

周期変動流中の単独翼に働く揚力とモーメント

Lift and Moment Acting on an Airfoil Placed in a Periodically Fluctuating Air Flow

吉 識 晴 夫*・筒 井 康 賢**・高 間 信 行*

Haruo YOSHIKI, Yasukata TSUTSUI and Nobuyuki TAKAMA

1. ま え が き

著者らは前報¹⁾²⁾で、流速が正弦的に一様変動する流れ場に置かれた単独翼まわりの圧力分布について、流れが翼面から剝離しない範囲で、理論解析と実験を行った。その結果薄翼近似による計算結果は、時間平均圧力分布、基本周波数成分の圧力振幅および流速との位相差のおおの分布について、実験結果をかなりの精度で説明できることがわかった。

そこで、前報の理論で求めた翼上下面の圧力差を用いて、平板翼に働く揚力およびモーメントの計算を行った。なお、この種の問題については、非圧縮性非粘性流体中を時間的に変動する速度で運動する単独翼に働く揚力を扱った文献³⁾⁴⁾がある。しかし、これらの研究では揚力の一般形が与えられているだけで、無次元振動数や速度変動の大きさ等が具体的に果す役割については述べていない。

本報告では、これらの研究結果と比較するとともに、無次元振動数、流速変動の大きさ、迎え角などが揚力やモーメントに及ぼす影響、準定常成分、付加質量による成分、後流中のうず分布に起因する成分などについて明らかにした。

2. 主 な 記 号

- b : 半弦長 = $c/2$
- c : 翼弦長
- C_L : 揚力係数 = $L/(\rho U_\infty^2 c/2)$
- C_{Mc} : 弦央まわりのモーメント係数
= $M_c/(\rho U_\infty^2 c^2/2)$
- C_{Mq} : 1/4弦点まわりのモーメント係数
= $M_q/(\rho U_\infty^2 c^2/2)$
- k : 無次元振動数 = $\omega b/U_\infty$
- L : 単位翼幅当りの揚力

M_c : 単位翼幅当りの弦央まわりのモーメント
(頭下げを正とする)

M_q : 単位翼幅当りの1/4弦点まわりのモーメント
(頭下げを正とする)

t : 時刻

U : 一様流速 = $U_\infty(1 + \delta \cos \omega t)$

x, y : 直角座標

α : 迎え角

δ : 変動流速の振幅比

θ : 流速変動に対する位相遅れ

ρ : 密度 ω : 角振動数

Π : 翼上下面の圧力差 = $p_- - p_+$

3. 理 論

単独翼まわりの流れ場が正弦的に一様変動する場合を、非粘性非圧縮性流体の二次元非回転流れで考える。図1で、翼弦中央を座標原点とし、翼弦をx軸に取り、翼弦に垂直な方向をy軸にする。後流中のうずはx軸上を一様流速 U で運ばれるものと仮定し、流速変動の2次の項までを考慮すると、翼上下面の圧力差 Π ($-1 \leq x \leq 1$) は前報¹⁾²⁾により、次のように求まる。

$$\begin{aligned} \Pi = p_- - p_+ &= \rho \frac{\partial}{\partial t} \int_{-1}^x \gamma_a(x, t) dx + \rho U \cos \alpha \cdot \gamma_a(x, t) \\ &= G \sqrt{1-x^2} \delta \cdot Re\{ike^{i\omega t}\} \\ &\quad + G \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \left[\delta \cdot Re\{[C(k)-1]e^{i\omega t}\} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\delta^2}{2} \cdot Re\{[2C(k)-C(2k)-1]e^{i2\omega t}\} \right] \\ &\quad + G \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \left[1 + \frac{\delta^2}{2} + 2\delta \cdot Re\{e^{i\omega t}\} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\delta^2}{2} \cdot Re\{e^{i2\omega t}\} \right] \end{aligned} \quad (1)$$

ここに、 p_- は翼下面の圧力、 p_+ は翼上面の圧力、 γ_a は翼面上のうず分布、 $C(k)$ は Theodorsen 関数であり、 Re

*東京大学生産技術研究所 第2部

**工業技術院 機械技術研究所

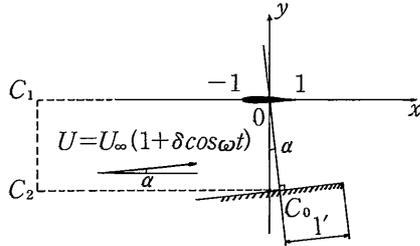


図1 座標系

{ } は実数部を表わす。また、

$$\pi G = \rho U_\infty \Gamma_s = L_s, \quad \Gamma_s = 2 \pi U_\infty \sin \alpha \quad (2)$$

