致していないことである。

これらの原因を調べるために, ナビエ・ストークス方程式の各項の値の大きさの瞬時値を出力した。図 5 に,

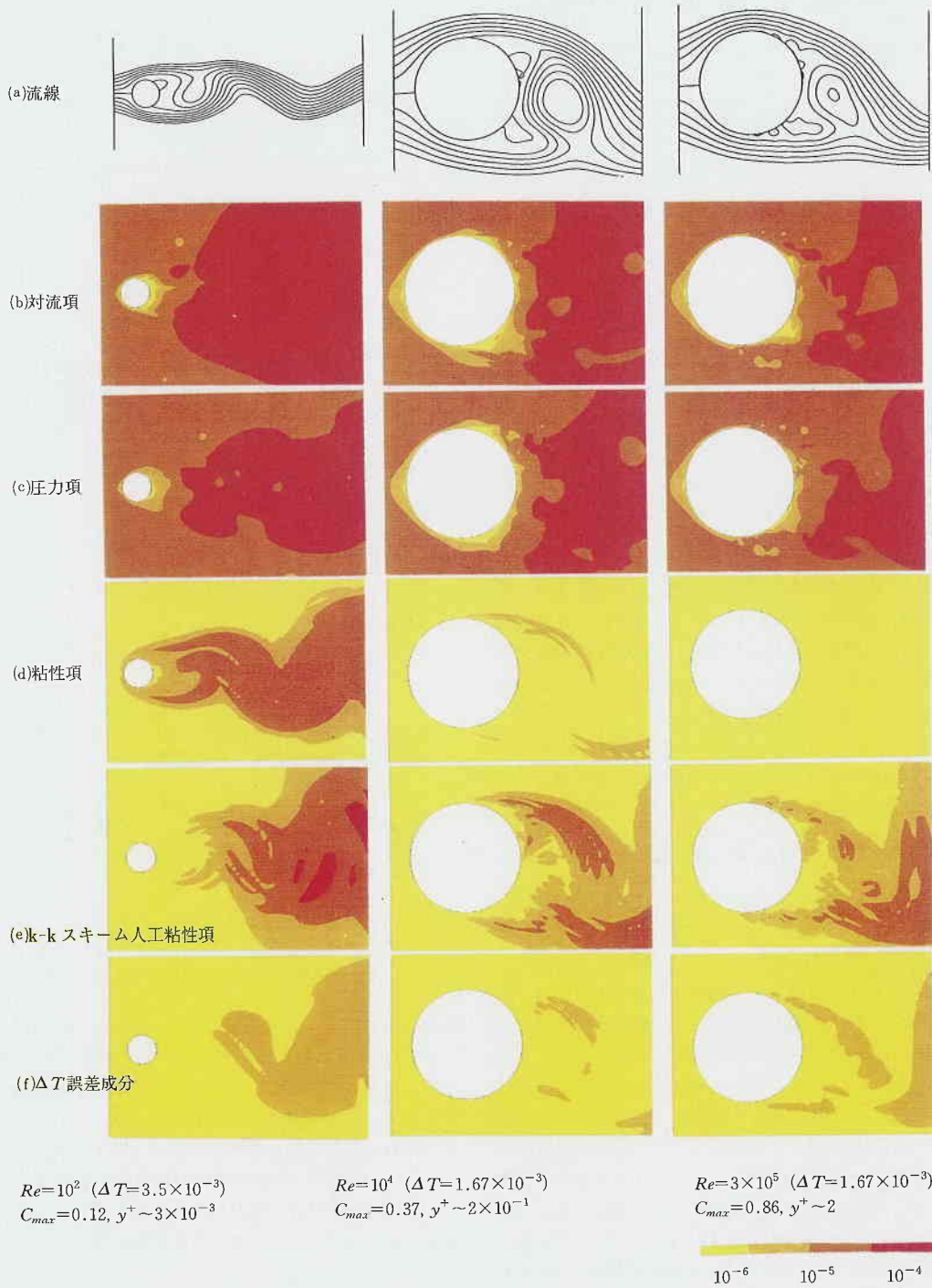


図 5 ナビエ・ストークス方程式の各項の大きさ

$Re=10^2$ ($\Delta T=3.5 \times 10^{-3}$), $Re=10^4$ ($\Delta T=1.67 \times 10^{-3}$), $Re=3 \times 10^5$ ($\Delta T=1.67 \times 10^{-3}$) の結果を示す。これらは、解析に一般座標系を使用しているため、すべての項にヤコビアンがかかった値である。上から(a)流線、(b)対流項 (k-k スキームの人工粘性項は除いたもの)、(c)圧力項、(d)粘性項および(e)k-k スキームの人工粘性項を各々対数スケールで出力したものである。また、一番下の図(f)は、式数の ΔT による人工粘性成分 (以下 ΔT 誤差成分) の大きさである。図の色の濃淡は、色が濃いほど値が大きく、赤が 10^{-4} 以上、黄が 10^{-6} 以下を示している。