で、 U_∞ は時間平均流速、 Γ_s は定常流における翼まわりの循環、 L_s は定常流における単位振幅当りの揚力、 α は迎え角である。

翼を平板翼とし、迎え角が小さい範囲で考えると、翼前縁に働く流体力は小さくなるので、この力を無視して考えることにする。したがって、翼に働く揚力は式(1)で示される圧力差を翼面上 ($-1 \leq x \leq 1$) にわたって積分すれば求められることになる。すなわち、単位翼幅当りに働く揚力 L は、次のように与えられる。

$$L = \int_{-1}^1 \Pi dx = L_0 + L_1 + L_2 \quad (3)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} L_0 &= L_s \left[1 + \frac{\delta^2}{2} + 2 \delta \cdot \text{Re}\{e^{i\omega t}\} + \frac{\delta^2}{2} \cdot \text{Re}\{e^{i2\omega t}\} \right] \\ L_1 &= \frac{L_s}{2} \delta \cdot \text{Re}\{ike^{i\omega t}\} \\ L_2 &= L_s \left[\delta \cdot \text{Re}\{[C(k) - 1]e^{i\omega t}\} + \frac{\delta^2}{2} \cdot \text{Re}\{[2C(k) - C(2k) - 1]e^{i2\omega t}\} \right] \end{aligned} \right\} (4)$$

であり、 L_0 は準定常揚力、 L_1 はいわゆる付加質量による揚力、 L_2 は後流中のうず分布による揚力を表わす。

次に、頭下げを正として単位翼幅当りに働く翼弦中央まわりのモーメント M_c を求めると、次のようになる。

$$M_c = \int_{-1}^1 x \Pi dx = M_{c0} + M_{c2} \quad (5)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} M_{c0} &= -\frac{L_s}{2} \left[1 + \frac{\delta^2}{2} + 2 \delta \cdot \text{Re}\{e^{i\omega t}\} + \frac{\delta^2}{2} \cdot \text{Re}\{e^{i2\omega t}\} \right] \\ M_{c2} &= -\frac{L_s}{2} \left[\delta \cdot \text{Re}\{[C(k) - 1]e^{i\omega t}\} + \frac{\delta^2}{2} \cdot \text{Re}\{[2C(k) - C(2k) - 1]e^{i2\omega t}\} \right] \end{aligned} \right\} (6)$$

であり、 M_{c0} は準定常モーメント、 M_{c2} は後流中のうず分布によるモーメントを表わす。ここで、式(4)、(6)より、

$$M_{c0} = -L_0/2, \quad M_{c2} = -L_2/2 \quad (7)$$

であることがわかる。

次に、頭下げを正として、単位翼幅当りに働く1/4弦点まわりのモーメント M_q を求めると、

$$\begin{aligned} M_q &= \int_{-1}^1 \left(x + \frac{1}{2}\right) \Pi dx \\ &= M_{q1} = \frac{L_s}{4} \delta \cdot \text{Re}\{ike^{i\omega t}\} \end{aligned} \quad (8)$$

となる。 M_{q1} は付加質量によるモーメントであり、式(4)、(8)より、

$$M_{q1} = L_1/2 \quad (9)$$

であることがわかる。

以上のことから準定常揚力 L_0 と後流中のうず分布による揚力 L_2 は1/4弦点に作用し、付加質量による揚力 L_1 は弦中央に作用することがわかる。これらの結果はKármán & Sears⁹⁾による定常流中で並進振動する翼の場合と定性的に一致することがわかる。

次に、 U_∞ を用いて単位翼幅当りに働く揚力とモーメントを無次元化して、揚力係数 C_L 、モーメント係数 C_M を定常流における揚力係数 C_{Ls} とモーメント係数 C_{Mcs} との比の形で表すと、

$$\begin{aligned} \frac{C_L}{C_{Ls}} &= 1 + \frac{\delta^2}{2} + \delta \cdot \text{Re}\{[1 + C(k) + i\frac{k}{2}]e^{i\omega t}\} \\ &\quad + \frac{\delta^2}{2} \text{Re}\{[2C(k) - C(2k)]e^{i2\omega t}\} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{C_{M_c}}{C_{M_{cs}}} &= 1 + \frac{\delta^2}{2} + \delta \cdot \text{Re}\{[1 + C(k)]e^{i\omega t}\} \\ &\quad + \frac{\delta^2}{2} \cdot \text{Re}\{[2C(k) - C(2k)]e^{i2\omega t}\} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\frac{C_{M_q}}{C_{M_{cs}}/2} = \delta \cdot \text{Re}\{ike^{i\omega t}\} \quad (12)$$

となる。ここに、

$$C_{Ls} = 2 \pi \sin \alpha, \quad C_{M_{cs}} = -(\pi/2) \sin \alpha \quad (13)$$

研究速報
である。

4. 結果の検討

まず、安東らと Isaacs の結果との比較を行う。安東らの $|\delta| \ll 1$ の場合の近似解と δ までの項は完全に一致している。また、Isaacs とは、一部の微小誤差を除けば、ほぼ一致する。

4.1 揚力およびモーメントの時間変動

周期変動流中に置かれた平板翼に働く揚力およびモーメントは、定常流の場合の値との比の形で式 (10)~(12) のように与えられる。代表例として、 $\delta=0.3, k=1.0$ の場合の結果を図 2 に示す。図の横軸は無次元時刻で、流速が最大になる瞬間を $t=0$ とし、位相角で示している。実線は揚力係数、破線は弦央まわりのモーメント係数、一点鎖線は $1/4$ 弦点まわりのモーメント係数を示す。図より、おのこの波形は時間平均値と基本周波数成分のみで、ほぼ近似できることがわかる。この例では、 C_L の 2

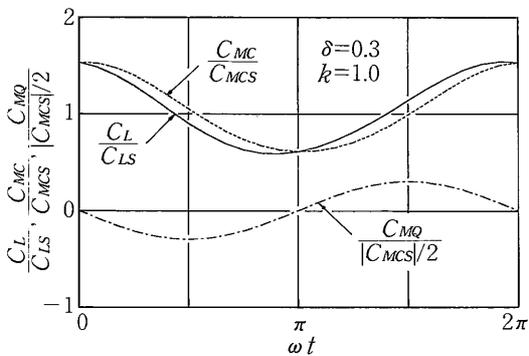


図 2 揚力およびモーメントの時間変動

次周波数成分の大きさは基本周波数成分の約 5.5%, C_{MC} のそれは約 5.7%, C_{MQ} のそれは 0% である。

したがって、 $\delta=0.3$ 程度までに限れば、時間平均値と基本周波数成分が支配的であるので、それらについて検討を行う。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} C_L &= \overline{C_L} + |\Delta C_{L1}| \cos(\omega t - \theta_L) \\ C_{MC} &= \overline{C_{MC}} - |\Delta C_{MC1}| \cos(\omega t - \theta_{MC}) \\ C_{MQ} &= \overline{C_{MQ}} + |\Delta C_{MQ1}| \cos(\omega t - \theta_{MQ}) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

と近似し、 $\overline{C_L}, |\Delta C_{L1}|, \theta_L$ などについて、パラメータの影響を調べる。

4.2 揚力およびモーメントの時間平均値

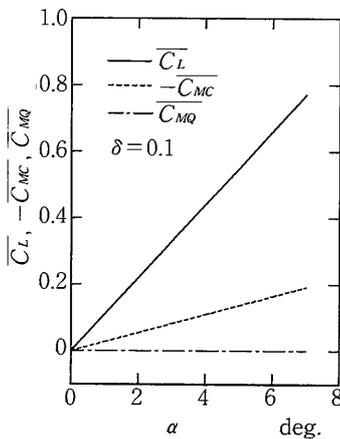
式 (10)~(14) より、揚力係数の時間平均値 $\overline{C_L}$ とモーメント係数の時間平均値 $\overline{C_{MC}}, \overline{C_{MQ}}$ は、

$$\left. \begin{aligned} \overline{C_L} &= C_{LS} (1 + \delta^2/2) \\ \overline{C_{MC}} &= C_{MCS} (1 + \delta^2/2) \\ \overline{C_{MQ}} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