$Re=10^2$ をみると、カルマン渦放出のようすがとらえられ、k-k スキームの人工粘性項、 ΔT 誤差成分ともに円柱に近い領域では小さく、妥当な結果が得られていることがわかる。

$Re=10^4$ の流線を見るといくつかの 2 次渦が、 3×10^5 ではさらに多くの小さい 2 次渦が発生している。差分法の解では、離散化の影響で、小さい波長のものほど大きい位相誤差が発生する⁴⁾。高い Re 領域では、これらの 2 次渦に対する位相誤差の影響が大きいと予測される。

また、このような小さい 2 次渦が 2 次元性を保っているとは考えにくい。実際の物理現象の 3 次元性の影響で、実験値と 2 次元の計算値が一致しないと考えられる。

$Re=10^4$, 3×10^5 では、k-k スキームの人工粘性項が物理的な粘性項よりも大きい。 $Re=3 \times 10^5$ では、円柱近くまで k-k スキームの人工粘性項が分布している。k-k スキームの人工粘性項が支配的となる解については、その物理的内容の解明はもとより、解のメッシュ依存性等も検討しなければならない。

図 6 に円柱の近傍を拡大し、コンターレベルを下げて出力した粘性項(a)と、k-k スキームの人工粘性項(b)を示す。左が $Re=10^4$ 、右が $Re=3 \times 10^5$ である。これらを見ると、物体のごく近傍では物理的な粘性項が支配していることがわかる。乱流においては分子粘性は物体のきわめて近いところに分布するであろうから、定性的には正しいものといえる。この場合も $Re=3 \times 10^5$ ではより円柱近くまで、k-k スキームの人工粘性項の方が大きい。

これらの計算には CRAY X-MP/216 を使用し、1 ケース (1Re, 1 ΔT) の計算に、20~30hr 程の cpu タイムを費やした。

5. 結 論

2 次元円柱まわりの流れ計算を、3 次精度風上 (k-k) スキームで行い、以下の結果を得た。

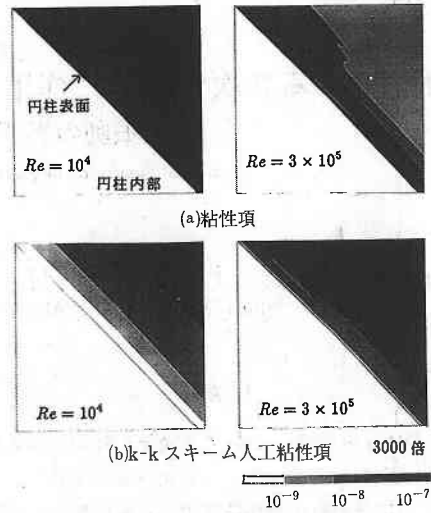


図 6 粘性項と k-k スキームの人工粘性

- (1)低い Re ($Re < 10^4$) では式(4)の ΔT の誤差成分が支配的で、これには Re を下げる作用がある
- (2)高い Re ($Re > 10^4$) では小さな渦がたくさんでき、離散化の影響は位相誤差としても現れる
- (3)高い Re 領域では C_w , S_z の Re による変化は実験結果と一致しない
- (4)高い Re ($Re > 10^4$) では物理的な粘性項より、k-k スキームの人工粘性項の方が大きい

高 Re の ΔT の収束性を確かめるために、さらに小さな ΔT の計算が必要であり、メッシュ依存性のチェックも必要と考えている。さらにまた、3次元効果の検討も不可欠と思われる。

本研究をまとめるにあたり、名古屋工大の森西、ならびに小林研究室の水尾、富樫の各氏より協力をいただいた。ここに謝意を表する。
(1992年10月12日受理)

参 考 文 献

- 1) スハス V. パタンカー, コンピュータによる熱移動と流れの数値解析, (1985), 130, 森北出版
- 2) 棚橋, 機械の研究, 37-5(1985), 501
- 3) パトリック・J・ローチェ, コンピュータによる流体力学 (上), (1978), 65, 構造計画研究所
- 4) パトリック・J・ローチェ, コンピュータによる流体力学 (上), (1978), 117, 構造計画研究所
- 5) 機械工学便覧 A5編