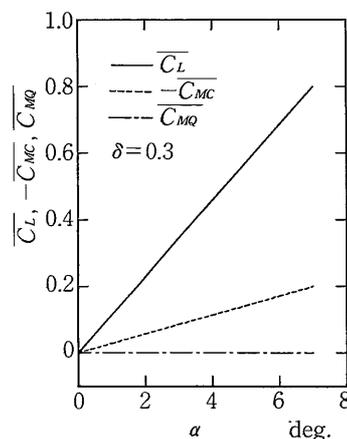
で与えられる。これらの時間平均値と迎え角との関係を図 3 に示す。(a) は $\delta=0.1$ の場合、(b) は $\delta=0.3$ の場合で、横軸は迎え角 α 、実線は揚力係数、破線は弦央まわりのモーメント係数の符号を逆にしたもの、一点鎖線は $1/4$ 弦点まわりのモーメント係数を示す。式 (15) より明らかなように、この計算範囲では δ の影響は余りなく、時間平均値は定常流の場合の値にほぼ等しいことがわかる。また、時間平均値は無次元振動数には影響されないこともわかる。

4.3 揚力およびモーメントの変動振幅

式 (10)~(12) により、揚力係数やモーメント係数の基本周波数成分の大きさは変動流速の振幅比 δ に比例することが明らかである。したがって、それらを δ で割った



(a) $\delta=0.1$ の場合



(b) $\delta=0.3$ の場合

図 3 迎え角と揚力係数およびモーメント係数の時間平均値との関係

研 究 速 報

値, すなわち, $|\Delta C_{L1}|/\delta$, $|\Delta C_{MC1}|/\delta$, $|\Delta C_{MQ1}|/\delta$ と迎え角 α との関係を図 4 に示す。(a) は $k=0.1$ の場合, (b) は $k=1.0$ の場合で, 図の横軸と線の種類は前図と同じである。図 (a), (b) を比較すると, 揚力係数と弦央まわりのモーメント係数に対する k の影響はほぼ同じであるが, $1/4$ 弦点まわりのモーメント係数に対する k の影響は前二者に対するものよりも大きく, しかも傾向が逆であることがわかる。基本周波数成分の大きさは定常流の場合の値に比例し, α のこの範囲では α にほぼ比例することがわかる。

次に, 無次元振動数 k の影響を調べるために, 変動振幅を定常流の値と変動振幅比 δ との積で割った値, すなわち, $|\Delta C_{L1}|/(\delta \cdot C_{LS})$, $|\Delta C_{MC1}|/(\delta \cdot |C_{MCS}|)$, $|\Delta C_{MQ1}|/(\delta \cdot |C_{MCS}|/2)$ の形にして, 図 5 に示す。図の横軸は無次元振動数で, 線の種類は前図と同じである。揚力係数は $k=0.8$ の付近で最小となり, その後 k の増大とともに大きくなる傾向にある。一方, 弦央まわりの

モーメント係数は k の増大とともに単調減少し, $1/4$ 弦点まわりのモーメント係数は k に比例して大きくなることが図よりわかる。すなわち, 式 (10) を見ると, k の小さい範囲では $C(k)$ の減少により揚力は小さくなるが, k が 0.8 以上では付加質量による影響が大きくなり, 揚力が大きくなることを示している。式 (11) を見ると, 弦央まわりのモーメントは $C(k)$ の減少の影響をそのまま受け, 式 (12) を見ると, $1/4$ 弦点まわりのモーメントは k に比例することがわかる。このように, k の増大とともに後流うずの影響は小さくなるが, 付加質量の影響は大きくなることが明らかになった。

4.4 揚力およびモーメントの流速変動に対する位相遅れ

式 (14) で揚力係数とモーメント係数の流速変動に対する位相遅れを定義し, 式 (10)~(12) の基本周波数成分より θ_L , θ_{MC} , θ_{MQ} を求めて, 図 6 に示す。式より明らかのように, 位相遅れは迎え角や変動流速の振幅比には無関係で, 無次元振動数のみに影響される。揚力の位相遅れ

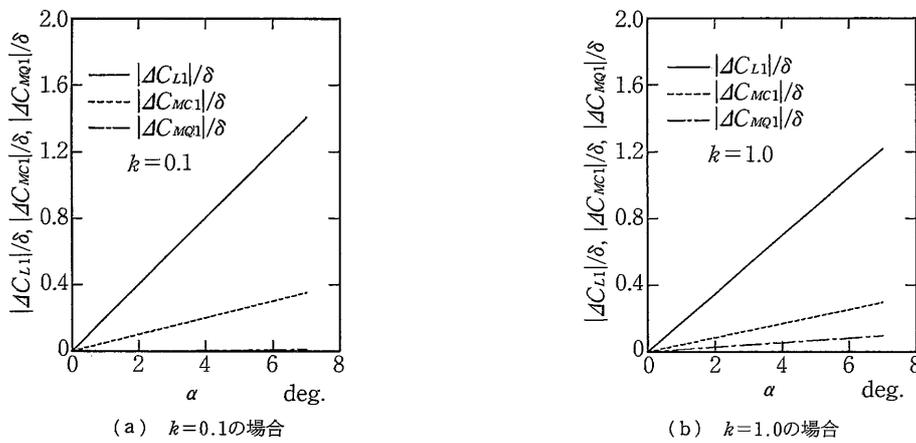


図 4 迎え角と揚力係数およびモーメント係数の変動振幅との関係

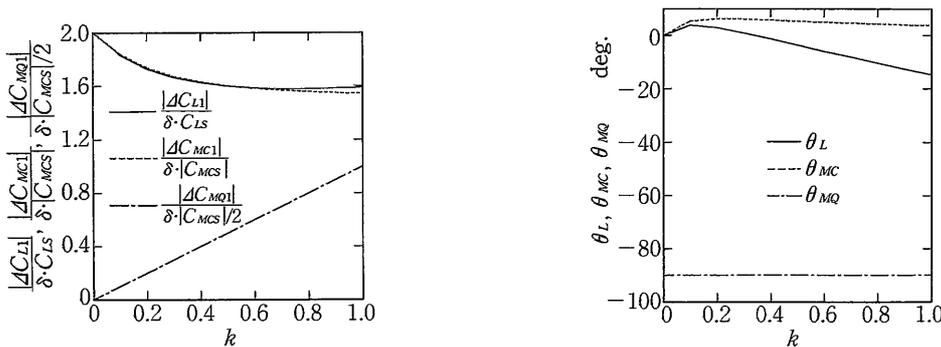


図 5 無次元振動数と揚力係数およびモーメント係数の変動振幅との関係

図 6 無次元振動数と揚力変動およびモーメント変動の流速変動に対する位相遅れ

研究速報

θ_L は $k=0.3$ 付近までは正となり、遅れを示しているが、 $k=0.4$ 以上では負となり、流速変動よりも位相が進むことを示している。一方、弦央まわりのモーメントの位相遅れ θ_{Mc} は $k=0.2$ 付近で最大となり、その後 k の増大とともに減少している。また、 $1/4$ 弦点まわりのモーメントの位相遅れ θ_{Mq} は常に -90° となり、流速変動より常に 90° 位相が進んでいることを示している。

5. む す び

流速が時間的に一様変動する流れ場に置かれた単独翼に働く揚力とモーメントを理論的に求めた翼上下面の圧力差より算出した。計算を行った無次元振動数の範囲は、翼面圧力分布を対称翼の実験で検証した範囲 ($k=0.17\sim 0.53$) よりやや広い $k=0\sim 1$ とした。結果をまとめると次のようになる。

(1) 定常流中で並進運動する翼の場合と同様に、準定常揚力と後流中のうずによる揚力は $1/4$ 弦点に作用し、付加質量による揚力は弦央に働く。

(2) 静止流体中を周期的速度で運動する翼を扱った Isaacs や安東らの結果とほぼ等しい結果が得られた。

(3) 揚力およびモーメントとも流速の変動振幅が小さい範囲では、時間平均値と基本周波数成分で近似できる。

(4) 時間平均値は準定常成分のみが関係し、無次元振動数には無関係で、流速の変動振幅が小さい範囲では、定常流の値にほぼ等しくなる。

(5) 基本周波数成分は定常流の値と流速の変動振幅に比例する。また、 k の増大とともに付加質量の影響が支配的になる。
(1991年11月6日受理)

参 考 文 献

- 1) 吉識ほか3名, 機論, 49-448, B (昭58), 2922.
- 2) 吉識ほか3名, 機論, 51-464, B (昭60), 1131.
- 3) Isaacs, R., J. Aeronaut. Sci., 12-1 (1945), 113.
- 4) 安東・市川, 航空学会誌, 25-283 (昭52), 356.
- 5) von Kármán, T. and Sears, W.R., J. Aeronaut. Sci., 5-10 (1938), 379.